F 7414

1972

164

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 14 (28) Fasc. 1

IANUARIE — IUNIE
1969

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tom 14 (28) Fasc. 1

IANUARIE — IUNIE
1969

1989

BME KÖZPONTI KÖNYVTÁRA
F
7414
FOLYÓIRAT OSZTÁLY

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZPONTI
1848
KÖNYVTÁRA

2279/1990

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ing. *Gh. Silaș* (redactor responsabil), prof. ing. *C. Avram*, membru corespondent al Academiei R.S.R., prof. dr. ing. *I. Anton*, membru corespondent al Academiei R.S.R., prof. dr. docent *C. Drăgulescu*, membru al Academiei R.S.R., prof. dr. ing. *T. Dordea*, prof. *O. Em. Gheorghiu*, prof. ing. *V. Gheorghiu*, prof. ing. *D. Mateescu*, prof. dr. docent *I. Nanu* și prof. ing. *Al. Rogojan*.

BULETINUL ȘTIINȚIFIC ȘI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIȘOARA
Seria II, Tom 14 (28) Fasc. 1 Ianuarie-Iunie 1969

SUMAR:

I. *MATEMATICĂ — FIZICĂ — MECANICĂ*

N. BOJA: Asupra teoremelor lui Mannheim și Monge relative la curbele Bertrand ale unui spațiu neeuclidian .. 9
E. BURLACU: Asupra inverselor matricilor booleene .. 15
E. BURLACU, E. OBĂGEAN, C. UROȘU: Asupra operațiilor cu matrici booleene .. 21
P. N. IZVERCEANU: Funcții monogene în algebra numerelor hidrocomplexe de ordin finit peste corpul real .. 29
ȘT. MATEI: Formule de rezolvare a unor ecuații booleene .. 37
V. MIOC: O extensiune a formulei creșterilor finite pentru funcțiile holomorfe (H) .. 41
GH. SUCIU și S. POENARU: Aproximarea funcțiilor vectoriale complexe prin polinoame Cebîșev .. 45
GH. SUCIU și S. POENARU: Ecuații diferențiale vectoriale tip Legendre în complex .. 51
GH. SILAȘ, L. BRINDEU: Stabilitatea mișcărilor periodice ale unui sistem vibropercutant cu un grad de libertate în cazul ciocnirilor instantanee elastice .. 59
GH. SIMOI, P. CRĂCIUN, B. FRITZ: Asupra emisiei exoelectronice la Al în cîmp de accelerare pulsator .. 67
GH. TUDOR: Două formule generale pentru calculul unor integrale improprii .. 73

II. *CHIMIE*

V. BIBOLARU: Influența condițiilor de lucru asupra coeficientului parțial de transfer de căldură la fluidizare .. 79
D. BECHERESCU, FR. WINTER: Interacțiunea bioxidului de zirconiu cu CoO și NiO la temperaturi ridicate .. 89
V. BOBOESCU: Studiul termogravimetric al unor poli(esteri-eteri) alifatic-aromatici .. 99
E. PETROVICI, A. FERENCZ, M. BIRZESCU, C. DRĂGULESCU: Sinteza și caracterizarea acizilor meso-și (d, 1)-diaminosuccinici. Liganzi de tip complexonic .. 111
C. DRĂGULESCU, M. LAZĂR: Titrări chelatometrice cu acidul perinaftilen diamino N—N, N'—N' tetraacetic (NDTA) .. 117
F. KEREK, D. KOHN, M. MORARU: Analiza gaz-cromatografică a amestecurilor de sinteză a bifenilului și difenileterului .. 125
I. NANU, GH. SIMON: Polioxalați. Nota I. Cercetări despre sinteza unor polioxalați .. 131
I. NANU, VIRGINIA BOBOESCU, E. SECOȘAN: Esteri ai acidului 9, 10-dihidroantracen-endo-α, β-succinic, ca model de studiu al plastifianților cu molecule mari. Nota I .. 141

III. *ȘTIINȚE TEHNICE*

I. ANTON, A. ANGHEL: Studiul cîmpurilor de presiune și viteze în tuburile de aspirație ale turbinelor hidraulice .. 147
VIORICA ANTON, I. SANTĂU: Cercetări asupra unor rețele de profile pentru turbine de foraj .. 161

T. BABEU: Studiul experimental al stării de tensiune din zaua de lanț cu punte 177
M. BÂRGLĂZAN: Studiul și alegerea elementelor principale ale unei stațiuni hidrodinamice pentru modele de turbine Francis și Kaplan 187
E. DODON, G. URDEA, C. NICA: Stand pentru încercarea aparatajului hidraulic din sistemele hidraulice ale mașinilor-unelte 201
N. OANCEA: Integrarea sistemului de ecuații diferențiale ce caracterizează procesele termice din turnurile de răcire peliculare .. 209
TR. RAICA: Contribuții la studiul procesului de ardere dintre un motor Diesel supraalimentat 221
I. SANTĂU: Determinarea pe cale grafo-analitică a curbelor caracteristice $M=f(n)$ și $P=f(n)$ pentru turbinele de foraj 235
C. UNGUREANU, H. THEIL, F. NEISS, H. GUTMAYER: Asupra aerodinamici unui focar ciclon pentru arderea combustibililor lichizi grei 249
I. ZĂGĂNESCU, A. NEGREANU, GH. TUROS, I. DAVID: Stabilirea legii de variație a curentului de excitație independentă a generatorului locomotivei Diesel electrice, la funcționarea motorului Diesel după o caracteristică dată de consum de combustibil .. 265
I. ZĂGĂNESCU, T. GLIGOR, I. ORGOVICI, C. URSU: Asupra înscrierii dinamice în curbe, a locomotivelor Diesel de tip 060.DA .. 273
I. ZĂGĂNESCU, C. URSU, Z. SCHLETT: Studiul pe model al oscilațiilor verticale la locomotiva L.D.I. construcție Uzinele 23 August .. 287
GH. ATANASIU: Analiza efectului pelicular în conductoare feromagnetice de secțiune oarecare printr-o rezolvare numerică a ecuațiilor lui Maxwell 295
ȘT. BARTZER: Auspra randamentului motoarelor electrice utilizate în alte regimuri decît cel nominal 307
M. CIUGUDEAN: Considerații asupra proiectării matricilor de decodificare cu diode 319
D. DABA: Considerații asupra unor aspecte ale polarizării dielectricilor și energiei electrice a corpurilor situate în medii dielectrice .. 331
I. HOFFMANN: Asupra optimizării reglării frecvenței și puterii de schimb în sisteme energetice 343
T. MUREȘAN, N. BUDIȘAN, T. HENTEA: Elemente ale unui dispozitiv numeric analogic pentru reglarea automată a turației 351
V. NEGRU: Studiul analitic al deconectării unei linii în gol în regim simetric 359
A. SOCENEANȚU: Instalație pentru verificarea programată a cunoștințelor 369
H. RUSU: Contribuții la calculul acționării cu reglarea vitezei motorului asincron prin asimetrizarea tensiunii 375
I. ȘORA, HORTENSIA RUSU: Aplicații ale traductorului derivator în probleme de acționări electromecanice 385
D. TEODORESCU: Servomotorul ferorezonat monofazat 395
MARIA ARSENIE, D. ARSENIE: O teoremă de minim privind pierderile de energie de natura vîscoasă în curgerea laminară a lichidelor newtoniene în canale 403
MARIA ARSENIE, I. DAVID, D. ARSENIE: Aplicarea metodei mișcării potențiale la cinematica scurgerii în zona podurilor oblice .. 409
V. GHEORGHIU: Hidraulica efectului de formă în funcție de geometria secțiunii dreptunghiulare 415
V. GHEORGHIU, T. NICOARĂ: Studiul hidraulic al unui difuzor hiperbolic de secțiune rectangulară 427

NOTE

A. NEGREANU: Măsurarea inductivității diferențiale a motoarelor serie de curent continuu cu osciloraful catodic 443

НАУЧНО ТЕХНИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ
ТИМИШОРСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Новая серия Том 14 (28) Выпуск 1 Январь—июнь 1968.

СОДЕРЖАНИЕ

I. МАТЕМАТИКА — ФИЗИКА — МЕХАНИКА

Н. БОЖА, К теоремам Маннгейма и Монжа о кривых Бертранда в неэвклидовом пространстве 9
Е. БУРЛАКУ, Об обращении булевых матриц 15
Е. БУРЛАКУ, Е. ОБЭДЯНУ, К. УРОШУ, Об операциях с булевыми матрицами 21
П. Н. ИЗВЕРЧАНУ, Моногенные функции в алгебре гиперкомплексных чисел конечного порядка в действительном корпусе . 29
Ш. МАТЕЙ, Формулы для решения булевых уравнений 37
В. МИОК, Распространение формулы конечных приращений для голоморфных функций *(H)* 41
Г. СУЧЮ, С. ПОЕНАРУ, Приближение комплексных векторных функций многочленами Чебышева 45
Г. СУЧЮ, С. ПОЕНАРУ, Векторные дифференциальные уравнения типа Лежандр в комплексной форме 51
Г. СИЛАШ, Л. БРЫНДЕУ, Устойчивость периодических движений виброударной системы с одной степенью свободы в случае мгновенных упругих соударений 59
К. СИМОН, П. КРЬЧУН, Б. ФРИЦ, Об электронной эмиссии Al в ускоряющем пульсирующем поле 67
Г. ТУДОР, Две общие формулы для расчета несобственных интегралов 73

II. ХЕМИЯ

В. БИБОЛАРУ, Влияние рабочих условий на частичный коэффициент теплопередачи в кидящем слое 79
Д. БЕКЕРЕСКУ, Ф. ВИНТЕР, Взаимодействие двуокиси циркония с CoO и NiO при высоких температурах. 89
В. БОБОЕСКУ, Термогравиметрическое исследование некоторых поли (сложнопростых) эфиров 99
Е. ПЕТРОВИЧ, А. ФЕРЕНЦ, М. БЫРЗЕСКУ, К. ДРЭГУЛЕСКУ, Синтез и характеризация мезо- и (*d*, I) — диаминоянтарной кислот. Лиганды комплексного типа 111
К. ДРЭГУЛЕСКУ, М. ЛАЗЭР, Келатометрические титрования пери нафтилен диамин *N—N, N′—N′* тктрауксусной кислоты . 117
Ф. КЕРЕК, Д. КОН, М. МОРАРУ, Газо-хроматический анализ синтезных смесей бифенила и дифенилэфира 125
И. НАНУ, Г. СИМОН, Полиэфиры щавеливой кислоты I. Исследование синтеза некоторых полиэфиров щавелевой кислоты . 131
И. НАНУ, ВИРГИНИЯ БОБОЕСКУ, Е. СЕКОШАН, Эфиры 9, 10-дигидро- антрацин-эндо- α, β — янтарной кислоты в качестве модели исследования пластификаторов с большими молекулами 141

III. ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

И. АНТОН, А. АНГЕЛ, Изучение полей давления и скоростей во всасывающих трубах гидравлических турбин 147
ВИОРИКА АНТОН, И. САНТЭУ, Исследование некоторых решеток профилей для турбобуров 161
Т. БАБЕУ, Экспериментальное исследование напряженного состояния зоны мостовой цепи 177
М. БЭРГЛЭЗАН, Изучение и выбор главных элементов гидродинамического стэнда для моделей турбин Френсиса и Каплана 187

Е. ДОДОН, Г. УРДЯ, К. НИКА, Стэнд для испытания аппаратажа гидравлических систем станков 201
Н. ОАНЧЯ, Интегрирование системы дифференциальных уравнений характеризующих термические процессы в охладительных башнях 209
Т. РАЙКА, К изучению процесса горения в дизельном двигателе с наддувом 221
И. САНТЭУ, Графоаналитическое определение характеристичных кривых $M=f(n)$ и $P=f(n)$ для турбобуров 235
К. УНГУРЯНУ, Х. ТАЙЛЬ, Ф. НАЙС, Х. ГУТМАЕР, Об аэродинамике циклонной топки для сжигания жидких тяжелых топлив 249
И. ЗЭГЭНЕСКУ, А. НЕГРЯНУ, Т. ТУРОШ, И. ДАВИД, Устаковление закона изменения тока независимого возбуждения генератора электротепловоза при работе дизельного двигателя по данной характеристике расхода горючего 265
И. ЗЭГЭНЕСКУ, Т. ГЛИГОР, И. ОРГОВИЧ, К. УРСУ, О динамическом вписывании в кривую тепловозов 060 ДА 273
И. ЗЭГЭНЕСКУ, К. УРСУ, З. ШЛЕТТ, Модельное исследование вертикальных колебаний тепловоза LDJ конструкции завода им. 23 Августа 287
Г. АТАНАСИУ, Анализ плёночного эффекта в ферромагнитных проводах некоторого сечения, путем численного решения максвеллевых уравнений 295
Ш. БАРТЗЕР, К.п.д. электродвигателей работающих в режимах отличных от номинального 307
М. ЧИУГУДЯН, Соображения о расчете декодирующих диодных матриц 319
Д. ДАБА, В связи с некоторыми видами поляризации диэлектриков и электрической энергии тел находящихся в диэлектрических средах 331
И. ХОФФМАН, Об оптимизации управления частотой и обменной мощностью в энергетических системах 343
Т. МУРЕШАН, Н. БУДИШАН, Т. ХЕНТЯ, Элементы цифрового-аналогового устройства для автоматического регулирования скорости вращения 351
В. НЕГРУ, Аналитический расчет отклонения холостой линии в симметричном режиме 459
А. СОЧЕНЯНЦУ, Установка для программирования контроля знаний 369
ХОРТЕНСИЯ РУСУ, К расчету приводов с регулированием скорости асинхронного двигателя несимметризацией напряжения . 375
И. ШОРА, ХОРТЕНСИЯ РУСУ, Применение производного датчика в электромеханических приводах 385
Д. ТЕОДОРЕСКУ, Однофазный феррорезонантный серводвигатель 395
МАРИЯ АРСЕНИЕ, Д. АРСЕНИЕ, Теорема о минимальной потере энергии вследствие вязкости при ламинарном течении ньютоновых жидкостей в каналах 403
МАРИЯ АРСЕНИЕ, И. ДАВИД, Д. АРСЕНИЕ, Применение метода потенциального движения в случае кинетики в области косых мостов 409
В. ГЕОРГИУ, Гидравлика эффекта формы в зависимости от геометрии прямоугольного сечения 415
В. ГЕОРГИУ, Т. НИКОАРЭ, Гидравлическое изучение гиперболического диффузора с прямоугольным сечением 427

ЗАМЕТКИ

А. НЕГРЯНУ, Измерение дифференциальной индуктивности серийных электродвигателей постоянного тока, при помощи катодного осциллографа 443

BULLETIN SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUE
DE
L'INSTITUT POLYTECHNIQUE DE TIMIŞOARA
II Série, tome 14 (28), Fasciole 1. Janvier — Juin 1969

SOMMAIRE:

I. *MATHÉMATIQUE — PHYSIQUE — MECANIQUE*

N. BOJA: Über die Lehrsätze von Mannheim und Monge betreffend die Bertrandkurven eines nichteuklidischen ... 9
E. BURLACU: Sur les inverses des matrices booleénes ... 15
E. BURLACU, E. OBĂGEAN, C. UROŞU: Sur les opérations avec les matrices booléenes ... 21
P. N. IZVERCEANU: Monogene Funktionen in einer hyperkomplexen Algebra über dem Körper der Realen Zahlen endlicher Ordnung 29
ŞT. MATEI: Formula for solving some Boolean equations ... 37
V. MIOC: Une extension de la formule d'accroissements finis pour les fonctions holomorphe (H) ... 41
GH. SUCIU, S. POENARU: Näherung der komplexen Vektor-funktionen durch Cebîşevsche Polynome ... 45
GH. SUCIU, S. POENARU: Vektorielle Diferentialgleichung vom Typ Legendre im komplexen Bereich ... 51
GH. SILAŞ, L. BRINDEU: Studium der Stabilität der periodischen Bewegungen einen Rüttelsystems mit einem Freiheitsgrad für den Fall elastischer plötzlicher Stösse ... 59
C. SIMOI, P. CRĂCIUN, B. FRITZ: Sur l'émission exoélectronique de l'Al dans un champ d'accélération pulsatoire ... 67
GH. TUDOR: Deux Formules générales pour le calcul des certaines intégrales impropres ... 73

II. *CHIMIE*

V. BIBOLARU: Einfluss der Arbeitsbedingungen auf die Wärmeübergangszahl in Wirbelschichten ... 79
D. BECHERESCU, FR. WINTER: Die Wechselwirkung des Zirkoniumdioxid mit CoO und NiO bei hohen Temperaturen ... 89
VIRGINIA BOBOESCU: Thermogravimetrische Untersuchungen einiger allphatisch-armonischer Poly ester-Ether ... 99
E. PETROVICI, A. FERENCZ, M. BÎRZESCU, C. DRĂGULESCU: Synthese und hrakterisierung der Meso und (d, 1) — Diaminobersteinsauren ... 111
C. DRĂGULESCU, M. LAZĂR: Chelatometrische Titrationen mit Peri-Naphtylen-Diamin-N—N, N'—N'-Tetraessigsäure (NDTA) ... 117
F. KEREK, D. KOHN, M. MORĂRU: Gas-chromatografische Analyse der Synthessegemische des Biphenyls und des Diphenyläthers ... 125
I. NANU, GH. SIMON: Polyoxalate. I. Beitrag. Untersuchungen über die Synthese einiger oPlyoxalate ... 131
I. NANU, VIRGINIA BOBOESCU, E. SECOŞAN: Ester der 9,10 Dihidro-Anthracen-endo-α, β-Bersteinsäure als Studienmodel der grossmolekularen Weichmacher ... 141

III. *SCIENCES TECHNIQUES*

I. ANTON, A. ANGHEL: Studium der Druck- und Geschwindigkeitsfelder in Saugrohren von Wasserturbinen ... 147
VIORICA ANTON, I. SANTĂU: Untersuchungen von Schaufelgitter für Bohrturbinen ... 161
T. BABEU: Experimentelles Studium des Spannungszustandes in einem Kettenglied mit Steg ... 177

M. BÂRGLĂZAN: Studium und Wahl der Hauptbestandteilen eines hydrodinamischen Prüfstandes für Francis und Kaplan Modellturbinen 187
E. DODON, G. URDEA, C. NICA: Prüfstand für die hydraulischen Systeme der Werkzeugmaschinen 201
N. OANCEA: Integrierung des Differentialgleichungsystems welches die thermischen Prozesse in filmberieselten Kühltürmen Kennzeichnet 209
TR. RAICA: Beiträge zum Studium des Verbrennungsvorganges in einem aufgeladenen Dieselmotor 221
I. SANTĂU: Die Grapho-Analytische Bestimmung der Kennlinien $M=f(n)$ und $p=f(n)$ für Bohrturbinen 235
C. UNGUREANU, H. THEIL, F. NEISS, H. GUTMAYER: Über die Aerodinamik einer Zyklons für die Verbrennung von Schwerölen 249
I. ZĂGĂNESCU, A. NEGREANU, GH. TUROS, I. DAVID: Die festlegung des verlaufgesetzes des unabhängigen regerstromes des Generators der Dieselelektrischen Lokomotive bei der Funktionierung des Dieselmotores nach einer vom Treibstoffverbrauch festgelegten Charakteristik 265
I. ZĂGĂNESCU, T. GLIGOR, I. ORGOVICI, C. URSU: Über das dynamische Verhalten der Lokomotive DA 060 in der Kurve 273
I. ZĂGĂNESCU, C. URSU, Z. SCHLETT: Das Modelstudium der Senkrechten Schwingungen beim LDI Lokomotiventyp Bauart „Uzinele 23 August" 287
GH. ATANASIU: L'analyse de l'effet pelliculair dans des conducteurs ferromagnetiques de section quelconque par une méthode numerique de resolution des equations de maxwell 295
ŞT. BARTZER: Über den Wirkungsgrad in anderen Betriebsarten als den nenbetrieg angewendeter Elektrischer Motoren 307
M. CIUGUDEAN: Considerations sur le project des matrices de decodage a diodes 319
D. DABA: Betrachtungen über die Polarisation von Dieleketrika und über die elektrische Energie der sich in Dielektrika befindenden elektrisierten Körper 331
I. HOFFMANN: Optimisation of load frequency control in power systems 343
T. MUREŞAN, N. BUDIŞAN, T. HENTEA: Elements of a digital-analog device for number of rotations automatic control 351
V. NEGRU: Analytische Untersuchung der Abshaltung im Leerlauf einer Linie in Symmetrischen Betrieb 359
A. SOCENEANŢU: Vorrichtung zum Programmierten Kontrolieren des Wissens 369
HORTENSIA RUSU: Beitrag zur berechnung elektrischer Antriebe mit Drehzahlregelung des Asynchronmotors durch Asymetrisieren der Spesespannungen 375
I. ŞORA, HORTENSIA RUSU: Anwendungen des Differentiatorumwandlers in elektromechanischen Antriebsproblemen 385
D. TEODORESCU: Servomoteur ferroresonnant monophasé 395
MARIA ARSENIE, D. ARSENIE: Ein minimum Satz über die Energieverluste von zähen Natur in der Laminarströmmung der newtonischen flüssigkeiten in Kanäle 403
MARIA ARSENIE, I. DAVID, D. ARSENIE: Die Verwendung der Methode der Potentiellen Bewegung bei der Auflusskinematik in der Zone der schrägen Brücken 409
V. GHEORGHIU: Die Hydraulik des Formeffekts in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis des Rechteckigen Querschnitten 415
V. GHEORGHIU, T. NICOARĂ: Hydraulisches Studium eines Hyperbolischen Difusors mit Rechteckigem Querschnitt 427

NOTES

A. NEGREANU: Differenziale Induktivitätsbemessungen der Reihegleich strommotoren mit dem Kathodenzillograph 443

ASUPRA TEOREMELOR LUI MANNHEIM ŞI MONGE RELATIVE LA CURBELE BERTRAND ALE UNUI SPAŢIU NEEUCLIDIAN

DE

N. BOJA

1°. Considerînd două curbe (C) şi (C_1) asociate Bertrand într-un spaţiu neeuclidian N_3 de curbură $\varepsilon=1:q$ şi notînd distanţa $NN_1=\lambda$, avem

$$\begin{aligned} M_1 &= \cos\frac{\lambda}{q}M+\sin\frac{\lambda}{q}N \\ N_1 &= -\sin\frac{\lambda}{q}M+\cos\frac{\lambda}{q}N, \end{aligned} \tag{1}$$

unde N şi N_1 sînt respectiv conjugatele punctelor corespondente M şi M_1 ale celor două curbe pe normala principală comună prin raport cu punctele de intersecţie ale acestei drepte cu absolutul spaţiului.

Pentru aceste curbe s-a stabilit [3] relaţia dintre razele de curbură ρ şi ρ_1

$$1-q\operatorname{tg}\frac{\lambda}{q}\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho_1}\right)-q^2\operatorname{tg}^2\frac{\lambda}{q}\frac{1}{\rho\rho_1}=\left(\frac{\cos\theta}{\cos\frac{\lambda}{q}}\right)^2, \tag{2}$$

în care θ este unghiul tangentelor în punctele corespondente alese. S-a arătat de asemenea, că acest unghi este constant; şi acelaşi lucru pentru distanţele $NN_1=MM_1=\lambda$.

În cele ce urmează vom folosi relaţia (2) sub forma

$$\left(\cos\frac{\lambda}{q}-\frac{q}{\rho}\sin\frac{\lambda}{q}\right)\cdot\left(\cos\frac{\lambda}{q}+\frac{q}{\rho_1}\sin\frac{\lambda}{q}\right)=\cos^2\theta. \tag{2'}$$

Definim biraportul a patru puncte din N_3, prin

$$[P_1P_2P_3P_4]=\frac{\sin\frac{P_1P_3}{q}}{\sin\frac{P_2P_3}{q}}:\frac{\sin\frac{P_1P_4}{q}}{\sin\frac{P_2P_4}{q}}. \tag{3}$$

Vom demonstra teorema lui Mannheim pentru curbele Bertrand ale unui spațiu neeuclidian.

Fie C și C_1 centrele cercurilor osculatoare în punctele corespondente M și M_1 ale proiecțiilor curbelor (C) și (C_1) în planele lor osculatoare; ele vor fi situate pe dreapta de intersecție a acestor plane — normala principală comună —, fiind astfel colineare cu M și M_1.

Deoarece expresia lui

$$\sin\frac{MC}{q}=\sin\frac{MN}{q}\cos\frac{\varepsilon^0 NC}{q}+\cos\frac{MN}{q}\sin\frac{\varepsilon^0 NC}{q},\quad(\varepsilon^0=\pm 1)$$

în baza faptului că $MN=M_1N_1=q\,\frac{\pi}{2}$, se reduce la

$$\sin\frac{MC}{q}=\cos\frac{NC}{q}$$

și analog celelalte, biraportul (3) se poate calcula prin

$$[MM_1CC_1]=\frac{\cos\frac{NC}{q}}{\cos\frac{N_1C}{q}}:\frac{\cos\frac{NC_1}{q}}{\cos\frac{N_1C_1}{q}}. \tag{3'}$$

Pentru centrul cercului osculator în $M(x^0, x^1, x^2, x^3)$, avem [1] exprimarea

$$\frac{C}{r}=\frac{M}{\rho}+\frac{N}{q},\quad\left(\frac{1}{\rho^2}=\frac{1}{r^2}-\frac{1}{q^2}\right) \tag{4}$$

în care

$$\frac{1}{r^2}=q^2(x^{0\prime})^2+(x^{1\prime})^2+(x^{2\prime})^2+(x^{3\prime})^2$$

este curbura normală a curbei (C).

Scriind o relație analoagă cu (4) pentru curba (C_1) și ținînd cont de (1), obținem

$$C_1=\left(\frac{r_1}{\rho_1}\cos\frac{\lambda}{q}-\frac{r_1}{q}\sin\frac{\lambda}{q}\right)M+\left(\frac{r_1}{\rho_1}\sin\frac{\lambda}{q}+\frac{r_1}{q}\cos\frac{\lambda}{q}\right)N$$

și de aici

$$\cos\frac{NC_1}{q}=\frac{r_1}{q}\cos\frac{\lambda}{q}+\frac{r_1}{\rho_1}\sin\frac{\lambda}{q}.$$

Din a doua relație (1) și apoi cu (4),

$$\cos\frac{N_1C}{q}=\frac{r}{q}\cos\frac{\lambda}{q}-\frac{r}{\rho}\sin\frac{\lambda}{q};$$

avem, de asemenea

$$\cos\frac{NC}{q}=\frac{r}{q}\quad\text{și}\quad\cos\frac{N_1C_1}{q}=\frac{r_1}{q}.$$

Cu acestea, biraportul (3′) devine

$$[M,\ M_1,\ C,\ C_1]=1:\left(\cos\frac{\lambda}{q}-\frac{q}{\rho}\sin\frac{\lambda}{q}\right)\left(\cos\frac{\lambda}{q}+\frac{q}{\rho_1}\sin\frac{\lambda}{q}\right)$$

şi în baza lui (2′)

$$[MM_1CC_1]=\sec^2\theta=\text{const.} \tag{5}$$

Biraportul format cu orice pereche de puncte corespondente pe două curbe asociate Bertrand din N_3 şi cu centrele cercurilor osculatoare acestor curbe în punctele considerate este o constantă pozitivă.

2°. Forma relaţiei (5) este aceeaşi cu cea din E_3; dar obţinerea din aceasta a rezultatului cunoscut pentru spaţiul euclidian, utilizînd metodele de trecere de la $N_3 \to E_3$, impune mai întîi calcularea biraportului (3) într-un alt mod.

Ca şi în spaţiul euclidian, se poate defini biraportul a patru puncte coliniare prin biraportul absciselor lor (distanţe neeuclidiene) faţă de o origine situată pe dreapta comună.

Obţinem o simplificare, folosind noţiunea de normă a unei matrici din N_3 introdusă de prof. N. Mihăileanu în 1962.

În cazul a două puncte X şi Y, distanţa XY şi norma $\overline{XY}$ a matricii

$$\|XY\|=\begin{Vmatrix} x^0 & \varepsilon x^1 & \varepsilon x^2 & \varepsilon x^3 \\ y^0 & \varepsilon y^1 & \varepsilon y^2 & \varepsilon y^3 \end{Vmatrix}$$

sînt legate [2] prin

$$\sin\frac{XY}{q}=\overline{XY}.$$

Astfel, în locul lui (3), vom calcula

$$[M, M_1, C, C_1]=[\overline{MM}, \overline{MM_1}, \overline{MC}, \overline{MC_1}]. \tag{6}$$

Ţinînd cont de (1), (4) şi de proprietăţile normei, avem succesiv

$$\overline{MM}=0$$

$$\overline{MM_1}=M\cos\frac{\lambda}{q}M+\sin\frac{\lambda}{q}N=\sin\frac{\lambda}{q}\overline{MN}=\sin\frac{\lambda}{q}$$

$$\overline{MC}=M\frac{r}{\rho}M+\frac{r}{q}N=\frac{r}{q}$$

$$\overline{MC_1}=\frac{r}{q}\cos\frac{\lambda}{q}+\frac{r_1}{\rho_1}\sin\frac{\lambda}{q},$$

cu care (6) se scrie

$$[M,\ M_1,\ C,\ C_1]=\left[0,\ q\,\mathrm{tg}\frac{\lambda}{q},\ r\sec\frac{\lambda}{q},\ r_1\left(1+q\,\mathrm{tg}\frac{\lambda}{q}\frac{1}{\rho_1}\right)\right]. \tag{7}$$

De aici, putem găsi uşor corespondenta teoremei lui Mannheim în E_3, trecînd la limită pentru $q \to \infty$.

In adevăr, în acest caz în (4) $r \to \rho$, centrele cercurilor osculatoare C şi C_1 devin centrele de curbură

$$C = M + \rho N;$$

membrul stîng al relaţiei (7) devine biraportul euclidian, iar în dreapta

$$q \operatorname{tg} \frac{\lambda}{q} \to \lambda. \tag{8}$$

Avem, astfel

$$(M, M_1, C, C_1) = (0, \lambda, \rho, \rho_1 + \lambda) = 1 : \left(1 - \frac{\lambda}{\rho}\right)\left(1 + \frac{\lambda}{\rho_1}\right). \tag{9}$$

Cu (8), relaţia (2) se scrie

$$1 - \lambda\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_1}\right) - \frac{\lambda^2}{\rho\rho_1} = \cos^2\theta$$

şi substituind-o în (9), obţinem în E_3

$$(M, M_1, C, C_1) = \sec^2\theta$$

corespondenta lui (5) din N_3.

3°. Să considerăm curbele Bertrand pentru care tangentele în puncte corespondente sînt ortogonale. Ecuaţia (2), în acest caz, admite soluţiile

$$q \operatorname{tg} \frac{\lambda}{q} = \rho, \quad q \operatorname{tg} \frac{\lambda}{q} = -\rho_1, \tag{10}$$

de unde citim că cele două curbe asociate au curbura constantă şi aceleaşi raze de curbură.

Căutînd locul centrelor cercurilor osculatoare, din (4), avem

$$\cos \frac{MC}{q} = M \cdot C = \frac{r}{\rho}$$

şi, cu relaţia dintre curburi,

$$\operatorname{tg} \frac{MC}{q} = \frac{\rho}{q}.$$

Comparînd această formulă cu prima din relaţiile (10), deoarece $\rho = \text{const.}$, găsim $MC = \lambda$.

Dar întrucît avem şi $MM_1 = \lambda = \text{const.}$, rezultă că punctul C coincide cu M_1, descriind curba (C_1) asociata curbei (C).

Analog, se verifică, folosind a doua relaţie (10) şi corespondenta pentru C_1 a relaţiei (4), că acest punct descrie curba (C).

Aceasta constituie teorema lui Monge pentru curbele Bertrand din N_3.

In E_3, din (10), rezultă $\lambda=\rho$, adică fiecare din curbele Bertrand asociate, avînd tangentele ortogonale, este locul centrelor de curbură a celeilalte.

Reciproc, dacă în N_3 locul lui C este asociata unei curbe Bertrand (C), tangentele în M şi C sînt ortogonale.

In adevăr, (C) fiind o curbă Bertrand dată, avem pentru ea [3], în M

$$\frac{a}{\rho}+\frac{b}{\tau}=\frac{1}{q};\quad a=\operatorname{tg}\frac{\lambda}{q},\ b=\operatorname{tg}\frac{\lambda}{q}\operatorname{ctg}\theta. \tag{11}$$

Punctul C trebuind să coincidă cu M_1, din (1) şi (4) şi avînd în vedere că punctele sînt normate, rezultă prin identificare

$$\frac{r}{\rho}=\cos\frac{\lambda}{q},\quad \frac{r}{q}=\sin\frac{\lambda}{q}.$$

Din acestea explicităm pe ρ, prin eliminarea lui r, şi îl înlocuim în (11), de unde rezultă că termenul al doilea trebuie să se anuleze. Presupunînd că $\frac{1}{\tau}\neq 0$ (curba (C) nu este plană) şi deoarece $\lambda\neq 0$ $(C\neq M)$, rezultă $\theta=\frac{\pi}{2}$.

BIBLIOGRAFIE

1. N. Mihăileanu, *Geometrie diferenţială neeuclidiană*, Ed. Acad. Bucureşti, 1964.
2. N. Mihăileanu, Aplicarea în geometria neeuclidiană a noţiunii de normă a unei matrici, Studia Univ. Babeş-Bolyai, Cluj, 1962. Series Math-Physica, Fasc. 1, pag. 67—69.
3. N. Boja, Despre curbele Bertrand din N_3, Studii şi Cercet. Mat., Ed. Acad. R.S.R., Tom 21, nr. 4, pag. 537—542, Bucureşti, 1969.

К ТЕОРЕМАМ МАННГЕЙМА И МОНЖА О КРИВЫХ БЕРТРАНДА В НЕЭВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

(РЕЗЮМЕ)

Доказывается что в пространстве N_3 ангармоническое отношение (5) четырех точек $[M, M_1, C, C_1,]$ постояно, где M, M_1 — соответствующие точки на двух ассоциированных кривых Бертранда, а C, C_1 — центры кругов.

Необходимое и достаточное условие чтобы C описывала (C_1) — ассоциированную Бертранд кривой (C) — остаются теми же что и в пространстве E_3.

ÜBER DIE LEHRSÄTZE VON MANNHEIM UND MONGE BETREFFEND DIE BERTRANDKURVEN EINES NICHTEUKLIDISCHEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird bewiesen, dass in N_3 das unharmonische Verhältnis (5) von vier Punkten $[M, M_1, C, C_1]$ konstant ist, und M, M_1 sind zwei einander entsprechende Punkte auf zwei zugeordneten Bertrandkurven und C, C_1 — die Mittelpunkte der osculator Kreise dieser Kurven in den in Betracht gezogenen Punkten.

Die notwendige und genügende Bedingung, dass C die Kurve (C_1) — die Bertrandzugeordnete der Kurve (C) — beschreibt, bleibt dieselbe wie im Raume E_3.

ASUPRA INVERSELOR MATRICILOR BOOLEENE

DE

E. BURLACU

I

O matrice A cu elemente $a_{\alpha\beta}$ dintr-o algebră booleeană se numeşte matrice booleeană.

Inmulţirea matricilor booleene, notată cu semnul $\otimes$, se defineşte analog cu înmulţirea matricilor obişnuite cu singura deosebire, că înmulţirea şi adunarea sînt înlocuite cu înmulţirea şi adunarea logică.

Astfel scriem :

$$A \otimes B = C \quad \text{unde} \quad c_{\alpha\beta} = \bigcup_k a_{\alpha k} b_{k\beta}.$$

R. S. Ledley în [1] studiază ecuaţiile matriciale booleene. Sînt obţinute următoarele rezultate :

Teorema I. Dacă ecuaţia matricială booleeană

$$A \otimes X = B \tag{1}$$

are soluţia X, atunci şi

$$X' = \overline{A^t \otimes \bar{B}} \tag{2}$$

este soluţie şi dacă X este o altă soluţie oarecare, atunci $X \subset X'$. In plus dacă X' nu este soluţie atunci ecuaţia (1) nu are soluţie, şi

$$A \otimes X' \subset B \tag{3}$$

Definiţie. O matrice U se numeşte unitară dacă are cîte un singur element pe fiecare coloană. In legătură cu aceasta se demonstrează :

Teorema II. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei

$$X \otimes U = B \tag{4}$$

Prezentată la a XIII-a sesiune ştiinţifică de comunicări a Cadrelor Didactice I.P.T.

are o margine superioară unică dată de

$$X' = \overline{B \otimes U^t} \tag{5}$$

și o margine inferioară unică dată de

$$X^* = B \otimes U^t \tag{6}$$

cînd ecuația (4) admite soluții. O altă soluție poate fi găsită din relația:

$$X^* \subset X \subset X' \tag{7}$$

Teorema III. Mulțimea soluțiilor de matrici unitare a ecuației

$$M \otimes U = B \tag{8}$$

unde U este matricea necunoscută, constă din matricile unitare U, astfel ca

$$U \subset R' \cdot R^* \tag{9}$$

unde

$$R' = \overline{M^t \otimes \overline{B}} \qquad R^* = \overline{\overline{M}^t \otimes B} \tag{10}$$

Rezultatele obținute de R. S. Ledley nu precizează în ce condiții o ecuație $A \otimes X = B$ admite soluții și nici asupra numărului de soluții nu face precizări.

Problema care ne-o punem acum este să determinăm mulțimea matricilor patrate U_n care satisfac ecuația

$$A \otimes X = E \tag{11}$$

unde E este matricea unitate cu elemente egale cu 1 pe prima diagonală și celelalte elemente fiind zero.

Dacă ecuația (11) admite soluții atunci soluția maximală se calculează după formula (2) iar matricile X care satisfac (11) le vom numi inversele matricii A.

Condițiile în care ecuația (11) admite soluții sînt date de următoarele:

Teorema IV. Condiția necesară și suficientă pentru ca ecuația (11) să admită soluție este ca matricea A să aibă cîte un singur element egal cu 1 pe fiecare linie și fiecare coloană, celelalte elemente fiind nule. Soluția în acest caz fiind unică.

Demonstrație.

Ecuația (11) este echivalentă cu sistemul de ecuații

$$\bigcup_{j=1}^{n} a_{ij} x_{jk} = b_{ik}$$

unde

$$b_{ik} = \begin{cases} 0 \text{ dacă } i \neq k \\ 1 \text{ dacă } i = k \end{cases}$$

Pentru un k fix și acel i pentru care $i=k$ avem

$$\bigcup_{j=1}^{n} a_{kj}x_{jk}=1$$

ceea ce înseamnă că trebuie să existe un singur j_1 pentru care să avem simultan

$$a_{kj_1}=x_{j_1k}=1$$

ceea ce arată că matricea A trebuie să conțină pe fiecare linie cel puțin un element egal cu 1. Cum însă pentru k fixat și pentru orice $i=k$ avem

$$\bigcup_{j=1}^{n} a_{ij}x_{jk}=0 \qquad i\neq k$$

și pentru că $x_{j_1k}=1$ deducem că pentru a fi satisfăcut sistemul este necesar ca $a_{ij_1}=0$ pentru

$$i=1,\ 2,\ldots,\ k-1,\ k+1,\ldots,\ n$$

Deci dacă pe linia k a matricii A elementul $a_{kj_1}=1$ atunci celelalte elemente de pe coloana j_1 trebuie să fie nule, adică matricea A conține pe fiecare coloană cîte un singur element diferit de zero.

Din condiția dedusă pentru linii și cea pentru coloane rezultă că pe fiecare linie și pe fiecare coloană trebuie să fie cîte un singur element unitate. O astfel de matrice vom numi-o uniform unitară.

Folosind acum relația

$$(A\otimes B)^t=B^t\otimes A^t \tag{12}$$

ecuația (11) se poate scrie sub forma

$$X^t\otimes A^t=E \tag{11'}$$

și cum prin înmulțirea matricii X^t cu matricea uniform unitară la dreapta are loc numai o comutare a coloanelor matricii X^t, adică dacă $X^t\otimes A^t$ și $a_{\alpha\beta}=1$, atunci coloana α a matricii X^t va apare ca coloană β a matricii produs, rezultă că matricea X^t este și ea uniform unitară, deci și X este uniform unitară.

Ținînd cont de forma matricilor A și X și de teorema III deducem că

$$X'=\overline{A^t\otimes\overline{E}}$$

și

$$X^*=\overline{\overline{A}^t\otimes E}=A^t\otimes E=A^t$$

Deoarece A^t este o matrice uniform unitară prin înmulțirea la stînga lui $\overline{E}$ cu A^t avem de fapt o comutare a liniilor matricii $\overline{E}$ și anume dacă $a_{\alpha\beta}=1$ atunci linia β din matricea E devine linia α. In virtutea acestui fapt

$$X'=\overline{A^t\otimes\overline{E}}=A^t$$

BUDAPEST KÖZPONTI EGYETEM KÖNYVTÁRA 1848

ceea ce dovedește că soluția maximă coincide cu soluția minimă. Deci ecuația (11) admite soluție unică.

Din teorema demonstrată rezultă că mulțimea U_n matricilor patrate de ordinul n care admit inverse sînt uniform unitare și sînt în număr de $n!$

II

Să determinăm mulțimea matricilor dreptunghiulare care satisfac ecuația

$$A_{mn} \otimes X_{nm} = E_{mm} \tag{13}$$

Ecuația matricială (13) este echivalentă cu sistemul

$$\bigcup_{j=1}^{n} a_{ij} x_{jk} = b_{ik} \qquad i = 1, 2, \ldots, m \quad k = 1, 2, \ldots, m$$

iar

$$b_{ik} = \begin{cases} 0 \text{ dacă } i \neq k \\ 1 \text{ dacă } i = k \end{cases}$$

Pentru un k fix și un i pentru care $i = k$ avem

$$\bigcup_{j=1}^{n} a_{kj} x_{jk} = 1$$

ceea ce impune condiția de a exista un j_1 pentru care

$$a_{kj_1} = x_{j_1 k} = 1 \qquad k = 1, 2, \ldots, m \tag{13'}$$

ceea ce înseamnă că pe fiecare din cele m linii să fie cel puțin cîte un element unitate. Deoarece însă

$$\bigcup_{j=1}^{n} a_{ij} x_{jk} = 0 \qquad \text{pentru } i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, m$$

și $x_{j_1 k} = 1$ e necesar ca $a_{ij_1} = 0$ pentru $i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, m$ adică cele m condiții din (13') nu pot avea loc simultan pe coloane comune. Deci rezultă teorema :

Teorema V. Condiția necesară și suficientă pentru ca ecuația (13) să admită soluție este ca din matricea A să se poată extrage o matrice patrată de ordinul m uniform unitară.

Consecință. Dacă $m > n$ atunci ecuația (13) nu admite soluții. In mod analog se demonstrează și

Teorema VI. Condiția necesară și suficientă pentru ca ecuația matricială

$$X_{nm} \otimes A_{mn} = E_{nn} \tag{14}$$

să admită soluție este ca din matricea A să se poată extrage o matrice patrată de ordinul n uniform unitară.

Consecință. Dacă $n<m$ ecuația (14) nu admite nici o soluție.

Observație. Din teorema I rezultă că soluția maximală a ecuației (13) este dată de

$$X'=\overline{A^t \otimes \overline{E}} \tag{13''}$$

iar pentru ecuația (14) de

$$X'=\overline{\overline{E} \otimes A^t}$$

Definiție. Matricile dreptunghiulare de tipul (m, n) din care se poate extrage o matrice patrată de ordinul m sau n care să fie uniform unitară se numesc conformabile.

III

Considerăm acum ecuația matricială

$$Y_{mm} \otimes A_{mn}=A_{mn} \tag{15}$$

unde Y este matricea necunoscută.

Ecuația (15) are totdeauna soluție. Una din soluții fiind

$$Y=E_{mm}$$

care constituie o soluție minimă.

Soluția maximală a ecuației (15) conform teoremei I este:

$$Y'=\overline{\overline{A} \otimes A^t} \tag{15'}$$

Notînd cu $v_1, v_2, \ldots, v_m$ vectorii ai căror componente sînt respectiv liniile $1, 2, \ldots, m$ ale matricii A atunci (15') se poate scrie sub forma

$$Y'=\overline{\overline{A} \otimes A^t}=\begin{pmatrix} 0 & \overline{v}_1 v_2 & \overline{v}_1 v_3 & \ldots & \overline{v}_1 v_n \\ \overline{v}_2 v_1 & 0 & \overline{v}_2 v_3 & \ldots & \overline{v}_2 v_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \overline{v}_n v_1 & \overline{v}_n v_2 & \overline{v}_n v_3 & \ldots & 0 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & \overline{\overline{v}_1 v_2} & \overline{\overline{v}_1 v_3} & \ldots & \overline{\overline{v}_1 v_n} \\ \overline{\overline{v}_2 v_1} & 1 & \overline{\overline{v}_2 v_3} & \ldots & \overline{\overline{v}_2 v_n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \overline{\overline{v}_n v_1} & \overline{\overline{v}_n v_2} & \overline{\overline{v}_n v_3} & \ldots & 1 \end{pmatrix}$$

Din expresia dezvoltată a lui Y' deducem că un element $y_{\alpha\beta}$ cu $\alpha \neq \beta$ este 1 dacă $v_\alpha \supseteq v_\beta$ adică linia β a matricii A să fie conținută în linia α a aceleiași matrici.

Definiție. Zicem că linia β a unei matrici este conținută în linia α, dacă $a_{\beta i} \subseteq a_{\alpha i}$ pentru $i=1, 2, \ldots, m$

Dacă matricea A este conformabilă atunci între vectorii linie nu există nici o relație de incluziune și ecuația (15) admite doar soluția E_{mm}.

Dacă între vectorii linie ai matricii A există relații de incluziune atunci ecuația (15) admite și alte soluții în afară de soluția unitate.

Dacă Y_1 este o altă soluție a ecuației (15) atunci avem

$$E \subseteq Y_1 \subseteq Y'$$

BIBLIOGRAFIE

1. R. S. Ledley, Programming and utilizing digital computers, Mc. Grav Hil Book compani 1962.
2. E. Arghiriade, *Curs de algebră superioară* — vol. II. Ed. did. și pd. 1963.
3. A. Kauffmann, *Metode și modele ale cercetării operaționale* Ed. științifică 1967.
4. E. Burlacu, Folosirea simboalelor zecimale în cazul funcțiilor reale — Buletin șt. și tehnic al I.P.T., ianuarie-iunie 1966.
5. S. Rudeanu, Ecuații booleene și aplicațiile lor. — Lucrare prezentată pentru obținerea titlului de candidat în științe fizico-matematice.
6. Goodstein, *Boolean Algebra* — 1963.

ОБ ОБРАЩЕНИИ БУЛЕВЫХ МАТРИЦ

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучаются материальные уравнения вида $A \otimes X = B$, где A, B, X, булевые матрицы. Особенно изучаются условия в которых уравнения такого рода имеют решение.

SUR LES INVERSES DES MATRICES BOOLEÉNES

(RÉSUMÉ)

Dans le travail on étudie les équations matricielles de la forme $A \otimes X = B$ où A, B, X sont des matrices booleénes. On insiste spécialement sur les conditions dans lesquelles une telle équation admet des solutions.

ASUPRA OPERAȚIILOR CU MATRICI BOOLEENE *

DE

E. BURLACU, E. OBAGEAN, C. UROȘU

Fie algebra Boole cu două elemente $<M, \cap, \cup, \neg>$ cu $M=\{0,1\}$ unde operațiile de reuniune și intersecție atașează fiecărei perechi de elemente $x, y \in M^2$, elementul $x \cap y$, respectiv $x \cup y$ din M.

Intrucît algebra Boole se definește cu ajutorul a două aplicații definite pe M^2 și cum numărul de astfel de aplicații într-o algebră Boole cu două elemente este 2^2 înseamnă că avem mai multe posibilități de a defini algebra Boole, în funcție de aplicațiile pe care le considerăm fundamentale. In [3] se definesc funcțiile de două variabile, care nu sînt considerate fundamentale ca fiind funcții logice anexe. Dacă extindem aceste operații în cadrul matricilor pătrate avem :

I. **Disjuncția exclusivă a două matrici.** Această operație o vom defini în două moduri :

Definiția 1.

$$A \oplus B = C$$

unde

$$C = \{c_{\alpha\beta}\} \text{ iar } c_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta} \oplus b_{\alpha\beta} = \bar{a}_{\alpha\beta} b_{\alpha\beta} \cup a_{\alpha} \bar{b}_{\alpha\beta}$$

de unde deducem expresia disjuncției exclusive a două matrici, funcție de operațiile fundamentale cu matrici

$$C = \bar{A} \cdot B \cup A \cdot \bar{B}$$

Din expresia disjuncției exclusive a două matrici rezultă că matricea $C=0$, dacă și numai dacă $A=B$.

In adevăr $C=0$ dacă

$$\begin{cases} \bar{A} \cdot \bar{B} = 0 \\ \text{și} \\ A \cdot B = 0 \end{cases} \tag{1}$$

---

* Lucrare prezentată la Sesiunea XIII a cadrelor didactice de la I.P.T.

iar (1) se mai poate scrie

$$\begin{cases} B \leqslant A \\ \text{şi} \\ A \leqslant B \end{cases}$$

Din dubla incluziune rezultă $A=B$.

Reciproc, dacă $A=B$ atunci

$$C=\overline{A}A \cup A\overline{A}=0$$

şi deci afirmaţia este demonstrată.

Consecinţa 1. Ecuaţia $A \oplus X=0$ are ca soluţie unică $X=A$.

Consecinţa 2. Ecuaţia $(A_1 \oplus X_1) \cup (A_2 \oplus X_2) \cup \ldots \cup (A_n \oplus X_n)=0$ va avea ca soluţie $X_i=A_i$ unde $i=1, 2, \ldots, n$.

Definiţia 2.

$$A \underline{\oplus} B=C$$

unde

$$C=\{c_{\alpha\beta}\} \text{ iar } c_{\alpha\beta}=\bigcup_j a_{\alpha j} \oplus b_{j\beta}=\bigcup_j [\bar{a}_{\alpha j} b_{j\beta} \cup a_{\alpha j} \bar{b}_{j\beta}]$$

sau

$$c_{\alpha\beta}=\bigcup \bar{a}_{\alpha j} b_{j\beta} \cup \bigcup_j a_{\alpha j} b_{j\beta}.$$

Adică

$$C=\overline{A} \oplus B \cup A \oplus \overline{B}$$

Din această definiţie rezultă că $c_{\alpha\beta}=0$ dacă elementele liniei α din prima matrice sînt respectiv egale cu elementele coloanei β din matricea a doua.

In adevăr $c_{\alpha\beta}=0$ implică

$$\begin{cases} \bar{a}_{\alpha j} b_{j\beta}=0 \\ \text{şi} \\ a_{\alpha j} b_{j\beta}=0 \end{cases} \quad \text{pentru } j=1, 2, \ldots, n \tag{2}$$

Relaţiile (2) se pot scrie sub o formă echivalentă

$$\begin{cases} b_{j\beta} \leqslant a_{\alpha j} \\ \text{şi} \\ a_{\alpha j} \leqslant b_{j\beta} \end{cases} \quad \text{pentru } j=1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

Din relaţiile (3) rezultă

$$a_{\alpha j}=b_{j\beta} \qquad \text{pentru } j=1, 2, \ldots, n.$$

Reciproc, dacă

$$a_{\alpha j}=b_{j\beta} \qquad \text{pentru } j=1, 2, \ldots, n.$$

rezultă că

$$\begin{cases} a_{\alpha j} \leqslant b_{j\beta} \\ \text{şi} \\ b_{j\beta} \leqslant a_{\alpha j} \end{cases} \quad \text{pentru } j=1, 2, \ldots, n.$$

relații ce se mai pot scrie

$$\begin{cases} \bar{a}_{\alpha j} b_{j\beta} = 0 \\ \text{și} \\ a_{\alpha j} b_{j\beta} = 0 \end{cases} \qquad \text{pentru } j = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

de unde rezultă $c_{\alpha\beta} = 0$.

Observație. Din această definiție se observă că $A \cdot A^t$ ne dă o matrice cu elementele de pe diagonala principală egale cu zero.

II. **Coincidența a două matrici.** Această operație poate fi dată, prin următoarele două definiții :

Definiția 1.

$$A \odot B = C$$

unde

$$C = \{ c_{\alpha\beta} \} \text{ iar } c_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta} \odot b_{\alpha\beta} = \bar{a}_{\alpha\beta} \bar{b}_{\alpha\beta} \cup a_{\alpha\beta} b_{\alpha\beta}.$$

Adică

$$C = \bar{A} \cdot \bar{B} \cup A \cdot B$$

Din definiția operației de mai sus, rezultă că $C = 0$, dacă $\bar{A} = B$ sau $\bar{B} = A$.

În adevăr $C = 0$ implică

$$\begin{cases} \bar{A} \cdot \bar{B} = 0 \\ \text{și} \\ A \cdot B = 0 \end{cases} \qquad (4)$$

Din (4) rezultă că

$$\begin{cases} \bar{A} \leqslant B \\ \text{și} \\ \bar{A} \geqslant B \end{cases} \quad \text{sau} \quad \begin{cases} \bar{B} \leqslant A \\ \text{și} \\ \bar{B} \geqslant A \end{cases}$$

de unde rezultă $\bar{A} = B$ sau $\bar{B} = A$.

Reciproc, dacă $\bar{A} = B$ atunci $\bar{A} \cdot \bar{B} = 0$ și $AB = 0$ deci $C = 0$.

Definiția 2.

$$A \underline{\odot} B = C$$

unde

$$C = \{ c_{\alpha\beta} \} \text{ iar } c_{\alpha\beta} = \bigcup_j a_{\alpha j} \odot b_{j\beta} = \bigcup_j [\bar{a}_{\alpha j} b_{j\beta} \cup a_{\alpha j} b_{j\beta}].$$

Deci

$$C = \bar{A} \otimes B \cup A \otimes B.$$

Din această definiție a operației rezultă că $c_{\alpha\beta} = 0$ dacă și numai dacă, $\bar{a}_{\alpha j} = b_{j\beta}$ pentru $j = 1, 2, \ldots, n$, adică $c_{\alpha\beta} = 0$ dacă elementele liniei α din matricea A sînt complementarele elementelor corespunzătoare coloanei β din matricea B.

In adevăr, $c_{\alpha\beta}=0$ implică

$$\begin{cases} \bar{a}_{\alpha j}\bar{b}_{j\beta}=0 \\ \text{şi} \\ a_{\alpha j}b_{j\beta}=0 \end{cases} \quad \text{pentru } j=1, 2, 3, \ldots, n \tag{5}$$

Din relaţiile (5) rezultă

$$\begin{cases} \bar{a}_{\alpha j} \leqslant b_{j\beta} \\ \text{şi} \\ \bar{a}_{\alpha j} \geqslant b_{j\beta} \end{cases} \quad \text{pentru } j=1, 2, \ldots, n$$

de unde $\bar{a}_{\alpha j}=b_{j\beta}$ pentru $j=1, 2, \ldots, n$.

Reciproc, dacă $\bar{a}_{\alpha j}=b_{j\beta}$ pentru $j=1, 2, \ldots, n$. rezultă că

$$\begin{cases} \bar{a}_{\alpha j}\bar{b}_{j\beta}=0 \\ \text{şi} \\ a_{\alpha j}b_{j\beta}=0 \end{cases} \quad \text{pentru } j=1, 2, \ldots, n.$$

Deci $c_{\alpha\beta}=0$.

III. **Incompatibilitatea a două matrici** — se defineşte de asemenea în două moduri.

Definiţia 1.

$$A/B=C$$

unde

$$C=\{c_{\alpha\beta}\}, \text{ iar } c_{\alpha\beta}=a_{\alpha\beta} \mid b_{\alpha\beta}=\bar{a}_{\alpha\beta} \cup \bar{b}_{\alpha\beta}$$

adică

$$C=\bar{A} \cup \bar{B}$$

Definiţia 2.

$$A \,//\, B=C$$

unde

$$C=\{c_{\alpha\beta}\} \text{ iar } c_{\alpha\beta}=\bigcup_j a_{\alpha j} \mid b_{j\beta}=\bigcup_j [\bar{a}_{\alpha j} \cup \bar{b}_{j\beta}].$$

Rezultă

$$c_{\alpha\beta}=\bigcup_j \overline{a_{\alpha j}b_{j\beta}}=\prod_i \overline{a_{\alpha j}b_{j\beta}}.$$

Matricea ce se obţine prin această definiţie a operaţiei de incompatibilitate au $c_{\alpha\beta}=0$ dacă linia α din prima matrice şi coloana β din a doua matrice conţin numai unităţi.

IV. **Operaţia NOR a două matrici** se defineşte de asemenea prin următoarele două moduri

Definiţia 1.

$$A \downarrow B=C$$

unde

$$C=\{c_{\alpha\beta}\} \text{ iar } c_{\alpha\beta}=a_{\alpha\beta} \downarrow b_{\alpha\beta}=\bar{a}_{\alpha\beta}\bar{b}_{\alpha\beta}$$

adică

$$C=\bar{A}\bar{B}=\overline{A \cup B}$$

Definiția 2.

$$A \swarrow\!\swarrow B = C$$

unde

$$C = \{c_{\alpha\beta}\} \text{ iar } c_{\alpha\beta} = \bigcup_j a_{\alpha j} \swarrow b_{j\beta} = \bigcup_j [\bar{a}_{\alpha j} \bar{b}_{j\beta}]$$

adică

$$C = \bar{A} \otimes \bar{B}$$

V. **Operația de inplicație a două matrici** se definește prin următoarele moduri :

Definiția 1.

$$A \to B = C$$

unde

$$C = \{c_{\alpha\beta}\} \text{ iar } c_{\alpha\beta} = \bar{a}_{\alpha\beta} \cup b_{\alpha\beta}$$

adică

$$C = \bar{A} \cup B$$

Definiția 2.

$$A \rightrightarrows B = C$$

unde

$$C = \{c_{\alpha\beta} \text{ iar } c_{\alpha\beta} = \bigcup_j [a_{\alpha j} \to b_{j\beta}] = \bigcup_j [\bar{a}_{\alpha j} \cup b_{j\beta}] = \bigcup_j \overline{[a_{\alpha j} \bar{b}_{j\beta}]}$$

rezultă

$$c_{\alpha\beta} = \overline{\Pi a_{\alpha j} \bar{b}_{j\beta}}.$$

Observații. Operațiile definite în primul mod se pot extinde la matricile de același tip, iar operațiile definite în al doilea mod se pot extinde la matricile înlănțuite.

Mulțimea matricilor pătrate de ordinul n, formează o semialgebră Boole față de operația de implicație întrodusă prin prima definiție și deci satisface axiomele :

$$\begin{aligned} &\text{I. } (A \to B) \to A = A \\ &\text{II. } (A \to B) \to B = (B \to A) \to A \\ &\text{III. } A \to (B \to C) = B \to (A \to C) \end{aligned} \tag{6}$$

Pe baza definiției și a axiomelor sînt verificate următoarele proprietăți :

1. $A \to (A \to B) = A \to B$
2. $A \to A = (A \to B) \to (A \to B)$
3. Fiecare semi algebră Boole, conține o matrice constantă I satisfăcînd proprietățile :

a) $A \to A = I$
b) $I \to A = A$ pentru orice $A \in U_n$
c) $A \to I = I$
d) $A \to (B \to A) = I$
e) $A \to [(A \to B) \to B] = I$

f) $(A\to B)\to(B\to A)=B\to A$
g) $[(A\to B)\to B]\to A=B\to A$
h) $[(A\to B)\to B]\to B=A\to B$

Avem de asemenea şi proprietăţile

$A\to B=B\to A$ dacă şi numai dacă $A=B$ (anticomutativ)
$A\to B=A\Longrightarrow A=I$
$A\to B=B\Longleftrightarrow B\to A=A$

Mulţimea matricilor pătrate de ordinul n, faţă de operaţia de implicaţie este o mulţime parţial ordonată, cu cel mai mare element I (matricea ce are toate elementele egale cu unitatea) şi cu cel mai mic element 0 (matricea ce are toate elementele nule).

$$A\leqslant B\Longleftrightarrow A\to B=I.$$

Relaţia „$\leqslant$" este reflexivă întrucît $A\to A=I\Longrightarrow A\leqslant A$.

Dacă $A\leqslant B$ şi $B\leqslant A$ atunci $A\to B=I=B\to A$ adică $A=B$ şi deci relaţia „$\leqslant$" este antisimetrică.

Dacă $A\leqslant B$ şi $B\leqslant C$ atunci $A\leqslant C$. In adevăr avem : $A\to B=I=B\to C$. Pe baza axiomelor şi proprietăţilor stabilite observăm că $A\to C=A\to[I\to C]=$
$=A\to[(B\to C)\to C]=A\to[(C\to B)\to B]=(C\to B)\to(A\to B)=(C\to B)\to I=I$.
Deci $A\to C=I$ adică $A\leqslant C$ ceea ce arată că relaţia „$\leqslant$" este şi tranzitivă.

In mulţimea matricilor pătrate de ordinul n, au loc următoarele proprietăţi

$$A\leqslant B\Longleftrightarrow B=X\to A$$

adică B este un multiplu la stînga a lui A. In adevăr $A\leqslant B$, atunci $A\to B=I$. Insă $B=I\to B=(A\to B)\to B=(B\to A)\to A=X\to A$. Reciproc dacă $B=X\to A$ atunci $A\leqslant B$. In adevăr avem :

$$A\to B=A\to(X\to A)=X\to(A\to A)=X\to I=I \text{ adică } A\leqslant B$$

şi deci afirmaţia de mai sus este demonstrată.

Faţă de relaţia de ordine astfel definită au loc proprietăţile :

$$A\leqslant B\Longrightarrow C\to A\leqslant C\to B \text{ izotonă la stînga, şi}$$

$$B\to C\leqslant A\to C \text{ antitonă la dreapta.}$$

Demonstraţie. $A\leqslant B\Longrightarrow B=X\to A$ pentru un oarecare X. Deci $C\to B=C\to(X\to A)=X\to(C\to A)$ aşa că $C\ B$ este un multiplu la stînga pentru $C\to A$ adică $C\to A\leqslant C\to B$.

$A\leqslant B\Rightarrow A\to B=I$. Deci $(B\to C)\to(A\to C)=A\to[(B\to C)\to C]=A\to[(B\to C)\to$
$\to B]=[C\to B]\to(A\to B)=(C\to B)\to I=I$. Adică $B\to C\leqslant A\to C$.

In mulţimea matricilor pătrate de ordinul n, vom defini un filtru principal generat de o matrice A, la fel ca în teoria laticilor.

$$[A)=\{X]\ A\leqslant X\}.$$

Acest filtru este format din mulţimea multiplilor la stînga a matricei A adică

$$[A)=\{X\to A\mid \forall\, X\in U_n\}.$$

Dacă ordinul matricei este un număr finit atunci mulțimea U_n este finită. Mulțimea U_n posedă atomi, numărul atomilor fiind egal cu n^2 elemente, iar numărul filtrelor maximale va fi n^2.

Teoremă. Dacă $P \in U_n$ și $A \in [P]\uparrow$ atunci matricea $\bar{A}_p = A \to P$ este un complement unic a lui A în filtru $[P]\uparrow$.

Demonstrație. Conform definiției filtrului matricea P este cel mai mic element din $[P]\uparrow$ iar cel mai mare element este I. A arăta că $\bar{A}_p = A \to P$ este complementul lui A, revine la a arăta că

$$\begin{aligned} A \cup \bar{A}_p &= I \\ A \cap \bar{A}_p &= P \end{aligned} \tag{7}$$

Dacă ținem seama de definiția lui $\bar{A}_p$ relațiile (7) devin:

$$A \cup (A \to P) = A \cup (\bar{A} \cup P) = I$$

$$A \cap (A \to P) = A \cap (\bar{A} \cup P) = (A \cap \bar{A}) \cup (A \cap P) = 0 \cup (A \cap P) = P.$$

Să arătăm că $\bar{A}_p$ astfel determinat este unic. Presupunem contrariul, adică există X astfel ca

$$\begin{aligned} A \cup X &= I \\ A \cap X &= P \end{aligned} \quad \text{unde } X \in [P]\uparrow.$$

Dacă $X \in [P]\uparrow$ atunci $P \leqslant X$. Înmulțind la sînga cu A avem

$$A \to P \leqslant A \to X = [(A \to X) \to X] \to X = (A \cup X) \to X = I \to X = X$$

Dar

$$X \to P \leqslant A \to (X \to P) \Rightarrow [A \to (X \to P)] \to P \leqslant (X \to P) \to P = X \cup P = X$$

Analog

$$[A \to (X \to P)] \to P = [X \to (A \to P)] \to P \leqslant A.$$

Deci $[A \to (X \to P)] \to P \leqslant A \cap X = P$. Insă $P \leqslant [A \to (X \to P)] \to P$, așa că $[A \to (X \to P)] \to P = P$. Deci $A \to P = A \to \{[A \to (X \to P)] \to P\} = [A \to (X \to P)] \to (A \to P) = [X \to (A \to P)] \to (A \to P) = X \cup A \to P = X$. Deci în $[P]\uparrow$ fiecare element are un complement unic.

Să arătăm că orice filtru $[P]\uparrow$ este o algebră Boole. Rămîne să arătăm că dacă $A, B, C \in [P]\uparrow$ atunci

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

întrucît în orice latice o lege de distributivitate implică pe cealaltă. Dacă punem $Q = A \cap B$ și $P = (A \cap B) \cup (A \cap C)$. Atunci deoarece $A \cap B \leqslant R$ rezultă că $A \to (A \cap B) \leqslant A \to R$. In plus întrucît $Q \leqslant A$, B putem scrie $A \cap B = [A \to (B \to Q)] \to Q$. Deci $A \to (A \cap B) = A \to \{[A \to (B \to Q)] \to Q\} = \{A \to (B \to Q)] \to (A \to Q) = [B \to (A \to Q)] \to (A \to Q) = B \cup A \to Q = A \to B$ deoarece $B \leqslant A \to B = A \to$

$(A \cap B) \leqslant A \to R$. Analog $C \leqslant A \to R$ aşa că $B \cup C \leqslant A \to R$ adică $(B \cup C) \to (A \to R) = 1$. Deoarece $R = I \to R = [(B \cup C) \to (A \to R)] \to R = A \cap (B \cup C)$ unde am exprimat $A \cap (B \cup C)$ în termenii lui R întrucît $R \leqslant A$, $B \cup C$. Astfel $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$.

Deci $[P]\uparrow$ este o algebră Boole.

BIBLIOGRAFIE

1. I. C. Abbott, Semi — Boolean Algebra. Matematiciki vesnik kniga 4 (19) 1967.
2. E. Burlacu, Folosirea simboalelor zecimale în cazul funcţionării reale. Bul. Şt. şi teh. a I.P.T. ianuarie—iunie 1966.
3. Ioahan Chu, Digital Computer Design Fundamentals Mc Graw — Hill Book Company, Inc. London.
4. R. L. Goodstein, *Boolean Algebra* (*1963*).
5. R. S. Ledley, *Programming and utilizing digital computers*. Mc Graw — Hill Book Company, 1962.
6. A. Lunţ, Algebriceskie metodî analiza i sinteza kontaktnîh shem. Izd. Acad. Nauk. S.S.S.R. seria mat. 1952.
7. Sergiu Rudeanu, Ecuaţii Booleene şi aplicaţiile lor — lucrare prezentată pentru obţinerea titlului de candidat în ştiinţele fizico-matematice.

ОБ ОПЕРАЦИЯХ С БУЛЕВЫМИ МАТРИЦАМИ

(РЕЗЮМЕ)

В работе определяются разные операции с булевыми матрицами, используя приложенные логические функции. Для каждой вводимой операции, изучаются отдельные свойства относительно решения булевых матричных уравнений.

При операции включения булевые матрицы организуются как булевая полуалгебра и изучаются соответствующие свойства.

SUR LES OPÉRATIONS AVEC LES MATRICES BOOLÉENNES

(RÉSUMÉ)

Dans cette note on définit différentes opérations avec les matrices booléennes, en utilisant les fonctions logiques annexes. Par rapport à chaque opération introduite on étudie certaines propriétés qui se réfèrent a la résolution des équatoins matriciélles booléennes.

Par rapport à l'opération d'implication les matrices booléennes s'arganisent comme une demi-algébre boole, et on étudie les propriétés correspondantes.

FUNCȚII MONOGENE IN ALGEBRA NUMERELOR HIPERCOMPLEXE DE ORDIN FINIT PESTE CORPUL REAL

DE

P. N. IZVERCEANU

1. Se știe că un polinom $P(\lambda)$, de grad n diferit de zero, cu coeficienți într-un cîmp arbitrar, generează o algebră asociativă, comutativă și cu unitate principală, de ordin n, peste același cîmp ; este algebra polinomială [1], [2], (algebra numerelor hipercomplexe).

In [3] s-a arătat că, pentru ca o algebră de ordin n, cu proprietățile de mai sus, definită peste cîmpul real, să fie izomorfă cu o algebră polinomială, este necesar și suficient ca ea să aibă o bază ciclică, formată cu puterile $x^0=1,\ x,\ x^2,\ldots,x^{n-1}$, ale aceluiași element.

Notăm algebra nomerelor hipercomplexe cu H_n.

2. Dacă $e_1=(1, 0, 0,\ldots, 0)$, $e_2=(0, 1, 0,\ldots, 0)$, $\ldots$, $e_n=(0, 0,\ldots 0, 1)$ este o bază, atunci orice element $\omega \in H_n$ se reprezintă în mod unic sub forma

$$\omega=x_1e_1+x_2e_2+\ldots+x_ne_n \qquad x_i \in R \tag{1}$$

iar corespondența

$$\left.\begin{aligned}\omega &\longleftrightarrow A(\omega)=x_1A_1+x_2A_2+\ldots+x_nA_n\\ \omega &\longleftrightarrow B(\omega)=x_1B_1+x_2B_2+\ldots+x_nB_n\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

este un izomorfism în raport cu adunarea și înmulțirea, constituind prima și a doua reprezentare regulată a lui H_n, prin matrici. Insă H_n, fiind o algebră comutativă $A_i^T=B_i$, [4].

Utilizînd definiția produsului din H_n, se găsește că matricea care corespunde elementului $e_2 \in H_n$ este [3]:

$$M=\begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1\\ -\alpha_n & -\alpha_{n-1} & -\alpha_{n-2} & \ldots & -\alpha_2 & -\alpha_1 \end{Vmatrix} \tag{3}$$

iar polinomul corespunzător va fi:

$$|\lambda E - M| = P(\lambda) \tag{4}$$

sau

$$P(\lambda) = \lambda^n + \alpha_1 \lambda^{n-1} + \ldots + \alpha_{n-1}\lambda + \alpha_n. \tag{5}$$

Fie, R_n, algebra de matrice generată de primele $n-1$ puteri ale lui M, $M^0 = E$, M, M^2, ..., M^{n-1} și atunci, [3], algebra R_n este izomorfă cu algebra H_n.

3. In studiul sistemului de numere hipercomplexe

$$X = x_1 E + x_2 M + x_3 M^2 + \ldots + x_n M^{n-1}, \tag{6}$$

[5], [6], din R_n, vom considera cazul cînd polinomul generator $P(\lambda)$ este reductibil și are numai rădăcini simple aparținînd corpului K, algebra fiind fără radical, neavînd elemente nilpotente [7], [8].

Din [7] este cunoscută proprietatea că o astfel de algebră este semisimplă și este o sumă directă de algebre simple polinomiale.

Dacă $M_1, M_2, \ldots, M_n$ sînt matricele covariante matricii M, avem că:

$$E = \sum_{i=1}^{n} M_i \quad M = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i M_i, \quad \ldots, \quad M^{n-1} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^{n-1} M_i$$

și putem scrie sistemul de numere hipercomplexe (6) sub forma

$$X = \sum_{i=1}^{n} (x_1 + \lambda_i x_2 + \lambda_i^2 x_3 + \ldots + \lambda_i^{n-1} x_n) M_i \tag{7}$$

unde $x_1 + \lambda_i x_2 + \lambda_i^2 x_3 + \ldots + \lambda_i^{n-1} x_n$ sînt componentele sistemului de numere hipercomplexe (6).

Introducem ca *normă* pentru sistemul de numere hipercomplexe X expresia:

$$N(\omega) = \prod_{i=1}^{n} (x_1 + \lambda_i x_2 + \lambda_i^2 x_3 + \ldots + \lambda_i^{n-1} x_n) \tag{8}$$

iar prin *modul* de ω vom înțelege

$$|\omega| = \rho = [N(\omega)]^{\frac{1}{n}}.$$

Punctele ω din spațiul variabilei $\omega(x_1, x_2, \ldots x_n)$ pentru care

$$x_1 + \lambda_i x_2 + \lambda_i^2 x_3 + \ldots + \lambda_i^{n-1} x_n = 0 \tag{8'}$$

au norma nulă.

Algebra H_n fiind construită pe R, punctele ω sînt situate pe un hiperplan cu $n-1$ dimensiuni dacă λ_i este real și pe un hiperplan cu $n-2$ dimensiuni dacă λ_i este imaginar.

Aceste hiperplane constituie varietățile lui zero ale algebrei H_n. Numerele ω, ale căror componente satisfac la (8'), determină în algebră un ideal I_l [9].

4. Fie $F(X)=U_1E+U_2M+U_3M^2+\ldots+U_nM^{n-1}$, unde $U_1, U_2, \ldots, U_n$ sînt funcții reale de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pe care le vom numi funcții conjugate.

Coeficienții $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pot fi priviți ca și coordonatele punctelor (ω) în spațiul n dimensional și ecuațiile

$$\left.\begin{aligned} x_1&=x_1\ (t)\\ x_2&=x_2\ (t)\\ &\vdots \qquad t\in[t_1, t_2]\\ x_n&=x_n(t)\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

definesc un arc simplu de curbă rectificabilă, (C).

Vom numi element de arc al unei curbe (C), norma lui $d\omega$ sau

$$ds=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}(dx_1+\lambda_i dx_2+\lambda_i^2 dx_3+\ldots+\lambda_i^{n-1}dx_n)} \tag{9'}$$

Unei direcții $(L)\overrightarrow{\omega_1\omega_2}$ din spațiul ω, îi asociem funcțiile $ap_t(L)=\frac{dx_t}{ds}$ care o determină complet.

Funcțiile $ap_t(L)$ sînt niște cosinusuri ai lui P. Appell deoarece numărul $ap_1(L)\,e_1+ap_2(L)\,e_2+\ldots+ap_n(L)\,e_n$ are norma egală cu unitatea [9].

Teorema 1. Condiția necesară și suficientă ca o funcție

$$F(\omega_k)=U_1-U_2\lambda_k+U_3\lambda_k^2+\ldots+U_n\lambda_k^{n-1},$$

cu

$$\omega_k=x_1+\lambda_k x_2+\lambda_k^2 x_3+\ldots+\lambda_k^{n-1}x_n,$$

și

$U_i\in C^1\,[V]$, să fie monogenă este ca

$$\frac{\partial F}{\partial x_1}\lambda_k^{n-1}=\frac{\partial F}{\partial x_2}\lambda_k^{n-2}=\ldots=\frac{\partial F}{\partial x_{n-1}}\lambda_k=\frac{\partial F}{\partial x_n}. \tag{10}$$

Demonstrație. Pentru ca să avem $\int_{(\gamma k)} F(\omega_k)\,d\omega_k=0$ pe o curbă (γk) situată într-un domeniu V din spațiul lui ω_k, trebuie ca $F(\omega_k)$ să nu aibe singularități în V și, în plus, diferențiala exterioară a expresiei $F(\omega_k)d\omega_k$ să fie nulă.

Acest fapt conduce la condiția ca produsul exterior

$$d[F(\omega_k)]d\omega_k \tag{11'}$$

să fie nul.

Anulînd coeficientul $dx_i \cdot dx_j$ din (11) obținem condiția de monogeneitate sub forma

$$\frac{\partial F}{\partial x_i}\lambda_k^{n-i} = \frac{\partial F}{\partial x_j}\lambda_k^{n-j}. \tag{11'}$$

Condițiile (11') sînt necesare. Pentru a arăta că sînt și suficiente trebuie să arătăm că derivatele lui $F(\omega_k)$ după direcții diferite coincid.

Dacă luăm pentru aceste direcții, direcțiile O_{xi}, O_{xj}, trebuie să avem:

$$\left[\frac{dF(\omega_k)}{d\omega_k}\right]_{O_{xi}} = \left[\frac{dF(\omega_k)}{d\omega_k}\right]_{O_{xj}}$$

din care obținem că

$$\frac{\partial F}{\partial x_i}\lambda_k^j = \frac{\partial F}{\partial x_j}\lambda_k^i \tag{12}$$

care sînt identice cu (11').

Cazuri particulare.

a) Dacă polinomul $P(\lambda)$ se reduce la $P_2(\lambda)=\lambda^2+1$, care generează algebra numerelor complexe, atunci condițiile (10), devin

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} i = \frac{\partial F}{\partial x_2} \tag{13}$$

cu $i^2+1=0$, adică tocmai condițiile de monogeneitate ale lui Cauchy-Riemann.

b) Dacă polinomul $P(\lambda)$ se reduce la $P_3(\lambda)=\lambda^3-1$, care generează algebra H_3', [9], atunci condițiile de monogeneitate (10), devin

$$\frac{\partial F}{\partial x_1}\theta^2 = \frac{\partial F}{\partial x_2}\theta = \frac{\partial x}{\partial x_3}, \quad \theta^3 = 1$$

5. Formule de tip Green. Vom considera în cele ce urmează, algebra H_3, cu elementele bazei $e_1=(1, 0, 0)$, $e_2=(0, 1, 0)$, $e_3=(0, 0, 1)$ și vom face un studiu al monogeneității funcției $F(\omega)$ cu $\omega=x_0e_1+x_1e_2+x_3e_3$ plecînd de la tabla de înmulțire $e_1 \cdot e_i=e_i \cdot e_1=e_i$, $e_2e_3=e_3 \cdot e_2=\varepsilon_1$, $e_2^2=e_3$, $e_3^2=\varepsilon_2$ în care $\varepsilon_1=-\alpha_1e_3-\alpha_2e_2-\alpha_3e_1$, $\varepsilon_2=(\alpha_1^2-\alpha_2)e_3+(\alpha_1\alpha_2-\alpha_3)e_2+\alpha_1\alpha_3e_1$.

În acest caz condițiile de monogeneitate ale funcției $F(\omega)$ au o formă relativ simplă,

$$\left.\begin{aligned} e_2\frac{\partial F}{\partial x_0} &= e_1\frac{\partial F}{\partial x_1} \\ e_3\frac{\partial F}{\partial x_0} &= e_1\frac{\partial F}{\partial x_2} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

unde $F(\omega)=U_1e_1+U_2e_2+U_3e_3$, iar funcțiile U_1, U_2, U_3 sînt funcții reale de variabilă x_0, x_1, x_2, pe care le vom numi funcții conjugate.

Din (14) obținem că :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial U_1}{\partial x_0} = -\frac{1}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_2} - \frac{\alpha_1}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_1}; \quad \frac{\partial U_2}{\partial x_1} = -\frac{1}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_2} \\ &\frac{\partial U_1}{\partial x_0} = -\frac{1}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_1}; \quad \frac{\partial U_1}{\partial x_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_2} + \frac{\partial U_0}{\partial x_1} \\ &\frac{\partial U_1}{\partial x_1} = \frac{\partial U_0}{\partial x_0} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_1}; \quad \frac{\partial U_2}{\partial x_2} = \left(1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)\frac{\partial U_0}{\partial x_0} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_1} \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Evident cu condiția ca $\alpha_3 \neq 0$.

Dacă $\alpha_1=\alpha_2=0$, $\alpha_3=-1$, polinomul generator devine $P(\lambda)=\lambda^3-1$ iar condițiile (15) iau forma :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial U_1}{\partial x_0} = \frac{\partial U_0}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial U_1}{\partial x_0} = \frac{\partial U_0}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial U_1}{\partial x_1} = \frac{\partial U_0}{\partial x_0}, \quad \frac{\partial U_2}{\partial x_1} = \frac{\partial U_0}{\partial x_2}, \\ &\frac{\partial U_1}{\partial x_2} = \frac{\partial U_0}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial U_2}{\partial x_2} = \frac{\partial U_0}{\partial x_0} \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Pornind de la

$\int_C dU_1 = 0$ obținem formula lui Green

$$\int_C \left(-\frac{1}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_2} - \frac{\alpha_1}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_1}\right) dx_0 + \int_C \left(\frac{\partial U_0}{\partial x_0} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_1}\right) dx_2 + \\ + \int_C \left(\frac{1}{\alpha_3}\frac{\partial U_0}{\partial x_2} + \frac{\partial U_0}{\partial x_1}\right) dx_2 = 0 \quad (17)$$

In mod analog ca în (9′) vom numi element de arc al unei curbe, norma lui $d\omega$ sau

$$ds = \sqrt[3]{\prod_{i=1}^{3} (dx_0 + \lambda_i dx_1 + \lambda_i^2 dx_2)} \quad (18)$$

și unei direcții $(L)\overline{\omega_1\omega_2}$ din spațiul lui ω, îi asociem funcțiile

$$ap_i(L) = \frac{dx_i}{ds}, \qquad (i = 1, 2, 3)$$

Inlocuind în (17) obținem :

$$\int_C \left(A_0\frac{\partial U_0}{\partial x_0} + A_1\frac{\partial U_0}{\partial x_1} + A_2\frac{\partial U_0}{\partial x_2}\right) ds = 0 \quad (19)$$

unde am notat:

$$A_0 = ap_2(L), \quad A_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_3} ap_1(L) + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} ap_2(L) + ap_3(L)$$

$$A_2 = -\frac{1}{\alpha_3} ap_1(L) + \frac{1}{\alpha_3} ap_3(L)$$

Se observă că A_0, A_1, A_2 sînt parametri directori în sens P. Appell ai unei direcții variabile cu punctul M de pe curba C. Relații analoge se obțin plecînd de la $\int_C dU_2 = 0$,

Teorema 2. Funcțiile U_0, U_1, U_2 sînt soluții particulare ale ecuației cu derivate parțiale.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_0^3} + \frac{\partial^3 U_0}{\partial x_1^3} - \frac{1}{\alpha_3}\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_2^3} + \left(\frac{1}{\alpha_3} - 2\right)\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_0 \partial x_1 \partial x_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_0^2 \partial x_1} + \\ &+ \frac{\alpha_1}{\alpha_3}\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_0 \partial x_1^2} - \frac{\alpha_2}{\alpha_3}\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_0 \partial x_2^2} - \frac{\alpha_1}{\alpha_3}\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_1 \partial x_2^2} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Într-adevăr, eliminînd pe U_1, U_2 din (15) obținem că U_0 este soluție particulară a ecuației (20).

Ecuația (20) conține ca un caz particular ecuația lui P. Humbert.

$$\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_0^3} + \frac{\partial^3 U_0}{\partial x_1^3} + \frac{\partial^3 U_0}{\partial x_2^3} - 3\frac{\partial^3 U_0}{\partial x_0 \partial x_1 \partial x_2} = 0 \quad (21)$$

din care se obține făcînd pe $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = -1$.

Vom numi ecuația (20), ecuația generală a lui P. Humbert în algebra H_3, care este o algebră polinomială semi-simplă [7].

Pentru observațiile cu care au contribuit la îmbunătățirea notei de față, autorul mulțumește tovarășilor conf. dr. I. Enescu de la Institutul Politehnic Iași și prof. dr. O. Em. Gheorghiu de la Institutul Politehnic Timișoara.

BIBLIOGRAFIE

1. Albert A. A., *Modern Higher Algebra*, Chicago, 1937, pp. 245—249.
2. Creangă I., *Algebra liniară*, București, 1962, pp. 226—231.
3. Enescu I., Asupra algebrei numerelor hipercomplexe de ordin finit peste corpul real, Buletinul Institutului Politehnic Iași, 1965, XI(XV), 1—2, pp. 49—52.
4. Ward J. A., A Theory of Analytic Functions in linear Associative Algebras, Duke Mathematical Jurnal, 1940, vol. 7, pp. 233.
5. Gheorghiu O. Em., Despre un spațiu cuasi-euclidian. Studii și cercetări matematice, Acad. R.P.R. Baza Timișoara, anul II, 1955, seria I nr. 1—4, pp. 27—30.
6. Izverceanu P. N., Funcții P. Appel de n—1 argumente reale, Buletinul Institutului Politehnic Timișoara, 1968, Tom 13 (27) Fas. 1 pp. 13—16.
7. Enescu I., Asupra algebrelor polinomiale, I. Buletinul Institutului Politehnic Iași, 1965, XI(XV), 3—4, pp. 25—28.

8. Enescu I., Asupra algebrelor polinomiale II. Buletinul Institutului Politehnic Iași, 1966, XII (XVI), 1—2, pp. 17—18.
9. Roșculeț M., Algebre liniare ascciative și comutative și funcții monogene atașate lor. Studii și cercetări matematice, Tom VI, 1—2, 1955, pp. 151—154.
10. Roșculeț M., O teorie a funcțiilor de o variabilă hipercomplexă în spațiul cu trei dimensiuni, Studii și cercetări matematice, Tom 5, 3—4, 1954 pp. 172—175.
11. Slivniski V. E., Ob analiticeskih funkțiah peremmennîh zolotorova krîlova, D.A.N., 1950, Tom XXII, nr. 3 pp. 272—275.
12. Neuhaus N., Izverceanu P. N., Tipuri de ecuații diferențiale liniare și omogene în a căror soluții apar funcțiile exponențiale de ordin superior, Buletinul Institutului Politehnic Timișoara, Tom 12 (26), Fas. 1, 1967, pp. 17—22.

МОНОГЕННЫЕ ФУНКЦИИ В АЛГЕБРЕ ГИПЕРКОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ КОНЕЧНОГО ПОРЯДКА В ДЕЙСТВИТЕЛЬНОМ КОРПУСЕ

(РЕЗЮМЕ)

Приводятся необходимые и достаточные условия моногенности функций определенных в алгебре гиперкомплексных чисел конечного порядка в действиьельном корпусе (10), когда такая алгебра является полупростой.

Рассматриваются условия моногенности в частной алгебре H_3, приводится формулы вида Грина, а так же уравнение с частными производными (20) удовлетворяемое сопряженными функциями в алгебре.

MONOGENE FUNKTIONEN IN EINER HYPERKOMPLEXEN ALGEBRA ÜBER DEM KÖRPER DER REELLEN ZAHLEN ENDLICHER ORDNUNG

(ZUSAMMENFASSUNG)

In dieser Arbeit werden die notwendigen und hinreichenden Bedingungen (10) angeführt, damit eine Funktion in einer hyperkomplexen Algebra über dem Körper der reellen Zahlen endlicher Ordnung eine monogene Funktion ist, falls die Algebra halbeinfach ist.

Ferner werden die Bedingungen für die Monogeneität in einer Sonderalgebra H_3 untersucht. Es werden die Greenformeln angeführt, sowie die partiellen Differentialgleichungen (27) die von den konjungierten Funktionen erfüllt sind.

FORMULE DE REZOLVARE A UNOR ECUAȚII BOOLEENE*

DE

ȘT. MATEI

I. Introducere. Se numește funcție booleană o funcție $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ definită pe produsul cartezian B^n și cu valori în algebra booleeană B, dacă se obține prin suprapuneri ale operațiilor fundamentale: reuniune notată prin „$\cup$", intersecție — notată prin „$\cap$" sau prin „." și complementare notată prin „$-$".

Ecuația $g(x_1, x_2, \ldots, x_n)=h(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ se numește ecuație booleană, iar $g(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leqslant h(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ se numește inecuație booleană dacă g și h sînt funcții booleene.

O ecuație booleeană cu o necunoscută de forma:

$$f(x)=0 \tag{1}$$

admite soluția generală:

$$x=\bar{a}t \cup b\bar{t} \tag{2}$$

cu condiția $ab=0$, în care t este un parametru arbitrar din algebra B în care lucrăm.

O ecuație booleană cu n necunoscute de forma:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n)=0 \tag{3}$$

se reduce folosind algoritmul eliminării succesive la rezolvarea unei ecuații booleene cu o necunoscută.

Un sistem de m ecuații sau inecuații booleene cu n necunoscute se reduce cu ajutorul axiomelor algebrei booleene la o ecuație booleană cu n necunoscute.

II. In lucrarea de față folosind rezultatele obținute de Sergiu Rudeanu în [1] și [2] și de R. L. Goodstein în [3] dăm o formulă aplicabilă în algoritmul eliminării succesive și două formule care dau soluția generală a unor ecuații care generalizează unele tipuri de ecuații studiate de R. L. Goodstein.

---

* Lucrare prezentată la Sesiunea XIII-a a cadrelor didactice din I.P.T.

1) Vom scrie ecuaţia (3) sub forma:

$$f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) =$$

$$f_{11}(x_2, x_3, \ldots, x_n)x_1 \cup f_{12}(x_2, \ldots, x_n)\bar{x}_1 \cup f_{13}(x_2, \ldots, x_n)$$

Fără a afla efectiv valoarea lui x_1 folosind formula:

$$f_{k+1}(x_{k+1}, \ldots, x_n) =$$

$$= f_k(1, x_{k+1}, \ldots, x_n) f_k(0, x_{k+1}, \ldots, x_n) \tag{4}$$

din [2], legile algebrei booleene prin eliminarea succesivă a necunoscutelor după etapa k se obţine:

$$f_{k+1}(x_{k+1}, x_{k+2}, \ldots, x_n) =$$

$$f_{k1}(x_{k+1}, \ldots, x_n) f_{k2}(x_{k+1}, \ldots, x_n) \cup f_{k3}(x_{k+1}, \ldots, x_n). \tag{5}$$

După etapa $n-1$ rezultă:

$$f_n(x_n) = f_{(n-1)1}(x_n) f_{(n-2)2}(x_n) \cup f_{(n-1)3}(x_n)$$

deci o ecuaţie cu o necunoscută $f_n(x_n) = 0$ pe care o scriem sub forma:

$$f_n(1)x_n \cup f_n(0)\bar{x}_n = 0$$

şi ne dă soluţia:

$$x_n = \bar{f}_n(1)t_n \cup f_n(0)\bar{t}_n$$

făcînd calculele în ordine inversă obţinem soluţia generală:

$$x_i = \varphi_i(t_i, t_{i+1}, \ldots, t_n) \tag{6}$$

în care parametrii apar sub formă triunghiulară, formă avantajoasă în obţinerea soluţiilor particulare.

2) R. L. Goodstein în [3] rezolvă printre altele şi ecuaţiile booleene:

$$x \cup ay \cup bz = k \tag{7}$$

$$k(a \cup x)(b \cup y)(c \cup z) = 0 \tag{8}$$

fără a utiliza algoritmul eliminării succesive, doar cu ajutorul legilor algebrei booleene.

In lucrarea de faţă dăm două formule de rezolvare pentru ecuaţiile booleene mai generale:

$$x_1 \bigcup_{i=2}^{n} a_i x_i = k \tag{9}$$

$$k \bigcap_{i=1}^{n} (a_i \cup x_i) = 0 \tag{10}$$

Rezolvarea se face într-o algebră booleeană oarecare B, folosind doar legile algebrei booleene și inducția matematică și se regăsesc ca un caz particular soluțiile generale date de R. L. Goodstein pentru (7) și (8).

Fie ecuația:

$$x_1 \cup a_2 x_2 \cup a_3 x_3 = k$$

avem evident:

$$x_1 \leqslant k; \quad a_2 x_2 \leqslant k; \quad a_3 x_3 \leqslant k$$

de unde rezultă:

$$x_2 \leqslant x_2 \cup \bar{a}_2 = a_2 x_2 \cup \bar{a}_2 = (\bar{a}_2 \cup a_2)(\bar{a}_2 \cup x_2) \leqslant k \cup \bar{a}_2$$

Din $x_2 \leqslant k \cup \bar{a}_2$ și relația analoagă $x_3 \leqslant k \cup \bar{a}_3$ folosind principiul incluziunii și luînd $t_2 = x_2$ respectiv $t_3 = x_3$, iar pentru aflarea lui x_1 complementînd ecuația inițială, prin aplicarea distributivității, intersecției cu k și inducție se obține:

$$\begin{cases} x_1 = \left[t_1 \cup \bigcap_{i=2}^{n} (\bar{a}_i \cup \bar{t}_i) \right] k \\ x_i = (k \cup \bar{a}_i) t_i \end{cases} \quad (i = 2, 3, \ldots, n) \tag{11}$$

soluția generală a ecuației (9). Apoi se arată că (11) verifică ecuația (9).

3) În continuare se dă o formulă generală de rezolvare a ecuațiilor de forma (10). Pentru $n = 1$ avem de rezolvat ecuația:

$$k(a_1 \cup x_1) = 0 \tag{10_1}$$

care este echivalentă cu

$$\begin{cases} k a_1 = 0 \\ k x_1 = 0 \end{cases} \tag{10_2}$$

în care prima relație este condiția de compatibilitate a ecuației (10_1). În locul sistemului (10_2) se rezolvă ecuația echivalentă:

$$k a_1 \cup k x_1 = 0$$

din care prin complementare se obține:

$$x = \bar{k} t_1$$

care reprezintă soluția generală a ecuației (10_1). Datorită simetriei ecuației (10) prin inducție matematică se obține:

$$x_h = \left[\bar{k} \cup \bigcup_{i=h+1}^{n} \bar{a}_i \cup \bigcup_{i=1}^{h-1} \bar{a}_i \bar{t}_i \cup \bar{a}_{h-1} a_k \right] t_h \quad (h = 1, 2, 3, \ldots, n) \tag{12}$$

cu condiția de compatibilitate:

$$k \bigcap_{i=1}^{n} a_i = 0$$

În final se arată că (12) verifică ecuația (10).

BIBLIOGRAFIE

1. Sergiu Rudeanu, Boolean equation and their aplications to the studi of bridge circuits (1959). Bul. Math. 3, 51, Nr. 4, Bucharest.
2. Sergiu Rudeanu, Ecuații booleene și aplicațiile lor — lucrare prezentată pentru obținerea titlului de candidat în științele Fizico-Matematice.
3. R. L. Goodstein, *Boolean Algebra* (1963) pg. 49—64.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ БУЛЕВЫХ УРАВНЕНИЙ

(РЕЗЮМЕ)

Автор даёт формулу (5) для булевого уравнения (3) общие решения (11) и (12) для (9) и (10).

FORMULA FOR SOLVING SOME BOOLEAN EQUATIONS

(SUMMARY)

The author gives the formula (5) for the boolean equation (3) and the general solutions (11) and (12) for (9) and (10).

O EXTENSIUNE A FORMULEI CREȘTERILOR FINITE PENTRU FUNCȚIILE HOLOMORFE (H)*

DE

V. MIOC

1. D. Pompei a arătat [1], [2], [3] că pentru funcțiile $f(z)$ holomorfe, ($z=x+iy$, cu $i^2+1=0$) într-un domeniu D, este valabilă reciproca teoremei creșterilor finite. Adică: dacă se dă $f'(z_0)$, derivata funcției $f(z)$ în punctul $z_0 \in D$, atunci se pot găsi în vecinătatea V_{z_0} o pereche de puncte z_1, z_2, cu proprietatea

$$f(z_1)-f(z_2)=(z_1-z_2)f'(z_0) \qquad (P).$$

P. Montel [4], a generalizat teorema lui D. Pompei de mai sus, astfel: Pe orice curbă închisă care înconjoară punctul $z_0 \in D$, există cel puțin o pereche de puncte z_1, z_2, în care puncte $f'(z_0)$, $f(z_1)$ și $f(z_2)$, ($f(z)$ este holomorfă în D), verifică egalitatea

$$f(z_2)-f(z_1)=(z_2-z_1)f'(z_0).$$

2. In această Notă considerăm funcțiile holomorfe (H), sau în sensul lui P. Humbert studiate de Y. Devisme [5], Marcel N. Roșculeț [6], etc. Aceste funcții sînt funcții hipercomplexe de o variabilă hipercomplexă, în spațiul tridimensional

$$\begin{gathered} f(\omega)=A(x,y,z)+\theta B(x,y,z)+\theta^2 C(x,y,z) \\ \omega=x+\theta y+\theta^2 z, \text{ cu } \theta^3=1, \quad (\theta \neq 1) \end{gathered} \qquad (1)$$

și holomorfe (H) într-un domeniu D din R^3, dacă verifică condițiile

$$\frac{\partial A}{\partial x}=\frac{\partial B}{\partial y}=\frac{\partial C}{\partial z}; \quad \frac{\partial A}{\partial z}=\frac{\partial B}{\partial x}=\frac{\partial C}{\partial y}; \quad \frac{\partial A}{\partial y}=\frac{\partial B}{\partial z}=\frac{\partial C}{\partial x}. \qquad (2)$$

Să demonstrăm pentru aceste funcții următoarea extensiune a formulei creșterilor finite: Dacă funcțiile $f(\omega)$, $\varphi(\omega)$ și $f'(\omega)/\varphi'(\omega)$ sînt holomorfe

---

* Comunicată în a XIII-a sesiune științifică a cadrelor didactice de la Institutul Politehnic Timișoara.

(H) în $V\omega_0$, o vecinătate a punctului ω_0 și pe orice suprafață închisă (Σ) ce înconjoară punctul ω_0, cuprinsă în domeniul $V\omega_0$, atunci există cel puțin o pereche de puncte $\omega_1, \omega_2 \in (\Sigma) \subset V\omega_0$, cu proprietatea

$$\frac{f(\omega_2)-f(\omega_1)}{\varphi(\omega_2)-\varphi(\omega_1)} = \frac{f'(\omega_0)}{\varphi'(\omega_0)} \tag{3}$$

Demonstrație. Fie funcția $G(\omega)=f(\omega)-\varphi(\omega)f'(\omega_0)\varphi'(\omega_0)$ care este holomorfă (H) în $V\omega_0$ și derivata $G'(\omega)$ are ω_0 ca zero în interiorul suprafeței închise $(\Sigma)\subset V\omega_0$ iar $\omega \in (\Sigma)$. Cînd ω parcurge suprafața închisă (Σ), atunci $G(\omega)$ ia valori distincte și dacă $G'(\omega)$ nu se anulează, punctul de afix $G(\omega)$ descrie o suprafață închisă (T) fără puncte multiple. Se știe [6] că în acest caz funcția $G(\omega)$ stabilește o transformare conformă a domeniului interior al suprafeței închise (T). Acest lucru este imposibil, deoarece în ω_0 derivata se anulează $G'(\omega_0)=0$. Urmează deci că funcția $G(\omega)$ ia pe suprafața închisă (Σ) o aceeași valoare de mai multe ori. Există deci $\omega_1 \neq \omega_2$ două puncte pe (Σ) în care puncte $G(\omega_1)=G(\omega_2)$ deoarece derivata $G'(\omega)$ nu se anulează pe (Σ). Putem atunci să scriem

$$f(\omega_2)-\varphi(\omega_2)f'(\omega_0)\varphi'(\omega_0)=f(\omega_1)-\varphi(\omega_1)f'(\omega_0)\varphi'(\omega_0) \tag{4}$$

Deci

$$\frac{f(\omega_2)-f(\omega_1)}{\varphi(\omega_2)-\varphi(\omega_1)} = \frac{f'(\omega_0)}{\varphi'(\omega_0)}$$ q.e.d.

3. Să generalizăm acum propoziția precedentă. În acest scop introducem determinanții:

$$\Delta_{n+1}(f)=\begin{vmatrix} 1 & \omega_i & \omega_i^2 & \omega_i^3 & \dots & \omega_i^{n-1} & f(\omega_i) \end{vmatrix} \tag{5}$$

$$\Delta_{n+1}(\varphi)=\begin{vmatrix} 1 & \omega_i & \omega_i^2 & \omega_i^3 & \dots & \omega_i^{n-1} & \varphi(\omega_i) \end{vmatrix} \tag{6}$$

unde $\omega_i \in D$ iar $f(\omega)$ și $\varphi(\omega)$ sînt holomorfe (H) în D. Avem următoarea teoremă:

Dacă funcțiile $f(\omega)$ și $\varphi(\omega)$ sînt holomorfe (H) în D și dacă funcția $\varphi^{(n)}(\omega)$ nu se anulează în $V\omega_0 \subset D$, o vecinătate a punctului ω_0, atunci există cel puțin $n+1$ puncte distincte $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n, \omega_{n+1}$ în $V\omega_0$, astfel ca să avem proprietatea

$$\Delta_{n+1}(f)=\frac{f^{(n)}(\omega_0)}{\varphi^{(n)}(\omega_0)}\Delta_{n+1}(\varphi) \tag{7}$$

Demonstrația o dăm pentru cazul $n=2$, teorema fiind generală și numai din motive tipografice am rămas la acest caz. Trebuie deci să demonstrăm că în $V\omega_0$, o vecinătate a punctului ω_0, există cel puțin 3 puncte distincte $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3$ astfel ca să avem proprietatea

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega_1 & f(\omega_1) \\ 1 & \omega_2 & f(\omega_2) \\ 1 & \omega_3 & f^{\varepsilon}(\omega) \end{vmatrix} = \frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)} \begin{vmatrix} 1 & \omega_1 & \varphi(\omega_1) \\ 1 & \omega_2 & \varphi(\omega_2) \\ 1 & \omega_3 & \varphi(\omega_3) \end{vmatrix} \tag{8}$$

Să luăm funcţia holomorfă (H) în D

$$F(\omega)=f(\omega)-(\omega-\omega_0)\left[f'(\omega_0)-\varphi'(\omega_0)\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}\right]-\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}[\varphi(\omega)-\varphi(\omega_0)] \quad (9)$$

care admite ω_0 ca rădăcină dublă pentru $F'(\omega)$,

$$F(\omega_0)=f(\omega_0),\quad F'(\omega_0)=0,\quad F''(\omega_0)=0,\quad F'''(\omega_0)\neq 0.$$

Deci ecuaţia $F(\omega)-f(\omega_0)=0$ are pe ω_0 ca rădăcină triplă. Fie α un număr apropiat de $f(\omega_0)$ în aşa fel ca ecuaţia $F(\omega)-\alpha=0$ să admitem trei rădăcini distincte apropiate de ω_0, de exemplu ω_1, ω_2, $\omega_3 \in V\omega_0$, o vecinătate a punctului ω_0. Atunci putem să scriem

$$\begin{cases} f(\omega_1)=\alpha+(\omega_1-\omega_0)\left[f'(\omega_0)-\varphi'(\omega_0)\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}\right]+\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}[\varphi(\omega_1)-\varphi(\omega_0)] \\ f(\omega_2)=\alpha+(\omega_2-\omega_0)\left[f'(\omega_0)-\varphi'(\omega_0)\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}\right]+\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}[\varphi(\omega_2)-\varphi(\omega_0)] \\ f(\omega_3)=\alpha+(\omega_3-\omega_0)\left[f'(\omega_0)-\varphi'(\omega_0)\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}\right]+\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}[\varphi(\omega_3)-\varphi(\omega_0)] \end{cases} \quad (10)$$

Dacă acum considerăm (10) ca un sistem de ecuaţii cu necunoscutele: α, $\left[f'(\omega_0)-\varphi'(\omega_0)\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}\right]$, $\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}$ şi-l rezolvăm în raport cu $\frac{f''(\omega_0)}{\varphi''(\omega_0)}$, obţinem tocmai (8).

Dacă luăm, de exemplu $\varphi(\omega)=\omega^n$, atunci $\varphi^{(n)}(\omega)=n!$ şi obţinem formula

$$\Delta_{n+1}(f)=\frac{f^{(n)}(\omega_0)}{n!}\Delta_{n+1}(\omega^n).$$

BIBLIOGRAFIE

1. D. Pompei, Einige Sätze über monogene Funktionen, Sitzber Akad. Wiess-Wien. t. 120, 1911. p. 1249—1252.
2. D. Pompei, Sur une propriété des fonctions holomorphes, Comptes rendus Acad. Sci. Paris, t. 192, 1931, p. 794.
3. D. Pompei, Le théorème des accroissements finis et les fonctions holomorphes, Bull. math. et. phys. de l'École Polytechnique Bucarest t. II. 1932, p. 155.
4. P. Montel, Sur une formule de Darboux et les polynomes d'interpolation, Annali delle R. Sc. Norm. Sup. di Pisa, serie II, vol. I (1932-X), p. 371—384.
5. Y. Devisme, Sur l'equation de M. Pierre Humbert, Ann. Aci. Fac. Sci. de Toulouse, 1933, S. III. t. XXV, p. 143—238.
6. M. N. Roşculeţ, O teorie a funcţiilor de o variabilă hipercomplexă în spaţiul cu trei dimensiuni, Studii şi cercetări Matematice. Acad. R.P.R. t. v., nr. 3—4, 1954, p. 361—401.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФОРМУЛЫ КОНЕЧНЫХ ПРИРАЩЕНИЙ ДЛЯ ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ *(H)*

(РЕЗЮМЕ)

В настоящей статье приводятся результаты работ проф Д. Помпей, [1], [2], [3], заключающиеся в том, что для голоморфной функции $f(z)$ в некоторой области D. действительна обратная теорема средней, затем обобщение П. Монтеля [4] и голоморфные функции (H) в смысле Гумберта [5], [6]. Доказывается распространение формулы средней, так чтобы в данных условиях иметь:

$$\frac{f(\omega_2)-f(\omega_1)}{\varphi(\omega_2)-\varphi(\omega_1)}=\frac{f'(\omega_0)}{\varphi'(\omega_0)}.$$

Обобщается это предложение при помощи определителей (5) и (6), приводящих к свойству (7). Теорема является общей, но доказательство приводится только для частного случая $n=2$.

UNE EXTENSION DE LA FORMULE D'ACCROISSEMENTS FINIS POUR LES FONCTIONS HOLOMORPHE (H)

(RÉSUMÉ)

La Note fait des considerations sur les resultats des traveaux [1], [2], [3] du professeur D. Pompei, que pour une fonction $f(x)$ holomorfe dans un domaine D est valable la reciproque de la théorème d'accroissements finis, ainsi que la généralisation du P. Montel [4] et les etudes sur les fonctions holomorfes (H) dans le sens de Humbert [5], [6], on demontre l'extension de la formule des accroissements finis ainsi que dans les conditions données on a:

$$\frac{f(\omega_2)-f(\omega_1)}{\varphi(\omega_2)-\varphi(\omega_1)}=\frac{f'(\omega_0)}{\varphi'(\omega_0)}.$$

On généralise ensuite cette proposition en introduisent des determinants (5) et (6) qui conduissent a la propriété (7). La demonstration est fait sur de cas $n=2$, la théorème étant générale. On s'est resume seulment a cet cas tenant compte des motives de tipographie.

APROXIMAREA FUNCȚIILOR VECTORIALE COMPLEXE PRIN POLINOAME CEBIȘEV

DE

GH. SUCIU, S. POENARU

In această notă studiem în primul paragraf aproximarea funcțiilor vectoriale complexe.

$$\overline{F}(x)=(F_{11}+iF_{12})\overline{e}_1+(F_{21}+iF_{22})\overline{e}_2+(F_{31}+iF_{32})\overline{e}_3,\quad (i^2=-1) \tag{1}$$

unde $\overline{e}_1$, $\overline{e}_2$, $\overline{e}_3$ sînt liniar independenți, variabila independentă x aparține intervalului real $[-1, 1]$, iar $F_{11}, F_{12}, \ldots, F_{32}:[-1, 1]\to R$. Aproximarea o facem prin polinoame Cebîșev reale.

In al doilea paragraf aproximăm funcțiile vectoriale complexe (1) prin polinoame Cebîșev vectoriale.

$$\overline{T}_n x)=T_n(x)\overline{e}_1+T_{n+1}(x)\overline{e}_2+T_{n+2}(x)\overline{e}_3,\quad (n=0, 1, 2, 3, \ldots) \tag{2}$$

aici vectorii $\overline{e}_1$, $\overline{e}_2$, $\overline{e}_3$ sînt versori triortogonali.

I. § 1. Considerăm că funcția vectorială complexă (1) este aproximată de seria cu coeficienți vectori complexi, după polinoamele reale Cebîșev.

$$\overline{F}(x)\cong(\overline{C}_0+i\overline{D}_0)T_0(x)+\sum_1^\infty(\overline{C}_n+i\overline{D}_n)T_n(x) \tag{3}$$

unde

$$\begin{aligned}\overline{C}_n&=\alpha_n\overline{e}_1+\beta_n\overline{e}_2+\gamma_n\overline{e}_3\\ \overline{D}_n&=\lambda_n\overline{e}_1+\mu_n\overline{e}_2+\nu_n\overline{e}_3\end{aligned}\qquad (n=0, 1, 2, 3, \ldots) \tag{4}$$

Dacă introducem notația:

$$\overline{K}_n=\overline{C}_n+i\overline{D}_n,\quad (n=0, 1, 2, 3, \ldots) \tag{5}$$

seria (3) se scrie:

$$\overline{F}(x)=\overline{K}_0T_0(x)+\sum_1^\infty\overline{K}_nT_n(x) \tag{6}$$

Această serie conduce prin separarea componenţelor vectorilor după $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ şi după părţile reală şi imaginară, la următoarele şase serii :

$$F_{11} \cong \alpha_0 T_0 + \sum_1^\infty \alpha_n T_n(x) \qquad F_{12} \cong \lambda_0 T_0 + \sum_1^\infty \lambda_n T_n(x)$$

$$F_{21} \cong \beta_0 T_0 + \sum_1^\infty \beta_n T_n(x) \qquad F_{22} \cong \mu_0 T_0 + \sum_1^\infty \mu_n T_n(x) \tag{7}$$

$$F_{31} \cong \gamma_0 T_0 + \sum_1^\infty \gamma_n T_n(x) \qquad F_{32} \cong \nu_0 T_0 + \sum_1^\infty \nu_n T_n(x)$$

Polinoamele $T_n(x)$, fiind polinoamele lui Cebîşev, satisfac relaţiile de ortogonalitate :

$$\alpha_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} F_{11}(x)dx, \qquad \alpha_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} F_{11}(x)dx$$

$$\beta_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} F_{21}(x)dx, \qquad \beta_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} F_{21}(x)dx \tag{8}$$

$$\gamma_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} F_{31}(x)dx, \qquad \gamma_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} F_{31}(x)dx$$

$$(n = 1, 2, 3, \ldots)$$

Inmulţind respectiv egalităţile cu $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ şi adunîndu-le obţinem C_n.

$$\bar{C}_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} (F_{11}\bar{e}_1 + F_{21}\bar{e}_2 + F_{31}\bar{e}_3) \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

$$(n = 0, 1, 2, 3, \ldots) \tag{9}$$

$$\bar{C}_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} (F_{11}\bar{e}_1 + F_{21}\bar{e}_2 + F_{31}\bar{e}_3) \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

Analog pentru :

$$\lambda_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} F_{12}(x)dx, \qquad \lambda^0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} F_{12}(x)dx$$

$$\mu_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} F_{22}(x)dx, \qquad \mu_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} F_{22}(x)dx \tag{8'}$$

$$\nu_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} F_{32}(x)dx, \qquad \nu_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} F_{32}(x)dx \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

$$\bar{D}_n = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}(F_{12}\bar{e}_1+F_{22}\bar{e}_2+F_{32}\bar{e}_3)\frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx,$$

$$\bar{D}_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}(F_{12}\bar{e}_1+F_{22}\bar{e}_2=F_{32}\bar{e}_3)\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx. \tag{10}$$

Introducînd aceste expresii (9) și (10) în (5) avem:

$$\bar{K}_n=\bar{C}_n+i\bar{D}_n=\frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}[(F_{11}+iF_{12})\bar{e}_1+(F_{21}+iF_{22})\bar{e}_2+(F_{31}+iF_{32})\bar{e}_3]\frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx=$$

$$=\frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}\bar{F}(x)\frac{T_n^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx. \tag{11}$$

În final

$$\bar{F}(x)\cong\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\bar{F}(t)}{\sqrt{1-t^2}}\,dt+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-1}^{1}\bar{F}(t)T_n(x)\frac{T_n^2(t)}{\sqrt{1-t^2}}\,dt. \tag{12}$$

II. § 2. Considerăm că funcția vectorială complexă (1) este aproximată printr-o serie cu coeficienți constanți complexi, după polinoamele Cebîșev vectoriale (2) deci o serie de forma:

$$\bar{F}(x)\simeq(C_0+iD_0)\bar{T}_0(x)+\sum_{1}^{\infty}(C_n+iD_n)\bar{T}_n(x). \tag{13}$$

Ținînd cont de relațiile de ortogonalitate a polinoamelor Cebîșev, avem pentru polinoamele Cebîșev vectoriale (2) relațiile:

$$\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\bar{T}_k(t)\bar{T}_n(t)dt=\begin{cases}0, & n\neq k\\ \frac{3}{2\pi}, & n=k\neq 0\\ 3\pi, & n=k=0\end{cases}. \tag{14}$$

Pentru ca să determinăm coeficienții din seria (13) multiplicăm scalar în ambii membrii din (13) cu $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\bar{T}_k(x)$ și integrînd de la -1 la $+1$, avem:

$$\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\bar{F}(t)\bar{T}_k(t)dt\simeq\sum_{n=0}^{\infty}(C_n+iD_n)\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\bar{T}_k(t)\bar{T}_n(t)dt=$$

$$=(C_k+iD_k)\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\bar{T}_k(t)\,dt$$

de unde

$$C_k+iD_k=\frac{\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\overline{F}(t)\overline{T}_k(t)\,dt}{\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\overline{T}_k^2(t)\,dt}.$$

Deci

$$C_k+iD_k=\frac{2}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\overline{F}(t)\overline{T}_k(t)dt;$$

$$(k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots) \qquad (15)$$

$$C_0+iD_0=\frac{1}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}\overline{F}(t)\overline{T}_0(t)dt$$

Explicitînd produsul scalar $\overline{F}(t)\cdot\overline{T}_k(t)$ din (15) se obține:

$$\overline{F}(t)\cdot\overline{T}_k(t)=[(F_{11}+iF_{12})\bar{e}_1+(F_{21}+iF_{22})\bar{e}_2+(F_{31}+iF_{32})\bar{e}_3]\cdot$$
$$\cdot[(T_n(t)\bar{e}_1+T_{n+1}(t)\bar{e}_2+T_{n+2}(t)\bar{e}_3]=F_{11}+iF_{12})T_k(t)+$$
$$+(F_{21}+iF_{22})T_{k+1}+(F_{31}+iF_{32})T_{k+2}\quad(k=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$$

Deci

$$C_k+iD_k=\frac{2}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}[(F_{11}+iF_{12})T_k+(F_{21}+iF_{22})T_{k+1}+$$
$$+(F_{31}+iF_{32})T_{k+2}]\,dt$$

$$C_0+iD_0=\frac{1}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}[(F_{11}+iF_{12})T_0+(F_{21}+iF_{22})T_1+$$
$$+(F_{31}+iF_{32})T_2]dt. \qquad (16)$$

Separînd în (16) partea reală și imaginară, avem

$$C_k=\frac{2}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}(F_{11}T_k+F_{21}T_{k+1}+F_{31}T_{k+2})\,dt \qquad (17)$$

sau

$$C_k=\frac{2}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}(\mathrm{Re}\overline{F})\overline{T}_k dt,\quad C_0=\frac{1}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}(\mathrm{Re}\overline{F})\overline{T}_0 dt. \qquad (17')$$

$$D_k=\frac{2}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}(F_{12}T_k+F_{22}T_{k+1}+F_{32}T_{k+2})\,dt. \qquad (18)$$

$$D_k = \frac{2}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}(\mathrm{Im}\overline{F})\overline{T}_k(t)dt, \quad D_0 = \frac{1}{3\pi}\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}(\mathrm{Im}\overline{F})\overline{T}_0(t)\,dt \tag{18'}$$

Revenind la seria de aproximație (13), avem

$$F(x) = \frac{1}{3\pi}\left\{\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}[(\mathrm{Re}\overline{F}) + i(\mathrm{Im}\overline{F})]\,\overline{T}_0(t)\,dt\right\}\overline{T}_0(t) +$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{3\pi}\left\{\int_{-1}^{1}(1-t^2)^{-\frac{1}{2}}[(\mathrm{Re}\overline{F}) + i(\mathrm{Im}\overline{F})]\,\overline{T}_k(t)dt\right\}\overline{T}_k(x). \tag{19}$$

BIBLIOGRAFIE

1. N. Teodorescu, *Metode vectoriale în fizica Metematică* vol. II. Editura tehnică 1954, pag. 43—48.
2. N. Lebedev, *Funcții speciale și aplicațiile lor*. Editura tehnică București, 1957, pag. 80—105.
3. I. Gh. Sabac, *Matematici speciale*. Editura Didactică și Pedagogică București, 1965, pag. 323—325.

ПРИБЛИЖЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ВЕКТОРНЫХ ФУНКЦИЙ МНОГОЧЛЕНАМИ ЧЕБЫШЕВА

(РЕЗЮМЕ)

Авторы приводят распространения известного приближения функций действительной переменной при помощи рядов из многочленов Чебышева $T_n(x)$, на случай векторных комплексных функций, где приближение в котором коэффициенты являются комплексными постоянными векторами отличается от приближения в котором многочлены Чербышева являются векторами в виде (2) с условиями ортогональности (14), а коэффициенты рядя (13) являются комплексными постоянными.

Для первой задачи приводится ряд (12), а для второй ряд (19).

NÄHERUNG DER KOMPLEXEN VEKTOR-FUNCTIONEN DURCH CEBIȘEVSCHE POLYNOME

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Verfasser dehnen das bekannte Näherungsverfahren der Functionen von einer reellen Veränderlichen durch Reihen von Cebîschevschen Polynomen $T_n(x)$, auf den Fall der komplexen Vektor functionen aus Dabei un-

terscheidet man die Näherung in welcher die Koeffizienten konstante komplexe Vektoren sind, von der Näherung bei welcher die Cebîschev-Polynome vektorielle Polynome von der Gestalt (2) mit den Ortogonalitätsbedingungen (14), während die Koeffizienten der Reihe (13) komplexe Konstanten sind.

Für das erste Näherungsproblem geben wir als Ergebnis die Reihe (12), Während für das weite Näherungs problem das Ergebnis durch die Reihe (19) gegeben ist.

ECUAȚII DIFERENȚIALE VECTORIALE TIP LEGENDRE IN COMPLEX

DE

GH. SUCIU, S. POENARU

In două lucrări precedente [1], [2] publicate în Buletinul Științific și Tehnic al I.P.T. 13(27), 1968 fasc. 1, am cercetat ecuația vectorială reală a lui Legendre și un sistem de două ecuații diferențiale tip Legendre, sistem pe care l-am redus la o ecuație Legendre într-o funcție complexă de o variabilă reală.

In continuarea cercetărilor considerăm un sistem de șase ecuații diferențiale liniare cu șase funcții necunoscute, care sistem se poate reduce la o singură ecuație diferențială tip Legendre, avînd ca funcție necunoscută o funcție vector complex.

Pornim de la sistemul de ecuații:

$$\left.\begin{aligned}
&(1-x^2)\,a_1''-2xa_1+[\alpha(\alpha+1)-\beta^2]\,a_1-\beta(2\alpha+1)\,b_1=0\\
&(1-x^2)\,b_1''-2xb_1+\beta(2\alpha+1)\,a_1+[\alpha(\alpha+1)-\beta^2]\,b_1=0\\
&(1-x^2)\,a_2''-2xa_2'+[\alpha(\alpha+1)-\beta^2]\,a_2-\beta(2\alpha+1)\,b_2=0\\
&(1-x^2)\,b_2''-2xb_2'+\beta(2\alpha+1)\,a_2+[\alpha(\alpha+1)-\beta^2]\,b_2=0\\
&(1-x^2)\,a_3''-2xa_3'+[\alpha(\alpha+1)-\beta^2]\,a_3-\beta(2\alpha+1)\,b_3=0\\
&(1-x^2)\,b_3''-2xb_3'+\beta(2\alpha+1)\,a_3+[\alpha(\alpha+1)-\beta^2]\,b_3=0
\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

Inmulțind fiecare a doua ecuație cu i și adunîndu-le două cîte două, obținem:

$$\left.\begin{aligned}
&(1-x^2)(a_1''+ib_1'')-2x(a_1'+ib_1')+(\alpha+i\beta)(\alpha+1+i\beta)(a_1+ib_1)=0\\
&(1-x^2)(a_2''+ib_2'')-2x(a_2'+ib_2')+(\alpha+i\beta)(\alpha+1+i\beta)(a_2+ib_2)=0\\
&(1-x^2)(a_3''+ib_3'')-2x(a_3'+ib_3')+(\alpha+i\beta)(\alpha+1+i\beta)(a_3+ib_3)=0
\end{aligned}\right\}$$

Făcînd notațiile : $\alpha+i\beta=n$ și $\bar{e}_1=\bar{i}$; $\bar{e}_2=\bar{j}$; $\bar{e}_3=\bar{k}$. Inmulțind ecuațiile respective cu $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, și $\bar{e}_3$ și adunîndu-le găsim ecuația :

$$(1-x^2)(a_1''+b_1'')\bar{e}_1+(a_2''+ib_2'')\bar{e}_2+(a_3''+ib_3'')\bar{e}_3-2x[(a_1'+ib_1')\bar{e}_1+(a_2'+ib_2')\bar{e}_2+$$
$$+(a_3'+ib_3')\bar{e}_3]+n(n+1)[(a_1+ib_1)\bar{e}_1+(a_2+ib_2)\bar{e}_2+(a_3+ib_3)\bar{e}_3]=0$$

notînd $(a_1+ib_1)\bar{e}_1+(a_2+ib_2)\bar{e}_2+(a_3+ib_3)\bar{e}_3=\bar{a}$ obținem ecuația

$$(1-x^2)\bar{a}''-2x\bar{a}'+n(n+1)\bar{a}=0 \tag{2}$$

Pentru această ecuație diferențială vectorială în complex, căutăm soluții de forma :

$$\bar{a}(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\bar{a}_k x^k \tag{3}$$

derivînd și înlocuind, ecuația devine :

$$\sum_{k=0}^{\infty}k(k-1)x^{k-2}\bar{a}_k-\sum_{k=0}^{\infty}[k(k-1)-n(n+1)]x^k\bar{a}_k=0$$

de unde pentru coeficienții lui x^s găsim relația de recurență :

$$(s+2)(s+1)\bar{a}_{s+2}+(n-s)(n+s+1)\bar{a}_s=0 \qquad s=0,1,2,3,\ldots$$

rezultă pentru $\bar{a}_0, \bar{a}_2, \ldots, \bar{a}_{2p}, \ldots, \bar{a}_1, \bar{a}_3, \ldots, \bar{a}_{2p+1}, \ldots$

$$\bar{a}_{2p}=(-1)^p\frac{(n-2p+2)(n-2p+4)\ldots(n-2)\,n\,(n+1)(n+3)\ldots(n+2p-1)}{(2p)!}\bar{a}_0 \tag{4}$$

$$\bar{a}_{2p+1}=(-1)^p\frac{(n-2p+1)(n-2p+3)\ldots(n-3)(n-1)(n+2)\ldots(n+2p)}{(2p+1)!}\bar{a}_1 \tag{5}$$

n fiind complex. Soluția ecuației se scrie :

$$\bar{a}(x)=\bar{a}_I+\bar{a}_{II} \tag{6}$$

unde

$$\bar{a}_I(x)=\bar{a}_0\left\{1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{x^{2p}}{(2p)!}\sqrt{[(\alpha-2p+2)^2+\beta^2]\ldots[(\alpha+2p-1)^2+\beta^2]}\cdot\right.$$
$$\cdot\left[\cos\left(2\lambda_{2p}\pi+\sum_{k=1}^{p}\operatorname{arctg}\frac{\beta(2\alpha+1)}{(\alpha-2k+1)(\alpha+2k)-\beta^2}\right)+\right.$$
$$\left.\left.+i\sin\left(2\lambda_{2p}\pi+\sum_{k=1}^{p}\operatorname{arctg}\frac{\beta(2\alpha+1)}{(\alpha-2k+1)(\alpha+2k)-\beta^2}\right)\right]\right\}$$

$$\bar{a}_{II}(x)=\bar{a}_1\left\{x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!}\sqrt{[(\alpha-2p+2)^2+\beta^2]\dots[(\alpha+2p)^2+\beta^2]}\cdot\right.$$

$$\cdot\left[\cos\left(2\lambda_{2p+1}\pi+\sum_{k=1}^{p}\operatorname{arctg}\frac{\beta(2\alpha+1)}{(\alpha-2k+1)(\alpha+2k)-\beta^2}\right)+\right.$$

$$\left.\left.+i\sin\left(2\lambda_{2p+1}\pi+\sum_{k=1}^{p}\operatorname{arctg}\frac{\beta(2\alpha+1)}{(\alpha-2k+1)(\alpha+2k)-\beta^2}\right)\right]\right\}.$$

Dacă notăm pentru simplificare:

$$\sqrt{[(\alpha-2p+2)^2+\beta^2][(\alpha-2p+4)^2+\beta^2]\dots[(\alpha+2p-1)^2+\beta^2}=M_p$$

$$\sum_{k=1}^{p}\operatorname{arctg}\frac{\beta(2\alpha+1)}{(\alpha-2k+2)(\alpha+2k-1)-\beta^2}=\theta_p$$

$$\sqrt{[(\alpha-2p+1)^2+\beta^2]\dots[(\alpha+2p)^2+\beta^2]}=N_p$$

$$\sum_{k=1}^{p}\operatorname{arctg}\frac{\beta(2\alpha+1)}{(\alpha-2k+1)(\alpha+2k)-\beta^2}=W_p$$

atunci soluțiile se pot scrie:

$$\bar{a}_1=\bar{a}_0\left\{1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p[\cos 2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)+i\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)]}{(2p)!}x^{2p}\right\}$$

$$\bar{a}_{II}=\bar{a}_1\left\{x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p[\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)+i\sin(2\lambda_{2p+1}+W_p)]}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right\}$$

deci

$$\bar{a}(x)=\bar{a}_I+\bar{a}_{II}=\bar{a}_0(A+iB)+\bar{a}_1(C+iD)$$

sau

$$\bar{a}(x)=\bar{a}_0\left[1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+i\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right]+\bar{a}_1\left[x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot x^{2p+1}+i\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right] \qquad (7)$$

unde $\bar{a}$, $\bar{a}_0$, $\bar{a}_1$ au formele :

$$\bar{a}=\bar{u}+i\bar{v}$$

$$\bar{a}_0=\bar{c}+i\bar{d}$$

$$\bar{a}_1=\bar{\gamma}+i\bar{\delta}$$

unde

$$\bar{c}=c_1\bar{e}_1+c_2\bar{e}_2+c_3\bar{e}_3$$

$$\bar{d}=d_1\bar{e}_1+d_2\bar{e}_2+d_3\bar{e}_3$$

$$\bar{\gamma}=\gamma_1\bar{e}_1+\gamma_2\bar{e}_2+\gamma_3\bar{e}_3$$

$$\bar{u}=\delta_1\bar{e}_1+\delta_2\bar{e}_2+\delta_3\bar{e}_3$$

$$\bar{v}=u_1\bar{e}_1+u_2\bar{e}_2+u_3\bar{e}_3$$

$$\bar{v}=v_1\bar{e}_1+v_2\bar{e}_2+v_3\bar{e}_3$$

Inlocuind, soluția generală devine :

$$\bar{a}=(\bar{c}+i\bar{d})\left[1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+i\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot x^{2p}\right]+(\bar{\gamma}+i\bar{\delta})\left[x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}+i\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right]$$

$\bar{u}$ fiind partea reală a lui $\bar{a}$ și $\bar{v}$ partea imaginară :

$$\bar{u}=\mathrm{Re}\bar{a}=\bar{c}\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right)-\bar{d}\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot$$

$$\cdot\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+\bar{\gamma}\left(x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right)-$$

$$-\bar{\delta}\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}$$

$$\bar{v}=\operatorname{Im}\bar{a}=\bar{c}\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+\bar{d}\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right)+\bar{\delta}\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}+$$

$$+\bar{\delta}\left[x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right]. \tag{8}$$

Soluția generală a sistemului de șase ecuații diferențiale cu șase funcții necunoscute, sistem numit de noi tip Legendre, are următoarea formă:

$$a_1=c_1\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right)-d_1\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot$$

$$\cdot\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+\gamma_1\left(x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}\cdot x^{2p+1}\right)-$$

$$-\delta_1\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1} \tag{9}$$

$$a_2=c_2\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right)-d_2\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot$$

$$\cdot\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+\delta_2\left(x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}\cdot x^{2p+1}\right)-$$

$$-\delta_2\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}. \tag{10}$$

$$a_3=c_3\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right)-d_3\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot$$

$$\cdot\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+\bar{\gamma}\left(x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}\cdot x^{2p+1}\right)-$$

$$-\delta_3\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}. \tag{11}$$

$$b_1=c_1\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+d_1\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right)+\gamma_1\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}\cdot x^{2p+1}+$$

$$+\delta_1\left(x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right). \tag{12}$$

$$b_2=c_2\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+d_2\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x_{2p}\right)+\gamma_2\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}+$$

$$+\delta_2\left(x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right). \tag{13}$$

$$b_3=c_3\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{M_p\sin(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}+d_3\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{M_p\cos(2\lambda_{2p}\pi+\theta_p)}{(2p)!}x^{2p}\right)+\gamma\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\sin(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}+$$

$$+\delta_3\left(x+\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{N_p\cos(2\lambda_{2p+1}\pi+W_p)}{(2p+1)!}x^{2p+1}\right). \tag{14}$$

BIBLIOGRAFIE

1. N. Ciorănescu, *Tratat de Matematici speciale.* Editura Didactică și Pedagogică București, 1963, pag. 354—372.
2. Th. Angheluță, *Curs de teoria funcțiilor de variabilă complexă.* Editura tehnică București 1957, Ed. II, pag. 190—196.
3. I. Gh. Sabac, *Matematici speciale.* Editura Didactică și Pedagogică București 1965, pag. 308—319.

ВЕКТОРНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТИПА ЛЕЖАНДР В КОМПЛЕКСНОЙ ФОРМЕ

(РЕЗЮМЕ)

Авторы приводят решение дифференциальных уравнений типа Лежандр (1) к дифференциальным уравнениям (2) в функции комплексного мектора $\bar{a}$. Для уравнения (2) отыскивается решение в форме (3) и получается общее решение (8).

Разделяя функцию комплексного вектора (8) по основным векторам $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ и по действительной и мнимой части, получим общие выражения для шести действительных функций действительной переменной системы (1) приводимые в соотношениях (9)—(14).

VEKTORIELLE DIFERENTIALGLEICHUNGEN VOM TYP LEGENDRE IM KOMPLEXEN BEREICH

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Verfasser lösen das Differentialgleichungssystem vom Typ Legendre (1) indem sie diese System auf die Diferentialgleichung mit Komplex-Vektor-Funktion $\bar{a}$ Zurückführen. Man sucht für die Gleichung (2) eine Lösung von der Gestalt (3) und erhält die allgemeine Lösung (8).

Separiert man die Komplex-Vektor-Function (8) nach den Grundvektoren $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ wie auch nach Real- und Imaginärteil, so erhält man die allgemeinen Ausdrücke für die sechs reellen Funktionen von einer reellen Veränderlichen des Systems (1), welche durch die Beziehungen (9)—(14) gegeben sind.

STABILITATEA MIȘCĂRILOR PERIODICE ALE UNUI SISTEM VIBROPERCUTANT, CU UN GRAD DE LIBERTATE, IN CAZUL CIOCNIRILOR INSTANTANEE ELASTICE

DE

GH. SILAȘ, L. BRINDEU

In studiul mișcărilor periodice ale unui sistem vibropercutant cu un grad de libertate, cu ciocniri elastice, neinstantanee, se obțin ecuații diferențiale neliniare. Pentru rezolvare se poate folosi metoda iterativă [1]. Punctul de plecare în aplicarea acestei metode sînt rezultatele obținute în studiul ciocnirilor instantanee elastice.

In prezenta lucrare se studiază tocmai mișcările periodice cu ciocniri și stabilitatea lor pentru un sistem cu un grad de libertate presupunînd ciocnirile elastice instantanee. Coeficientul de restituire se va considera apropiat de unitate. Pentru acest sistem se obțin mai simplu condițiile de periodicitate și se stabilesc complet condițiile de stabilitate ale mișcărilor periodice, spre deosebire de studiul făcut pentru un coeficient de restituire oarecare [2].

1. Considerăm sistemul vibropercutant format dintr-o masă percutantă m, legată printr-un arc cu constanta elastică k de elementul fix (fig. 1). Generatorul de vibrații se află în masa percutantă și dă naștere la forța perturbatoare $F=F_0\sin(\omega t+\varphi)$ care acționează asupra masei m. Ciocnirea elastică are loc între masa percutantă și elementul fix, se face instantaneu cu coeficientul de restituire R apropiat de valoarea 1. Dacă se notează cu ε un parametru mic atunci, în acest caz, vom putea presupune $R=\frac{1}{1+2\varepsilon}$.

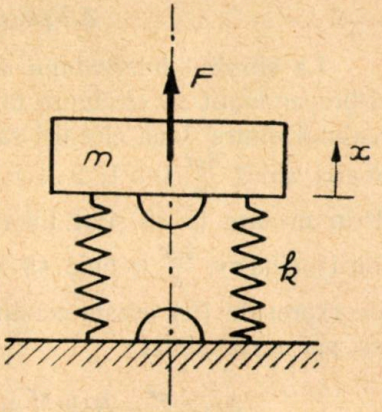


Fig. 1

Se consideră ca origine a coordonatei x poziția de echilibru static a masei m și sensul pozitiv în sus. Ecuația diferențială a mișcării între două ciocniri va fi :

$$m\ddot{x}+kx=F_0\sin(\omega t+\varphi) \tag{1}$$

Fie δ distanța dintre masa percutantă și elementul fix în poziția statică de echilibru. Făcînd schimbarea $x=-\delta-\xi$, ecuația diferențială devine :

$$m\ddot{\xi}+k\xi=-k\delta-F_0\sin(\omega t+\varphi) \tag{2}$$

Cu notațiile folosite în lucrarea [1]

$$\tau=t\sqrt{\frac{k}{m}}=\omega_n t;\quad \eta=\left(\frac{k_1}{k}\right)^2\xi;\quad a=\left(\frac{k_1}{k}\right)^2\delta;\quad b=F_0k_1^2k^{-3};\quad p=\omega\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{\omega}{\omega_n},$$

ecuația diferențială (2) devine :

$$\eta''+\eta=-a-b\sin(p\tau+\varphi). \tag{3}$$

În felul acesta cele două mase se ciocnesc pentru $\eta=0$, iar în intervalele dintre ciocniri $\eta<0$.

2. Pentru a studia mișcarea sistemului între două ciocniri succesive, se va considera originea timpului la sfîrșitul unei ciocniri. Astfel pentru $\tau=0$ avem $\eta=0$ și $\eta'=-\alpha$; $(\alpha>0)$. Legea mișcării masei m în intervalul dintre ciocniri se obține integrînd ecuația diferențială (3). Se obține :

$$\eta=A\sin\tau+B\cos\tau-a-\theta\sin(p\tau+\varphi);\quad \left(\theta=\frac{b}{1-p^2}\right). \tag{4}$$

Din condițiile inițiale rezultă pentru constantele de integrare A și B valorile :

$$A=p\theta\cos\varphi-\alpha,\quad B=a+\theta\sin\varphi \tag{5}$$

La sfîrșitul intervalului dintre ciocniri avem $\eta=0$. Pentru ca sistemul vibropercutant să efectueze mișcări periodice, este necesar ca durata intervalului dintre două ciocniri să fie un multiplu al perioadei forței perturbatoare, adică $\frac{2\pi r}{\omega}$ $(r=1,\ 2\ldots)$ iar vitezele de ciocnire să se repete identic. Prin urmare la sfîrșitul intervalului dintre două ciocniri (începutul ciocnirii) cînd $\tau=\frac{2\pi r}{p}$ trebuie să avem $\eta=0$, $\eta'=\frac{\alpha}{R}=(1+2\varepsilon)\alpha$. Ținînd seama de expresiile (5) aceste condiții, care reprezintă condițiile de periodicitate, se pot scrie astfel :

$$A\cos\frac{\pi r}{p}-B\sin\frac{\pi r}{p}=0;\quad A\sin\frac{\pi r}{p}+B\cos\frac{\pi r}{p}=-\frac{(1+\varepsilon)\alpha}{\sin\frac{\pi r}{p}}.$$

Rezolvînd acest sistem de ecuații în raport cu A și B și ținînd seama de (5) condițiile de periodicitate devin:

$$p\theta\cos\varphi=-\varepsilon\alpha;\quad a+\theta\sin\varphi=-(1+\varepsilon)\alpha\operatorname{ctg}\frac{\pi r}{p}. \tag{6}$$

Din (6) se determină valorile mărimilor φ și α obținîndu-se rezultatul din cazul general cunoscut [2]. În condițiile prezentei lucrări, cu ciocniri elastice, soluția se poate obține mai simplu. Pentru aceasta vom considera dezvoltările lui φ și α după puterile parametrului mic ε. Limitîndu-ne la aproximația de ordinul întîi, se obține din (6):

$$\varphi=\pm\left(\frac{\pi}{2}+\varepsilon\frac{\alpha}{p\theta}\right);\quad \alpha=-(1-\varepsilon)(a\pm\theta)\operatorname{tg}\frac{\pi r}{p}. \tag{7}$$

Deoarece $\alpha>0$, trebuie să avem:

$$(a\pm\theta)\operatorname{tg}\frac{\pi r}{p}<0. \tag{8}$$

Această inegalitate reprezintă o condiție necesară de existență a regimurilor periodice de mișcare. Pentru ciocnirea perfect elastică ($\varepsilon=0$), formulele (7) dau rezultatele cunoscute [2].

3. Regimurile periodice de mișcare ale sistemului vibropercutant se realizează cu valorile (7) ale parametrilor φ și α în condițiile (8). Pentru ca acestea să fie stabile este necesar să mai fie îndeplinite și anumite condiții de stabilitate, ce le prezentăm mai jos.

Stabilitatea sistemului o vom studia folosind metoda perturbațiilor mici pentru faza φ și viteza de ciocnire α. Vom presupune că la o anumită ciocnire aceste mărimi au valorile perturbate $\varphi+\Delta\varphi_0$, $\alpha+\Delta\alpha_0$. Pentru toate ciocnirile următoare mărimile φ și α vor avea valori perturbate. Astfel pentru ciocnirea de ordinul k mărimile φ și α vor avea valorile $\varphi+\Delta\varphi_k$ și $\alpha+\Delta\alpha_k$. În intervalul dintre ciocnirile de ordinul k și $k+1$ legea mișcării are forma (4), dar valorile φ și α ce intră și în constantele de integrare A și B se înlocuiesc cu valorile perturbate corespunzătoare ciocnirii de ordinul k. Ținînd seama că durata intervalului dintre aceste două ciocniri este $\frac{2\pi r}{p}+\frac{\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k}{p}$, aplicînd legea mișcării și vitezei la sfîrșitul intervalului se obțin ecuațiile în perturbații:

$$\begin{gathered}
[p\theta\cos(\varphi+\Delta\varphi_k)-(\alpha+\Delta\alpha_k)]\sin\left(\frac{2\pi r}{p}+\frac{\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k}{p}\right)+\\
+[a+\theta\sin(\varphi+\Delta\varphi_k)]\cos\left(\frac{2\pi r}{p}+\frac{\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k}{p}\right)-a-\theta\sin(\varphi+\Delta\varphi_{k+1})=0\\
[p\theta\cos(\varphi+\Delta\varphi_k)-(\alpha+\Delta\alpha_k)]\cos\left(\frac{2\pi r}{p}+\frac{\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k}{p}\right)-\\
-[a+\theta\sin(\varphi+\Delta\varphi_k)]\sin\left(\frac{2\pi r}{p}+\frac{\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k}{p}\right)-p\theta\cos(\varphi+\Delta\varphi_{k+1})=\\
=(1+2\varepsilon)(\alpha+\Delta\alpha_{k+1}).
\end{gathered} \tag{9}$$

Dacă perturbațiile sînt mici, ecuațiile (9) se pot liniariza. Astfel rezultă

$$\alpha(\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k)-p^2\theta\sin\varphi\sin\frac{2\pi r}{p}\Delta\varphi_k+2\varepsilon\alpha\left(\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k\cos^2\frac{\pi r}{p}\right)=p\sin\frac{2\pi r}{p}\Delta\alpha_k \tag{10}$$

$$\alpha(\Delta\varphi_{k+1}-\Delta\varphi_k)+p^2\theta\sin\varphi\sin\frac{2\pi r}{p}\Delta\varphi_{k+1}+2\varepsilon\alpha\sin^2\frac{\pi r}{p}\Delta\varphi_{k+1}=(1+2\varepsilon)p\sin\frac{2\pi r}{p}\Delta\alpha_{k+1}$$

Pentru determinarea perturbațiilor considerăm soluții de forma $\Delta\varphi_k = u\beta^k$, $\Delta\alpha_k = v\beta^k$. Ecuațiile (10) devin

$$\left[\alpha(\beta-1)-p^2\theta\sin\varphi\sin\frac{2\pi r}{p}+2\varepsilon\alpha\left(\beta-\cos^2\frac{\pi r}{p}\right)\right]u=p\sin\frac{2\pi r}{p}v$$

$$\left[\alpha(\beta-1)+p^2\theta\sin\varphi\sin\frac{2\pi r}{p}\beta+2\varepsilon\alpha\sin^2\frac{\pi r}{p}\beta\right]u=(1+2\varepsilon)p\sin\frac{2\pi r}{p}\beta v. \tag{11}$$

Pentru ca sistemul omogen (11) să aibă soluții diferite de zero, determinantul lui trebuie să fie nul. Astfel se obține ecuația caracteristică în β:

$$(1+2\varepsilon)^2\alpha\beta^2-2\left[(1+\varepsilon)\left(\alpha+p^2\theta\sin\varphi\sin\frac{2\pi r}{p}\right)+\varepsilon\alpha+2\varepsilon^2\alpha\cos^2\frac{\pi r}{p}\right]\beta+\alpha=0. \tag{12}$$

Regimurile periodice ale sistemului vibropercutant vor fi stabile dacă această ecuație va avea toate rădăcinile cu modulul subunitar. Condițiile necesare pentru aceasta se obțin aplicînd criteriul lui Schur [2]. Rezultă că modulele valorilor

$$W_1=\frac{1}{(1+2\varepsilon)^2}=R^2$$

$$W_2=-\frac{(1+\varepsilon)\left(\alpha+p^2\theta\sin\varphi\sin\frac{2\pi r}{p}\right)+\varepsilon\alpha+2\varepsilon^2\alpha\cos^2\frac{\pi r}{p}}{(1+2\varepsilon+2\varepsilon^2)\alpha}$$

trebuie să fie subunitare.

Presupunînd $\varepsilon>0$ (deci $R<1$), prima condiție va fi verificată. Cum în cazul real ciocnirea elastică se face întotdeauna cu un coeficient de restituire subunitar [3] (în realitate nu există ciocnire perfect elastică cu $R=1$), se poate considera această condiție întotdeauna îndeplinită.

Din a doua condiție relativă la W_2 rezultă că trebuie să fie verificate inegalitățile

$$-\frac{2\left(1+2\varepsilon+\varepsilon^2+\varepsilon^2\cos^2\frac{\pi r}{p}\right)}{1+\varepsilon}<\frac{p^2\theta\sin\varphi\sin\frac{2\pi r}{p}}{\alpha}<\frac{2\varepsilon^2\sin^2\frac{\pi r}{p}}{1+\varepsilon}. \tag{13}$$

Dezvoltînd după puterile lui ε şi neglijînd puterile mai mari ca unitatea (deoarece ε este mic) se vor obţine, după înlocuirea lui α din (6), inegalităţile

$$0<\frac{p^2\theta\sin\varphi\cos^2\frac{\pi r}{p}}{a+\theta\sin\varphi}<1. \tag{13'}$$

Prin urmare regimurile periodice vor fi stabile dacă sînt verificate inegalităţile (13').

4. Domeniile în care mişcările periodice cu ciocniri sînt stabile depind de mărimile a şi θ. Acestea trebuie să verifice condiţiile (8) şi (13'). Pentru stabilirea acestor domenii vom considera ca parametru valoarea $\nu=p^2\cos^2\frac{\pi r}{p}$. Ţinînd seama că avem aproximativ $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$, adică $\sin\varphi=\pm1$, condiţia (13') se scrie

$$0<\frac{\pm\nu\theta}{a\pm\theta}<1. \tag{14}$$

Acestea împreună cu (8) delimitează domeniile în care există mişcări periodice stabile.

Dacă $\operatorname{tg}\frac{\pi r}{p}>0$, adică $h<\frac{r}{p}<h+\frac{1}{2}$ (h număr întreg), atunci rezultă condiţiile

$$a\pm\theta<0;\quad \pm\theta<0;\quad a\pm(1-\nu)\theta<0 \tag{15}$$

Prima dintre acestea este întotdeauna satisfăcută dacă celelalte două condiţii sînt satisfăcute şi nu este necesar să fie considerată.

Dacă $\operatorname{tg}\frac{\pi r}{p}<0$, adică $h+\frac{1}{2}<\frac{r}{p}<h+1$ (h număr întreg), atunci rezultă condiţiile

$$a\pm\theta>0;\quad \pm\theta>0;\quad a\pm(1-\nu)\theta>0. \tag{16}$$

În mod analog, prima inegalitate poate fi lăsată deoparte fiind o consecinţă a celorlalte două.

Domeniile de stabilitate ale mişcărilor periodice precum şi valorile corespunzătoare ale lui r şi φ pot fi urmărite mai simplu într-un sistem de axe (θ, a). În fig. 2 este prezentat cazul corespunzător valorii $\nu<1$ iar în fig. 3 cazul $\nu>1$. În ambele cazuri domeniile sînt delimitate de dreptele $\theta=0$ şi $a\pm(1-\nu)\theta=0$. La determinarea domeniilor este important de ţinut seama că în formulele (15) respectiv (16) semnele $\pm$ corespund valorilor $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$. Se ia peste tot unul din aceste semne. Domeniile în care $\varphi=\frac{\pi}{2}$ sînt caracterizate printr-o haşură de o anumită orientare, iar cele în care $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ printr-o haşură de altă orientare. Pentru fiecare din aceste domenii pe figură este indicat semnul necesar al lui $\operatorname{tg}\frac{\pi r}{p}$.

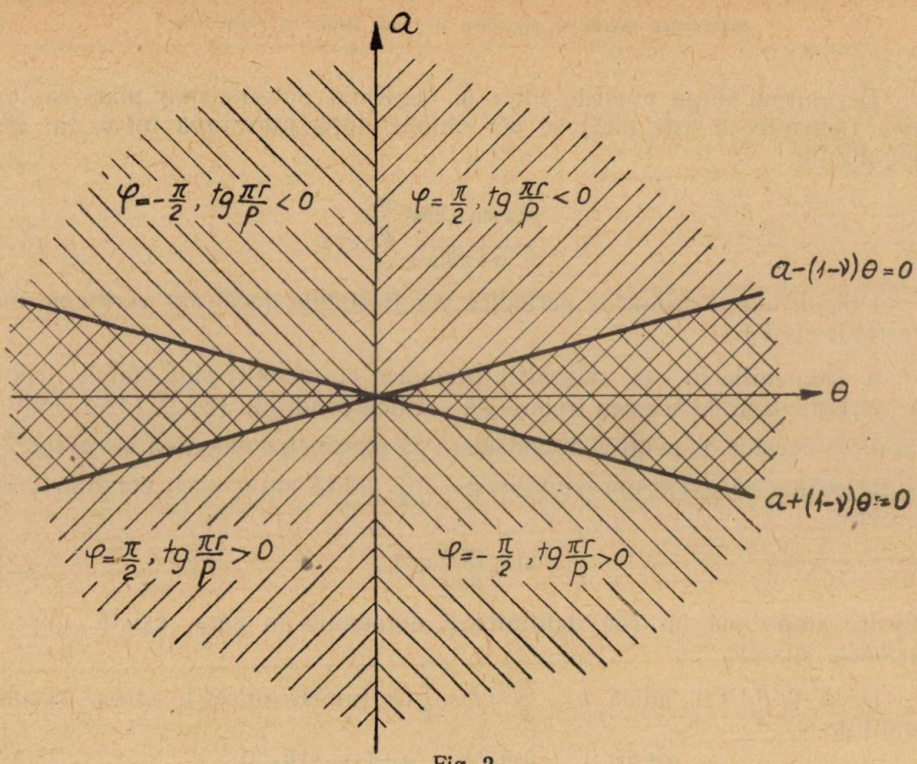

a
$\varphi=-\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}<0$
$\varphi=\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}<0$
$a-(1-\nu)\theta=0$
θ
$a+(1-\nu)\theta=0$
$\varphi=\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}>0$
$\varphi=-\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}>0$

Fig. 2

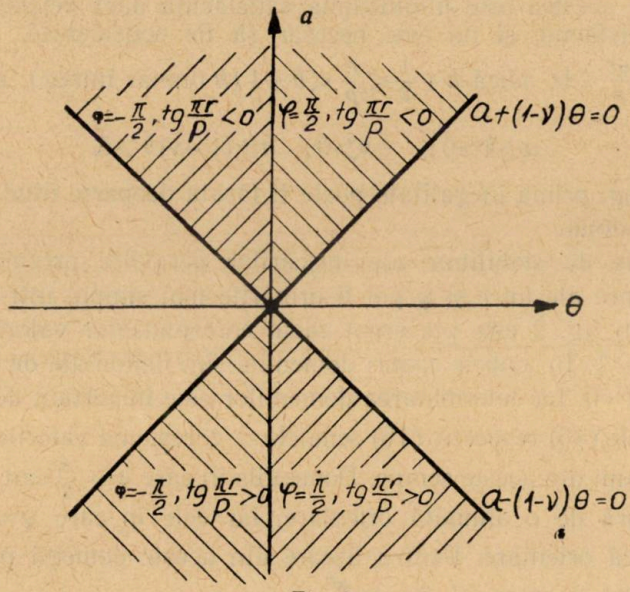

a
$\varphi=-\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}<0$
$\varphi=\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}<0$
$a+(1-\nu)\theta=0$
θ
$\varphi=-\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}>0$
$\varphi=\frac{\pi}{2}, tg\frac{\pi r}{p}>0$
$a-(1-\nu)\theta=0$

Fig. 3

Din fig. 2 se constată că pentru orice valori date ale lui a şi θ pot exista mişcări stabile dacă $\nu < 1$. Acestea se realizează cu valorile lui r care fac ca $\operatorname{tg} \frac{\pi r}{p}$ să aibă semnul corespunzător domeniului in care se află punctul de coordonate (θ, a). In domeniul — $(1-\nu)\ \theta < a < (1-\nu)\theta$ semnul lui $\operatorname{tg} \frac{\pi r}{p}$ poate fi oricare. Valoarea lui φ rezultă imediat din diagramă, după orientarea haşurii.

Dacă $\nu > 1$, din fig. 3 se constată că există şi domenii de instabilitate a mişcărilor.

Ca exemplu vom considera sistemul vibropercutant studiat în lucrarea [1] avînd următoarele caracteristici $m = 5{,}2$ kg ; $k = 4\,900$ N/m, $R_1 = 1{,}5$ cm, $\omega = 100$ rad/s, $F_0 = 31{,}2$ N, $\delta = 3$ mm. Pentru aceste valori rezultă $a = -1{,}611 \cdot 10^{10}$; $b = 34{,}2 \cdot 10^{10}$; $p = 3{,}26$ şi $\theta = -3{,}55 \cdot 10^{10}$.

Considerînd $r = 1$ s-ar obţine $\nu = 3{,}45 > 1$ ceea ce corespunde fig. 3. Cum $\operatorname{tg} \frac{\pi r}{p} > 0$, se constată că punctul de coordonate (θ, a) se află într-un domeniu în care nu poate să existe o mişcare periodică stabilă. Dacă luăm $r = 2$, pentru care $\nu = 1{,}31 > 1$ şi $\operatorname{tg} \frac{\pi r}{p} < 0$, atunci punctul de coordonate (θ, a) se află în fig. 3 într-un domeniu unde mişcarea periodică stabilă există pentru $\varphi = -\frac{\pi}{2}$. Mişcările periodice stabile pentru acest sistem au fost realizate şi verificate experimental fiind expuse în lucrarea [1].

BIBLIOGRAFIE

1. Silaş Gh., Mangeron D., Brîndeu L., Hegedüs A.; Über die stationäre Bewegung eines Schlagschwingsystems, wenn der Zusammenstoss nicht als momentan betrachtet wird, Rev. Roum. Sci. Techn., Méc. Appl. Tome 12, Nr. 2, p. 417—429, Bucarest 1967. — Auspra mişcării staţionare a unui sistem vibropercutant cînd ciocnirea nu se consideră instantanee. Studii şi cercetări de Mecanică Aplicată, Tom. 24, Nr. 2, p. 335—346, Bucureşti, 1967.
2. Kobrinski A. E.; *Mehanizmî s uprughimi sviaziami*, Izdatelistvo „Nauka", Moskva, 1964.
3. Silaş Gh., Brîndeu L., Hegedüs A.; Determinarea coeficientului de restituire la ciocnire pe baza deformaţiilor locale. Bul. Şt. şi Tehn. al I. P. Timişoara, serie nouă, Tom 12 (26), Fasc. 2, p. 369—377, 1967.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ В СЛУЧАЕ МГНОВЕННЫХ УПРУГИХ СОУДАРЕНИЙ

(РЕЗЮМЕ)

Для виброударной системы с одной степенью свободы (рис. 1), коэффициент отдачи при соударении будучи $R = 1$, определяются в первую очередь условия периодичности из уравнений (7) и (8).

Устойчивость периодических движений исследуется пертурбационным методом и находятся для этого случая условия устойчивости (14). Для различных значений параметров системы намечаются на рис. 2 и 3 области устойчивости.

Случай $R=1$ служит основой в исследовании упругих немгновенных соударений когда получаются дифференциальные нелинейные уравнения [1].

STUDIUM DER STABILITÄT DER PERIODISCHEN BEWEGUNGEN EINES RÜTTELSYSTEMS MIT EINEM FREIHEITSGRAD FÜR DEN FALL ELASTISCHER PLÖTZLICHER STÖSSE

(ZUSAMMENFASSUNG)

Für das Rüttelsystem mit einem Freiheitsgrad welches in Abb. 1 dargestellt ist, mit der Stossziffer $R=1$, werden zuerst die Periodizitätsbedingungen, welche in den Gl. (7) und (8) ausgedrückt sind, bestimmt.

Die Stabilität der periodischen Bewegungen wird mit der Perturbationsmethode untersucht und man findet für diesen Fall die Bedingungen (14). Für verschiedene Werte der Systemparameter sind in den Abb. 2 und 3 die Stabilitätsbereiche dargestellt.

Der Fall $R=1$ bildet den Ausgangspunkt für das Studium von elastischen nicht plötzlichen Stössen für welche die nichtlineare Differentialgleichung (1) gilt.

ASUPRA EMISIEI EXOELECTRONICE LA Al IN CIMP DE ACCELERARE PULSATOR

DE

C. SIMOI, P. CRĂCIUN, B. FRITZ

1. INTRODUCERE

La suprafața plăcilor de aluminiu proaspăt prelucrate mecanic se pot înregistra la iluminare emisii de electroni lenți [1], formînd emisia exoelectronică. Într-o lucrare anterioară [2], am arătat că emisia exoelectronică apare și în absența iluminării.

Pentru a putea înregistra electronii emiși, proba este pusă la o tensiune negativă constantă U de valoare adecvată. Emisia este înregistrată fie cu ajutorul unui multiplicator prin emisie secundară [3—5] lucrînd în vid înaintat, fie cu ajutorul unor contori Geiger-Müller cu fereastră frontală deschisă lucrînd într-o atmosferă de gaz aptă de a stinge pulsurile contorului [6], [7].

Pentru a stabili modul cum ionii formați în gazul în care are loc emisia exoelectronică influențează această emisie, în cele ce urmează este urmărită comparativ emisia exoelectronică în regimuri de negativare cu tensiune constantă și pulsatorie, precum și în tensiune alternativă. Se constată apariția unor modificări semnificative.

2. OBSERVAȚII EXPERIMENTALE

A fost folosită aceeași instalație experimentală din lucrare [2], emisia exoelectronică a unor plăci de Al fiind înregistrată într-o atmosferă de Argon-Butan la presiunile parțiale Argon $p=54$ torr, Butan $p=6$ torr. Distanța contor-probă a fost de 1,5 cm, iar iluminarea unui bec de 4,4 Watt la depărtare de 10 cm de proba emisivă.

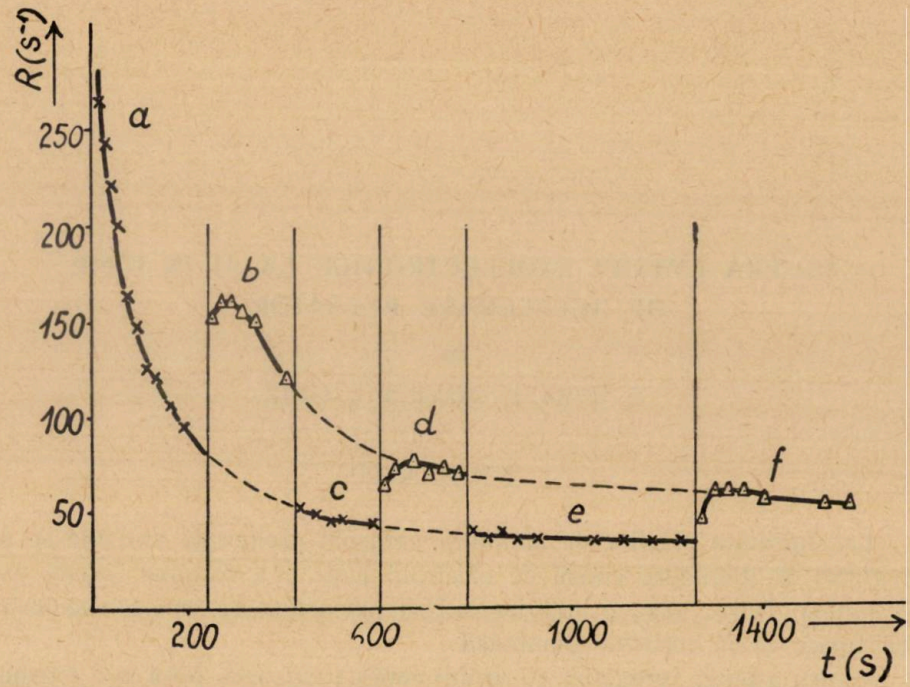


Fig. 1. Dependența de timp a emisiei exoelectronice în cîmp de accelerare alternativ (curbele *a*, *c*, *e*) și pulsatoriu (curbele *b*, *d*, *f*). U=200 V, ν=350 Hz.

In fig. 1 este redată diagrama descriind dependența de timp a intensității emisiei înregistrată succesiv: în tensiune de negativare alternativă de frecvență ν=350 Hz (curbele *a*, *c* și *e*) și în tensiune pulsatorie de aceeași frecvență (curbele *b*, *d* și *f*). S-a lucrat la tensiunea de accelerare de 200 volți.

Se remarcă gruparea curbelor obținute cu aceeași tensiune astfel încît se formează două curbe care reprezintă diagramele de scădere în timp a emisiei în tensiune de accelerare alternativă (*a*, *c*, *e*) respectiv pulsatorie (*b*, *d*, și *f*).

Absența alternanței pozitive în tensiunea pulsatorie favorizează puternic emisia așa cum reiese din compararea celor două curbe.

In fig. 2 este redată comparativ aceeași curbă întreruptă succesiv, de data aceasta corespunzător unei tensiuni continui porțiunile (*a*, *c*, *e*, *g*) respectiv unei tensiuni pulsatorii (*b*, *d*, *f*) de frecvență 50 Hz. Tensiunea avea în ambele cazuri 200 volți.

Se constată că emisia înregistrată în cele două regimuri de negativare nu este aceeași, deosebirea schimbîndu-se în timp.

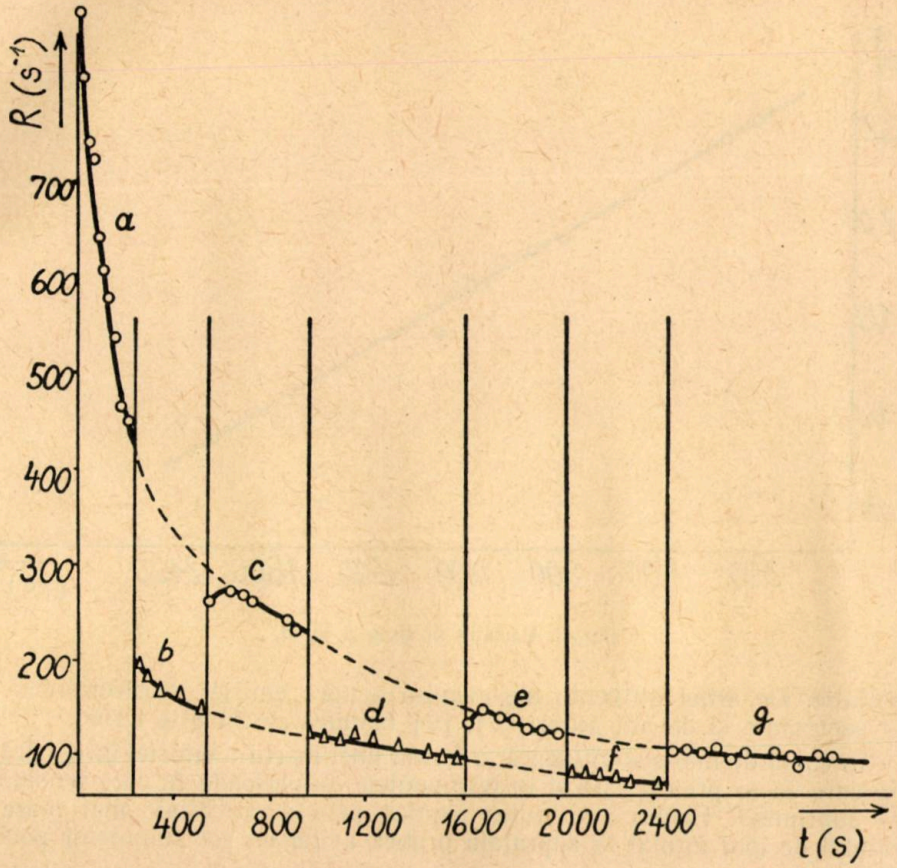


Fig. 2. Dependența de timp a emisiei exoelectronice în cîmp de accelerare continu (curbele *a, c, e, g*) și pulsatoriu (curbele *b, d, f*). U=200 V, ν=50 Hz.

3. INTERPRETARI, CONCLUZII

Cele două regimuri de negativare, continuu și pulsator, diferă între ele prin durata cît ele întreţin condiţiile de înregistrare. O fracţiune din perioada de pulsaţie instalaţia nu mai este sub tensiune în regim pulsatoriu, comparativ cu cel cu tensiune constantă.

Ca urmare, ar trebui ca valorile înregistrate în regim continuu și pulsatoriu să difere într-un raport n constant în timp, dacă nu se suprapun și alte efecte. In fig. 3 este reprezentată dependenţa de timp a acestui raport evaluat din punctele de pe curbele din fig. 2.

Se constată că acest raport scade în timp. Faptul este echivalent cu o indicaţie a prezenţei unor efecte străine, probabil produse de gazul din

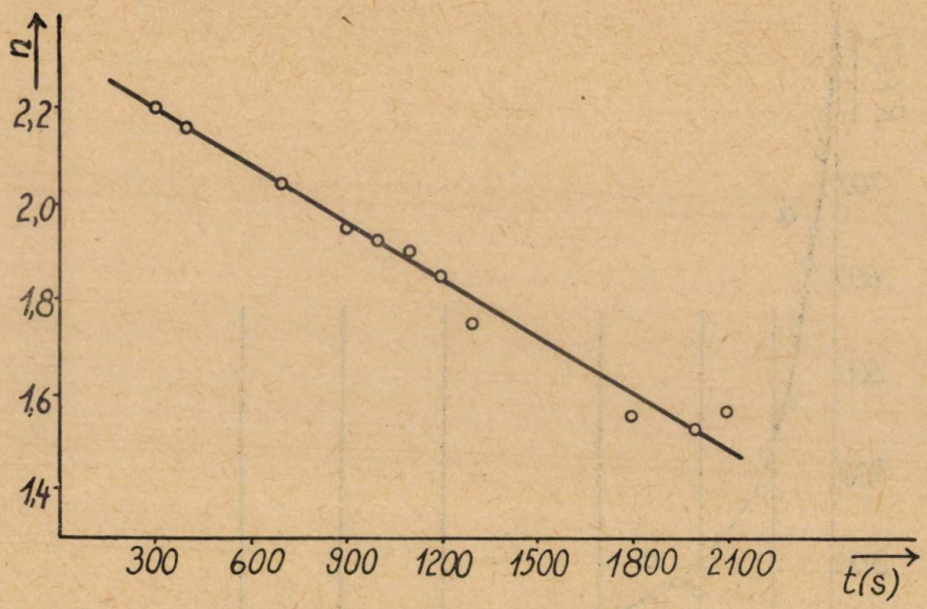


Fig. 3. Variația în timp a lui *n*.

instalație. De altfel influențe ale gazului asupra emisiei exoelectronice au fost semnalate și de alți autori [8], [9] manifestate în alte forme.

In cazul de mai sus influența ia forma unei inerții a emisiei înregistrate, prin care ea se prelungește și în fragmentele de perioadă în care tensiunea este suprimată. Faptul s-ar putea explica prin o stabilitate mai mare a stratului de ioni format la suprafața probei, avînd un rol stimulator pentru emisie.

In ce privește comportarea emisiei la tensiune alternativă ea corespunde unei influențe suplimentare care depinde mult de frecvență față de cazul celei pulsatorii ca urmare a prezenței alternanței pozitive. Pe durata acestei alternanțe procesul de aderare a ionilor ar putea fi frînat perturbîndu-se emisia.

BIBLIOGRAFIE

1. Kramer J., Z. Phys, 1948, *125*, 739.
2. Simoi C., Hrianca I., Crăciun P., Phys. stat. sol. 1968, *29*. 761.
3. Lohff J., Raether H., Z. Physik, 1955, *142*, 310.
4. Raether H., J. Chim. Phys., 1957, nr. 2392, 48.
5. Seeger K., Z. Phys., 1955, *141*, 221.
6. Haxel O., Houtermans G., Seeger K., Z. Phys., 1951, *130*, 109.
7. Mader J., Sujak B., Acta Phys. Polon, 1960, *19*, 179.
8. Parilis E. S., Radioteh. i electron., 1962, *7*, 1979.
9. Sujak B., Gieroszynski A., Mader J., Acta phys. Polon, 1965, *28*, 31.

О ЭКЗОЭЛЕКТРОННОЙ ЭКЗОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИСИИ У Al В УСКОРЯЮЩЕМ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ПОЛЕ

(РЕЗЮМЕ)

Приводятся экспериментальные сопоставления экзоэлектронных эмисий в разреженном газе некоторых проб Al, установленных в электрическом постоянном, переменном и пульсирующем поле.

Установлено что эмисия зарегестрированная во всех трех случаях различна.

Авторы приписывают эти различия влиянию ионов образующихся в рабочем газе.

SUR L'ÉMISSION EXOÉLECTRONIQUE DE L'Al DANS UN CHAMP D'ACCÉLÉRATION PULSATOIRE

(RÉSUMÉ)

Des observations expérimentales sont présentées comparativement à l'émission exoélectronique d'un echantilon d'Al, situé dans un champ électrique constant, alternatif et pulsatoire.

On constate que l'émission enregistrée dans les trois cas est différente. Les auteurs atribuent ces différence à l'influence des ions formées dans le gaz de travail.

DOUĂ FORMULE GENERALE PENTRU CALCULUL UNOR INTEGRALE IMPROPRII

DE

GH. TUDOR

In lucrarea „Application du calcul des résidus aux integrales définies", D. Dimitrovski, integrînd funcția de variabilă complexă

$$f(z)=\frac{e^{i(az^3+bz)}}{z}\cdot\frac{c+dz^4}{m^4+(nz)^4} \tag{1}$$

pe un anumit contur, stabilește două formule utile pentru calculul unui număr mare de integrale improprii.

In lucrarea de față, ne propunem stabilirea a două formule mai generale decît cele amintite, şi anume, vom considera funcția

$$f(z)=\frac{e^{iP(z)}}{z}\cdot\frac{Q(z)}{\alpha^{2p}+(\beta z)^{2p}} \tag{2}$$

$$P(z)=\sum_{k=1}^{m}a_k z^k,\quad Q(z)=\sum_{l=0}^{n}b_l z^l$$

în care

$$(a_k\geqslant 0,\ k=1,\dots m,\ \sum_{1}^{m}a_k\neq 0,\ \alpha>0,\ \beta>0,\ m\leqslant p,\ n\leqslant 2p,\ p\geqslant 2)$$

Integrînd această funcție pe conturul din figura 1, obținem (aplicînd teorema rezidurilor) :

$$\oint_C f(z)\,dz=2\pi i\,\mathrm{rez}\,f(z_0) \tag{3}$$

$$z_0=\lambda e^{i\frac{\pi}{2p}},\quad \lambda=\alpha/\beta,\quad \varepsilon<\lambda<r$$

Relația (3) se mai poate scrie

$$\int_\varepsilon^r f(x)\,dx+\int_\Gamma f(z)\,dz+\int_\varepsilon^r f(\rho e^{i\frac{\pi}{p}})\,e^{i\frac{\pi}{p}}\,d\rho+\int_\gamma f(z)\,dz=2\pi i\,\mathrm{rez}\,f(z_0). \tag{4}$$

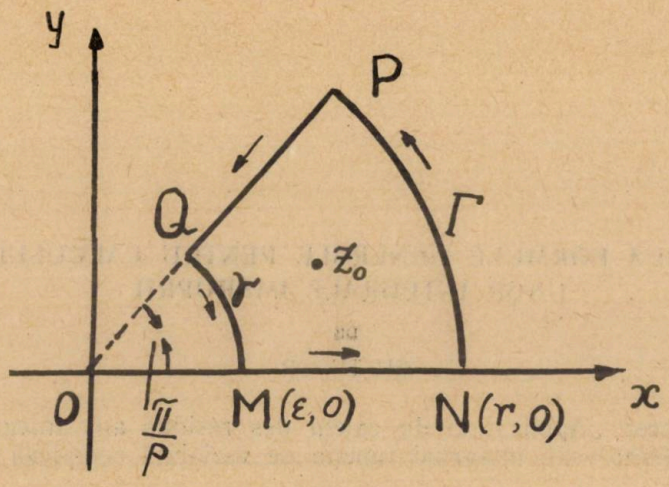


Fig. 1

Facem în această relație pe $\varepsilon \to 0$ și $r \to \infty$ și să vedem ce se întîmplă cu integralele pe γ și Γ.

Pentru $\int_\Gamma f(z)dz$ observăm că:

$$|e^{iP(z)}| = e^{-\sum_1^m a_k \varrho^k \sin k\theta} < 1$$

dacă

$$0 \leq \arg z < \frac{\pi}{p}.$$

Notînd pentru prescurtare

$$R(z) = \frac{Q(z)}{\alpha^{2p} + (\beta z)^{2p}},$$

se arată cu ușurință că:

$$\lim_{|z| \to \infty} |R(z)| < \infty \quad \text{și} \quad \lim_{|z| \to \infty} |R'(z)| = 0$$

Integrăm pe curba Γ identitatea

$$ima_m f(z) = \frac{d}{dz}\left(\frac{f(z)}{z^{m-1}}\right) - \frac{e^{iP(z)}}{z^m} \cdot R'(z) -$$

$$- \frac{i\sum_1^{m-1} k a_k z^{k-m}}{z^{m+1}} \cdot e^{iP(z)} \cdot R(z) \qquad (5)$$

și obținem

$$ima_m \int_\Gamma f(z)\,dz = \frac{f(z)}{z^{m-1}}\Big|_r^{re^{i\frac{\pi}{p}}} - \int_\Gamma \frac{e^{iP(z)}}{z^m}\cdot R'(z)\,dz -$$

$$- \int_\Gamma \frac{i\sum_1^{m-1} k a_k z^{k-m}}{z^{m+1}} e^{iP(z)}\cdot R(z)\,dz. \tag{6}$$

Făcînd în relația (6) pe $r\to\infty$, integralele din membrul drept tind la zero; acest lucru se arată imediat, pe baza observațiilor făcute mai înainte și a unei cunoscute leme [4].

Deasemeni termenul integrat tinde la zero cînd $r\to\infty$, acest lucru rezultînd imediat din

$$\left|\frac{f(z)}{z^{m-1}}\right| = \left|\frac{e^{iP(z)}}{z^m}\right|\cdot R(z)\Big| < \frac{|R(z)|}{\rho^m}.$$

Va rezulta deci, că și $\int_\Gamma f(z)dz \to 0$ cînd $r\to\infty$.

Pentru $\int_\gamma f(z)dz$, considerăm seria Laurent a funcției $f(z)$ într-o coroană cu centrul în origine:

$$f(z) = \frac{A_{-1}}{z} + A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \ldots \tag{7}$$

în care

$$A_{-1} = \lim_{z\to 0}[zf(z)] = \frac{b_0}{\alpha^{2p}}.$$

Integrăm seria (7) termen cu termen, pe γ și avem:

$$\int_\gamma f(z)\,dz = \frac{b_0}{\alpha^{2p}}\int_{\frac{\pi}{p}}^{0}\frac{\varepsilon i e^{i\theta}}{\varepsilon e^{i\theta}}d\theta + i\sum_{k=0}^{\infty} A_k \varepsilon^{k+1}\int_{\frac{\pi}{p}}^{0} e^{i(k+1)\theta}\,d\theta \tag{8}$$

Trecînd la limită cu $\varepsilon\to 0$ în relația (8), obținem

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_\gamma f(z)\,dz = -i\frac{b_0}{p\alpha^{2p}}\pi. \tag{9}$$

După trecerile la limită, relația (4) devine

$$\int_0^\infty f(x)\,dx - e^{i\frac{\pi}{p}}\int_0^\infty f(\rho e^{i\frac{\pi}{p}})\,d\rho = i\frac{b_0}{p\alpha^{2p}}\pi + 2\pi i \operatorname{rez} f(z_0). \tag{10}$$

Avem și

$$\operatorname{rez} f(z_0)=\left.\frac{e^{iP(z)}\cdot Q(z)}{[z\,\alpha^{2p}+\beta^{2p}z^{2p})]'}\right|_{z=z_0}=\frac{e^{iP(z_0)}\cdot Q(z_0)}{2p\beta^{2p}z_0^{2p}}=$$

$$=-\frac{e^{-g(2p,\lambda)}}{2p\alpha^{2p}}\cdot G(2p,\lambda)-i\frac{e^{-g(2p,\lambda)}}{2p\alpha^{2p}}\cdot H(2p,\lambda) \tag{11}$$

în care am notat

$$g(u,v)=\sum_{k=1}^{m}a_k v^k\sin\frac{k\pi}{u},\quad h(u,v)=\sum_{k=1}^{m}a_k v^k\cos\frac{k\pi}{u},$$

$$G(u,v)=\sum_{l=0}^{n}b_l v^l\cos\left(h(u,v)+\frac{l\pi}{2p}\right)$$

și

$$H(u,v)=\sum_{l=0}^{n}b_l v^l\sin\left(h(u,v)+\frac{l\pi}{2p}\right). \tag{12}$$

In sfîrșit, separînd părțile reale și imaginare în relația (10) obținem formulele generale:

$$\int_0^\infty\frac{Q(x)\cos P(x)-e^{-g(p,x)}\cdot G(p,x)}{x[\alpha^{2p}+(\beta x)^{2p}]}dx=\frac{\pi e^{-g(2p,\lambda)}}{p\alpha^{2p}}\cdot H(2p,\lambda)$$

$$\int_0^\infty\frac{Q(x)\sin P(x)-e^{-g(p,x)}\cdot H(p,x)}{x[\alpha^{2p}+(\beta x)^{2p}]}dx=\frac{\pi}{p\alpha^{2p}}[b_0-e^{-g(2p,\lambda)}\cdot G(2p,\lambda)]. \tag{13}$$

Observații. Din aceste formule, prin particularizarea:

$$p=2,\ P(z)=az^2+bz,\ Q(z)=c+dz^4$$

se obțin formulele stabilite de D. Dimitrovski în lucrarea amintită la început. Evident, aceste formule ne dau posibilitatea de a calcula un mare număr de integrale improprii printre care, unele clasice. Din motive de spațiu, nu vom enumera aici toate cazurile particulare importante.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Dimitrovski, Application du calcul des résidus aux certains intégrales définies, (serbo-cr.) — Matematićka 22, an. 1962 pag. 61—70.
2. W. Gröbner und N. Hofreiter, *Integraltafel, II — Bestimmte Integrale*, Wien, 1958.
3. F. Guglielmino, Calcolo di integrali singulari mediante il teorema dei residui. Le Matematiche, anno 1961 t. VI, p. 97 Catania.
4. Gh. I. Sabac, *Matematici speciale*, vol. II, 1965, pag. 191.
5. Gh. Tudor, Calculul unor integrale improprii cu teorema reziduurilor, Bul. St. și Tehnic, I.P.T., Tom 12 (26), 1967 pag. 403—407.

ДВЕ ОБЩИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ НЕСОБСТВЕНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

(РЕЗЮМЕ)

В заметке автор дает два отношения между некоторыми обобщенными интегралами, содержащими несколько параметров. Из этих отношений получается, при частных значения параметров, ряд обобщенных интегралов, между которыми и классические, хорошо известные интегралы.

DEUX FORMULES GÉNÉRALES POUR LE CALCUL DES CERTAINES INTÉGRALES IMPROPRES

(RÉSUMÉ)

Dans le prèsent travail l'auteur établie deux relation entre certaines intégrales impropres contenantes plusieurs paramètres. De ces relations on obtient pour des valeurs particulières données aux paramètres plusieurs intégrales impropres, parmi lesquelles ausi des intégrales classiques bien connues.

INFLUENȚA CONDIȚIILOR DE LUCRU ASUPRA COEFICIENTULUI PARȚIAL DE TRANSFER DE CĂLDURĂ LA FLUIDIZARE *

DE

V. BIBOLARU

Valorile coeficientului parțial de transfer de căldură, obținute pe cale experimentală, sînt afectate de influența condițiilor de lucru [1], [2], [3], [4].

Din numeroasele date publicate pînă acum reiese complexitatea stratului fluidizat și dificultățile care apar cînd se urmărește găsirea unui model simplu interpretabil cantitativ. Studiul local al transferului de căldură permite elaborarea unei metode de cercetare a coeficienților parțiali de transfer la perete în funcție de poziția și înălțimea stratului fluidizat. In cele de mai jos, se prezintă rezultatul unui asemenea studiu, care arată posibilitățile mai largi ale metodei.

In lucrare se expun numai cîteva cazuri mai caracteristice. Determinările au fost executate în condițiile încălzirii exterioare a tubului de sticlă, cu manșon cu tetraclorură de carbon, aplicat etanș pe tub.

Figura 1 prezintă schema instalației de lucru. Intr-un tub de sticlă (*2*) cu diametrul interior 64,1 mm, grosimea peretelui 1,9 mm, se fluidizează, cu un curent de aer (*1*), stratul de particule (*3*) aflat deasupra sitei (*8*). Au fost fluidizate particule de clorură de sodiu, cuprinse între sitele 07 și 05 STAS 1077-50. Înălțimea stratului imobil 20 mm. Temperatura în strat se măsoară cu termometru (*5*) iar la suprafața interioară și exterioară cu termocupluri (*6*) confecționate din sîrmă Cr, Ni-constantan (*d* 0,15 ; 0,2 mm). Pentru acoperire, peste termocupluri, s-a aplicat un strat subțire de silicat de

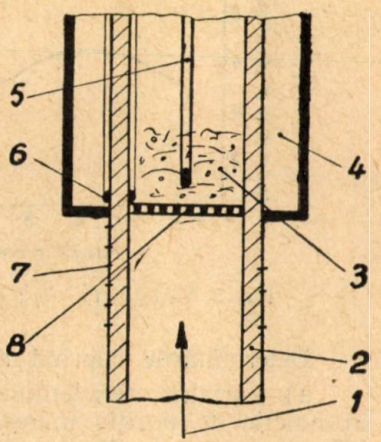


Fig. 1. Schema instalației :
1 — suflantă; *2* — tub de sticlă; *3* — granule; *4* — manșon de încălzire; *5* — termometru; *6* — termocupluri; *7* — scară gradată; *8* — sită.

* Comunicată la cea dea XIII-a Sesiune științifică I.P.T., 1968.

sodiu. Încălzirea s-a făcut, exterior, cu un manşon (*4*) cu tetraclorură de carbon aplicat etanş pe tub. Agentul de fluidizare (aer) a fost debitat de o suflantă (*1*). Viteza agentului de fluidizare s-a măsurat cu diagrama.

Pentru calcul s-au folosit relaţiile:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{R_1}{R_2}; \quad R_1 = \frac{\delta}{\lambda}; \quad R_2 = \frac{1}{\alpha}.$$

Δt_1 — diferenţa între temperatura suprafeţelor exterioară şi interioară a tubului de sticlă, °C;

Δt_2 — diferenţa între temperatura suprafeţei interioare a tubului şi temperatura medie a stratului fluidizat, °C;

R_1, R_2 — rezistenţa termică a peretelui de sticlă şi a stratului limită;

α — coeficientul parţial de transfer de căldură de la perete la stratul fluidizat, W/m² · grd.;

λ — coeficientul de conductibilitate termică a peretelui de sticlă, W/m · grd.;

δ — grosimea peretelui de sticlă, m.

Instalaţia, modul de lucru şi de calcul sînt asemănătoare cu cele indicate în bibliografie [5].

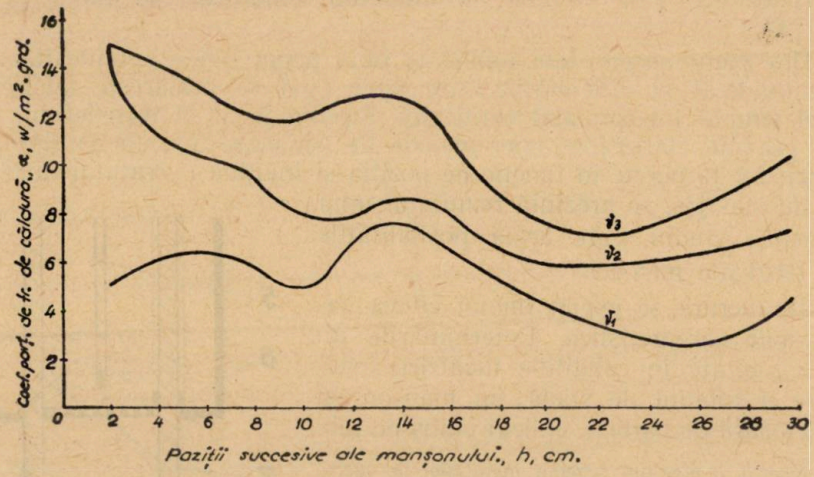


Fig. 2. Variaţia (α—h); v_1, v_2, v_3 — viteze ale agentului de fluidizare.

Determinările cuprind date cu privire la:

a) Variaţia coeficientului parţial de transfer de căldură, în tub gol, în funcţie de poziţia manşonului de încălzire (α—h). Determinările au fost executate la diferite viteze ale agentului de fluidizare.

h — poziţia manşonului de încălzire (distanţa de la sita-suport pînă la extremitatea inferioară a manşonului de încălzire, h_0=0; h_1=3; h_2=6; h_3=9), cm.

v — viteza agentului de fluidizare (v_1=0,334; v_2=1,900 şi v_3=2,650), m/s.

Cu creşterea distanţei h şi cu micşorarea vitezei agentului de fluidizare, valorile α oscilează descrescînd. Comparativ, valorile şi variaţiile sînt mici.

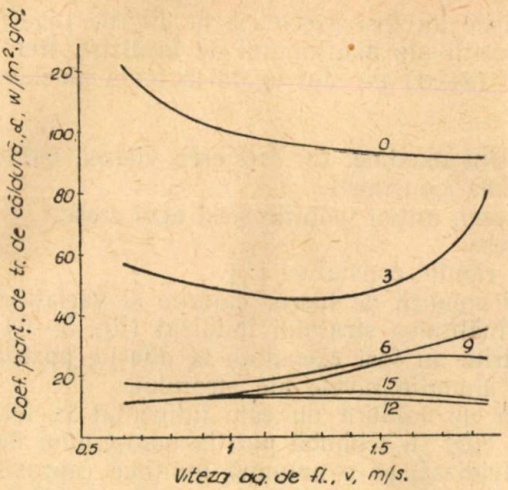


Fig. 3. Variația (α—v) la poziția h_0; *0*, *3*, *6*... — nivele în strat, cm.

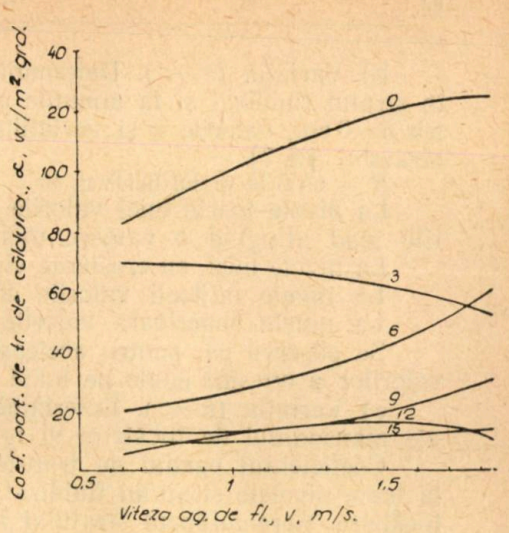


Fig. 4. Variația (α—v) la poziția h_1.

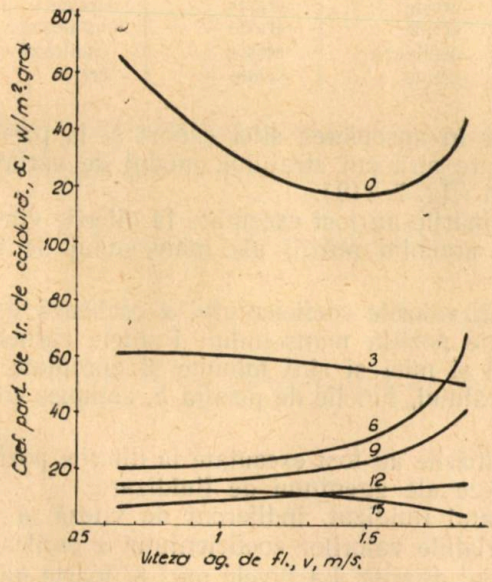


Fig. 5. Variația (α—v) la poziția h_2.

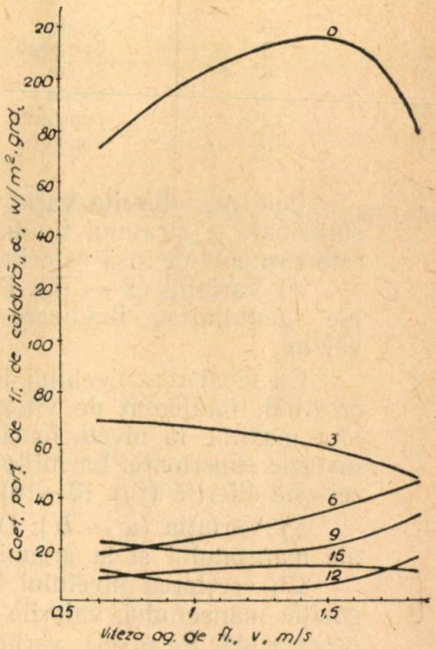


Fig. 6. Variația (α—v) la poziția h_3.

b) Variația (α—v). Determinările au fost executate la diferite nivele în stratul fluidizat și la anumite poziții ale manșonului de încălzire. Pentru h=0 cm, valorile α și variațiile (α—v) nu sînt egale la toate nivelele stratului [6, 7].

H — nivel în stratul fluidizat, cm.

La nivele foarte mici valorile sînt maxime. Cu creșterea vitezei, valorile scad atingînd o valoare minimă constantă.

La nivele mici, cu creșterea vitezei, inițial valorile scad apoi cresc.

La nivele mijlocii valorile cresc.

La nivele superioare valorile rămîn constante [7].

Se observă că, pentru aceleași condiții de lucru, valorile și variațiile valorilor α nu sînt egale pe toată înălțimea stratului fluidizat (fig. 3—6).

c) Variația (α—v). Determinările au fost executate la diferite poziții ale manșonului de încălzire și la anumite nivele ale stratului.

Coeficientul parțial de transfer de căldură nu este influențat la fel, la toate nivelele stratului fluidizat, cînd se schimbă poziția manșonului de încălzire. Spre mijlocul stratului fluidizat, pe o anumită înălțime (aproximativ 1/3 H), deși valorile sînt diferite, modul de variație este analog. Prin coborîrea manșonului, pe nivele în strat, variația (α—v) se prezintă conform tabelului de mai jos:

Nivel în stratul fluidizat H, cm	Poziția manșonului, h, cm			
	h_0=0	h_1=3	h_2=6	h_3=9
0	scade	crește	oscilează	oscilează
3	oscilează	scade	scade	scade
6	crește	crește	crește	crește
9	crește	crește	crește	oscilează
12	constant	oscilează	crește	oscilează
15	constant	crește	scade	crește

Cele mai diferite variații apar în apropierea sitei suport și la partea superioară a stratului fluidizat. Spre mijlocul stratului, modul de variație este asemănător însă valorile diferă (fig. 7—12).

d) Variația (α — H). Determinările au fost executate la diferite viteze ale agentului de fluidizare și la anumite poziții ale manșonului de încălzire.

Cu creșterea nivelului în strat, valorile coeficientului α oscilează descrescînd, indiferent de viteză și de poziția manșonului. Pantele curbelor sînt maxime la nivele foarte mici și mici și sînt minime și apropiate la nivelele superioare. La mijlocul stratului, funcție de poziția h, acțiunea vitezei este diferită (fig. 13—16).

e) Variația (α — H). Determinările au fost executate la diferite poziții ale manșonului și la anumite viteze ale agentului de fluidizare.

Cu creșterea nivelului în stratul fluidizat, indiferent de viteză și de poziția manșonului, valorile și variațiile valorilor coeficientului α oscilează descrescînd. Pe nivele, variațiile sînt diferite. La nivele mici și foarte mici,

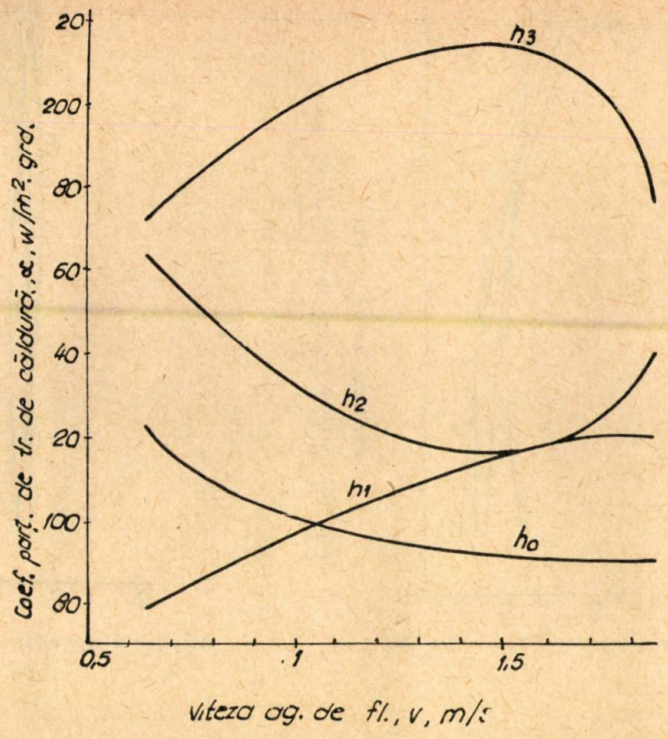


Fig. 7. Variația (α—v) la nivel H=0, cm.

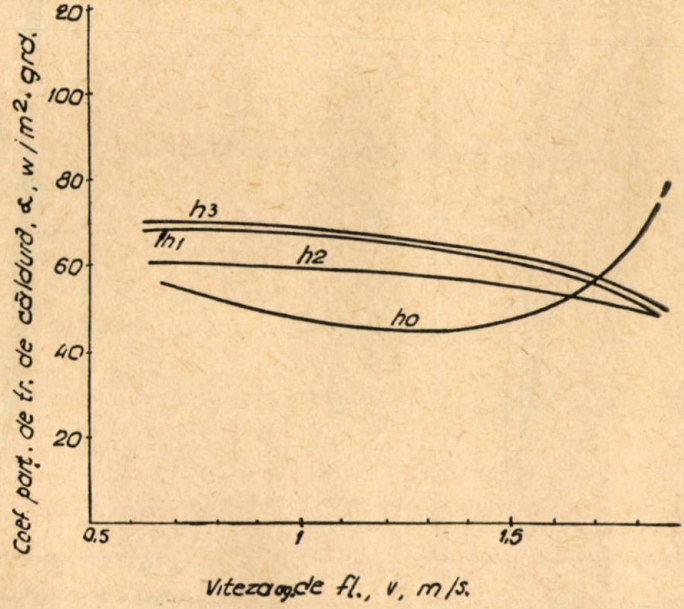


Fig. 8. Variația (α—v) la nivel H=3, cm.

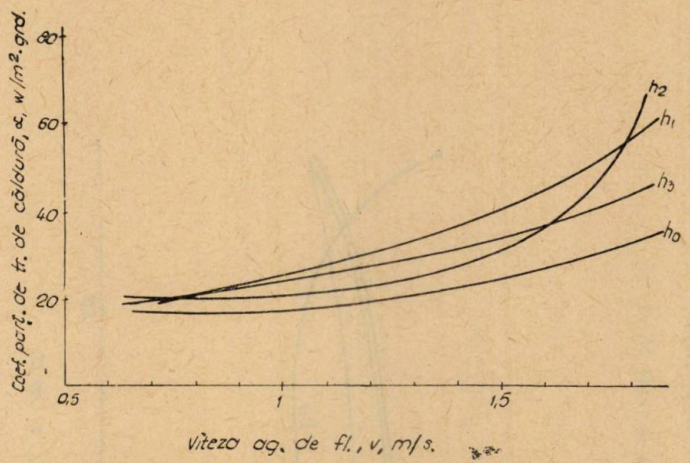


Fig. 9. Variația (α—v) la nivel H=6, cm.

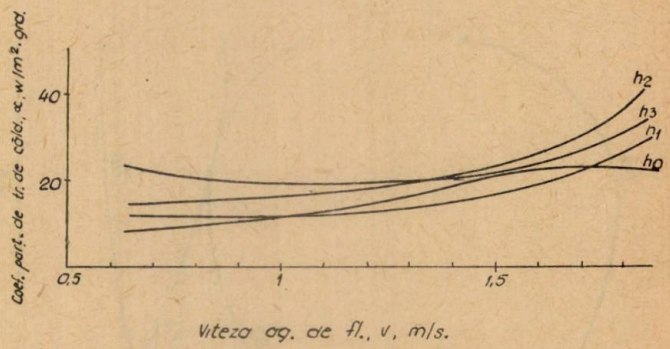


Fig. 10. Variația (α—v) la nivel H=9, cm.

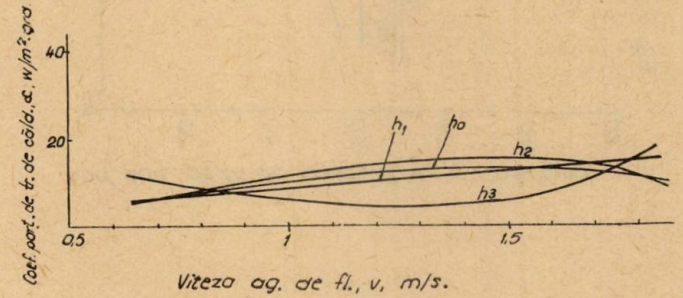


Fig. 11. Variația (α—v) la nivel H=12, cm.

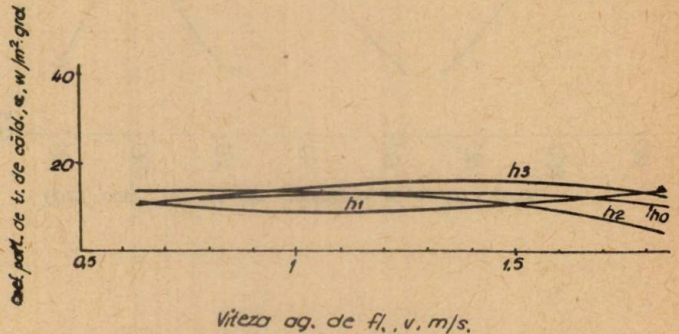


Fig. 12. Variația (α—v) la nivel H=15, cm.

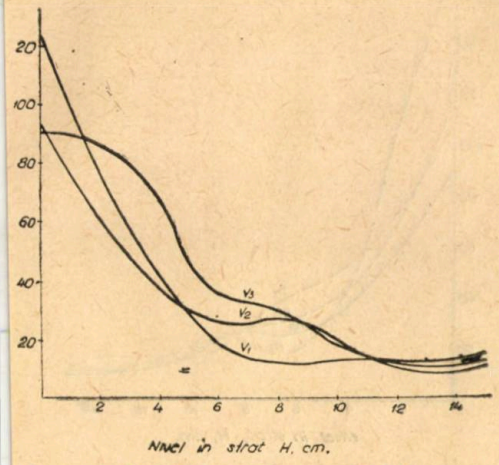


Fig. 13. Variația (α—H) la poziția h_0.

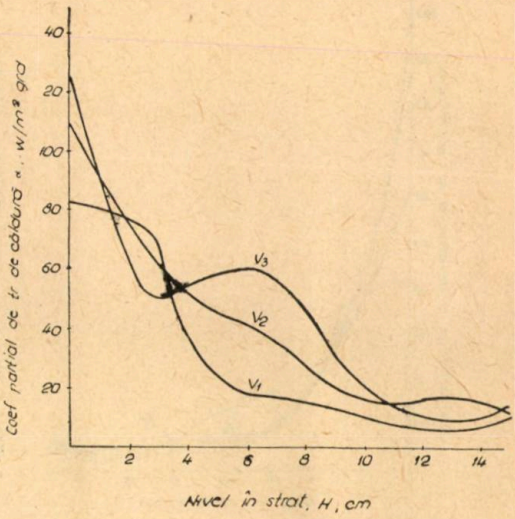


Fig. 14. Variația (α—H) la poziția h_1.

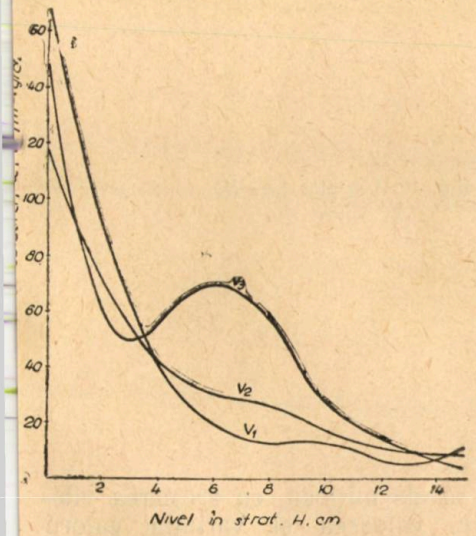


Fig. 15. Variația (α—H) la poziția h_2.

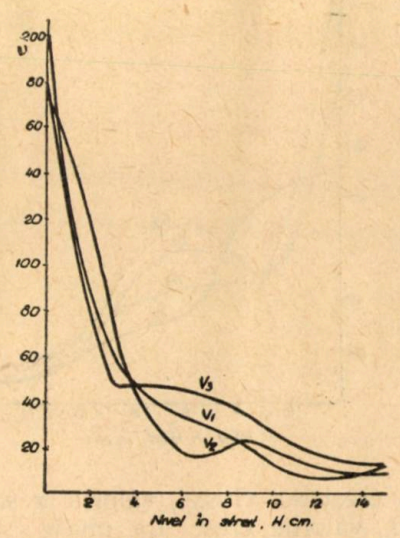


Fig. 16. Variația (α—H) la poziția h_3.

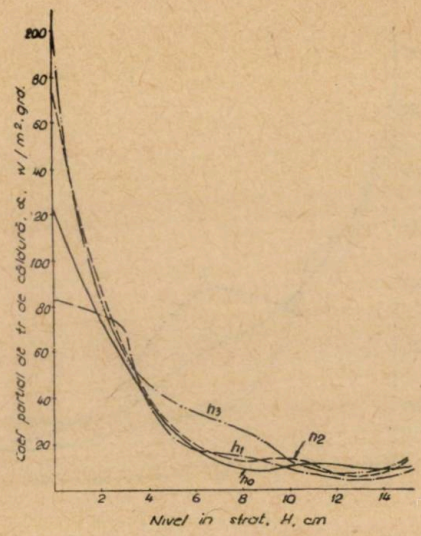


Fig. 17. Variația (α—H) la viteza v_1.

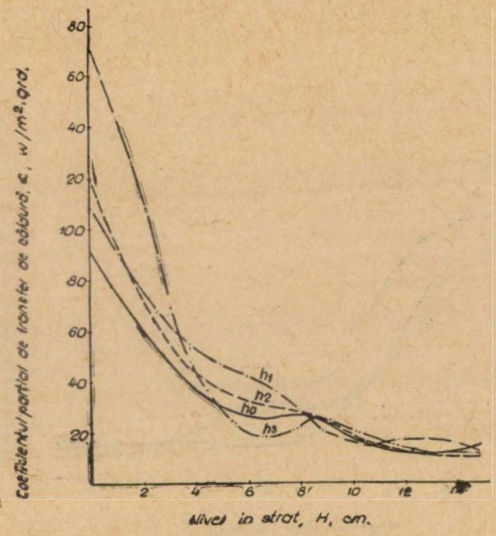


Fig. 18. Variația (α—H) la viteza v_2.

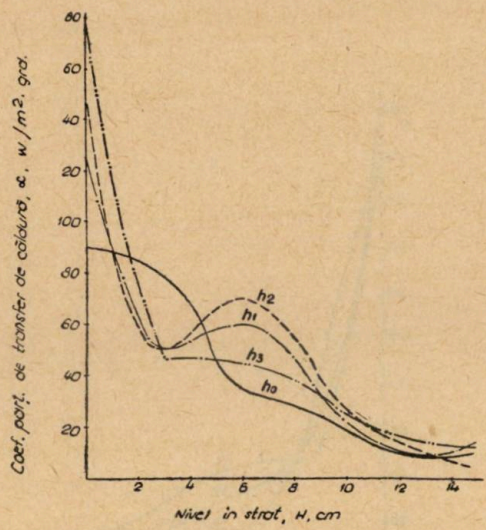


Fig. 19. Variația (α—H) la viteza v_3.

cu creșterea vitezei, valorile α scad. La nivele mijlocii, cu creșterea vitezei, valorile cresc. La nivele superioare, valoarea și variația valorii coeficientului de transfer sînt puțin influențate de viteză și se apropie de cele obținute în tub gol fără fluidizare [7] (fig. 17—19).

Concluzie: In condițiile unui spectru granulometric al materialului fluidizat, coeficientul parțial de transfer de căldură variază diferit.

In aceleași condiții de lucru, variația valorilor coeficientului parțial de transfer de căldură nu este egală la toate nivelele stratului fluidizat.

Schimbarea condițiilor de lucru influențează diferit variația valorilor coeficientul de transfer la un anumit nivel al stratului.

In strat, există nivele la care variațiile prezintă analogii.

Variind condițiile de lucru, se pot obține variații egale sau apropiate însă în condiții de nivel diferite.

Intr-un sistem dat, condițiile de lucru influențează variația și modul de variație a valorilor coeficientului parțial de transfer de căldură.

BIBLIOGRAFIE

1. I. P. Muhlenov, D. G. Traber, V. B. Sarkiț, T. B. Bondarciuk, J.P.H. 4, 1291, 1959.
2. A. Bannister, Atom. En. Res. Establ., Nr. 2996, 1959.
3. M. Leva, *Psevdoojijenie*. Gostoptehizdat 1961.
4. O. M. Todes, A. K. Bondareva, J.P.H., 106—116, 1965.
5. V. Bibolaru, Buletinul științific și tehnic I.P.T., *12* (26) p. 413—418, 1967.
6. A. Pavel, Revista de chimie 9 p. 548—555, 1966.
7. C. A. Depew, L. Farber, Journal of heat transfer May p. 164, 1963.

ВЛИЯНИЕ РАБОЧИХ УСЛОВИЙ НА ЧАСТИЧНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В КИПЯЩЕМ СЛОЕ

(РЕЗЮМЕ)

В работе приведены экспериментальные данные в виде графиков и таблиц и изменении частичного коэффициента теплоперерачи в кипящем слое. Опыты были сделаны при условиях наружнего нагревания (при различных расположениях нагревателя) и при работе с неоднородным гранулированным материалам в кипящем слое. Показано влияние рабочих условиях на изменение и на вид этого изменения частичного коэффициента теплепередачи. Данные приведены в виде графиков.

EINFLUSS DER ARBEITSBEDINGUNGEN AUF DIE WÄRMEÜBERGANGSZAHL IN WIRBELSCHICHTEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es werden graphisch und in Tabellen die Versuchsergebnisse über die Veränderung der Wärmeübergangszahl in Wirbelschichten dargestellt. Die Bestimmungen wurden bei äusserer Erwärmung und verschiedenen Positionen des Wärmemantels mit einem uneinheitlichen körnigen Stoff vorgenommen. Es wird der Einfluss der Arbeitsbedingungen auf die Veränderung und auf die Art der Veränderung der Wärmeübergangszahl beobachtet. Die Versuchsergebnisse sind graphisch dargestellt.

INTERACȚIUNEA BIOXIDULUI DE ZIRCONIU CU CoO și NiO LA TEMPERATURI RIDICATE

DE

D. BECHERESCU, FR. WINTER

În prezenta lucrare au fost studiate transformările fizico-chimice care au loc la topirea unor amestecuri din sistemul ZrO_2 — CoO și ZrO_2 — NiO în plasma de argon. Lucrarea face parte dintr-un studiu general al interacțiunii la temperaturi ridicate a ZrO_2 cu oxizii metalelor tranziționali din triada fierului. Acest studiu s-a dovedit a prezenta interes în urma rezultatelor obținute în cercetarea sistemelor binare ale ZrO_2 cu oxizii fierului [1].

INTRODUCERE

În lucrarea în care s-a studiat interacțiunea ZrO_2 cu oxizii fierului la temperaturi ridicate, s-a arătat că teoria „intensității cîmpurilor cationice" [2], care în general explică foarte bine cauza numărului mic de combinații ale ZrO_2 cu alți oxizi, nu poate fi aplicată cu strictețe și pentru sistemele cu oxizi ai metalelor tranziționale.

Sistemele binare ZrO_2 — CoO și ZrO_2 — NiO au fost studiate de H. v. Wartenberg și W. Gurr [3]; H. v. Wartenberg și H. I. Reutsch [4] după care nu se formează compuși binari sau soluții solide. După I. Stöcker și R. Collongues [5] în ambele sisteme există posibilitatea formării unor soluții solide cubice de tipul fluorinei stabile la temperaturi ridicate.

Posibilitatea solubilizării parțiale a NiO și CoO în ZrO_2 a fost semnalată și de A. Dietzel și H. Tober [6] care nu au pus însă în evidență formarea unor cristale mixte cubice.

Se cunosc mai multe sisteme binare ale ZrO_2 cu oxizi de tipul Me(II)O în care s-a pus în evidență existența unor soluții solide; în unele dintre acestea (de exemplu cu MgO, CaO) chiar cu formarea de cristale mixte cubice deci a ZrO_2 stabilizat. Această proprietate pe care o prezintă ZrO_2 chiar și cu oxizi care au o structură cristalină mult diferită, se datorește probabil stabilității mari pe care o are rețeaua ZrO_2 (rețea deformată de tipul fluorinei). Practic s-a constatat că chiar la apariția unor defecte

cirstaline, care se pun în evidență la adiția oxizilor unor cationi cu valență mică, rețeaua ZrO_2 rămîne stabilă. Formarea cristalelor mixte de către ZrO_2 cu un număr relativ mare de oxizi este deci firesc și nu prezintă greutăți. Mai greu de conceput este însă formarea de cristale mixte cubice, deoarece în acest caz are loc o transformare a structurii inițiale într-o structură cu o simetrie mai ridicată. După O. Ruff și F. Ebert [7] se impune pentru formarea acestor cristale mixte cubice respectarea a două condiții :

1. Condiția lui M. Goldschmidt, după care raza cationului oxidului adițional să nu difere mai mult de 15% de raza Zr^{+4}.

2. Oxidul adițional să cristalizeze cubic.

Atît CoO cît și NiO cristalizează cubic. In ambele cazuri diferența razelor cationilor față de raza Zr^{+4} este mai mică de 15% (aproximativ 6% respectiv 10%). Rezultă deci, după O. Ruff și F. Ebert, ca CoO și NiO să formeze fără dificultăți cristale mixte cubice cu ZrO_2, formare care așa cum s-a arătat nu a putut fi pusă însă în evidență de A. Dietzel, H. v. Wartenberg și colaboratorii lor [3], [4], [6].

Bazîndu-se pe observația că în oxizii, care cu ZrO_2 duc la formarea unor cristale mixte cubice, predomină legături chimice heteropolare (CaO — 79% ; MgO — 73% [8]) și ținînd cont că rețeaua cubică de tipul fluorinei este cu siguranță un tip de rețea heteropolară se admite [6] că pentru formarea unor cristale mixte cubice este determinant și caracterul cristalochimic al oxidului adițional. Formarea de cristale mixte cubice între ZrO_2 și alți oxizi ar fi posibilă numai atunci (cu respectarea și a condițiilor date de O. Ruff și F. Ebert) dacă în oxidul adițional predomină legăturile heteropolare într-o măsură mult mai mare decît în ZrO_2 (în care după L. Pauling proporția acestor legături este de aproximativ 59% [8]). In ceea ce privește CoO și NiO, proporția legăturilor heteropolare la ei este relativ mică nepermițînd deci în condiții normale transformarea ZrO_2 monoclinic, de simetrie mică într-o formă cubică de simetrie înaltă cu caracter heteropolar. Este însă cunoscut că ridicarea temperaturii duce la o creștere a proporției legăturilor heteropolare. De aceea nu este exclus ca în condițiile jetului de plasmă, ZrO_2 să aibă posibilitatea formării unor cristale mixte cubice și cu oxizi la care în condiții normale porporția legăturilor heteropolare este mică. Acest lucru este posibil cu toate că mărirea proporției legăturilor heteroploare nu impune și o neapărată mărire a simetriei rețelii cristaline.

PARTEA EXPERIMENTALA

Pentru cercetările efectuate s-au folosit ca substanțe de studiu oxizi puri proanalysi ale firmei E. Merck A. G. Darmstadt. Cobaltul a fost introdus sub forma de Co_3O_4.

Pregătirea probelor s-a realizat identic ca și pentru studiul amestecurilor din sistemul ZrO_2—Fe_2O_3 [1].

Tratamentul termic s-a realizat prin topirea amestecurilor într-un jet de plasmă de argon urmată de o solidificare bruscă a topiturilor.

Plasma de argon a fost generată de un arzător cu o putere instalată de 24 kW.

Masele obținute au fost supuse unui studiu roentgenografic și spectroscopic.

DISCUTAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE

Analiza roentgenografică a fost efectuată cu un difractometru Roentgen TUR-M 61, folosindu-se tehnica măsurării impulsurilor cu un contor Geiger-Müller, utilizîndu-se radiația filtrantă CuK_α. S-a lucrat cu o viteză unghiulară $\Omega = 1°$/minut în domeniul de măsurare $18 \cdot 10^3$ impulsuri pe minut (constanta de timp 1,85 secunde). Spectrele I.R. au fost realizate pe un spectrograf K. Zeiss Jena UR-10 folosindu-se tehnica pastilării produselor cu KBr.

a. Sistemul: ZrO_2—CoO

Analiza efectuată asupra unui număr de nouă probe izomolare din seria ZrO_2—CoO cu o compoziție de 0,1 mol ZrO_2 : 0,9 mol CoO pînă la 0,9 mol ZrO_2 la 0,1 mol CoO precum și asupra oxizilor puri supuși tratamentului termic a dus la următoarele concluzii :

— ZrO_2 se regăsește după tratamentul termic sub forma monoclinică inițială (fig. 1 și 2);

— Co_3O_4 suferă în timpul topirii o pierdere de oxigen transformîndu-se în întregime în CoO (fig. 3);

— La amestecurile oxidice supuse tratamentului termic se constată încă de la concentrații mici de oxid de cobalt (0,1 mol) apariția în spectrele de difracție a unor reflexe noi de intensitate mare (fig. 4).

Ținîndu-se cont de conținutul relativ mic de CoO în probă (0,1 mol CoO) nu se poate admite că aceste reflexii aparțin unui compus nou format din interacțiunea ZrO_2 și CoO deoarece la o eventuală formare a lui, avîndu-se în vedere concentrația mică în care ar fi prezent în amestec el nu ar putea prezenta reflexii caracteristice cu o intensitate relativă atît de mare. In afară de aceasta ar trebui să se regăsească în spectru și reflexiile intense caracteristice ale ZrO_2 în exces care nu a reacționat. Cunoscută fiind tendința ZrO_2 de a forma cu oxizi de tipul Me(II)O care cristalizează cubic soluții solide cubice și ținîndu-se cont de condițiile favorabile pe care le asigură tratamentul termic aplicat pentru formarea unor asemenea soluții, reflexele noi nu pot fi atribuite decît formării și în acest caz a unor cristale mixte cubice. Acest efect stabilizator al CoO a fost semnalat de noi și într-o altă lucrare în care s-a studiat interacțiunea ZrO_2 cu cobaltul metalic la temperaturi ridicate [9].

Determinările roentgenografice ulterioare de precizie pentru această nouă fază, utilizîndu-se radiația filtrată FeK_α și o viteză unghiulară de lucru $\Omega = 1/12°$/minut, au confirmat presupunerile noastre.

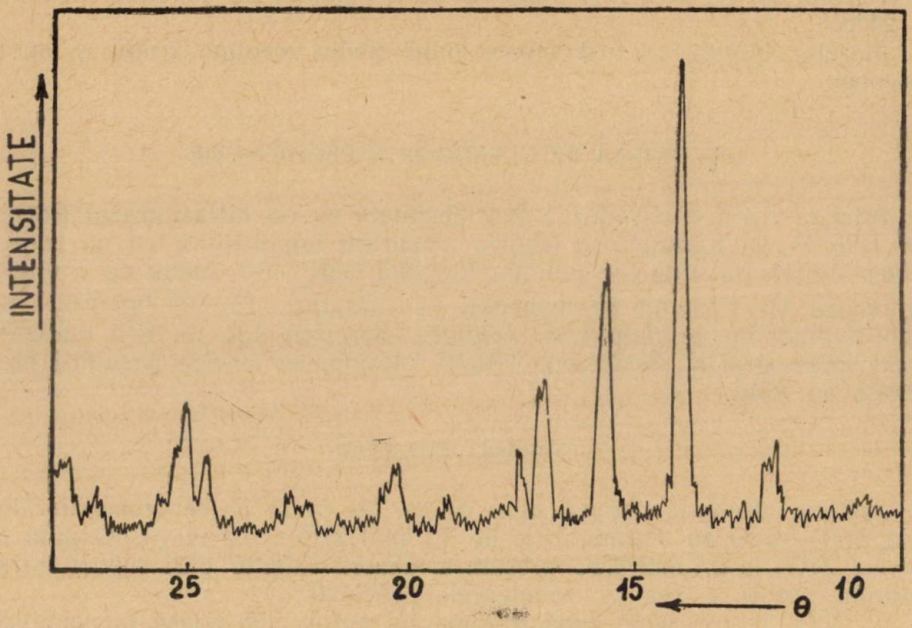


Fig. 1. Spectrul de raze Roentgen pentru ZrO_2 de pornire.

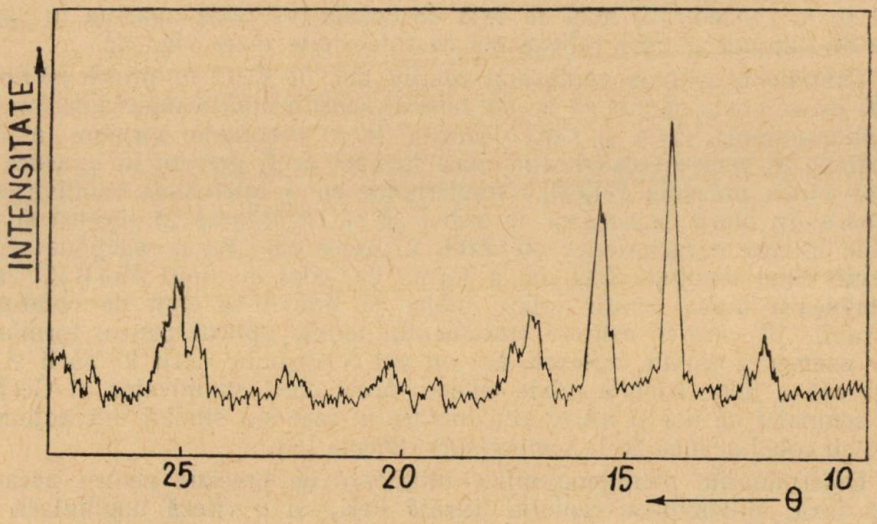


Fig. 2. Spectrul de raze Roentgen pentru ZrO_2 topit în jet de plasmă și răcit brusc.

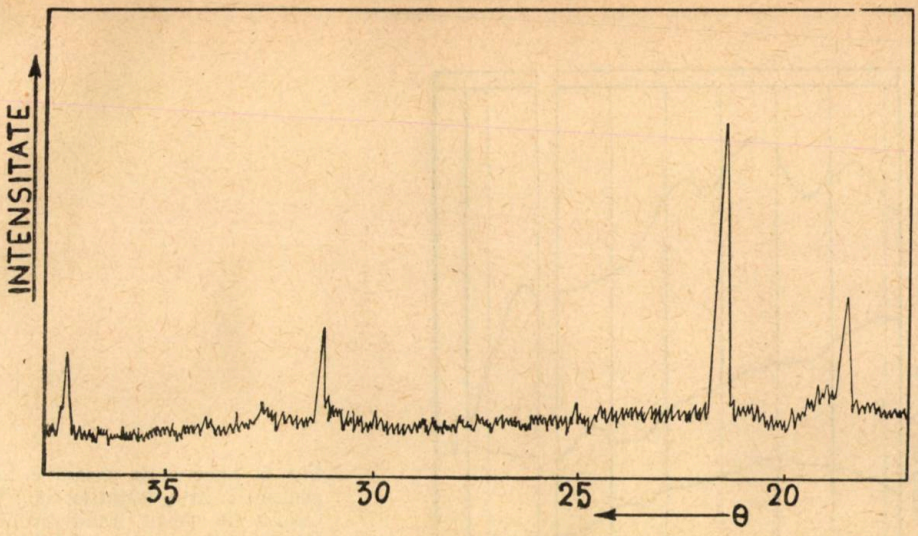


Fig. 3. Spectrul Co_3O_4 topit în plasmă și răcit brusc.

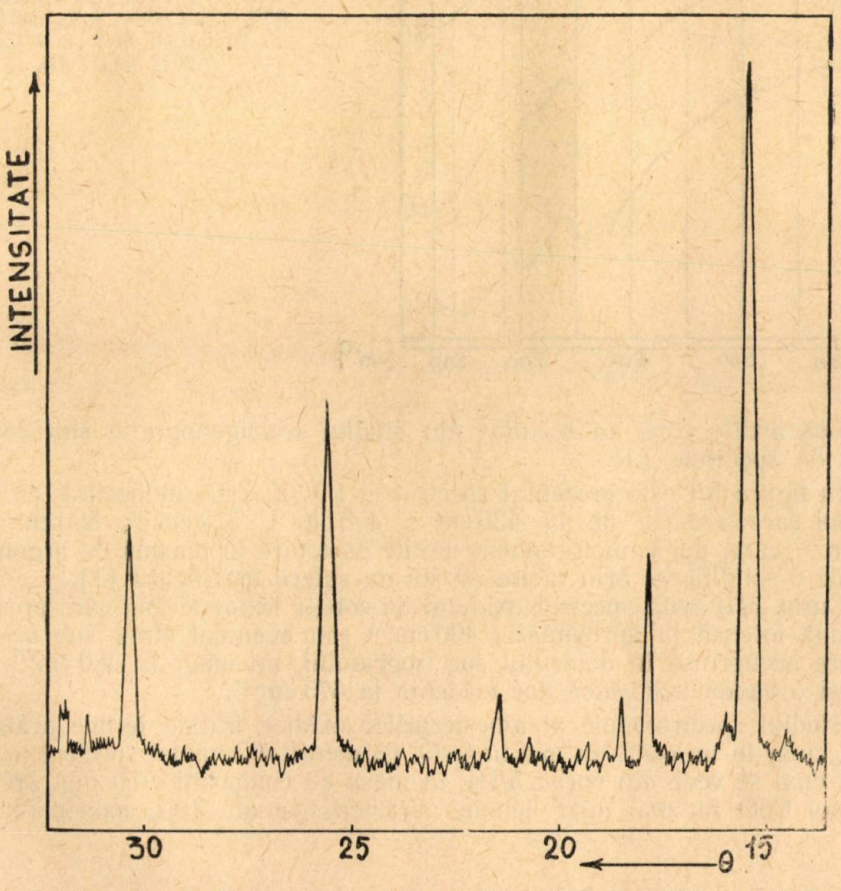


Fig. 4. Spectrul de raze Roentgen a probei cu 10% mol CoO și 90% mol ZrO_2 tratată termic.

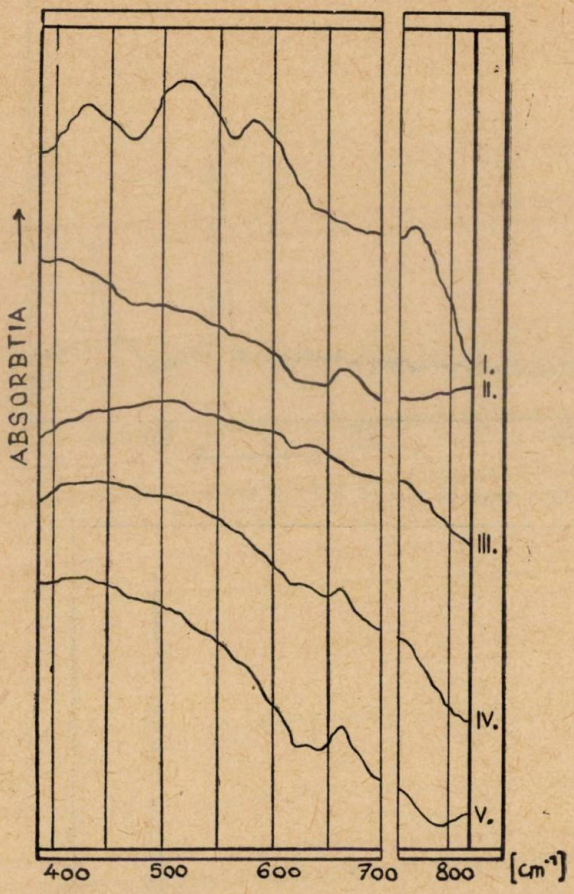


Fig. 5. Spectre de absorbție I.R. pentru : I. ZrO_2 tratat termic ; II. Oxidul de cobalt tratat termic ; III. Proba cu 10% mol CoO și 90% mol ZrO_2 ; IV. Proba cu 50% mol CoO și 50% mol ZrO_2 ; V. Proba cu 80% mol CoO și 20% mol ZrO_2.

Concluziile care au rezultat din studiul roentgenografic sînt confirmate de spectrele I.R.

In figura 5/I este prezentat spectrul în I.R. al ZrO_2 monoclinic cu benzile lui caracteristice de la 425 cm^{-1}, 450 cm^{-1}, 510 cm^{-1}, 580 cm^{-1} și 770 cm^{-1} care, după un tratament termic de topire în plasmă de argon urmat de o solidificare prin răcire rapidă nu suferă modificații [1].

Curba 5/II redă spectrul oxidului de cobalt tratat termic care prezintă o bandă intensă la aproximativ 400 cm^{-1} sau eventual chiar sub această valoare necuprinsă în domeniul spectrografului, un umăr la 480 cm^{-1} precum și o bandă mai slabă dar evidentă la 675 cm^{-1}.

Studiul spectroscopic al amestecurilor oxidice tratate termic arată că ZrO_2, chiar la un conținut mic în CoO, își modifică complet spectrul în I.R. După cum se vede din curba 5/III, în masa cu compoziția 0,9 mol ZrO_2 și 0,1 mol CoO nu mai apar benzile caracteristice ale ZrO_2 monoclinic ele

fiind înlocuite cu o bandă largă și întinsă la 500 cm^{-1} și cu un umăr slab la 630 cm^{-1} ceea ce dovedește în mod evident că CoO a dus la o modificare esențială a rețelei cristaline a ZrO_2.

Alura spectrului nou se menține și la un conținut mai mare în CoO. La concentrații mari de CoO în masa cu ZrO_2 reapar însă în mod evident și benzile caracteristice ale CoO. Acest lucru este arătat de curbele 5/IV și 5/V care redau spectrele maselor cu 0,5 mol ZrO_2 ; 0,5 mol CoO respectiv cu 0,2 mol ZrO_2 : 0,8 mol CoO.

In concluzie se poate spune deci că CoO duce prin solublizarea lui în ZrO_2 (solubilizare care este limitată) la modificarea formei cristaline a ZrO_2.

b. Sistemul ZrO_2—NiO

Analiza roentgenografică efectuată asupra unui număr de 9 probe izomolare (cu o compoziție de 0,1 mol NiO la 0,9 mol ZrO_2 pînă la 0,9 mol NiO la 0,1 mol ZrO_2) tratate termic, precum și asupra NiO pur au dus la următoarele concluzii :

— Oxidul de nichel supus topirii în plasma de argon se regăsește după solidificarea topiturii prin răcire rapidă în forma inițială. Figura 6 redă roentgenograma oxidului tratat termic care coincide cu cea a oxidului de pornire.

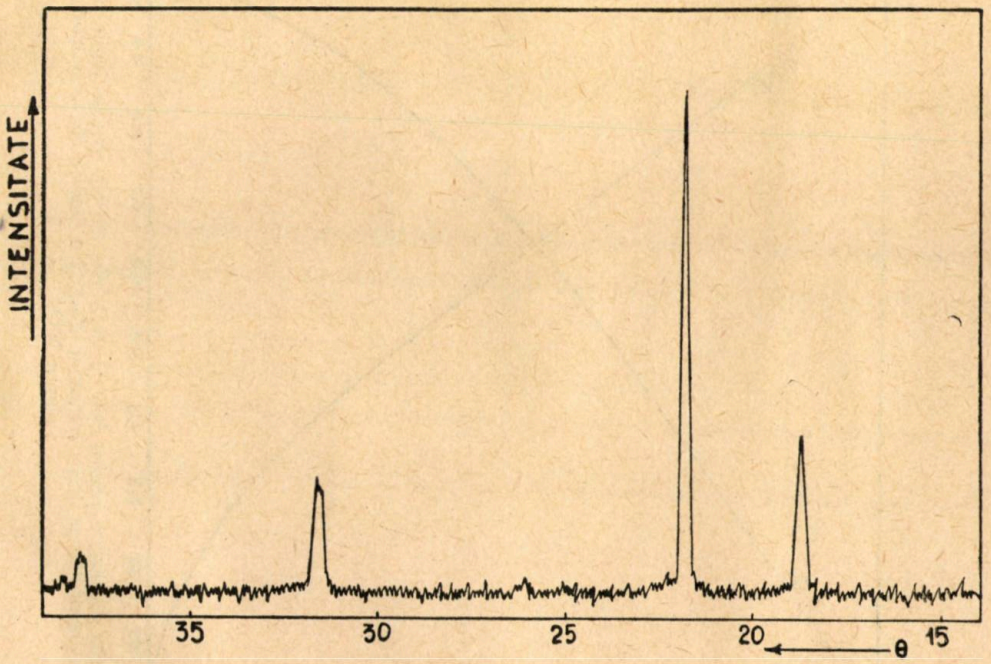


Fig. 6. Spectrul de raze Roentgen pentru NiO tratat termic.

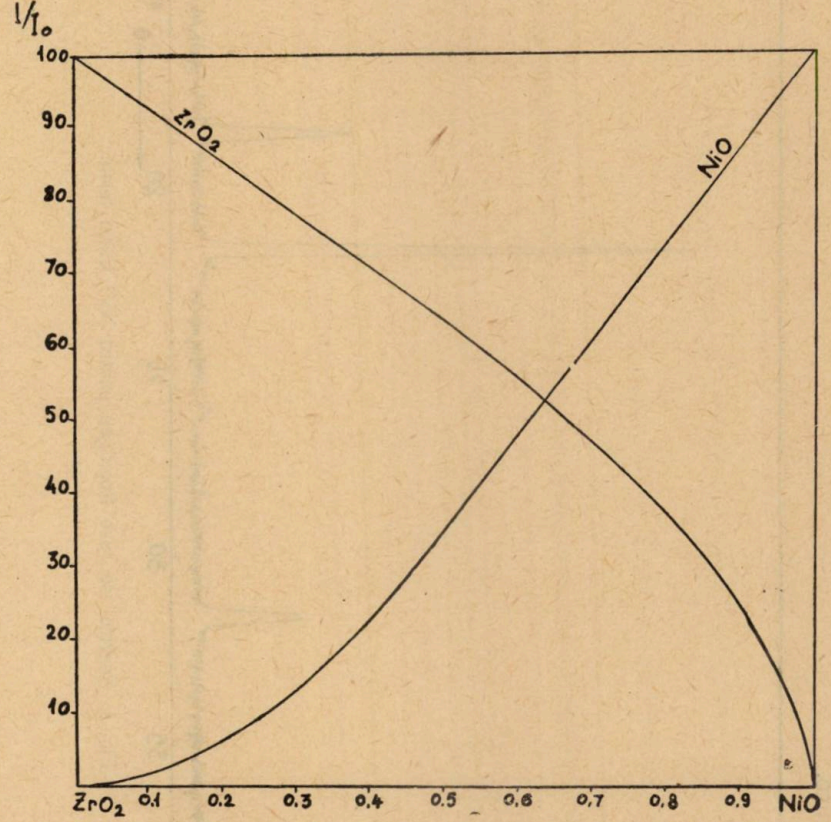


Fig. 7. Curbe de dozare pentru NiO și ZrO_2 din masele oxidice topite în jet de plasmă construite pe baza reflexelor d=3,17 Å pentru ZrO_2 și d=2,08 Å pentru NiO.

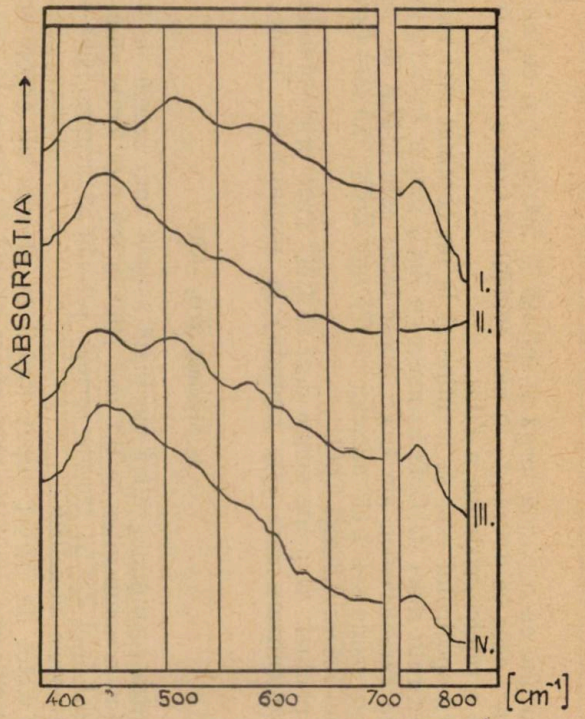


Fig. 8. Spectre de absorbție I. R. pentru: I. Proba cu 10% mol NiO și 90% mol ZrO_2; II. NiO tratat termic; III. Proba cu 50% mol NiO și 50% mol ZrO_2; IV. Proba cu 90% mol NiO și 10% mol ZrO_2.

– Roentgenogramele maselor obținute din seria izomolară de ZrO_2 și NiO tratate termic, nu pun în evidență alte linii decît cele ale componenților de pornire. Rezultă deci că în sistemul ZrO_2—NiO nu are loc nici la temperaturi ridicate o interacțiune între componenți.

Pentru a determina o eventuală solubilizare parțială a NiO în ZrO_2 au fost construite pe baza roentgenogramelor efectuate curbe de dozare ale componenților. Ele au fost ridicate pentru NiO pe baza liniei specifice $d=2{,}08$ Å iar pentru ZrO_2 pe baza liniei specifice $d=3{,}17$ Å. Alura curbelor (fig. 7) este în concordanță cu concentrațiile inițiale ale oxizilor și nu pune în evidență o solubilizare a NiO în ZrO_2. In ceea ce privește neliniaritatea curbelor în anumite porțiuni aceasta se datorește diferenței coeficienților de absorbție a radiației K_α în probe ($\mu_{ZrO_2} \neq \mu_{NiO}$) în conformitate cu relația (10):

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{x_1 \cdot \mu_1}{x_1(\mu_1 - \mu_2) + \mu_2}.$$

Trebuie precizat că nu este totuși exclusă o mică solubilizare a NiO în ZrO_2, presupusă de A. Dietzel și H. Tober [6]. Dacă această solubilizare apare ea este însă cu siguranță foarte limitată ceea ce și explică de altfel imposibilitatea stabilizării ZrO_2 sub forma cubică cu NiO.

Concluziile trase din studiul roentgenografic sînt și în acest caz în concordanță cu spectrele I.R.

După cum se vede din spectrul masei cu compoziția 0,9 mol ZrO_2: 0,1 mol NiO (fig. 8/I) un adaos relativ mic de NiO nu modifică practic spectrul ZrO_2 monoclinic (fig. 5/I). Pe măsură ce crește conținutul de NiO în mase, devine evidentă în spectru banda sa caracteristică de la 440 cm^{-1} (fig. 8/II). Astfel se vede clar că la un conținut de 0,5 mol NiO la 0,5 ZrO_2 (fig. 8/III), datorită suprapunerii benzilor NiO și ZrO_2 din domeniul 430—450 cm^{-1} apare în această porțiune a spectrului o bandă mai intensă decît cea de la 510 cm^{-1} din spectrul ZrO_2 pur. Diferența dintre cele două benzi se accentuează în favoarea celei dintîi pe măsură ce crește conținutul în NiO, astfel ca la un conținut de 0,9 mol NiO în 0,1 mol ZrO_2 (fig. 8/IV) alura spectrului devine aproape identică cu cea a NiO pur tratat termic. Rezultă deci că la aceste mase avem de a face nu cu soluții solide ci cu amestecuri a celor doi oxizi, fiecare păstrîndu-și tipul rețelei cristaline spre deosebire de comportarea maselor ZrO_2—CoO.

CONCLUZII

Studiile roentgenografice și spectroscopice ale maselor din sistemele ZrO_2—CoO și ZrO_2—NiO obținute prin topirea amestecurilor oxizilor puri în plasma de argon și solidificarea topiturilor prin răcire rapidă au dus la următoarele concluzii:

– Co_3O_4 suferă prin topirea lui în arc de plasmă o pierdere de oxigen trecînd în CoO.

— In condițiile jetului de plasmă CoO prezintă o solubilizare parțială în ZrO_2 suficient de mare pentru asigurarea formării unor cristale mixte cubice care prin răcire bruscă sînt stabile la temperatura ambiantă.

— NiO nu permite obținerea unor soluții solide cubice. Solubilizarea NiO în ZrO_2 nu este exclusă cu siguranță însă foarte limitată, insuficientă pentru modificarea rețelei cristaline a ZrO_2 monoclinic.

BIBLIOGRAFIA

1. D. Becherescu, Fr. Winter, Silicates Industriels, XXXIII, 10 (1968) 25.
2. A. Dietzel, Z. Elektrochemie 48 (1949) 9. Glastechn. Ber. 22 (1948) 41.
3. H. v. Wartenberg, W. Gurr, Z. anorg. allg. Ch. 196 (1931) 374.
4. H. v. Wartenberg, H. I. Reutsch, Z. anorg. allg. Ch. 208 (1932) 380.
5. I. Stöcker, R. Collongues, C.R. 245 (1957) 695.
6. A. Dietzel, H. Tober, Ber. Deutsch. Keram. Ges. 3 (1953) 47.
7. O. Ruff, F. Ebert, Z. anorg. allg. Ch. 180 (1929) 19.
8. L. Pauling, The Nature of the Chemical Bond Oxford Univ. Press. London 1948, Ed. II.
9. D. Becherescu, Fr. Winter, S. Flondor-Străin, Bul. Ştiinţ. şi Tehn. al I.P.T. Tom II (1966) 59.
10. L. I. Mirkin, „Spravocinik pe rentgenostrukturom analizu polikristalov" Izd. Fiz. Mat. Moscova 1961 p. 414.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУОКИСИ ЦИРКОНИЯ С CoO и NiO ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

(РЕЗЮМЕ)

Изучаются физико-химические изменения, происходящие при плавлении в плазме некоторых оксидных смесей из системы ZrO_2—CoO и ZrO_2—NiO. В системе ZrO_2—CoO рентгенскопическое и спектроскопическое изучение в И. К., показало частичную растворимость с образованием смешанных кубических кристаллов, в то время как в системе ZrO_2—NiO не было замечено никакого взаимодействия между составляющими оксидами.

DIE WECHSELWIRKUNG DES ZIRKONIUMDIOXIDES MIT CoO UND NiO BEI HOHEN TEMPERATUREN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Untersuchung der physikalisch-chemischen Umwandlungen, die beim Schmelzen oxydidischer Gemische der Systeme ZrO_2—CoO und ZrO_2—NiO im Plasma stattfinden.

Innerhalb des Systems ZrO_2—CoO wurde an Hand röntgenographischer und U.R. — spektrographischer Untersuchungen nachgewiesen, dass sich das CoO im ZrO_2 teilweise auflöst und sich kubische Mischkristalle bilden. Im System ZrO_2—NiO wurde keinerlei Wechselwirkung festgestellt.

STUDIUL TERMOGRAVIMETRIC AL UNOR POLI (ESTER-ETERI) ALIFATIC-AROMATICI

DE

VIRGINIA BOBOESCU

Alături de alte posibilități de caracterizare, studiul termogravimetric reprezintă o metodă foarte valoroasă pentru aprecierea polimerilor. Deși, după afirmația lui G. Kline [1], pînă în 1960 nu au fost publicate mai mult de 12 lucrări consacrate utilizării analizei termice diferențiale și a termogravimetriei în studiul fizicii și chimiei polimerilor, numărul acestor studii devine azi din ce în ce mai mare, ca urmare a dezvoltării aparaturii de lucru și a numeroaselor și importantelor date ce le poate furniza un astfel de studiu [2—10].

În scopul întregirii imaginii corelației între constituția chimică și proprietăți în noua serie de polimeri sintetizați și comunicați în alte lucrări [20—21], am urmărit în continuare și caracterizarea termogravimetrică a poli(ester-eterilor) acidului propan 2,2 bis-*p*-fenilenoxiacetic) (în continuare denumit acid D.D.).

MATERIALE ȘI METODE

Pentru stabilirea comportării față de degradarea termică a poli(ester-eterilor) alifatic-aromatici s-au determinat curbele termogravimetrice pentru polimerii sintetizați într-un proces de policondensare în topitură condus în prezența acetatului de zinc drept catalizator, iar în scopul menajării termice a polimerilor, în sinteză s-a folosit pentru condensarea finală lucrul la presiune scăzută și la temperatura maximă de 230 °C — durata procesului fiind de 6 ore.

Curbele termogravimetrice s-au determinat cu ajutorul unui aparat „Linseis" cu înregistrare și programare automată a creșterii temperaturii.

Măsurătorile s-au executat în aer la presiune normală, creșterea temperaturii a fost de 4 °C/min.

REZULTATE ȘI DISCUȚII

Curbele termogravimetrice ale poli(ester-eterilor) acidului D.D. sînt prezentate în figurile 1—5.

Analiza scăderii în greutate în funcție de creșterea temperaturii arată o comportare destul de apropiată a celor 12 polimeri sintetizați.

În scopul de a putea face o comparație între termenii seriei am reprezentat :

— în figura 1, poli(ester-eterii) acidului D. D. cu glicoli normali — de la 2—6 grupe CH_2.

Se poate constata la cei cinci polimeri o temperatură de descompunere aproximativ de același ordin de mărime situată între 310—325 °C în următoarea ordine : poli(ester-eterii) cu etilenglicol 310 °C, cu 1—3 propan diol 320 °C ; cu 1—4 butan diol 320 °C ; cu 1—5 pentan diol 322 °C ; cu 1—6 hexan diol 327 °C.

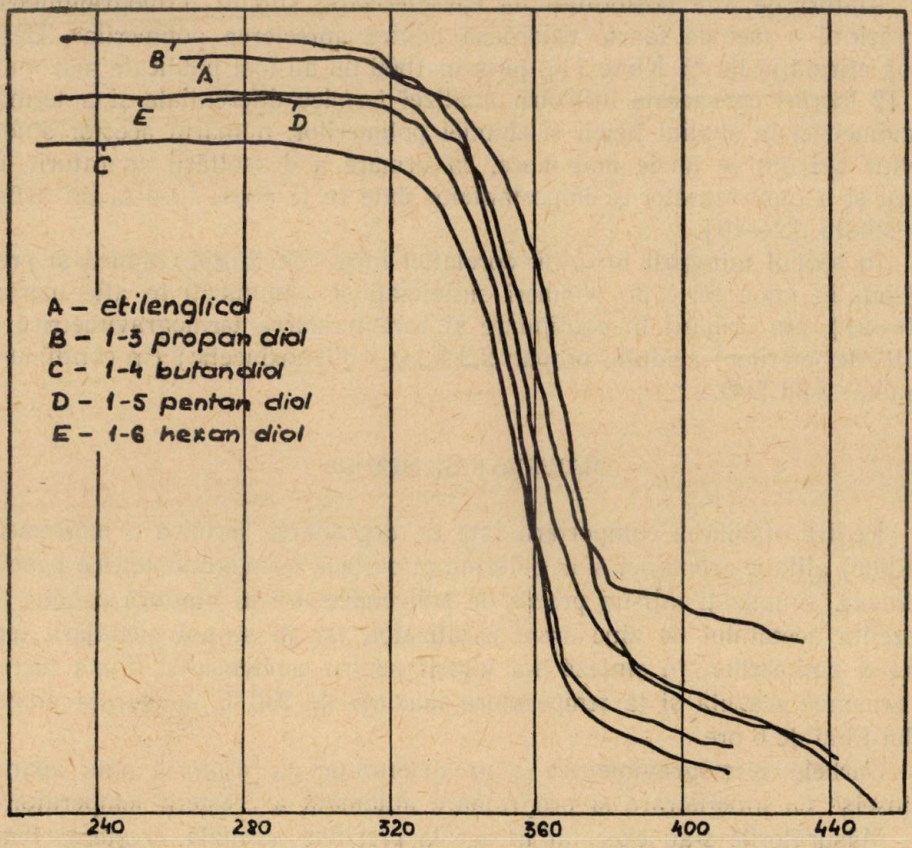


Fig. 1. Curbele termogravimetrice ale poli(ester-eterilor) acidului D.D. cu glicoli cu catenă normală.

În seria mai sus menționată, deși exactitatea curbelor este afectată în oarecare măsură de dubla copiere a diagramelor trasate de aparat, se poate observa totuși legitatea stabilită de H. H. Pohl [11] și anume că introducerea grupelor esterice în molecula polietilenei scade stabilitatea termică.

— în figura 2 sînt reprezentate termogramele poli(ester-eterilor) acidului D.D., care corespund unor idoli cu doi atomi de carbon (proveniți de la glicol) între grupele esterice.

Termogramele permit comparația între polimeri cu carboni primari (curba *A*) și cei cu 1 respectiv cu 2 carboni secundari (curbele *B* și *C*). Deși momentul începerii descompunerii termice este situat la aceeași temperatură 310 °C pentru toți trei polimerii, se poate observa însă o deosebire în ceea ce privește vitezele proceselor de descompunere, care se pare că este mai mare pentru polimerii cu carboni secundari (curbele *B* și *C*), fapt observat și de J. B. Gilbert [3], care afirmă că prezența lanțurilor laterale slăbește rezistența legăturii C—C.

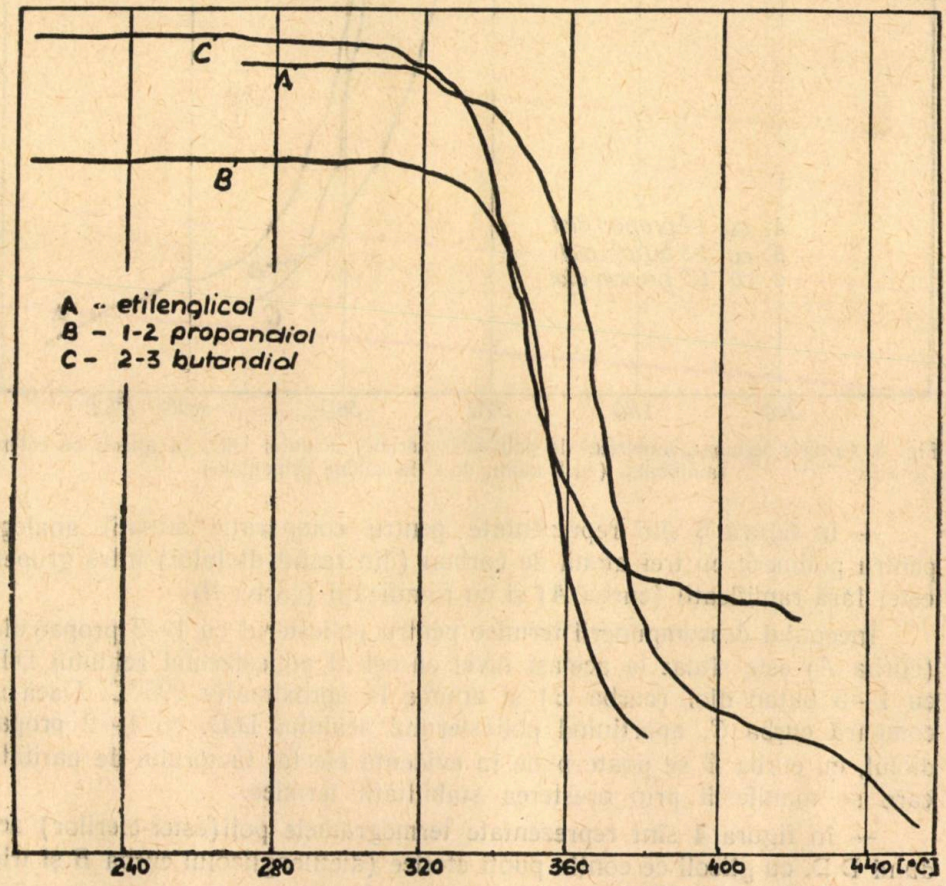


Fig. 2. Curbele termogravimetrice ale poli(ester-eterilor) acidului D.D. cu glicoli cu catenă ramificată. (cu 2 atomi de C în catena principală).

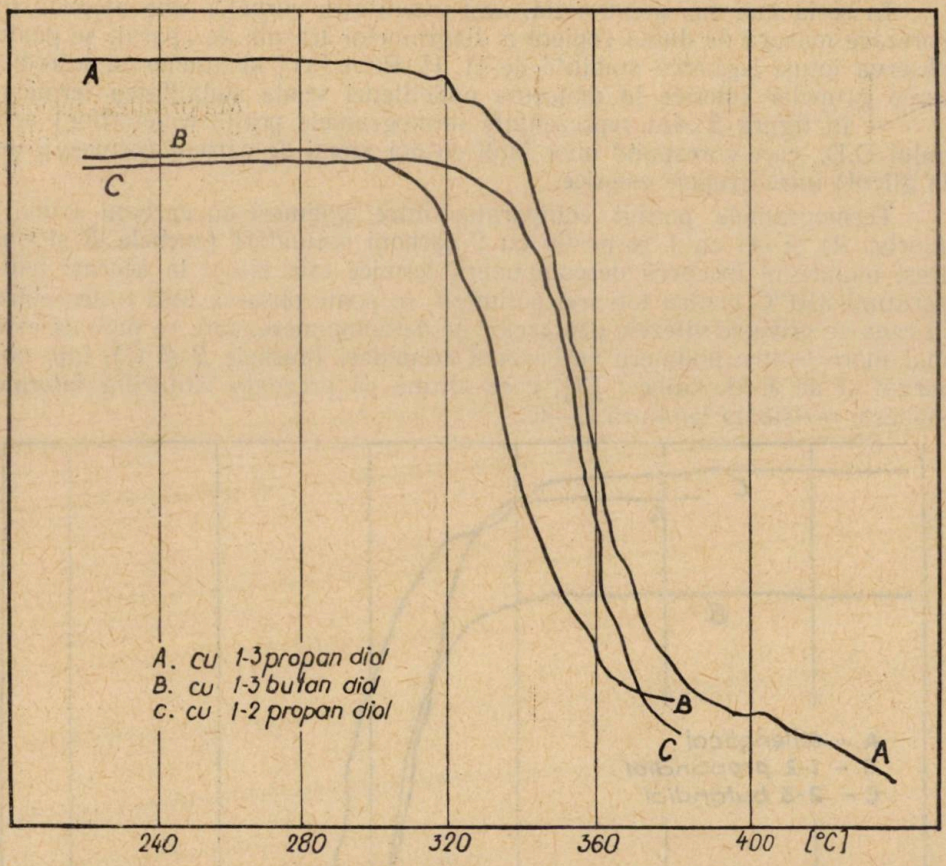


Fig. 3. Curbele termogravimetrice ale poli(ester-eterilor) acidului D.D. cu glicoli cu catenă ramificată. (cu 3 atomi de C în catena principală).

— în figura 3 sînt reprezentate pentru comparație situații analoge pentru polimerii cu trei atomi de carbon (din restul diolului) între grupele ester fără ramificații (curba *A*) și cu ramificații (curba *B*).

Inceputul descompunerii termice pentru poliesterul cu 1—3 propan diol (curba *A*) este situat la același nivel cu cel al poliesterului acidului D.D. cu 1—3 butan diol (curba *B*) și anume la aproximativ 295 °C. Dacă se compară curba *C*, aparținînd poliesterului acidului D.D. cu 1—2 propan diolul, cu curba *B* se poate pune în evidență efectul factorului de paritate, care se manifestă prin creșterea stabilității termice.

— în figura 4 sînt reprezentate termogramele poli(ester-eterilor) acidului D.D. cu glicoli ce conțin punți eterice (dietilenglicolul curba *B* și trietilenglicolul curba *D*).

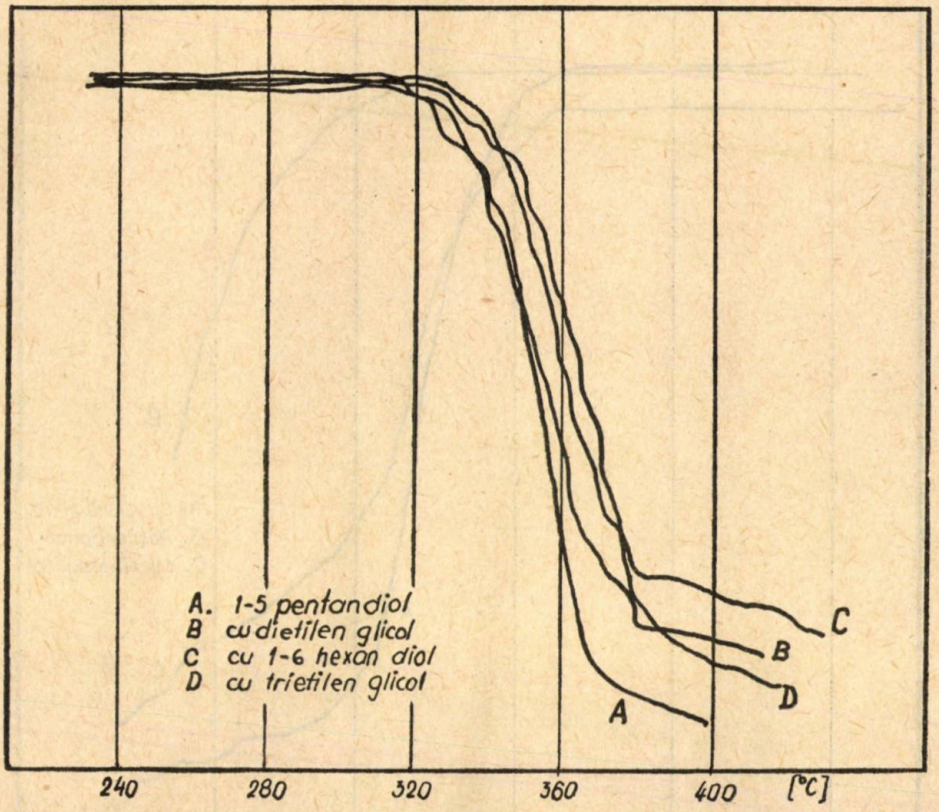


Fig. 4. Curbele termogravimetrice ale poli(ester-eterilor) acidului D.D. cu dietilen, trietilenglicol şi glicolii normali corespondenţi.

Pentru comparaţie s-au prezentat şi termogramele polimerilor a căror lungimi a restului diolului sînt echivalente, [ex. 1—5 pentametilenglicolul (curba *A*, cu dietilenglicolul curba *B*)].

Se poate observa că începutul descompunerii termice se situează la acelaşi nivel pentru toţi polimerii fiind egal cu cca 325 °C. Evoluţia pierderii de greutate fiind pentru polimerii *A* şi *B* atît de apropiată încît curbele se suprapun pe distanţe mari.

— în figura 5 sînt reprezentate termogramele poli(ester-eterilor) acidului D.D. cu xililenglicolul şi cu dian diolul — deci a polimerilor a căror rest provenit de la diol conţine unul sau două cicluri aromatice (curbele *C* respectiv *A*).

Introducerea nucleelor aromatice creşte rezistenţa termică, momentul descompunerii termice a poli(ester-eterului) acidului D.D. cu xililen diolul situîndu-se la 330 °C (curba *C*, figura 5) faţă de 327 °C corespunzînd poli-

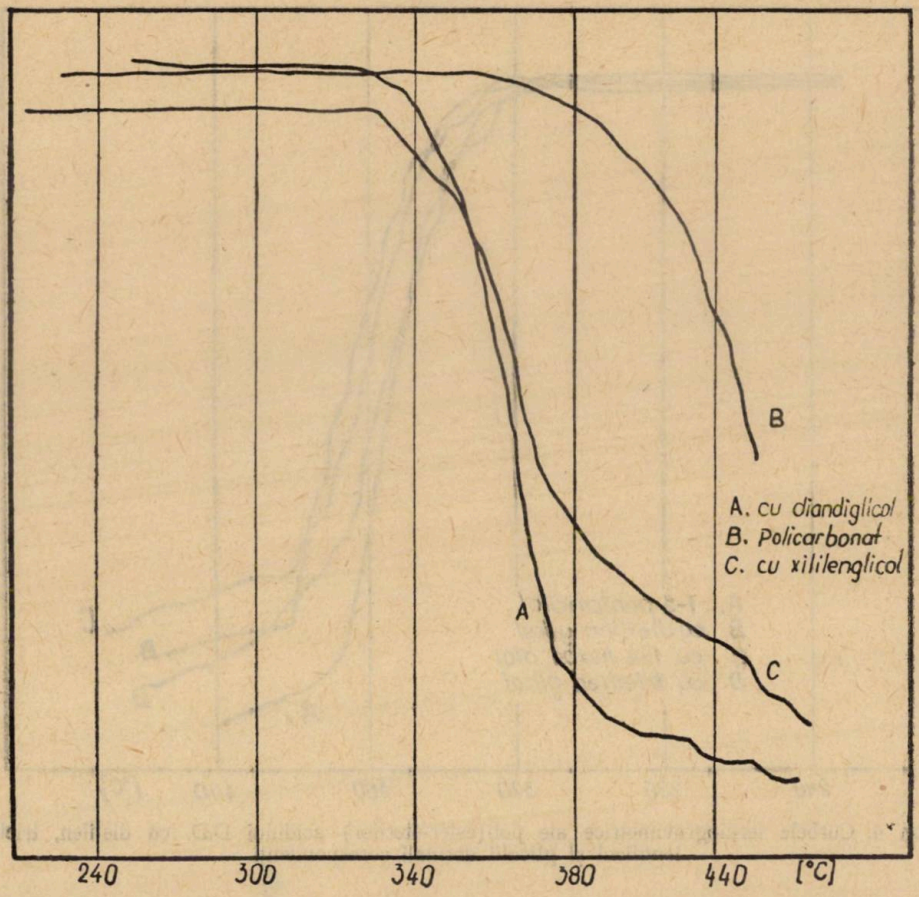


Fig. 5. Curbele termogravimetrice ale poli(ester-eterilor) acidului D.D. cu xililenglicol și dian diol.

(ester-eterului) cu 1—6 hexan diolul (curba *E*, figura 1) a cărui verigă elementară are o lungime comparabilă.

In figura 5 s-a reprezentat și termograma unui policarbonat industrial (Makrolon) (curba *B*) (realizată în aceleași condiții) considerat drept un polimer cu comportare termică bună. Se poate vedea din compararea momentelor de început a proceselor de descompunere termică o diferență de cca 30 °C între temperatura de descompunere a poli(ester-eterului) acidului D.D. cu xililenglicol și cu dian diol față de cel al policarbonatului. Putem aprecia deci, că rezistența termică a poli(ester-eterilor) alifatic-aromatici studiați în cadrul acestei lucrări este satisfăcătoare.

CINETICA PROCESULUI DE DESCOMPUNERE

Majoritatea metodelor termogravimetrice utilizate în cinetica chimică au fost elaborate pentru studiul reacțiilor eterogene de forma :

$$A(s) \rightarrow B(s) + C(g) \tag{1}$$

în care A, B, C sînt reactanții, s=solizi și g=gaz.

Pentru stabilirea ecuațiilor cinetice integrale în care temperatura figurează ca variabilă în locul timpului, I. G. Murgulescu și E. Segal [12] arată că se folosesc diferite variante ale formulelor fundamentale din cinetica chimică.

$$\frac{du}{dt} = k(u_0 - u)^n \tag{2}$$

$$k = k_0 e^{\frac{-E}{RT}} \tag{3}$$

în care

u este scăderea cantității exprimată în unități gravimetrice a concentrației sau gradul de transformare a substanței A la momentul t ;
u_0 — valoarea inițială a acestor mărimi ;
k — constanta cinetică (constanta de viteză) ;
k_0 — factorul preexponențial ;
E — energia de activare ;
n — ordinul de reacție.

Metodele termogravimetrice necesitînd o încălzire continuă, temperatura sistemului supus analizei crește în timp după o lege liniară de formă :

$$\frac{dT}{dt} = a. \tag{4}$$

Prin combinarea relației (2) cu (3) și (4) se obține o relație de forma :

$$\frac{du}{(u_0 - u)^n} = \frac{k_0}{a} e^{\frac{-E}{RT}} dT. \tag{5}$$

Există diferite variante de valorificare practică a ecuațiilor (2) și (5) în scopul obținerii mărimilor cinetice esențiale, concretizate în diferite metode termogravimetrice pentru determinarea parametrilor cinetici, cum sînt : metoda Van Krevelen [13], metoda Turner [14—15], metoda Horowitz și Metzger [16], metoda Freeman și Carroll [17], metoda Coats și Redfern [18], metoda Fuoss [19] și altele.

Admițînd că procesul de descompunere termică are loc după o ecuație analoagă cu ecuația (1) am încercat să stabilim pe baza metodei lui Freeman și Carroll [17] unii parametri cinetici ai reacției de descompunere.

Metoda Freeman și Carroll pornește de la o ecuație ce rezultă prin introducerea variabilei $X=u_0-u$ în ecuația (2), care are forma:

$$-\frac{dX}{dt}=kX^n. \tag{6}$$

Dacă în cursul reacției se urmărește cantitatea w_r din componenta volatilă neeliminată la momentul t sau temperatura T, ecuația care permite evaluarea parametrilor cinetici are forma:

$$-\frac{\frac{E}{2{,}303R}\Delta\left(\frac{1}{T}\right)}{\Delta\log w_r}=-n+\frac{\Delta\log\frac{dw}{dt}}{\Delta\log w_r} \tag{7}$$

în care

Δ este un operator de diferență;

$\frac{dw}{dt}$ este viteza de eliminare a componentei volatile.

Prin reprezentarea grafică a valorilor raportului $\frac{\Delta\log\frac{dw}{dt}}{\Delta\log w_r}$ în funcție de $\frac{\Delta\left(\frac{1}{T}\right)}{\Delta\log w_r}$ se obține o dreaptă din panta căreia se poate evalua energia de activare, iar ordonata la origine a acestei drepte ne dă ordinul de reacție. Metoda Freeman-Carroll nu permite calculul factorului preexponențial. Această metodă a fost utilizată pentru determinarea parametrilor cinetici ai descompunerii termice pentru mai mulți polimeri ca de exemplu: pentru polietilenă și polistiren, pentru poliesteri nesaturați [2], pentru poliformaldehidă [9], pentru unele amestecuri de polimeri obținuți prin coprecipitare [10].

În cadrul lucrării de față am aplicat metoda Freeman-Carroll pentru calcularea parametrilor cinetici ai reacției de descompunere termică globală pentru primul termen al seriei de polimeri sintetizați de noi și anume pentru poli (ester-eterii) acidului D. D. cu etilenglicolul.

Figura 6 este reprezentarea grafică a valorilor raportului

$$\frac{\Delta\log\frac{dw}{dt}}{\Delta\log w_r}$$ în funcție de raportul $$\frac{\Delta\left(\frac{1}{T}\right)}{\Delta\log w_r}.$$

Energia de activare calculată după relația

$$E=2{,}303\ p.R$$ în care $p=$panta dreptei,

pentru reacția de descompunere termică a poli(ester-eterului) studiat este de 75,15 Kcal/mol, iar ordinul de reacție $n=2$.

Analogia mare care există între evoluția curbelor termogravimetrice a celor 12 polimeri studiați, ne-a făcut să ne limităm pentru acest stadiu al lucrărilor la calculul parametrilor cinetici ai reacției de descompunere termică aplicat primului termen al seriei.

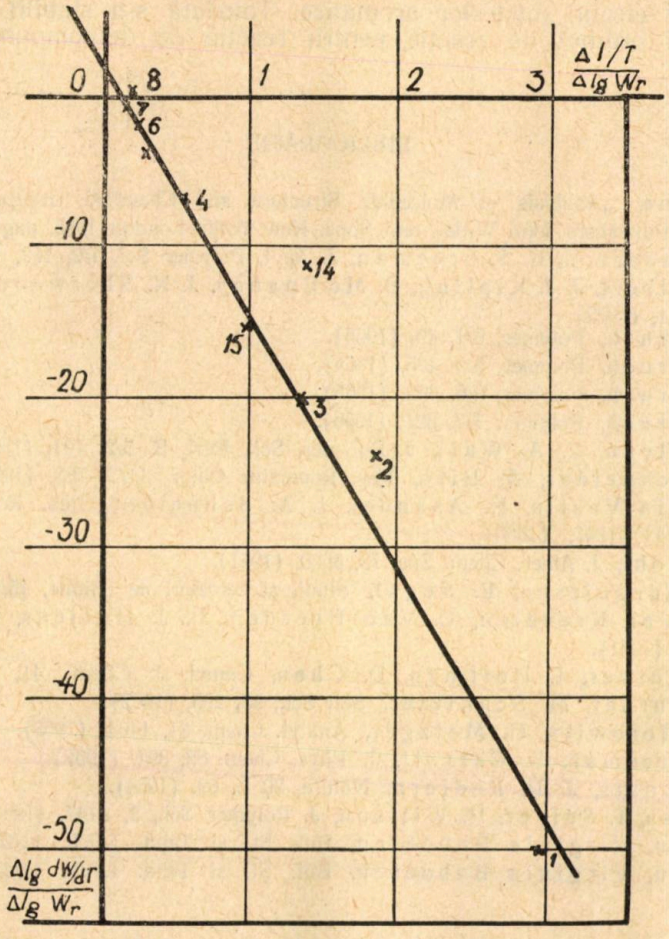


Fig. 6. Reprezentarea grafică a valorilor raportului $\frac{\Delta \log \frac{dw}{dt}}{\Delta \log w_r}$ în funcție de $\frac{\Delta\left(\frac{1}{T}\right)}{\Delta \log w_r}$.

CONCLUZII

Studiul termogravimetric al poli(ester-eterilor) alifatic aromatici ai acidului propan 2,2 bis-(*p*-fenilenoxiacetic) scoate în evidență diferențierea între termenii seriei în comportarea față de solicitările termice. S-au precizat: efectul numărului de carboni aparținînd diolului între grupele ester, efectul factorudlui de paritate, efectul ramificațiilor, efectul grupelor eter

din diol şi efectul nucleelor aromatice. Totodată s-a stabilit energia de activare şi ordinul de reacţie pentru reacţia de descompunere termică globală.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Kline, „Analysis of Molecular Structure and Chemical Groups" Interscience Publishers John Willey and Sons. New York—London 1965, pag. 135 ş.u.
2. D. A. Anderson, E. S. Freeman, J. Appl. Polymer Sci. I/2, 192, (1959).
3. J. B. Gilbert, J. J. Kipling, B. Mc Enaney, J. N. Sherwood, Polymer 3/1, 1, (1962).
4. S. D. Bruch, Polymer, 6/1, 49, (1965).
5. S. D. Bruch, Polymer, 5/9, 435, (1964).
6. S. D. Bruch, Polymer, 6/6, 319, (1965).
7. S. D. Bruch, Polymer, 7/7, 321, (1966).
8. J. H. Flynn, L. A. Wall, J. Polymer, Sci., Part. B. 5/2. 191, (1967).
9. I. A. Schneider, A. Biro, Rev. Roumaine Chim., 11/7, 783, (1966).
10. Cornelia Vasile, N. Asandei, I. A. Schneider, Rev. Roumaine Chim. 11, 1247, (1966).
11. H. A. Pohl, J. Amer. Chem. Soc. 73, 5660, (1951).
12. I. G. Murgulescu, E. Segal, Studii şi cercetări de chimie, 15/4, 261, (1967).
13. D. W. Van Krevelen, C. Van Heerden, F. J. Hutjens, Fuel, 30, 253, (1951).
14. R. C. Turner, I. Hoffman, D. Chan, Canad. J. Chem., 41, 243, (1963).
15. R. C. Turner, M. Schnitzer, Soil Sci., 93, 225, (1962).
16. H. H. Horowitz, G. Metzger, Analyt. Chem. 31, 1464, (1963).
17. E. S. Freeman, B. Carroll, J. Phys. Chem. 62, 394, (1958).
18. A. W. Coats, J. R. Redfern, Nature, 20 L, 69, (1964).
19. R. Fuoss, T. Salyer, H. Willson, J. Polymer Sci., 2, 3147, (1964).
20. I. Nanu, Virginia Boboescu, Bul. Şt. şi Tehn. I.P.T. 11/25, 461 (1966).
21. I. Nanu, Virginia Boboescu, Bul. Şt. şi Tehn. I.P.T. 11/25, 469 (1966).

ТЕРМОГРАВИМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ПОЛИ (СЛОЖНО-ПРОСТЫХ) ЭФИРОВ

(РЕЗЮМЕ)

Изучены методом термогравиметрического анализа некоторых поли (сложно-простые) эфиры пропан-2,2-бис-(пара-фениленоксиуксусной) кислоты с различными гликолями.

Было показано различное поведение этих полимеров при нагревании в зависимости от их химического состава.

Методом Фримана и Каролла, в случае первого члена рядя изученных поли (сложно-простых) эфиров, была определена энергия активации и порядок реакции общего термического разложения.

THERMOGRAVIMETRISCHE UNTERSUCHUNGEN EINIGER ALIPHATISCH-AROMATISCHER POLY ESTER-ÄTHER

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die thermogravimetrische Untersuchung einiger aliphatisch-aromatischer Poly ester-äther der Propan 2,2-bis *p*-phenylenoxiessigsäure hebt die Unterschiede zwischen den Gliedern der untersuchten Reihe, bezüglich des Verhaltens thermischen Beanspruchungen gegenüber, hervor. Es konnte der Einfluss der chemischen Konstitution (deren Veränderungen von der Beschaffenheit des Diols gegeben werden) ausgedrückt als Zahl der Kohlenstoffatome, Paritätsfaktor, Verzweigungen, ätherische Gruppen und aromatische Ringe, — auf das Verhalten des Polymeren während thermischen Abbaus, festgelegt werden. Die Aktivierungsenergie und die Reaktionsordnung der Gesamt-Reaktion des thermischen Abbaus wurden mittels Freemann—Caroll-schen Methode für das erste Glied der Poly ester-ähther-Reihe berechnet.

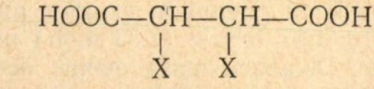
SINTEZA ŞI CARACTERIZAREA ACIZILOR meso- ŞI (*d*,*l*)-DIAMINOSUCCINICI. LIGANZI DE TIP COMPLEXONIC

DE

E. PETROVICI, A. FERENCZ, M. MIRZESCU, C. DRAGULESCU

În literatura de specialitate se întîlnesc relativ puține lucrări care urmăresc proprietățile complecșilor în funcție de stereoizomeria liganzilor [1], [3], [10].

Este de așteptat ca proprietățile complecșilor (condiții de formare, stabilitate, etc.) să prezinte oarecare diferențieri, datorite liganzilor stereoizomeri implicați în conformații diferite. Cele mai simple tipuri de liganzi, care prezintă aspecte conformaționale diferite la complexare, sînt derivații disubstituiți ai acidului succinic de tipul :



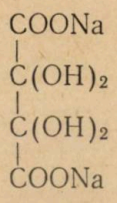
(I)

Pentru a prezenta proprietăți de complexare, substituenții X pot fi grupe funcționale ca : —OH, —SH, —NH_2 precum și derivații ai acestora. Astfel de liganzi formează la complexare cu cationul metalic cicluri pentaatomice de mare stabilitate în general. Dintre structurile posibile cu formula (I), acizii diaminosuccinici și dervații lor se pretează a funcționa ca liganzi de tip complexonic (poliamino-policarboxilici).

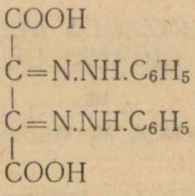
Caracterul complexant al acidului diaminosuccinic (meso-) s-a pus în evidență prin comportarea față de cationul de cupru [6]. Acizii diaminosuccinici nefiind accesibili s-a impus necesitatea de a se prepara și caracteriza stereoizomerii meso- și (*d*, *l*) — pentru a se putea obține pe de o parte complecși metalici, iar pe de altă parte derivații acetici ai acestora ca noi liganzi de tip complexonic.

Sinteza acizilor diaminosuccinici s-a efectuat pe calea clasică din acid tartric care implică următoarele etape :

1. Prepararea dihidroxitartratului disodic (dicetosuccinat disodic dihidratat) [4]:



2. Obținerea bisfenil-hidrazonei (osazonei) acidului dihidroxitartic [2], [12], [13]:



3. Reducerea osazonei la acizi diaminosuccinici [11].

4. Purificarea stereoizomerilor meso- și (*d, l*)-diaminosuccinici, [2], [8], [12].

Rețetele întrucîtva modificate, după care s-a lucrat sînt următoarele:

1. *Prepararea dihidroxitartratului disodic:* Intr-un vas de 1 litru se introduce un amestec nitrant format din 200 g HNO_3 92% = 133 cm^3 (2,92 moli) și 200 g H_2SO_4 monohidrat (2,04 moli) obținut prin amestecarea în raport de 1 : 1 a 55 cm^3 H_2SO_4 96% și 55 cm^3 H_2SO_4 oleum cu 20% SO_3. Amestecul nitrant este răcit cu gheață în exterior pînă la temperatura de 45°, apoi se introduc 200 g acid tartric (1,33 moli) uscat și fin pulverizat, în timp de 5—10 minute. Deoarece masa devine deosebit de consistentă, pentru agitare se folosește un motor puternic, continuîndu-se agitarea pînă la omogenizare, cca 1/2 oră. Se lasă amestecul timp de 5 ore în repaus pentru desăvîrșirea nitrării, după care se introduce peste 1 200 g gheață (într-un vas de 5 l) și apoi 800 ml apă. Se lasă în repaus timp de 24 h la o temperatură de max. 10 °C pentru perfectarea hidrolizei. Se obține o soluție transparentă verde deschisă. Sub agitare mecanică se neutralizează soluția cu 500 g Na_2CO_3 anhidru (4,72 moli) în porțiuni mici pentru evitarea spumării abundente. Dihidroxitartratul obținut se filtrează pe un filtru nuce și se spală cu apă. După o atentă uscare la aproximativ 50—60°, se obține 210—240 g dihidroxitartrat disodic (randament 70—80%) în funcție de puritatea acidului tartric și eficiența agitării.

2. *Obținerea bisfenil-hidrazonei (osazonei) acidului dihidroxitartric.* 300 g dihidroxitartrat disodic (1,32 moli) se suspendă în 3 litri apă și se dizolvă prin adăugare de 480 g (4,54 moli) HCl concentrat (d=1,19) la încălzire ușoară. După răcire cu gheață în exetrior se adaugă sub agitare mecanică o soluție obținută prin dizolvarea a 500 g (4,63 moli) de fenil hidrazină în 3 litri apă și 220 g (2,2 moli) HCl concentrat. Agitarea și răcirea cu gheață se continuă 3—4 zile pentru desăvîrșirea reacției. Precipitatul gros galben-portocaliu se filtrează, se spală cu multă apă, apoi cu

alcool și eter. După uscare la aer se obțin 390—420 g produs pur (randament 90—96%).

3. *Reducerea osazonei la acizi diaminosuccinici.* 100 g (0,31 moli) de osazonă fin pulverizată se dizolvă într-o soluție formată din 25 g NaOH (0,62 moli) în 600 cm^3 apă, răcită la 0 °C. După dizolvarea osazonei se adaugă 1 kg de gheață curată și 3 kg amalgam de sodiu 2,5% (3,3 atomi gram de sodiu) sub agitare energică în porțiuni mari, în timp de cca 5 minute. După 1/2 oră de agitare se adaugă încet 167 g (0,5 moli) H_2SO_4 30% cînd temperatura urcă la cca. 40 °C. După încă 1,5—2 ore de agitare soluția se răcește, apoi se decantează și anilina formată se extrage cu mult eter. Soluția alcalină limpede (eventual filtrată), slab colorată în galben se acidulează cu H_2SO_4 4n pînă la pH~2 (±0,5) cînd soluția devine brună și în același timp apare un precipitat brun floconos de acid meso-diaminosuccinic impur. După ședere de 24 ore se filtrează precipitatul depus, iar soluția mumă se aduce la un pH~5 (±0,5) cu NaOH și se extrag cu eter unele impurități colorate. După o săptămînă de ședere se separă un precipitat cristalin, care în cea mai mare parte este acidul racemic.

4. *Purificarea stereoizomerilor meso- și (d, l)- diaminosuccinici.* Acidul meso brut obținut se spală cu mult alcool fierbinte care dizolvă impuritățile colorate. Pentru a separa acidul meso de mici cantități de acid racemic, la 10 g de produs astfel obținut se adaugă 55 cm^3 HCl 10% la cald, se filtrează eventualele impurități, se diluează cu aprox. 200 cm^3 apă pînă se ajunge la pH=2 și se lasă 24 ore pentru cristalizarea acidului meso.

Pentru a asigura o puritate avansată a acidului meso, operația de dizolvare și reprecipitare la pH=2 se repetă (de 2—3 ori), pînă cînd din soluția mumă la pH=5 nu se mai depune acid racemic. Se obține final 7—8 g produs pur.

Pentru izolarea acidului racemic din toate soluțiile mume, după separarea acidului meso, acestea se aduc la pH=5 și se lasă pentru cristalizare cca. o săptămînă. Porțiunile reunite de acid racemic brut se purifică asemănător ca și acidul meso, și anume la pH=2 se separă micile cantități de acid meso din acidul racemic brut, iar acesta se precipită în stare purificată la pH=5. Repetînd operația de 2—3 ori pînă ce la pH=2 nu mai precipită acid meso se obține un acid racemic pur, în cantitate de 3—4 g.

CARACTERIZAREA STEREOIZOMERILOR

Substanțele astfel obținute se comportă diferit. Acidul meso este cristalizat anhidru, iar acidul racemic reține o moleculă de apă, care se pierde la ședere în timp îndelungat. Deshidratarea se petrece rapid la 130—140 °C [2].

Acidul meso-diaminosuccinic se topeşte cu descompunere în intervalul 300—305 °C la o viteză de încălzire în preajma descompunerii de 4°/minut. La aceeaşi viteză de încălzire acidul *d, l*-diaminosuccinic se topeşte cu descompunere în intervalul 292—296 °C.

Verificarea purităţii stereoizomerilor s-a făcut asupra produselor anhidre prin :

a) analiza elementară

b) spectre I. R.

a) Analiza elementară efectuată pe cîte 3 probe este redată în tabelul următor :

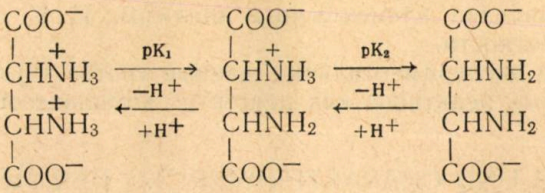
	Calculat pentru meso— şi (*d, l*)—	găsit					
		pentru meso—			pentru (*d, l*)—		
C%	32,43	31,31 ;	33,78 ;	32,05 ;	32,34 ;	33,82 ;	32,05 ;
H%	5,40	5,83 ;	5,87 ;	5,67 ;	5,73 ;	5.98 ;	5,74 ;
N%	18,91	18,35 ;	18,30 ;	18,60 ;	18,91 ;	18,82 ;	18,32 ;

b) În literatura disponibilă nu s-au găsit date referitoare la absorbţia stereoizomerilor în I.R. Spectrele I.R., pe baza cărora s-a confirmat puritatea stereoizomerilor, s-au făcut în pastile de KBr. Frecvenţele caracteristice pentru maximele de absorbţie atribuite diverselor vibraţii [5], [7] sînt următoarele :

Vibraţia caracteristică		meso	(*d, l*) —
$\overset{\oplus}{-NH_3}$		2 100 2 645 ; 2 700 3 000	2 080 2 600 ; 2 650 ; 2 700 3 000 3 050
Banda amino-acid I	I	1 660	1 650
	δ		1 580
Banda aminoacid II	II	1 540	1 550 1 540
$-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow O^{\ominus}\end{matrix}$	ν as.	1 592	1 617
	ν sim.	1 395	1 390
	γ_{CO}	670	700
	δ	540	595
$>C-H$	δ	1 260	1 302
	ν	2 900	2 880
$>C-N$	ν	1 350	1 360 1 345

Întrucît constantele de aciditate pentru aceşti stereoizomeri nu sînt date în literatura consultată, ele s-au determinat pe cale potenţiometrică cu

electrod de sticlă [9] la tărie ionică neglijabilă ($3 \cdot 10^{-2}$), obţinîndu-se pentru echilibrele :



următoarele valori :

Pentru acidul meso-diaminosuccinic $pK_1 = 6{,}8$; $pK_2 = 10$, iar pentru acidul (*d, l*)-diaminosuccinic $pK_1 = 7$; $pK_2 = 9{,}8$.

În concluzie prezenta lucrare caracterizează stereoizomerii meso- şi (*d, l*) ai acidului diaminosuccinic ca liganzi de tip complexonic cu puritate suficient de avansată pentru un studiu comparativ al complecşilor pe care îi formează, completînd datele cunoscute prin spectre I.R. şi constante de aciditate.

BIBLIOGRAFIE

1. W. E. Bennet, J. Amer. Chem. Soc. *81*, 246 (1959).
2. M. J. Farchy, J. Tafel, Ber. deutsch. chem. Ges. *26*, 1983, (1893).
3. R. D. Gillard, Chemical Reviews, *65*, 604—16 (1965).
4. R. Möhlan, H. Th. Bucherer, *Farbenchemisches Praktikum*, Veit, Leipzig, (1908).
5. K. Nakamoto, *Infrared spectra of inorganic and coordination compounds*. John Wiley & Sons, Inc., New York. London p. 201 (1963).
6. E. Petrovici A. Ferencz şi C. Drăgulescu, A III-a Conferinţă Republicană de Chimie, Rezumatele lucrărilor, p. 52, Timişoara (1966).
7. C. N. R. Rao, *Chemical applications of infrared spectroscopy* Academic Press. New York. London p. 225 (1963).
8. S. Sakaru, M. Hisao, S. Moboru, Nature, London, *117*, 280—81 (1956).
9. G. Schwarzenbach, A. Willi, R. O. Beck, Helv Chim. Acta. *30*, 1303 (1947).
10. L. G. Sillen, A. E. Martell, *Stability constants of metal-ion complexes*. The Chemical Society London (1964).
11. J. Tafel, Ber. deutsch. chem. Ges. *20*, 247 (1887).
12. J. Tafel, H. Stern, Ber. deutsch. chem. Ges. *38*, 1590 (1905).
13. J. H. Ziegler, M. Locher, Ber. deutsch. chem. Ges. *20*, 836, (1887).

СИНТЕЗ И ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ МЕЗО- И (*d, l*)-ДИАМИНОЯНТАРНОЙ КИСЛОТ, ЛИГАНДЫ КОМПЛЕКСНОГО ТИПА

(РЕЗЮМЕ)

Диаминоянтарные кислоты, как тетрадентированные лиганды, могут быть многостороне изучены с точки зрения образования металлических комплексов, в первую очередь благодаря стереохимическим вопросам подымаемым этими комплексами.

Были испытаны различные варианты синтеза и уточнены оптимальные условия их получения. Отдельные стереоизомеры охарактеризовалась точкой плавления, элементарным анализом, И. К. спектрами и постоянными кислотности.

Полученные экспериментальные данные соотвествуют необходимой чистоте некоторых реактивов как реагентов комплексообразования.

SYNTHESE UND CHARAKTERISIERUNG DER MESO- UND (*d*, *l*)-DIAMINOBERSTEINSÄUREN. LIGANDEN VON KOMPLEXONTYP

(ZUSAMMENFASSUNG)

Diaminobersteinsäuren eignen sich als vierzähnige Liganden für Untersuchungen betreffend die Bildung von Metallkomplexen in erster Reihe infolge der stereochemischen Probleme, die sich aus diesen Komplexen ergeben.

Es wurden verschiedene Synthese-varianten versucht und die optimalen Bedingungen für ihre Herstellung festgesetzt. Die erhaltenen Stereoisomere werden durch Schmelzpunkt, Elementaranalyse, I.R. Spektren und Aziditätskonstanten charakterisiert. Die Versuchsergebnisse entsprechen dem Reinheitsgrad, der von Reagenzien verlangt wird, die zur Komplexbildung verwendet werden.

TITRĂRI CHELATOMETRICE CU ACIDUL PERI NAFTILEN DIAMINO *N—N, N'—N'* TETRAACETIC (NDTA).

I. Titrarea Ni^{2+} și Co^{2+}

II. Titrarea Fe^{3+} și Al^{3+}

DE

C. DRĂGULESCU, M. LAZĂR

Dozarea chelatometrică a cationilor Ni^{2+}, Co^{2+}, Fe^{3+} și Al^{3+} a fost realizată prin titrări directe sau indirecte cu diferiți complexoni și în prezența a numeroși indicatori.

G. Schwarzenbach utilizează pentru titrarea conductometrică și potențiometrică a Ni^{2+} și Co^{2+}, acidul nitrilotriacetic și acidul uramildiacetic [1], [2]. R. Pribil dozează Ni^{2+} și Co^{2+} în amestec după separarea Co^{2+} ca sulfură, urmată de dizolvare și titrare cu EDTA [3]. Rezultate bune se obțin și la dozarea colorimetrică a acestor cationi, Co^{2+} după oxidare la Co^{3+} formînd cu EDTA un complex violet [4], [5], iar Ni^{2+} un complex verde-albastru [6].

Titrările indirecte au condus la rezultate și mai exacte (în special pentru Ni^{2+}). Astfel W. F. Harris retitrează excesul de EDTA cu sulfat de zinc în prezența indicatorului eriocrom negru T [7], iar H. Flaschka și I. Sajo utilizează azotatul de zinc pentru retitrarea excesului de complexon, în prezența benzidinei ca indicator. [8], [9]. C. Drăgulescu determină Ni^{2+} cu acid antranil —*N,N*-diacetic în prezență de murexid, retitrarea excesului de complexon efectuîndu-se cu sulfat de cupru [10].

In cazul Fe^{3+} și Al^{3+}, sînt menționate deasemenea mai multe metode de titrare, atît în amestec cît și individual. H. Flaschka dozează Al^{3+} cu EDTA în exces, retitrarea excesului avînd loc cu azotat de toriu, indicator fiind alizarina S [11], iar Fe^{3+} prin titrare directă cu EDTA în prezența indicatorului albastru variamin B [12]. Rezultate mai precise se obțin cu același indicator, adăugat însă în apropierea echivalenței [13], [14].

Erori mici sînt obținute la dozarea Fe^{3+} și Al^{3+}, de către I. Sajo, care retitrează excesul de EDTA cu acetat de zinc în prezența benzidinei [15], [16]. Pentru Al^{3+}, G. Schwarzenbach retitrează excesul de complexon cu sulfat de zinc în mediu de piridină, indicator fiind eriocrom negru T [17],

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1948

iar pentru amestecul de Fe^{3+} și Al^{3+} Z. Sir și R. Pribil folosesc același procedeu înlocuind însă indicatorul cu violet de pirocatehină, cînd virajul este foarte net [18].

Pentru concentrații de Al^{3+} cuprinse între 6—22 mg, M. Theis și A. Musil obțin rezultate bune retitrînd excesul de EDTA cu azotat de aluminiu în prezența indicatorului cromazurol S la pH=4, iar pentru Fe^{3+} chiar la concentrații mai mari, lucrîndu-se la pH=2. [19], [20]. În cazul conținutului foarte redus de Fe^{3+}, C. Drăgulescu recomandă titrarea directă a acestuia cu acid antranil-*N*,*N*-diacetic în prezență de acid sulfosalicilic [21].

În prezenta lucrare s-a urmărit titrarea cationilor Ni^{2+}, Co^{2+}, Fe^{3+} și Al^{3+} cu sarea disodică a acidului peri naftilen diamino *N*—*N*, *N'*—*N'*, tetraacetic folosindu-se murexidul ca indicator la titrarea Ni^{2+} și Co^{2+}, iar pentru Fe^{3+} și Al^{3+} benzidină și cromazurol S.

I. TITRAREA Ni^{2+} ȘI Co^{2+} CU NDTA

Întrucît titrarea directă a Ni^{2+} cu NDTA în prezență de murexid, a condus la erori cuprinse între limitele —1,68% și +1,42%, s-a procedat la retitrarea excesului de complexon cu o soluție standard de Cu^{2+} (utilizîndu-se același indicator), în condițiile descrise la titrarea Cu^{2+} virajul fiind net de la violet la galben.

Deoarece protonii eliberați la retitrare influențează pH-ul soluției care inițial este de 7—8, se evită un exces mai mare de 2—3 ml complexon soluție 0,005 m. Lucrîndu-se cu un conținut între 1,76 și 17,60 mg Ni/100 ml, rezultatele obținute sînt foarte bune cum se poate observa din tabelul 1, eroarea fiind cuprinsă între —0,62% și +0,14%, iar la un conținut de 7,04—35,20 mg Ni/100 ml eroarea este cuprinsă între —0,28% și +0,95% (tab. 2).

Datele experimentale din tabelul 1 și tabelul 2 s-au obținut utilizînd o soluție ce conține numai ioni de nichel. Titrul soluției a fost stabilit cu dimetilglioximă fiind T=0,00176.

Tabelul 1

1,76—17,10 mg Ni/100 ml

Nr. crt.	ml Ni	ml NDTA 0,005 m	ml Cu 0,01 m	ml NDTA reacț.	mg Ni găsit	mg Ni calc.	Eroare %
1	1	4,50	1,51	2,99	1,7549	1,760	−0,29
2	1	4,50	1,52	2,98	1,7490	1,760	−0,69
3	2	7,00	1,03	5,97	3,506	3,520	−0,39
4	2	7,00	1,00	6,00	3,5233	3,530	+0,10
5	4	14,00	1,99	12,01	7,049	7,040	+0,14
6	4	14,00	1,99	12,01	7,049	7,040	+0,14
7	8	25,00	1,01	23,99	14,081	14,080	+0,07
8	8	25,00	1,03	23,97	14,070	14,080	−0,08
9	10	32,00	2,05	29,95	17,582	17,600	−0,10
10	10	32,00	2,05	29,95	17,582	17,600	−0,10

7,04—35,30 mg Ni/100 ml *Tabelul 2*

Nr. crt.	ml Ni	ml NDTA react.	ml Ni găsit	mg Ni calculat	Eroare	pH
1	4	12,33	7,240	7,04	+0,95	7—8
2	4	12,33	7,240	7,04	+0,95	„
3	10	29,93	17,563	17,60	—0,21	„
4	10	29,92	17,560	17,60	—0,22	„
5	15	44,88	26,341	26,40	—0,28	„
6	15	44,92	26,367	26,40	—0,12	„
7	20	60,06	35,250	35,20	+0,14	„
8	20	60,05	35,241	35,20	+0,14	„

Soluția de sare disodică a NDTA a avut o concentrație 0,005 m iar soluția standard de cupru a fost 0,01 m.

Deoarece foarte multe metale bi și trivalente, prezente în soluție jenează determinarea, nichelul se separă prin precipitare cu dimetilglioximă, precipitatul bine spălat se dizolvă în acid clorhidric concentrat, apoi dimetilglioxima pusă în libertate se distruge cu acid azotic concentrat prin evaporare la sec și reluare de 2—3 ori.

Cobaltul s-a dozat prin titrarea directă cu NDTA soluție 0,005 m, în prezență de murexid la pH 7,5—8, soluția fiind tamponată cu NH_4OH—NH_4Cl. Deoarece în apropierea echivalenței în cazul cobaltului indicatorul virează de obicei înainte de punctul de echivalență, titrarea se continuă atent pînă ce indicatorul primește culoarea violet albăstruie, care se menține cîteva minute.

In tabelul 3 sînt trecute rezultatele obținute, lucrîndu-se în condițiile amintite, eroarea fiind cuprinsă între —0,71% și +1,18% pentru concentrații de 0,5966—23,864 mg Co/100 ml. Concentrația soluției standard de cobalt s-a determinat cu α nitrozo β naftol, 1 ml conținînd 0,5966 mg Co. S-a titrat cu NDTA 0,005 m cu F = 0,9952.

0,5966—23,864 mg Co/100 ml *Tabelul 3*

Nr. crt.	ml Co	ml NDTA	mg Co găsit	mg Co calculat	Eroare %	pH
1	1	1,03	0,6036	0,5966	+1,10	7,5—8
2	1	1,01	0,5923	0,5966	—0,71	„
3	2	2,06	1,208	1,1932	+1,18	„
4	2	2,05	1,200	1,1932	+0,56	„
5	4	4,08	2,392	2,3864	+0,23	„
6	4	4,10	2,403	2,3864	+0,79	„
7	5	5,05	2,962	2,983	—0,70	„
8	5	5,13	3,007	2,983	+0,48	„
9	10	10,15	5,951	5,966	—0,25	„
10	10	10,19	5,980	5,966	+0,25	„
11	20	20,44	11,990	11,932	+0,50	„
12	20	20,49	12,020	11,932	+0,75	„
13	40	40,49	23,751	23,864	—0,47	„
14	40	40,49	23,751	23,864	—0,47	„

Şi dozarea cobaltului este deranjată de prezenţa celorlalţi cationi bi şi trivalenţi, din care cauză se recomandă spararea lui înainte de titrare. Separarea se realizează prin metode cunoscute, mai eficace fiind metoda care separă Cu, Ni, Co, Zn şi Cd cu acid rubeanic, apoi rubeanaţii sînt distruşi, elementele amintite precipitîndu-se cu α nitrozo β naftol. Precipitatul se tratează cu cantităţi mici de HCl 12% (1 ml) cînd se dizolvă precipitatul conţinînd Cu, Cd, Zn şi Ni, iar nitrozonaftolatul de cobalt se separă prin filtrare. In continuare se descompune cu acid percloric 60% (1 ml), se evaporă la sec şi se reia cu cîteva picături de HCl concentrat.

Atît Ni^{2+} cît şi Co^{2+}, complexează cu NDTA în raportul 2Me : 1 NDTA.

II. TITRAREA Fe^{3+} ŞI Al^{3+} CU NDTA

Dozarea chelatometrică a Fe^{3+} şi Al^{3+}, s-a realizat prin titrări indirecte cu soluţia sării disodice a acidului peri naftilendiamino *N—N, N'—N'* tetraacetic, în prezenţa indicatorilor benzidină şi cromazurol S.

Benzidina se oxidează uşor cu substanţe oxidante formînd un produs colorat în albastru intens, oxidarea însă este reversibilă. Pentru ca benzidina să poată fi utilizată ca indicator, în soluţie trebuie să se afle fericianură, precum şi ferocianură în urme. Intr-o astfel de soluţie indicatorul este incolor, dar dacă urmele de ferocianură se leagă, de exemplu cu zinc, potenţialul redox creşte şi indicatorul se colorează în albastru.

Pentru titrări chelatometrice se utilizează un exces de complexon în prezenţa soluţiei de benzidină 1% (în acid acetic), fericianură de potasiu 0,2%, ferocianură de potasiu 0,1%, excesul fiind retitrat cu soluţie de acetat de zinc.

Cromazurolul S este utilizat ca indicator pentru determinarea complexometrică a aluminiului şi fierului, în mediu acid şi pentru magneziu, calciu şi bariu în mediu puternic alcalin, cu care formează lacuri intens colorate. Astfel cu Fe^{3+} formează un lac colorat în albastru la un pH=1—4, iar cu Al^{3+} un lac violet la pH=4.

Pentru dozarea Fe^{3+} este indicat a se lucra la pH=2, cînd determinarea nu este deranjată decît de prezenţa zirconiului şi toriului, titrarea efectuîndu-se la cald pînă la virajul culorii albastre în galben portocaliu, iar pentru Al^{3+} se obţin rezultate bune folosind un exces de complexon şi retitrîndu-se excesul cu azotat de aluminiu la pH=4, pînă la apariţia culorii violete.

a) Titrarea Fe^{3+} şi Al^{3+} în prezenţă de benzidină

Suma Fe^{3+} şi Al^{3+} se determină prin adăugarea unui exces de complexon soluţie $5 \cdot 10^{-2}$ m la soluţia acidă a acestor ioni, urmată de alcalinizare cu NH_3 2 n în prezenţă de fenolftaleină, amoniacul în exces fiind neutralizat cu HCl 2 n pînă la decolorarea soluţiei. Se adaugă soluţie tampon pînă la pH=4, (500 g acetat de amoniu, 20 ml acid acetic glacial com-

pletat la 1 litru cu apă bidistilată) 1 ml benzidină, 1 ml fericianură, 0,5 ml ferocianură, apoi se retitrează cu acetat de zinc pînă la apariția coloratiei albastre persistente.

În altă probă se procedează asemănător, adăugîndu-se cantitatea de complexon necesară complexării Fe^{3+} și Al^{3+}, apoi se adaugă 25—30 ml soluție saturată de fluorură de sodiu și se încălzește. Al^{3+} precipită sub formă de criolit, eliberînd complexonul corespunzător care se titrează cu acetat de zinc.

Pentru determinări s-au folosit soluții de benzidină 1% în acid acetic glacial, fericianură de potasiu 0,2%, ferocianură de potasiu 0,1%.

Rezultatele obținute sînt menționate în tabelul 4.

Tabelul 4

1,117—22,340 mg Fe; 1,298—25,960 mg Al

Fe			Al		
calculat mg	găsit mg	Eroare %	calculat mg	găsit mg	Eroare %
1,117	1,1278	+0,98	1,298	1,308	+0,62
1,117	1,1254	+0,76	1,298	1,287	−0,89
5,585	5,6082	+0,23	6,490	6,591	+1,55
5,585	5,6079	+0,21	6,490	6,538	+0,73
11,170	11,236	+0,54	12,980	12,869	−0.85
11,170	11,091	−0,70	12,980	13,033	+0,42
16,755	16,672	−0,48	19,470	19,625	+0,77
16,755	16,658	−0,58	19,470	19,594	+0,63
22,340	22,513	+0,76	25,960	26,137	+0,68
22,340	22,506	+0,73	25,960	25,826	−0,51

b) Titrarea Fe^{3+} și Al^{3+} cu NDTA — indicator cromazurol S

Pentru dozarea Fe^{3+} soluția ce conține Fe^{3+} și Al^{3+} se acidulează cu HCl 2 n la pH=2—3, se adaugă cîteva cristale de acid monoclor acetic, 1—2 ml acetat de sodiu 2 m, 3—5 picături indicator 0,4%, se încălzește la 50—60 °C apoi se titrează cu soluție 0,001 m de NDTA pînă la virajul culorii albastre în galben-portocaliu. Al^{3+} se dozează numai după ce Fe^{3+} a fost redus la Fe^{2+} care nu formează complex cu indicatorul, reducere efectuată cu sulfat de hidrazină. La soluția acidă se adaugă 3—5 picături indicator, sulfat de hidrazină pînă ce culoarea albastră a locului feric format dispare, apoi acetat de sodiu 2 m pînă la pH=4. Se adaugă exces de complexon, se încălzește la fierbere, iar excesul de complexon se retitrează cu soluție de azotat de aluminiu (de concentrație cunoscută) pînă la culoarea violetă.

Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelul 5.

Tabelul 5

0,5723—22,892 mg Fe; 1,298—25,960 mg Al

Fe			Al		
calculat mg	găsit mg	Eroare %	calculat mg	găsit mg	Eroare %
0,5723	0,5670	−0,92	1,298	1,281	−1,30
0,5723	0,5783	+0,99	1,298	1,3076	+0,79
1,1446	1,1508	+1,40	2,596	2,626	+1,14
1,1446	1,1424	−0,20	2,596	2,615	+0,73
2,8615	2,8860	+0,89	6,490	6,500	+0,18
2,8615	2,8804	+0,66	6,490	6,500	+0,18
5,723	5,738	+0,30	12,980	12,928	−0,38
5,723	5,693	−0,52	12,980	12,912	−0,53
11,446	11,500	+0,48	19,470	19,581	+0,60
11,446	11,421	−0,22	19,470	19,530	+0,31
22,892	23,034	+0,58	25,960	25,880	−0,28
22,892	23,011	+0,51	25,960	25,889	−0,23

Raportul de complexare este 2Al : 1NDTA, iar pentru Fe^{3+} acesta este 4Fe : 1NDTA cînd se lucrează la un pH=2—3 și 2Fe : 1 NDTA dacă determinarea se efectuează la pH=4,5—7.

Raportul 4 : 1 la Fe^{3+} se explică prin afinitatea redusă a Fe^{3+} față de azotul aminic, la pH=2—3, astfel încît la acest pH nu este posibil închiderea unor cicluri chelatice și fiecare carboxil reacționează independent cu ionul feric.

CONCLUZII

Din rezultatele obținute se constată că sarea disodică a acidului peri naftilen diamino *N—N, N′—N′* tetraacetic, se pretează la dozarea cationilor Ni^{2+}, Co^{2+}, Fe^{3+} și Al^{3+} în condițiile menționate, obținîndu-se erori ce se încadrează în limitele admisibile.

Complexarea avînd loc în raportul 2Me : 1 NDTA pentru Ni^{2+}, Co^{2+} și Al^{3+}, 4 : 1 în cazul Fe^{3+}, favorizează determinarea acestor cationi și în concentrații mici, consumîndu-se reactiv în cantitate mai redusă față de complexonii obișnuiți.

Operațiile metodei sînt simple, virajul indicatorilor fiind net.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Schwarzenbach, W. Biedermann, Helv. Chim. Acta, 29, 811 (1946).
2. G. Schwarzenbach, W. Biedermann, Helv. Chim. Acta, 29, (1946).
3. R. Pribil, Chem. listy 45, 85 (1951).
4. R. Pribil, J. Malik, Chem. listy 45, 237 (1951).
5. M. Jean, Anal. Chim. Acta, 6, 278 (1952).
6. W. Nielsch, G. Böltz: Anal. Chim. Acta. 11, 367 (1954).

7. W. F. Harris, T. R. Sweet, Anal. Chem. 26, 1648 (1954).
8. H. Flaschka, W. Franschitz, Z. Analyt. Chem. 144, 121 (1955).
9. I. Sajo, Magyar Kemiai Folyoirat 62, 56 (1956).
10. C. Drăgulescu, T. Simionescu, R. Anton, Studii şi cercetări — Ştiinţe chimice — Baza de cercetări a Academiei R.S.R. Timişoara, VI, 1—2, 35 (1959).
11. H. Flaschka, ter K. Haar, J. Bazan, Mikrochim. Acta 1953—345.
12. H. Flaschka, Mikrochim. Acta 1954—361.
13. L. Erdey, A. Bodor, Z. Anal. Chem. 137, 410 (1953).
14. R. Wehber, Mikrochim. Acta 1955—812.
15. I. Sajo, Magyar Kem. Folyoirat 60, 268 (1954).
16. I. Sajo, Magyar Kem. Folyoirat 60, 331 (1954).
17. G. Schwarzenbach, *Komplexometrische Titration,* Ferdinand Enke, Stuttgart, 1955.
18. Z. Sir, R. Pribil, Chem listy 50, 221 (1956).
19. M. Theis, Z. Anal. Chem. 144, 106 (1955).
20. A. Musil, M. Theis, Z. Anal. Chem. 144, 361 (1955).
21. C. Drăgulescu, T. Simonescu, I. Menessy, R. Anton, Revue de Chimie VII — 161 (1962).

КЕЛАТОМЕТРИЧЕСКИЕ ТИТРОВАНИЯ ПЕРИ НАФТИЛЕН ДИАМИН *N—N, N'—N'* ТЕТРАУКСУСНОЙ КИСЛОТОЙ

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучается келатометрическое титрование катионов Ni^{2+} и Co^{2+} динатриевой соли NDTA, в присутствии мурексида при pH=7—8, в буферных растворах $NH_4OH—NH_4Cl$.

Определяется на тот же пути, катионы Fe^{3+} и Al^{3+} применяя бензидин и кромазурол С в качествие индикаторов.

Соотношение комплексообразования — 2 Me : 1 NDTA для Ni^{2+}, Co^{2+} и Al^{3+}, а для Fe^{3+}—4Fe : 1 NDTA

CHELATOMETRISCHE TITRATIONEN MIT PERI-NAPHTYLEN-DIAMIN-*N—N, N'—N'*-TETRAESSIGSÄURE (NDTA)

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit wird die chelatometrische Titration der Kationen Ni^{2+} und Co^{2+} mit dem Dinatriumsalz der NDTA in Gegenwart von Murexid bei pH=7—8 untersucht, wobei als Pufferlösung $NH_4OH—NH_4Cl$ verwendet wird.

Durch diese Arbeitsweise werden auch die Kationen Fe^{3+} und Al^{3+} in Gegenwart der Indikatoren Benzidin und Chromazurol S bestimmt.

Das Verbindungsverhältnis ist 2Me : 1NDTA für Ni^{2+}, Co^{2+} und Al^{3+}, für Fe^{3+} dagegen 4Fe : 1NDTA.

ANALIZA GAZ-CROMATOGRAFICĂ A AMESTECURILOR DE SINTEZĂ A BIFENILULUI ȘI DIFENILETERULUI

DE

F. KEREK, D. KOHN, M. MORARU

În ultima vreme bifenilul și difenileterul au dobîndit o importanță mare industrială. Se utilizează în deosebi amestecul lor eutectic, care este un purtător de căldură cu calități remarcabile [1]—[3]. Acest lucru justifică pe deplin interesul manifestat pentru sinteza lor și pentru studiul comportării acestui amestec denumit industrial: „Thermex", „Diphyl", „Dowtherm", „VOT", etc.

În contextul unor astfel de investigații am utilizat metoda analizei gaz-cromatografice cu scopul determinării calitative și cantitative a componenților amestecurilor rezultate la:

— obținerea bifenilului prin piroliza benzenului;

— sinteza difenileterului din clorbenzen și fenol;

— separarea componenților eutecticului.

Sinteza pirolitică a bifenilului s-a realizat prin barbotarea benzenului în baie de metale topite, la temperaturi între 750°—920 °C, folosind o instalație descrisă anterior [4] — [5].

La această sinteză, pe lîngă bifenil, literatura [6] menționează în primul rînd formarea terfenililor și altor polifenili superiori.

Analiza acestor produse pe cale gaz-cromatografică este foarte dificilă datorită volatilității lor extrem de reduse, necesitînd temperaturi de lucru ridicate și faze staționare speciale, cum ar fi de exemplu: halogenurile alcaline [7]. Ca și componente mai volatile se formează la sinteza pirolitică a bifenilului, gaze ca: H_2, CO_2, C_2H_4, etc. [8].

Ne-am îndreptat atenția asupra produselor de piroliză ale căror volatilitate se situează între cea proprie bifenilului și cea a benzenului. În condițiile de piroliză menționate mai sus cromatografia în faza gazoasă a indicat patru componente din această categorie. Deși conversia benzenului în aceste produse este mică comparativ cu conversia în bifenil, cantitatea lor nu este neglijabilă (5—6%).

Din valorile de retenție relativă față de tetralină (etalon) comparate cu cele indicate în literatură [9] pentru un ansamblu de hidrocarburi aromatice (cu același etalon), s-au identificat cei patru componenți. Trei dintre componenții identificați (B, C și D din tabelul 1) au fost deci omologi alchilați ai benzenului iar al patrulea, naftalină.

În tabelul 1 sînt redate valorile de retenție relativă față de tetralină, comparate cu cele din literatură (pentru condițiile de lucru, vezi partea experimentală).

Tabelul 1

Valorile de retenție relativă față de tetralină (la 220 °C cu fază staționară Apiezon L, 25% pe Cellit)

	Substanța	Valori obținute	Valorile indicate în literatură [9]
A	Benzen	0,38	—
B	1,4-difenilbenzen	0,525	0,54
C	1,2-dimetil-4-etilbenzen	0,61	0,60
D	1,2,3,5-tetrametilbenzen	0,76	0,75
E	tetralină	1,00	1,00
F	naftalină	1,26	1,18
G	bifenil	2,24	2,26

Sinteza difenileterului s-a realizat prin procedeul bazat pe reacția dintre clorbenzen și fenoxid de sodiu, în prezență de catalizator de cupru, la presiuni nu prea ridicate, [10]—[13].

Studiul gaz-cromatografic al produselor rezultate la sinteză nu a prezentat dificultăți. După cum rezultă din figura 3 s-au putut identifica clorbenzenul, fenolul și difenileterul.

Analiza amestecurilor bifenil-difenileter prin cromatografie în fază gazoasă este îngreunată de valorile apropiate ale caracteristicilor fizice și chimice ale acestor două substanțe. (De ex.: punct de fierbere 256,1 °C la bifenil și 258,3 °C la difenileter).

În literatură [14], [15], se semnalează puține încercări privind cromatografierea gazoasă a acestor două substanțe în amestec.

Din punct de vedere chimic difenileterul, în urma implicării electronilor neparticipanți ai oxigenului în sistemul extins de conjugare, prezintă caractere mai apropiate de hidrocarburile aromatice decît de eterii alifatici.

Toate acestea au condus, în condițiile noastre de lucru la o eluție foarte apropiată a celor două substanțe, uneori chiar concomitentă.

Modificarea parametrilor (lungimea coloanei, temperatura, viteza de eluare) nu au adus îmbunătățiri esențiale în cazul coloanelor cu Apiezon pe Cellit 22.

O eluție bună s-a constatat la utilizarea unei faze staționare mult mai polare, și anume poliadipat W. 204 N. („Bayer"-Leverkusen) cu un adaos de 1% de $FeCl_3$.

Selectivitatea acestei faze staționare se explică prin polaritatea mai mare a poliesterului și a interacțiunii diferite a difenileterului față de cea a bifenilului cu $FeCl_3$.

O ipoteză asemănătoare a fost formulată pentru unele baze chinolinice și poliesteri de către Janak și Hrivnač [16].

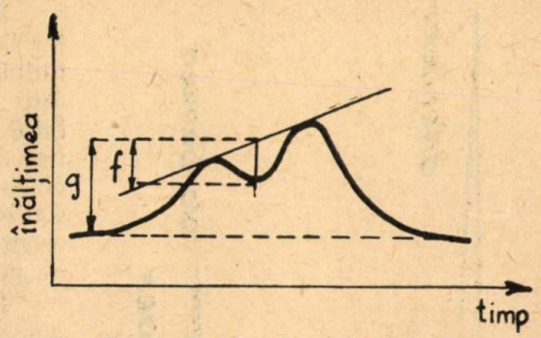


Fig. 1. Factorul de separare optim.

În condițiile utilizării fazei staționare citate mai sus s-a observat și o inversare a ordinei de eluție față de cea obținută cu Apiezon L, cînd difenileterul a eluat înaintea bifenilului.

Factorul de separare optim: $\vartheta\% = \frac{f}{g} \cdot 100$

Factorul de separare optim a fost $\vartheta \frac{\text{difenileter}}{\text{bifenil}} \leqslant 43\%$.

CONDIȚII DE LUCRU

S-a lucrat cu un cromatograf de gaze: Willy Giede G.C.H.F. 18/2T, cu celulă de conductivitate termică. Gaz de eluare: H_2 trecut peste silicagel anhidru, pentru eliminarea eventualelor urme de apă.

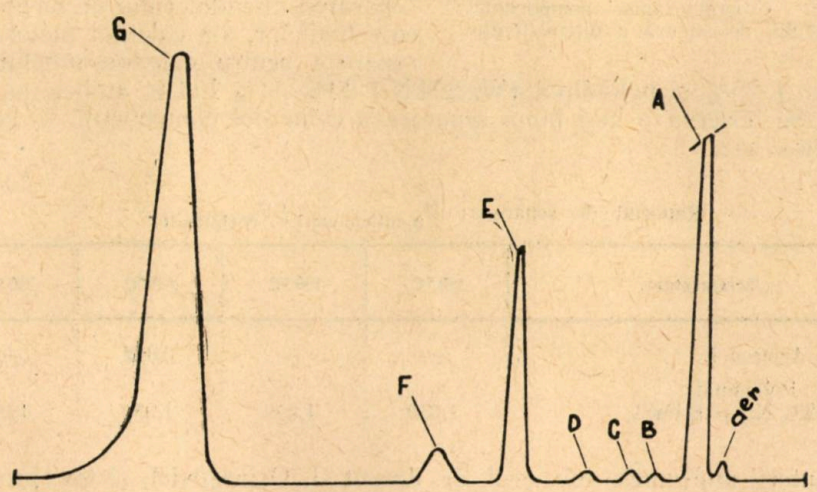


Fig. 2. Cromatograma componentelor cu volatilitate medie în produsele de piroliză a benzenului.

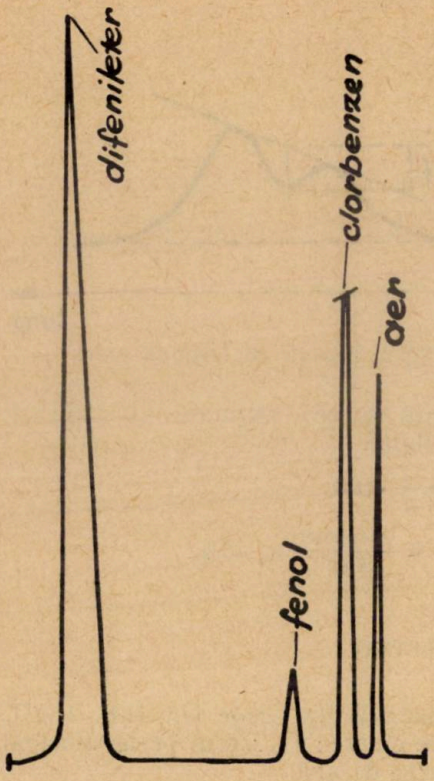


Fig. 3. Cromatograma componentelor amestecului de sinteză a difenileterului.

Pentru identificarea componentelor lichide rezultate la piroliza benzenului s-a lucrat în următoarele condiții: temperatura de lucru 220°; debitul de hidrogen 57 ml/min; presiunea de intrare: 1,15 ata. S-a utilizat o coloană de 2 m cu Apiezon L 25% pe Cellit 22. În figura 2 se redă una din cromatogramele obținute. (Notațiile de pe figură corespund cu tabelul 1).

Pentru separarea componenților amestecului de sinteză a difenileterului s-a lucrat în următoarele condiții: temperatura de lucru: 220°; debitul de hidrogen: 150 ml/min; presiunea de intrare: 1,20 ata. S-a utilizat o coloană de 2 m cu Apiezon L 5% pe Cellit 22. În figura 3 se prezintă una din cromatogramele obținute.

Atît la analiza produselor de pirolizã a benzenului, cît și a celor rezultate la sinteza difenileterului s-au încercat și alte condiții de lucru (temperatură, fază staționară: Apiezon L pe Cellit 22 — 5% ; 20% ; 25% ; ulei siliconic „Merck" 4% pe Cellit 22).

Din cromatogramele obținute la separarea difenileterului de bifenil din eutecticul lor, s-a calculat factorul de separare pentru coloane umplute cu Apiezon L 25% și poliadipat (W. 204 N.) 20% + 1% $FeCl_3$, ambele pe Cellit 22. Se observă o mai bună separare a celor doi componenți, în cel de al doilea caz.

Tabelul 3

Raportul de separare: $V_{N\ (difenileter)} / V_{N\ (bifenil)}$.

Temperatura	180 °C	190 °C	200 °C	220 °C
25% Apiezon L	—	—	0,942	0,950
20% Poliadipat (W. 204. N.) + 1% $FeCl_3$	1,050	1,058	1,055	1,038

Autorii mulțumesc tov. prof. dr. docent G. Ostrogovich și tov. prof. dr. ing. Z. Gropșianu pentru sprijinul și interesul manifestat în cursul elaborării acestei lucrări.

BIBLIOGRAFIE

1. Kagan S. S., Cecetkin A. W., *Organische Wärmeträger für hohe Temperaturen und ihre Verwendung in der Industrie*, VEB Verlag Technik, Berlin, 1953.
2. Cecetkin A. W., *Visokotemperaturnîie teplonositeli*, Gosenergoizdat, Moscova, 1962.
3. Geiringer P. L., *Handbook of heat transfer media*, Reinhold Publishing Corporation, New-York, 1962.
4. Gropșianu Z., Moraru M., Contributions a l'obtention du biphényle par la pyrolise du benzène dans une bain de metaux fondus, comunicată la al 34-lea Congres Internațional de Chimie Industrială, Belgrad, 1963.
5. Gropșianu Z., M. Moraru, Observații asupra sintezei bifenilului, comunicată la a 11-a sesiune I.P.T., Timișoara, 1964.
6. Kaplan E. P., Petrov A. O., Jurn. Prikl. Him., *33*, 1226, (1960).
7. Moffat A. I., Solomon P. W., U. S. At. Energy, Comm, I.D.O.-16732, (1961).
8. Badger G. M., Novotny I., J. Chem. Soc., 3400, (1961).
9. Ta. Chang, Clarence Karr jr., Anal. Chim. Acta, *24*, 343, (1961).
— vezi Lewis L. S., *Compilation of Gas-Chromatographic Data*, editat de American Soc. for Testing and Materials, p. 111, 1961.
10. A. Pîlc, M. Osmolsky, I. Rubacky, Przemysl Chem., *6*, 194, (1950).
11. A. Usakov, N. Zelinski, Jurn. Prikl. Him., *5*, 352, (1932).
12. M. A. Elenevsky, S. G. Artamanova, J. Ind. Chim., *8*, 507, (1939).
13. T. Bunei, J. Bron, H. Stalet, Helv. Chim. Acta, *15*, 619, (1952).
14. L. Gasco Sanchez, Anales Real. Soc. Espan. Fis. Quim. Ser. B, 61, *4*, 661, (1965).
15. L. Gasco Sanchez, Anales Real. Soc. Espan. Fis. Quim. Ser. B, 61, *9—10*, 993, (1965).
16. Janak I., Hrivnač N., J. of Chromat., *3*, 297, (1960).

ГАЗО-ХРОМАТОГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИНТЕЗНЫХ СМЕСЕЙ БИФЕНИЛА И ДИФЕНИЛЭФИРА

(РЕЗЮМЕ)

Были анализированы хроматографическим путем, в газообразном состоянии, продукты со средней летучестью, полученные пиролизом бензола, синтезные смеси дифенилэфира, а также эвтектическая смесь бифелил-дифенилэфир.

Отделение составляющих полное. Представляло трудности отделение дифенилэфира от бифенила из эвтектической смеси. Найлучшие результаты были получены со стационарной полярной фазой.

GAS-CHROMATOGRAPHISCHE ANALYSE DER SYNTHESEGEMISCHE DES BIPHENYLS UND DES DIPHENYLÄTHERS

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wurde die Gaschromatographische Analyse für die bei der Benzolpirolyse entstehenden Komponenten mittlerer Flüchtigkeit, sowie auch des Synthesegemisches des Diphenyläthers und des Eutektikums Biphenyl-Diphenyläther durchgeführt.

Die Trennung der Komponenten ist vollkommen. Schwierigkeiten gab es bei der Trennung des Diphenyläthers von Biphenyl in ihrem Eutektikum. Die besten Ergebnisse wurden mit einer polaren stationären Phase erhalten.

POLIOXALAȚI.

Nota I. CERCETĂRI DESPRE SINTEZA UNOR POLIOXALAȚI *

DE

I. NANU, GH. SIMON

Poliesterii pe bază de acid oxalic — polioxalații — au intrat în domeniul chimiei compușilor macromoleculari prin lucrările lui Carothers din 1930 [1]. În aceste lucrări polioxalații se obțin prin reesterificarea dietil oxalatului cu diferiți glicoli. Polioxalați s-au descris și de cărte cercetători mai vechi cum ar fi Bischoff (1902) [2], Adams (1916) [3], Tiliceev (1923) [4], dar interpretarea corectă a rezultatelor lor a fost posibilă numai prin lucrările lui Carothers, strîns legată de noile concepte despre polimeri. Korșak și colaboratorii [5—9] descriu o serie de polioxalați, obținuți în cadrul unor lucrări ce urmăreau variația proprietăților poliesterilor la care elementul constant era derivatul dihidroxilic. Polioxalații apar în aceste lucrări doar ca un termen al seriei, fără ca să li se acorde o atenție deosebită.

Batzer și Lang [10] studiază mai amănunțit sinteza poliesterilor oxalici ai unor glicoli cum ar fi: etilenglicol, trimetilenglicol, 1,4-butan diol, 1,6-hexan diol, 1,7-heptan diol și 1,10-decan diol. Spre deosebire de lucrările anterioare sinteza poliesterilor s-a efectuat prin esterificare directă, azeotropă, a acidului oxalic cu glicolul, în soluție de toluen sau benzen la fierbere. În concordanță cu cele observate de Carothers, Batzer subliniază deosebita sensibilitate la hidroliză a polioxalaților. Pentru a putea întreprinde o fracționare fără reducerea maselor moleculare prin hidroliză, a fost necesară blocarea grupelor carboxil-terminale ale poliesterilor, blocare ce s-a putut efectua numai cu diazometan.

Pentru obținerea unor polioxalați aromatici, Savinov și Sokolov [11] folosesc o metodă analoagă celei aplicate practic în cazul policarbonaților, bazată pe reacția dintre clorura de oxalil și un difenol în prezență de piridină. În lucrare se descrie obținerea polioxalatului 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil) propanului (dian) și se amintește că s-au obținut și polioxalații pe bază de *p*-xililenglicol, rezorcină și bis-(β-hidroxietil) hidrochinonă, fără a-i descrie sau caracteriza.

---

* Lucrare prezentată la a XIII-a Sesiune Științifică a cadrelor didactice I.P.T., mai 1968.

În literatura de brevete se descriu unele variante de obținere a unor polioxalați aromatici prin reesterificarea difeniloxalatului cu un difenol [12—15].

De remarcat că în literatură există foarte puține elemente de caracterizare a polioxalaților în afară de punctul de topire și solubilitate. Se menționează sensibilitatea la hidroliză, dar nu se găsesc date despre structura catenei, stabilitatea termică și alte proprietăți fizice și chimice.

Calitățile remarcabile de care dau dovadă poliesterii cu derivați dihidroxilici aromatici ai acidului carbonic — policarbonații care au obținut în ultimul timp o importanță economică apreciabilă — justifică întrebarea dacă nu se întîlnesc proprietăți similare și la poliesterii analogi ai acidului oxalic. Asemănarea celor două grupe de poliesteri reiese pregnant din compararea verigilor de bază a celor 2 poliesteri. De altfel și metodele de sinteză preconizate pentru cele două grupe sînt în mare măsură asemănătoare. Analogiile existente între policarbonați și polioxalați, analogii deduse din asemănarea structurii lor cît și a metodelor de obținere, justifică efortul pentru un studiu mai amănunțit al polioxalaților, orientat preferențial în direcția polioxalaților aromatici.

MODUL DE LUCRU

În lucrarea de față s-a adoptat sistemul de obținere a polioxalaților aromatici în soluție în prezență de piridină, care prezintă avantajul de a fi o metodă simplă, directă și evită contactul cu apa.

Drept model de componentă dihidroxilică s-a folosit 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propanul (dian, bisfenol A). Pentru a putea urmări influența restului dihidroxilic s-au sintetizat însă și polioxalații altor derivați dihidroxilici aromatici precum și alifatic-aromatici.

La o soluție în tetracloretan (17,5 ml) de 0,01 moli derivat dihidroxilic și 0,02—0,028 moli piridină s-a adăugat sub agitare 0,01—0,014 clorură de oxalil sol. 10% în tetracloretan, menținîndu-se temperatura prin răcire în limitele 5—10 °C. După cca 20 minute se precipită polimerul format cu un amestec de acetonă : alcool izopropilic 4 : 1 (100 ml), se filtrează, se spală cu acetonă și se usucă la 60 °C în vid.

MATERII PRIME FOLOSITE

Clorura de oxalil s-a obținut din acid oxalic anhidru și pentaclorură de fosfor. Produsul brut s-a fracționat luîndu-se fracțiunea între 60—100 °C. Acest produs a fost tratat cu clor și supus unei noi rectificări luîndu-se fracțiunea cu punct de fierbere între 62—63 °C. Clorura de oxalil astfel purificată a avut un conținut de fosfor de 0,3% determinat colorimetric cu molibdat de amoniu, după hidroliza clorurii de oxalil și oxidarea fosforului trivalent cu acid azotic. Produsul de import de la Schuchard (clorura de oxalil pur) a avut un conținut de fosfor de 1% fiind necesară purificarea înainte de folosire.

2,2-bis-(p-hidroxifenil)propan s-a folosit produsul tehnic purificat prin recristalizare de 3 ori în acid acetic 50%. Punct de topire 157. Produsul purificat a fost uscat în exicator sub vid la cca 60 °C.

Piridina p. a. s-a uscat peste hidroxid de potasiu și s-a distilat luîndu-se fracțiunea cu punct de fierbere 115—116 °C.

Tetracloretan p. a. s-a uscat peste pentoxid de fosfor și s-a distilat luîndu-se fracțiunea cu punct de fierbere 145—146 °C.

Acetona și alcoolul izopropilic s-au folosit reactivi p. a. ca atare.

Ceilalți derivați dihidroxilici folosiți, au fost în bună parte sintetizați în laborator.

Studiul condițiilor de sinteză a polioxalaților pe modelul 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil) propan

Influența raportului molar al reactanților s-a urmărit păstrînd constanți ceilalți parametri ai reacției.

Rezultatele obținute sînt redate în tabelul 1.

Tabelul 1

Influența raportului molar al reactanților asupra proprietăților poliesterilor obținuți

Nr crt.	mol clorură oxalil	mol dian	rap. mol dian : clox	rap. mol piridină : clox	rand. g	Cifra de viscozitate
1	0,009	0,01	1:0,9	2,1:1	1,3	0,11
2	0,01	0,01	1:1	2,1:1	0,9495	0,08
3	0,0105	0,01	1:1,05	2,1:1	1,036	0,1
4	0,011	0,01	1:1,1	2,1:1	1,3327	0,08
5	0,012	0,01	1:1,2	2,1:1	1,6647	0,11
6	0,014	0 01	1:1,4	2,1:1	2,1925	0,09

Randamentul se exprimă direct în grame de polioxalat obținut din cantitatea de reactanți redată în tabel. Cifra de viscozitate η spec./c s-a determinat la 25 °C în soluție de concentrație 0,5 g/100 ml în tetracloretan, folosind viscozimetru Ostwald.

Din tabelul de mai sus reiese că variația raportului molar duce mai ales la creșterea randamentului odată cu creșterea raportului clorură de oxalil : dian. Cifra de viscozitate deși prezintă mici variații, considerăm că acestea sînt mai de grabă nesemnificative nu prezintă modificări nete oscilînd în jurul unei valori oarecum constante. Nu se observă de asemenea nici scăderea cifrei de viscozitate, deci a masei moleculare, cu creșterea excesului de reactant. Aceasta permite să se tragă concluzia că reacția nefiind o policondensare de echilibru, masa moleculară a poliesterului nu este controlată de raportul molar al reactanților, ci de concentrația impurităților monofuncționale, care acționează ca întrerupător de lanț. Din observațiile efectuate, dezvoltate ulterior ca studii cinetice, a reieșit că reacția este foarte rapidă. Deci se poate afirma că în condițiile adăugării treptate a soluției de clorură de oxalil (în decurs de cca. 10 minute) aceasta reacționează repede cu dianul cu formare de lanțuri mai lungi. După consumarea grupelor hidroxil-fenolice excesul de clorură de oxalil nu mai poate bloca creșterea lanțului.

Dintre agenții de întrerupere trebuie să se acorde o atenție mai ales apei (dat fiind caracterul higroscopic al piridinei, apa poate fi absorbită din aer), care poate duce la grupe terminale ester acid conform reacției:

$$—ROCO—COCl + H_2O \rightarrow —ROCOCOOH + HCl$$

Grupele carboxilice nu pot reacționa mai departe în condițiile de lucru existente, deci creșterea lanțului este întreruptă.

Influența temperaturii. Pentru a putea urmări influența temperaturii de reacție asupra sintezei polioxalaților s-au executat o serie de încercări în intervalul +10 °C pînă la —10 °C păstrînd constante celelalte condiții de reacție.

Rezultatele încercărilor sînt redate în tabelul 2.

Tabelul 2

Influența temperaturii asupra reacției de sinteză a polioxalaților

Nr. crt.	mol dian	rap. mol dian : clox	rap. mol clox : piridină	Temp. °C	Rand. g	Cifra de viscozitate
1	0,01	1:1,4	1:2,1	10	2,426	0,07
2	0,01	1:1,4	1:2,1	0	2,408	0,1
3	0,01	1:1,4	1:2,1	—5	2,525	0,09
4	0,01	1:1,4	1:2,1	—10	2,250	0,11

Temperaturi mai joase de —10 °C nu se pot aplica, căci are loc cristalizarea dianului din soluție.

Din datele de mai sus reese că temperatura nu are o influență netă nici asupra randamentului nici asupra maselor moleculare. Variațiile observate trebuiesc atribuite dispersiei datelor experimentale.

Influența solventului. In lucrarea lor, Savinov și Sokolov [11] acordă o importanță deosebită solventului și în special constantei dielectrice a acestuia, în reacția de creștere a lanțului, afirmînd că scăderea constantei dielectrice duce la mărirea masei moleculare a poliesterului. Tendința aceasta fiind frînată doar de scăderea puterii de solvire a solventului, care dacă este prea mică, nu mai permite obținerea unei mase moleculare mai mari. Influența solventului s-a urmărit executînd reacția în condiții standard în diverși solvenți de diferite constituții chimice și constante dielectrice.

In tabelul 3 se redau condițiile de obținere a polioxalaților în diverși solvenți.

Tabelul 3

Influența solventului asupra sintezei polioxalaților

Nr. crt.	Solventul	Randament g	Cifra de viscozitate	Const. diel. a solv.	Observații
1	Tricloretilenă	0,562	0,13	3,45	precipită în momentul formării
2	Cloroform	1,420	0,1	5,14	rămîne în sol.
3	Tetracloretan	2,436	0,07	8,2	rămîne în sol.
4	Nitrobenzen	1,702	0,08	36,45	rămîne în sol. și precipită foarte fin la adăugarea nesolventului.

Toate sintezele de mai sus au fost executate utilizînd un raport molar dian : clorură de oxalil 1 : 1,4 și clorură de oxalil : piridină 1 : 2,1. Temperatura 10 °C. Tetracloretanul din încercările anterioare a fost înlocuit cu același volum din solventul respectiv atît pentru solvirea dianului cît și a clorurii de oxalil. S-a încercat și folosirea dimetilformamidei și dimetilsulfoxidului, dar ambii solvenți reacționează cu clorura de oxalil cu degajare de produse gazoase fiind astfel improprii pentru sinteza polioxalaților.

Rezultatele obținute nu confirmă rolul constantei dielectrice a solventului de influențare majoră a lungimii lanțului polioxalatului format (vezi nitrobenzen și cloroform sau tetracloretan). De asemenea se pare că nici insolubilitatea poliesterului în mediul de reacție nu duce la o scădere sensibilă a masei moleculare. De observat este faptul că cloroformul menține în soluție polioxalatul format cu toate că polimerul precipitat și uscat nu mai este solubil în acest solvent (vezi tabelul 7). Acest lucru ar putea fi interpretat printr-un fenomen de cristalizare, care face ca solubilizarea să fie mai dificilă decît menținerea în soluție, înaintea formării rețelei cristaline.

Influența naturii aminei terțiare. Inlocuirea piridinei — al cărei rol în reacție este probabil catalitic — cu alte amine terțiare s-a făcut cu scopul stabilirii influenței naturii aminei terțiare asupra mersului poliesterificării.

Rezultatele obținute se redau în tabelul 4.

Tabelul 4

Influența naturii aminei terțiare

Nr. crt.	Amina	pK_b	Randament	Cifra de viscozitate
1	Piridină	8,80	2,426	0,07
2	Dimetilanilină	8,94	2,501	0,23
3	Trihexilamină	4,07	2,734	0,306
4	Chinolină	9,06	1,97	0,13

Din cele de mai sus se poate trage concluzia că natura agentului de neutralizare are o influență sensibilă asupra procesului de formare a polioxalatului. Rezultatele obținute arată că bazicitatea aminei pare să fie un factor mai puțin important. Factorul hotărîtor este, probabil, afinitatea față de apă a agentului de neutralizare, care se poate aprecia din cifrele de solubilitate în apă, respectiv mărimea moleculei. Această serie de încercări aduce noi argumente în favoarea ipotezei că urmele de apă absorbite din atmosferă sînt răspunzătoare pentru limitarea masei moleculare a polioxalaților. De observat că nu există diferență netă între acțiunea piridinei și chinolinei cu toate că cea din urmă avînd poziția 2 substituită are o activitate catalitică redusă în cazul reacțiilor fluorurii de acetil [16].

Sinteza polioxalaților unor difenoli și dioli. În încercările de sinteză a polioxalaților unor difenoli și dioli s-au aplicat condiții de reacție verificate pe modelul dianului. Condițiile de reacție au fost: raport molar derivat dihidroxilic : clorură de oxalil 1 : 1,2, raport molar clorură de oxalil : piridină 1 : 2,1, temperatura : 5—10 °C, timp de reacție 10 min pentru introducerea clorurii de oxalil, timp post-reacție 15 min, mediu de reacție tetracloretan.

S-a folosit pentru reacție 0,01 mol derivat dihidroxilic. Precipitarea poliesterului s-a făcut cu amestec acetonă : alcool izopropilic 4 : 1 cîte 100 ml. Precipitatul s-a spălat pe filtru cu acetonă.

Rezultatele sintezei se redau în tabelul 5.

Tabelul 5

Sinteza polioxalaților unor difenoli și dioli

Nr. crt.	Derivat dihidroxilic	*M*	Randament	Observații
1	2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan	228		Rezultatele din tab. 1—4.
2	Bis-(*p*-hidroxifenil) sulfonă	250	1,585	Poliesterul precipitat suferă o hidroliză în timp rezolvîndu-se după cîteva zile. Este f. sensibil la hidroliză dacă se separă imediat și se menține în exicator prezintă semne de descompunere.
3	2,2-bis(*p*-hidroxifenil)butan	240		Nu precipită la adaus de amestec acetonă alcool izopropilic.
4	1,1-bis-(*p*-hidroxifenil)ciclohexan	268	0,452	Pentru precipitare necesită mărirea cantității de nesolv.
5	2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)4-metil petan	260		Nu precipită la adaus de nesolvent.
6	2,2-bis-(*p*-hidroxitetraclorfenil) propan	408	2,65	
7	Hidrochinonă	110	1,187	Precipită în timpul adăugării clorurii de oxalil. Poliesterul insolubil.
8	Rezorcină	110	1,391	Idem.
9	1,5-dihidroxinaftalină	160	1,665	Idem.
10	2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil] propan	316	2,73	Precipită sub formă de lichid vîscos ce reține mult solvent. Pentru o mai bună separare trebuie mărită cant. de alcool izopropilic folosit la precipitare.

Tabelul 5 (continuare)

Nr. crt.	Derivat dihidroxilic	*M*	Randament	Observații
11	*p*-xililenglicol	138	1,627	Precipită pulverulent. Diolul nu este perfect solubil în tetracloretan, la început reacția are loc în mediu neomogen.
12	Etilenglicol	62	0,423	Precipită sub formă de praf fin.
13	Hexametilenglicol	118		Nu precipită la adaus de amestec de nesolvent.

La sinteza polioxalaților cu diverși derivați dihidroxilici se pot face următoarele observații:

— **difenolii de structura analoagă cu dianul**, deci așa numiții „bisfenoli" dau poliesteri solubili în tetracloretan. Faptul că poliesterii din 2,2-bis-(*p*-hidroxi fenil)butan și 2,2-bis-(*p*-hidroxi fenil)-4-metil pentan nu s-au putut separa, poate fi datorită unei solubilități a poliesterilor în amestecul de solvenți sau unor reacții de oprire a creșterii datorită **unor impurități monofuncționale (fenol, metanol)**. Purificarea prin recristalizare a acestor bisfenoli a prezentat dificultăți.

— difenolii ce au cele 2 grupe hidroxilice legate direct de un sistem aromatic cu unul sau două nuclee: hidrochinona, rezorcina și 1,5-dihidroxi naftalina dau polioxalați insolubili în tetracloretan precipitînd în momentul formării, în momentul adăugării soluției de clorură de oxalil. Precipitatul format este foarte fin, greu filtrabil și greu de purificat reținînd puternic produsele de reacție — în special polioxalatul pe bază de 1,5-dihidroxinaftalină.

— unii glicoli dau polioxalați ce se pot separa prin precipitare cu acetonă: alcool izopropilic; etilenglicol și *p*-xililenglicolul separă sub formă pulverulentă solidă, 2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil]propanul sub formă de soluție viscoasă. Polioxalatul hexametilen glicolului nu a putut fi obținut prin metoda descrisă, fie că nu s-a format sau a hidrolizat foarte repede sau a rămas în soluție. (Nu s-a încercat găsirea condițiilor în care s-ar putea obține poliesterul respectiv după metoda cu clorură de oxalil.)

— polioxalatul bis-(*p*-hidroxi fenil)sulfonei este foarte sensibil la hidroliză descompunîndu-se în timp scurt în soluția de precipitare. Și în stare solidă după separare și spălare păstrat în exicator peste clorură de calciu anhidră prezintă tendință de hidroliză.

Caracteristicile polioxalaților sintetizați. Punctele de topire determinate în capilară se redau în tabelul 6.

Tabelul 6

Punctele de topire ale polioxalaților unor difenoli și dioli

Polioxalat de:	Punct de topire
2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan	178 °C
1,1-bis-(*p*-hidroxifenil)ciclohexan	180 °C
bis-(*p*-hidroxifenil)sulfonă	135 °C
2,2-bis-(*p*-hidroxitetraclorfenil)propan	233 °C
Hidrochinonă	270
Rezorcină	178—180 °C
1,5-dihidroxinaftalină	235 °C
p-xililenglicol	248 °C
2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil]propan	108—112 °C
Etilenglicol	175

Punctele de topire ale derivaților bisfenolilor sînt normale avînd în vedere mobilitatea crescută a lanțului molecular adusă de gruparea mobilă ce leagă cele 2 nuclee fenilice. Punctele de topire înalte ale derivaților hidrochinonei și 1,5-dihidroxinaftalinei confirmă mărirea punctului de topire adusă de gruparea rigidă a sistemului aromatic. Punctul de topire mai scăzut al polioxalatului rezorcinei ar putea fi interpretat ca fiind rezultatul deranjării simetriei unității de bază în urma substituției în meta, care nu permite așezarea ordonată a moleculelor poliesterului. Punctul de topire al etilenglicol polioxalatului este apropiat de cel găsit de alți autori. Polioxalatul de *p*-xililenglicol merită o atenție mai deosebită fiind asemănător cu polietilentereftalatul deosebindu-se doar printr-o inversare a grupării CH_2—COO. Prin faptul că s-a făcut această inversare și grupările carboxilice nu mai formează un sistem conjugat cu inelul benzenic, dar poate și în urma unor schimbări a structurii sterice a unității de bază se observă o diferență de temperatură de topire de cca. 16 °C în favoarea polietilentereftalatului. (Punct de topire=264 °C). Diferența între valorile punctelor de topire observate de Korșak [3] și cea din prezenta lucrare se poate justifica prin faptul că autorii citați au lucrat în topitură și unii oligomeri ar fi putut funcționa ca plastifiant. Reducerea punctului de topire la derivatul 2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil] propanului în comparație cu 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propanul concordă cu observațiile făcute la alți poliesteri în legătură cu acțiunea de flexibilizare a catenei, caracteristică grupei eterice, flexibilizare ce se manifestă printr-un punct de topire mai scăzut.

Solubilitatea. În tabelul 7 se redă solubilitatea polioxalaților sintetizați în diferiți solvenți.

Tabelul 7

Solubilitatea polioxalaților în diferiți solvenți

Componenta dihidroxilică	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan	+	−	+	−	−	−	+	+	+
1,1-bis-(*p*-hidroxifenil)ciclohexan	+	−	+	−	−	−		+	
bis-(*p*-hidroxifenil)sulfonă	+	−	+	−	−	−		+	
2,2-bis-(*p*-hidroxitetraclorfenil)propan	+	−	−	−	−	−		+	
Hidrochinonă	−	−	−	−	−	−	±	−	+
Rezorcină	−	−	−	−	−	−	±	−	−
1,5-dihidroxinaftalină	−	−	−	−	−	−	−	−	−
p-xililenglicol	±	−	±	−	−	−	−	±	−
2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil]propan	+	+	+	±	±	±	+	+	+
Etilenglicol	−	−	−	−	−	−	−	−	−

+=solubil ; −=insolubil ; ±=solubil parțial, gonflat.
1=tetracloretan ; 2=cloroform ; 3=clorură de metilen ; 4=benzen ; 5=toluen ; 6=acetonă ; 7=dimetilformamidă ; 8=fenol+tetracloretan 1:1 ; 9=tetrahidrofuran.

Din analiza datelor tabelului 7 reiese că din punct de vedere al solubilității putem deosebi 3 grupe de polioxalați :

— în prima grupă sînt cuprinși polioxalații insolubili în derivați halogenați simetrici, care sînt practic insolubili în mai toți solvenții uzuali, solvindu-se parțial în solvenți activi cum ar fi dimetilformamida. Această grupă cuprinde polioxalații hidrochinonei, rezorcinei, 1,5-dihidroxinaftalinei, *p*-xililenglicolului și etilenglicolului.

— a doua grupă corespunde polioxalaților solubili în derivați halogenați simetrici (tetracloretan, clorură de metilen) dar insolubili în cloroform. Această grupă cuprinde polioxalații „bisfenolilor" : 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan, 1,1-bis-(*p*-hidroxifenil)ciclohexan, bis (*p*-hidroxifenil)sulfonă, 2,2-bis-(*p*-hidroxitetraclorfenil)propan.

— în grupa a treia găsim un singur reprezentant dintre polioxalații studiați : derivatul pe bază de 2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil]propan, care prezintă o bună solubilitate în tetracloretan și cloroform precum și gonflare în acetonă, benzen și toluen. Acest polioxalat ocupă un loc special în seria polioxalaților studiați și prin punctul de topire mai scăzut,

cît mai ales prin faptul că la evaporarea soluțiilor lui se obțin pelicule transparente aderente de sticlă și metal, cu o bună elasticitate și rezistență mecanică, spre deosebire de polioxalatul dianului, care dă pelicule opace sfărămicioase. Aceasta cu observațiile lui Earecksen [17], dar diferă de cele semnalate de alți autori [11].

CONCLUZII

Pentru obținerea polioxalaților aromatici s-a folosit reacția de policondensare în soluție a clorurii de oxalil cu difenoli în prezență de piridină.

S-a urmărit influența diferiților parametri: temperatură, raport molar, natura solventului și a aminei terțiare asupra reacției de sinteză a polioxalatului de 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan.

S-a aplicat policondensarea în soluție pentru obținerea unor polioxalați aromatici și alifatic-aromatici. Din determinările de punct de topire și solubilități s-au obținut unele concluzii despre influența naturii restului derivatului dihidroxilic asupra proprietăților polioxalaților.

BIBLIOGRAFIE

1. W. H. Carothers, J. A. Arwin, G. L. Dorough, J. Amer. Chem. Soc. *52*, 3293 (1930).
2. C. A. Bischoff, A. Hedenström, Ber. dtsch. chem. Ges., *35*, 3437 (1902). C. A. Bischoff, Ber. dtsch. chem. Ges. *40*, 2803 (1907).
3. R. Adams, C. Weeks, J. Amer. Chem. Soc. *38*, 2518 (1916).
4. M. D. Tiliceev, Ber. dtsch. chem. Ges. *56*, 2218 (1923).
5. V. V. Korșak, S. V. Vinogradova, J. O. H. *26*, 539 (1956).
6. V. V. Korșak, S. V. Vinogradova, J. O. H. *26*, 544 (1956).
7. V. V. Korșak, S. V. Vinogradova, Izv. Akad. Nauk S.S.S.R. O. H. N. *1959*, 154.
8. V. V. Korșak, V. V. Golubev, G. V. Karpova, Izv. Nauk S.S.S.R. O. H. N. *1958*, 88.
9. V. V. Korșak, S. V. Vinogradova, E. S. Vlasova, Izv. Akad. Nauk S.S.S.R., *1953*, 1089.
10. H. Batzer, H. Lang, Makromol. Chem. *16*, 211—242 (1955).
11. V. M. Savinov, L. B. Sokolov, Plast. massi *1963* (Nr. 11), 65—67.
12. Brevet german 1 050 544, Chem. Abstr. *55*, 2201 c (1961).
13. Brevet anglez 858 378, Chem. Abstr. *55*, 12 866 h (1961).
14. Brevet S.U.A. 2 989 501, Chem. Abstr. *55*, 22 921 h (1961).
15. Brevet belgian 585 556, Chem. Abstr. *55*, 25 358 e (1961).
16. C. A. Bunton, J. H. Fendler, J. Org. Chem. *31*, 2 307 (1966).
17. W. H. Earecksen, J. Polymer Sci. *40*, 399 (1959).

ПОЛИЭФИРЫ ЩАВЕЛЕВОЙ КИСЛОТЫ. I. ИССЛЕДОВАНИЕ СИНТЕЗА НЕКОТОРЫХ ПОЛИЭФИРОВ ЩАВЕЛЕВОЙ КИСЛОТЫ

(РЕЗЮМЕ)

Поликонденсация в растворе, хлорангидрида щавелевой кислоты с дифенолями в присутствии пиридина, была использована для получения ароматических полиоксалатов. Было изучено влияние различных

факторов : молярной соотношение, температура, природа растворителя и трет. амина, на получение полиэфиров диана. Поликонденсация в растворе была использована и для синтеза некоторых полиэфиров щавеловой кислоты с ароматическими и алифатически-ароматическими дигидрокси-соединениями. Температуры плавления и растворимость полиэфиров дали возможность выводить некоторые закономерности влияния конституции дигидрокси-соединения на свойства полиэфиров.

POLYOXALATE.

I. Beitrag. UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE SYNTHESE EINIGER POLYOXALATE

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Lösungspolykondensierung von Oxalylchlorid mit Diphenolen in Gegenwart von Pyridin wurde für die Synthese aromatischer Polyoxalate angewendet. Es wurde der Einfluss verschiedener Parameter : Molverhältnis, Temperatur, Lösungsmittel und Art des teritiären Amins, auf die Synthese des Polyoxalates von 2,2-Bis- (*p*-hydroxyphenyl) propan verfolgt.

Die Anwendung der Lösungspolykondensierung wurde auf einige aromatische und aliphatisch-aromatische Polyoxalate erweitert. Die Schmelzpunkte und die Löslichkeit der Polyoxalate gaben einige Aufschlüsse über den Einfluss der Konstitution der Dihydroxylverbindung auf die Eigenschaften des Polyesters.

ESTERI AI ACIDULUI 9,10-DIHIDRO-ANTRACEN-ENDO-α,β-SUCCINIC, CA MODEL DE STUDIU AL PLASTIFIANȚILOR CU MOLECULE MARI

NOTA I

DE

I. NANU, VIRGINIA BOBOESCU, E. SECOȘAN

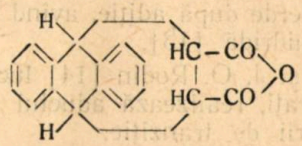
Studiile făcute de Lawrence și Mc. Intyre [1] au scos în evidență compatibilitatea esterilor acidului maleic cu P.C.V. Ei arată că dioctilmaleatul este un plastifiant comparabil cu dibutilftalatul în ceea ce privește proprietățile mecanice ale amestecurilor, precum și a rezistenței la temperaturi coborîte.

Thinius [2] confirmă posibilitatea utilizării practice a esterilor maleici ca plastifianți, dar face observația că această serie de esteri este dezavantajată de faptul că prezintă volatilități ridicate în comparație cu alți plastifianți esteri.

Plecînd de la considerația că prin legarea acidului maleic de un rest, care posedă un volum molecular apreciabil, ar fi posibil să se reducă volatilitatea și tendința de migrare a esterilor, menținînd eventual proprietățile favorabile existente la maleați, ne-am propus realizarea unei serii de esteri ai acidului 9,10-dihidro-antracen-endo-α,β-succinic. Această serie ar constitui un model pentru ceea ce în lucrările anterioare am considerat a fi „plastifianți cu molecule mari" [3], [4].

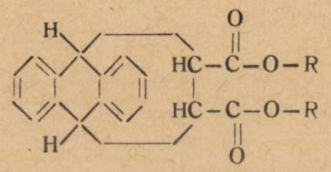
Lucrarea cuprinde fazele :

— sinteza unui aduct al acidului maleic (respectiv anhidrida acestuia) cu antracenul avînd formula I :



(I)

— sinteza esterilor acidului 9,10-dihidro-antracen-endo-α,β-succinic cu formula generală II :



(II)

în care R este restul alcoolic care variază de la C_4 la C_{10} avînd structura liniară.

Compoziția chimică și structura acestor esteri pledează în favoarea încercării lor ca plastifianți pentru polimeri polari și au fost propuși în acest scop, fără alte motivări [5], [6], [7]. Importanța pe care o întrevedem se referă însă mai ales la modelul de studiu într-o serie nouă din categoria plastifianților cu molecule mari.

ACIDUL 9,10-DIHIDRO-ANTRACEN-ENDO-α,β-SUCCINIC

Reacția dintre antracen și anhidridă maleică a fost realizată de Diels și Alder cu ocazia studiilor sistematice făcute la descoperirea sintezei dien. Ei au lucrat în topitură, la 260 °C, prin amestecarea componenților și îndepărtarea excesului de anhidridă maleică prin spălare cu alcool [8].

Clar [9] obține aductul respectiv prin fierberea unei soluții de xilen conținînd cele două componente. El prepară pe această cale și aducții unui mare număr de hidrocarburi cu anhidridă maleică.

Bachmann și Kloetzel [10] obțin cu randament de 96% anhidrida acidului dihidro-antracen-endo-α,β-succinic prin fierberea la reflux a antracenului și anhidridei maleice în benzen.

Pentru obținerea aducțiilor unor derivați ai antracenului cu anhidrida maleică, B. Barnett și colaboratorii [11] realizează reacția prin fierbere în *o*-diclor-benzen.

După cum scrie de M. C. Kloetzel [12] condensarea Diels-Adler a antracenului cu anhidrida maleică este o reacție reversibilă care depinde de temperatură. La temperaturi înalte, de obicei peste 200 °C, echilibrul este deplasat în favoarea hidrocarburii policiclice.

W. E. Bachmann și L. B. Scott [13] obțin cu randament ridicat anhidrida acidului 9,10-dihidro-antracen-endo-α,β-succinic prin reacția acidului maleic cu antracenul în dioxan la fierbere. Ei nu afirmă cu certitudine dacă molecula de apă se pierde înainte sau după reacție, dar cel mai probabil este că molecula de apă se pierde după adiție, avînd în vedere ușurința cu care cis-diacidul trece în anhidridă [13].

Dale E. Van Sickle și J. O. Rodin [14] lucrînd cu anhidrida maleică respectiv antracen deuterați, realizează aductul prin încălzire în toluen și cercetează structura stării de tranziție.

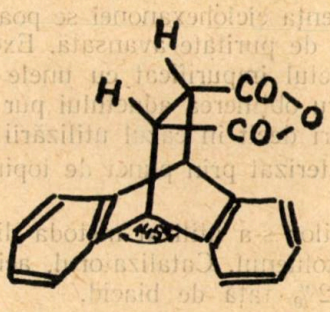
L. J. Andrews și R. M. Keefer [15] execută studii spectrofotometrice asupra complexului de adiție în cloroform, în domeniul vizibil și ultraviolet, evaluînd constantele de echilibru pentru formarea complexului. Aceeași autori realizează o serie de studii cinetice pe diferiți derivați ai antracenului cu anhidrida maleică și determină vitezele de reacție [16].

Într-o notă a lui Peter Yates și Philip Eaton [17] se remarcă acțiunea catalitică deosebită a clorurii de aluminiu în reacția Diels-Alder a antracenului cu anhidrida maleică. Urmărirea reacției prin spectroscopie I.R. a arătat că aceasta decurge complet în 1,5 minute la temperatura camerei.

Acțiunea catalitică de tip Friedel Crafts este descrisă de [18] prin care se pot obține o serie de reacții Diels-Alder în condiții mult mai blînde decît în absența catalizatorilor.

J. P. Simons [19] cercetează influența luminii în reacția Diels-Alder dintre antracen și anhidridă maleică. În scopul de a elucida mecanismul de reacție, s-au făcut măsurători ale efectului variației intensității luminoase, concentrației componentelor și a temperaturii, asupra randamentului cantitativ al transformării antracenului. Ca mediu de reacție s-a folosit dioxanul.

În literatura de specialitate se găsesc și preocupări legate de cercetarea structurii aductului [20], [21]. Scheletul 9,10-dihidro-antracenului nu este planar, ci este înclinat în dreptul liniei care unește atomii de carbon din poziția 9,10, astfel că fiecare jumătate din moleculă este planară, formînd între ele un unghi de 145°, după cum se vede în formula III :



(III)

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Materiale utilizate

— Anhidrida maleică purum	Austranal
— Antracen p.a.	Schuchardt München
— Antracen brut cca. 35% antracen proveniența distilerie Hunedoara	
— Ciclohexanonă pură	Reactivul
— Alcool *n*-butilic puriss	Serva Heidelberg
— Alcool *n*-amilic	Schering Kohlbaum
— Alcool *n*-hexilic	B. D. H.
— Alcool *n*-heptilic p.a.	Serva Heidelberg
— Alcool *n*-octilic purum	Merck

— Alcool *n*-decilic purum	Merck
— Acid *p*-toluen sulfonic	B. D. H.
— Toluen pur	Reactivul

REZULTATE ŞI DISCUŢII

Pentru sinteza aductului s-a lucrat la fierbere sub reflux în mediu de ciclohexanonă la un raport gravimetric antracen : ciclohexanonă de 1 : 5.

Din datele de literatură citate [8—19] rezultă că viteza reacţiei de adiţie este favorizată de temperatură, reacţia inversă apare abia la temperaturi mai mari de 200° [13].

Pe aceste considerente am ales ca mediu al reacţiei de adiţie ciclohexanona, nespecificată în literatură, care prezintă următoarele avantaje :

— temperatură de reacţie înaltă, dar sub limita temperaturii reacţiei inverse şi oferă deci o viteză de reacţie mărită ;

— randament ridicat — reacţia decurge practic total ;

— posibilitatea utilizării pentru sinteză a antracenului brut.

In prezenţa ciclohexanonei ca mediu de reacţie se observă la amestecarea componenţilor, formarea unei culori galben-portocalii, atribuită de Kloetzel [12] formării complexului intermediar activ după care are loc formarea produsului de adiţie incolor, solubil la cald şi insolubil la rece.

La sintezele în care s-au utilizat antracenul brut provenit de la distileria Hunedoara, în prezenţa ciclohexanonei se poate obţine încă din prima fază de reacţie un aduct de puritate avansată. Executînd reacţia în mediu de toluen se obţine aductul impurificat cu unele din componente străine aduse de antracen. Pentru obţinerea aductului pur sînt necesare un număr mai mare de recristalizări decît în cazul utilizării ciclohexanonei.

Aductul a fost caracterizat prin punct de topire = 267—268 °C (cor) şi indice de aciditate.

Pentru sinteza esterilor s-a utilizat metoda distilării azeotrope. Agentul de antrenare a fost toluenul. Catalizatorul, acidul *p*-toluensulfonic, s-a folosit în proporţie de 2% faţă de biacid.

Proporţia de alcool a fost în exces (cca 10%) faţă de calculul stoechimometric.

Urmărirea desfăşurării reacţiei de esterificare s-a făcut prin măsurarea cantităţii de apă scoasă din sistem.

Purificarea s-a executat prin spălări repetate cu soluţie alcalină (10% Na_2CO_3) urmată de spălarea cu apă pînă la reacţie neutră.

Pentru îndepărtarea volatilelor, esterii au fost menţinuţi în vacuum de cca 10 mm col/Hg timp de 2 ore la temperatura de 150 °C. S-au obţinut produse cu aciditate liberă reziduală minimă.

Esterii rezultaţi sînt substanţe lichide la temperatura obişnuită începînd cu alcoolul *n*-amilic.

Esterii cu alcooli cu un număr de carboni mai mic decît 5, sînt substanțe solide și nu au mai fost luați în considerare, nefiind adecvați pentru scopurile propuse.

Caracteristicile esterilor obținuți sînt prezentate în tabela 1.

Tabelul 1

Esterul ac. 9,10-antracen-endo- α, β-succinic cu	Masa mol. cal.	$d_{20°}$	d_D^{20}	Indice de saponif.	
				teoretic	real
alcool *n*-amilic	434,56	1,045	1,5400	258,1	258,2
alcool *n*-hexilic	462,60	1,035	1,5340	242,5	243,0
alcool *n*-heptilic	490,66	1,026	1,5285	228,6	229,2
alcool *n*-octilic	518,70	1,019	1,5235	216,3	216,5
alcool *n*-decilic	574,82	1,009	,5170	195,1	195,2

CONCLUZII

În lucrarea de față s-au găsit condiții bune pentru sinteza anhidridei acidului 9,10-dihidro-antracen-endo-α,β-succinic în prezența ciclohexanonei.

Se propune această metodă de sinteză pentru valorificarea superioară a fracțiunii industriale de antracen brut sub forma aductului.

S-au sintetizat cu acest aduct diesteri simpli cu alcooli normali, reținîndu-se un număr de 5 pentru încercări ca plastifianți pentru polimeri.

BIBLIOGRAFIE

1. R. R. Lawrence, Elizabeth Mc. Intyre, Ind. Eng. Chem., *41*, 689 (1949).
2. K. Thinius, *Chemie, Physik und Technologie der Weichmacher*, VEB Verlag Technik, Berlin p. 693 (1960).
3. I. Nanu, Virginia Boboescu, Bul. Șt. și Tehn. I.P.T. Tom. 8 (22) Fasc. 1, p. 51 (1963).
4. I. Nanu, Virginia Boboescu, Rozalia Rus, Gh. Simon, Bul. Șt. și Tehn. I.P.T. Tom. 11 (25), Fasc. 1 p. 91 (1966).
5. Brev. englez 647 466.
6. Brev. amer. 2 511 577.
7. Brev. amer. 2 511 578.
8. I. Diels, K. Alder, Liebigs Ann. Chem. *489*, 191 (1931).
9. E. Clar, Ber. dtsch. chem. Ges., *64* 2 198 (1931).
10. W. E. Bachmann, M. C. Kloetzel, J. Amer. Chem. Soc. *60*, 481 (1938).
11. B. Barnett, M. F. Goodway, A. G. Higgins și C. A. Lawrence, J. Chem. Soc. 1224, (1934).
12. M. C. Kloetzel, *Organic Reactions*, vol. IV, John Wiley and Sons, New York, p. 10 (1948).
13. W. E. Bachmann, L. B. Scott, J. Amer. Chem. Soc. *70*, 1 458 (1948).
14. Dale E. Van Sickle, J. O. Rodin, J. Amer. Chem. Soc. *86*, 3091 (1964).
15. L. J. Andrews, R. M. Keefer, J. Amer. Chem. Soc. *75*, 3776 (1953).
16. L. J. Andrews, R. M. Keefer, J. Amer. Chem. Soc. *77*, 6284 (1955).
17. P. Yates, P. Eaton, J. Amer. Chem. Soc. *82*, 4436 (1960).

18. R. Robinson, G. I. Fray, J. Amer. Chem. Soc. *83*, 249 (1961).
19. J. P. Simons, Trans. Faraday Soc. *56*, 391 (1960).
20. W. G. Ferrier, J. Iball, Chem. and Ind. 1296 (1954).
21. A. H. Beckett, B. A. Mulley, Chem. and Ind. 146 (1955).

ЭФИРЫ 9, 10-ДИГИДРО-АНТРАЦЕН-ЭНДО-α, β-ЯНТАРНОЙ КИСЛОТЫ В КАЧЕСТВЕ МОДЕЛИ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАСТИФИКАТОРОВ С БОЛЬШИМИ МОЛЕКУЛАМИ

(РЕЗЮМЕ)

В данной работе изучены условия синтеза ангидрида 9,10-дигидроантрацен-эндо-α, β-янтарной кислоты, а также некоторых эфиров этой кислоты.

Найдены хорошие условия для синтеза ангидрида в присутствии циклогексанона.

Метод можно рекомендовать для использования сырого антрацена в вид аддукта, с возможностью дальнейшего употребления в виде эфиров.

ESTER DER 9,10-DIHIDRO-ANTHRACEN-ENDO-α,β-BERNSTEINSÄURE ALS STUDIENMODEL DER GROSSMOLEKULAREN WEICHMACHER

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit wurde die Festlegung der günstigen Bedingungen für die Synthese des 9,10-Dihidro-Anthracen-endo-α,β-Bernsteinsäureanhydrides und einiger seiner Ester verfolgt.

Man fand vorteilhafte Bedingungen für die Synthese des Säureanhydrides in Gegenwart von Cyclohexanon.

Die Methode kann für die Verwertung des Rohanthracens in Form des Adduktes empfohlen werden, mit der Möglichkeit seiner nachfolgenden Anwendungen in Form von Estern.

STUDIUL CIMPURILOR DE PRESIUNI ŞI VITEZE IN TUBURILE DE ASPIRAŢIE ALE TURBINELOR HIDRAULICE

DE

I. ANTON, A. ANGHEL

Cu toată dezvoltarea turbinelor hidraulice, fenomenele care au loc în interiorul tubului de aspiraţie nu sînt pe deplin cunoscute.

Sondarea cîmpului de presiuni şi viteze, cît şi posibilitatea de observare directă a scurgerii, datorită perfecţionării metodelor de cercetare, au făcut posibilă o mai bună cunoaştere a scurgerii în tuburi [1], [7], [8].

Cu toate acestea, ansamblul datelor avute la dispoziţie pînă acum nu permit decît prezentarea unui aspect general al mişcării, a energiilor medii şi a unor coeficienţi care să caracterizeze comportarea diferitelor forme de tuburi [1], [3], [4].

Caracterul mişcării în tubul de aspiraţie este determinat de forma curentului la ieşire din rotorul turbinei (ce este caracterizat printr-o anumită distribuţie a vitezelor şi a presiunilor) şi depinde de regimul de încărcare al turbinei. Cercetările experimentale efectuate de către Kviatkovski, Povh, Saito [1], [4], [13] pe turbine model, Campmas [3] pe turbine la scară industrială au arătat că la ieşire din rotor curentul este torsionat, mărimea vitezelor tangenţiale atingînd la diferite regimuri valori pînă la 50% din viteza meridională. Curentul la ieşire este caracterizat în general prin existenţa celor trei componente ale vitezei V_m, V_u, V_r (figura 5).

Ca rezultat al acestor condiţii de la intrare neuniformitatea curentului se accentuează în diferitele secţiuni ale tubului ducînd la micşorarea eficacităţii lui. Cercetările experimentale efectuate de Kviatkovski, G. Martin [1], [6] au scos în evidenţă ponderea mare a pierderilor din tub, în ansamblul bilanţului energetic al curentului care trece prin turbină.

Datorită formei curentului la intrare în interiorul tubului de aspiraţie apare vîrtejul central [1], [5], [8], [7] ce cauzează importante pulsaţii de presiune şi nestabilitate în funcţionarea turbinei.

S-a acordat puţină atenţie studiului tubului de aspiraţie. Lucrările existente în acest domeniu, puţine ca număr, prezintă doar problemele generale ale tubului de aspiraţie. Pe baza datelor cunoscute din literatură

nu se poate efectua un calcul riguros al curgerii în tuburi, a parametrilor energetici ai acestora.

Tipurile constructive de tuburi cunoscute [12] au rezultat pe baza caracteristicilor energetice globale stabilite la încercările efectuate pe tuburi funcționînd în ansamblul turbinei sau fără turbină (difuzoare).

Stabilirea formei curentului de bază, a curenților secundari, a zonelor de desprindere și a gradului de turbulență ar putea duce la obținerea unor relații cantitative care să caracterizeze comportarea din punct de vedere energetic a tubului.

Cercetările inițiate la Laboratorul de mașini hidraulcie a I.P. Timișoara au fost orientate în acest sens, plecînd de la tuburi funcționînd fără rotor.

Pentru a realiza condiții la intrare asemănătoare celor realizate de rotor s-a preconizat utilizarea unui paletaj statoric proiectat în acest sens.

STAȚIUNEA DE ÎNCERCARE ȘI APARATURA DE MĂSURĂ

Stațiunea pentru efectuarea cercetărilor experimentale funcționează cu aer, principiul de funcționare fiind cel al aspriației.

La proiectarea stațiunii s-a avut în vedere realizarea regimurilor de încercare corespunzător condițiilor de automodelare ($Re = 10^5$), iar numerele Re ce pot fi obținute să nu fie mai mici de 2—3 ori numerele Re obținute la modelarea în apă [4], [10].

În fig. 1 se prezintă stațiunea de încercare cu elementele sale componente.

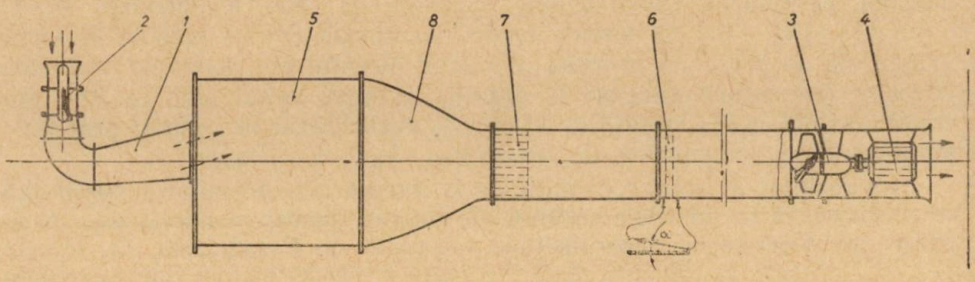


Fig. 1. Variația presiunii statice în secțiunea longitudinală IV:

1 — tub de aspirație; *2* — stator cu palete; *3* — ventilator axial; *4* — motor electric; *5* — rezervor de liniștire; *6* — diafragmă; *7* — grătar; *8* — confuzor.

Pentru a asigura condiții de scurgere în tubul de aspirație apropiate de cele realizate de robotul turbinei s-a proiectat și realizat un stator cu palete, datele de calcul fiind cele ale turbinei de la Porțile de Fier.

Impunînd statorului parametrii geometrici ($d/D=0{,}4$) o intrare normală a curentului şi o anumită deviaţie la ieşire caracterizată prin unghiul α_2 (fig. 2) a rezultat o formă a paletei care asigură la intrare în tub condiţii de scurgere apropiate de cele realizate în rotor.

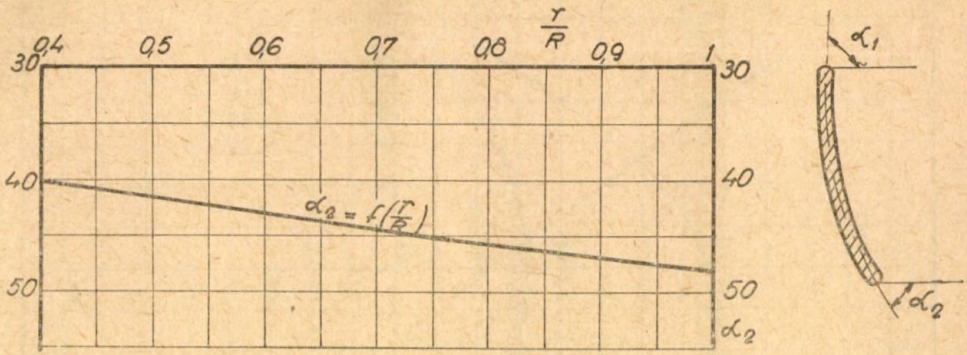


Fig. 2.

Ţinînd cont de faptul că în tubul de aspiraţie avem un curent spaţial pentru măsurarea presiunilor, a mărimii şi direcţiei vitezelor s-a preconizat utilizarea sondelor sferice. Sonda utilizată a fost etalonată într-un curent cunoscut în ipoteza stabilirii la măsurători a presiunii, vitezei şi direcţiei spaţiale a acesteia prin citire pe cadranul suportului sondei, a unghiului de rotire (α) în jurul axei sale şi a curbelor de etalonare stabilite.

În figura 4 sînt prezentate curbele de etalonare ale sondei sferice. Dacă notăm orificiile sondei cu *1, 2, 3, 4, 5* (fig. 4) atunci rotind sonda în jurul axei suportului, la orice direcţie a curentului în spaţiu se poate obţine aşa o poziţie a sferei la care presiunile pe orificiile *3* şi *5* vor fi egale. Evident în acest caz vectorul viteză al curentului se află în planul care trece prin orificiile *2, 1, 4* şi problema se reduce la determinarea valorii şi direcţiei în acest plan.

Dacă unim orificiul *1* cu un micromanometru atunci putem scrie

$$p-p_{at}+k_t\rho\frac{V^2}{2}=\gamma h_t$$

k_t — coeficient fără dimensiuni care depinde de unghiul δ format între axa orificiului central şi vectorul viteză.

Scriind ecuaţia de mai sus pentru două orificii ale sondei alese corespunzător (*1* şi *3* fig. 3) rezultă următoarele relaţii de calcul a presiunii şi vitezei :

$$p-p_{at}=\left(h_1-k_1\frac{h_1-h_3}{k_1-k_3}\right)\gamma;\quad V=\sqrt{\frac{2\gamma\,(h_1-h_3)}{\rho\,(k_1-k_3)}}\,.$$

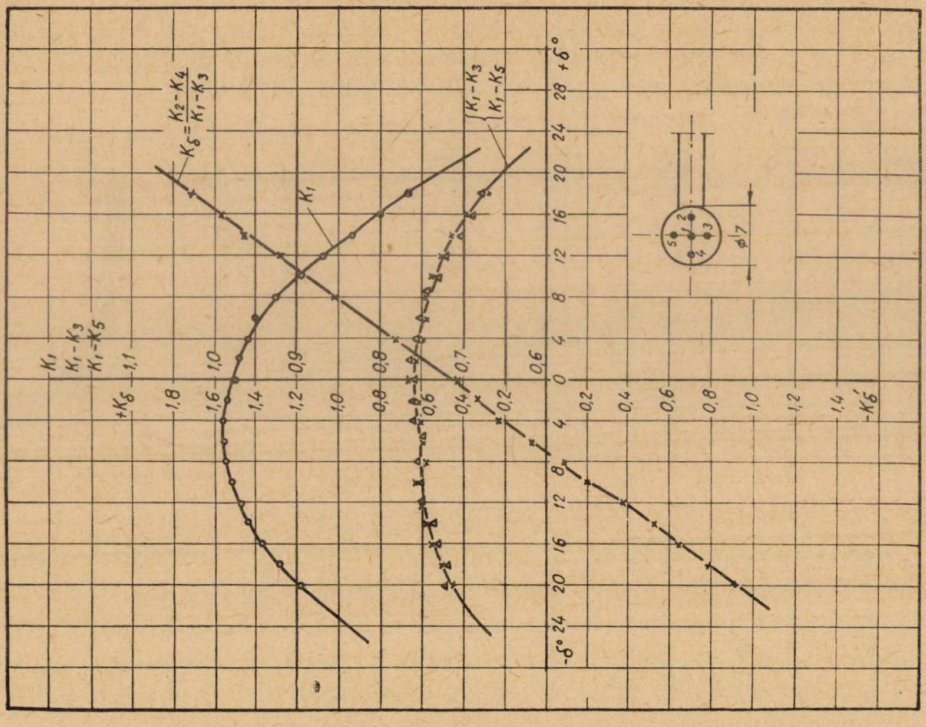


Fig. 4. Curbele de etalonare ale sondei.

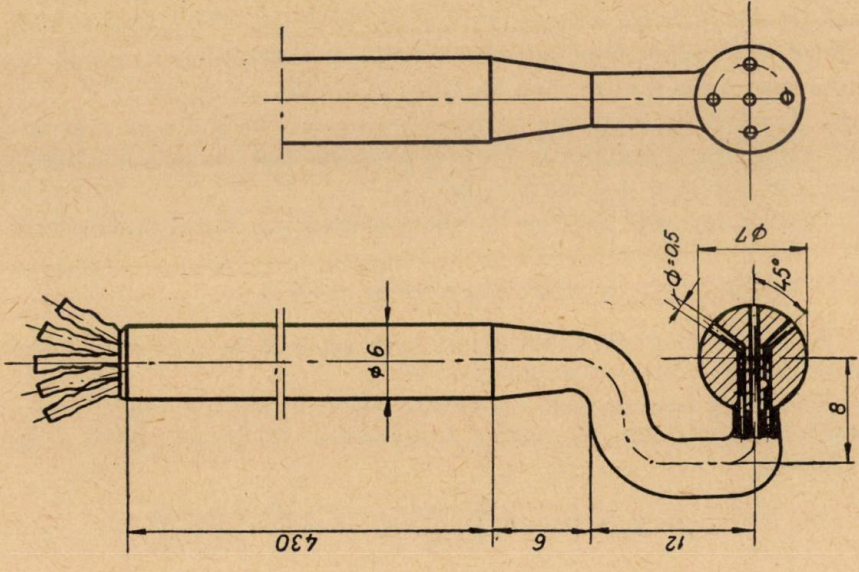


Fig. 3. Sondă cu cap sferic.

Coeficienții k_1 și k_3 depind de unghiul δ și s-au stabilit la tararea sondei (fig. 4).

Față de celelalte metode de măsură cunoscute [4], metoda preconizată este cea mai comodă.

MĂSURĂTORI EXPERIMENTALE

Cercetările experimentale au fost efectuate pe un tub de aspirație curb, caracterizat prin anumiți parametri geometrici conform datelor din fig. 5.

Tot în fig. 5 sînt indicate secțiunile de sondare a cîmpului de presiuni și viteze. Pe baza măsurătorilor efectuate în secțiunile caracteristice arătate, s-au stabilit următorii parametrii ai curentului: V, V_u, V_m, V_r, α și δ.

a. Caracteristicile curentului în secțiunea I-I

Rezultatele măsurătorilor obținute prin sondarea cîmpului de viteze și presiuni la diferite raze sînt reprezentate în fig. 6.

Din analiza diagramelor trasate pentru această secțiune se constată o creștere a unghiului α_2 cu raza. Valoarea acestuia este cuprinsă între 20° la butuc și 45° la periferie.

Vitezele absolute și tangențiale variază cu raza între butuc și periferie, avînd în general o alură crescătoare.

Unghiul δ (fig. 5) are o valoare negativă în zona butucului ceea ce face ca viteza radială V_r să fie negativă, adică îndreptată de la periferie către axa butucului.

Pentru valori pozitive ale unghiului δ, în zona periferiei, viteza radială V_r își schimbă direcția.

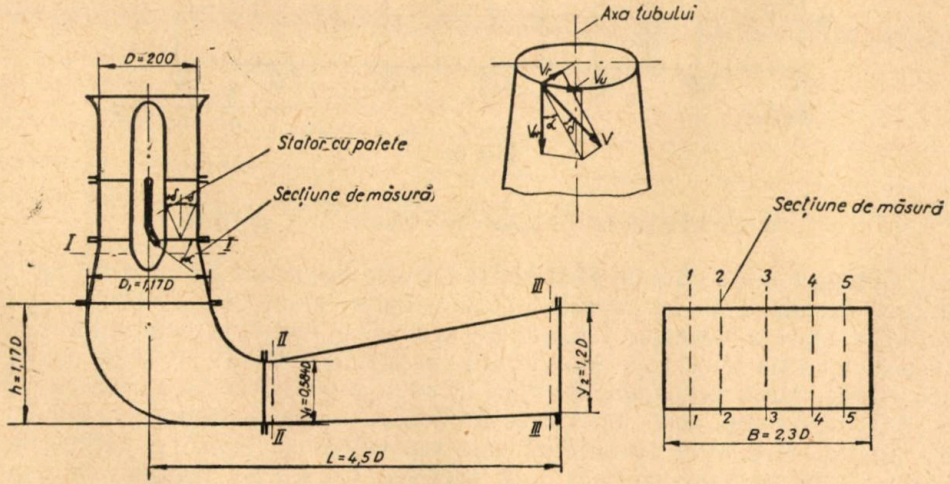


Fig. 5.

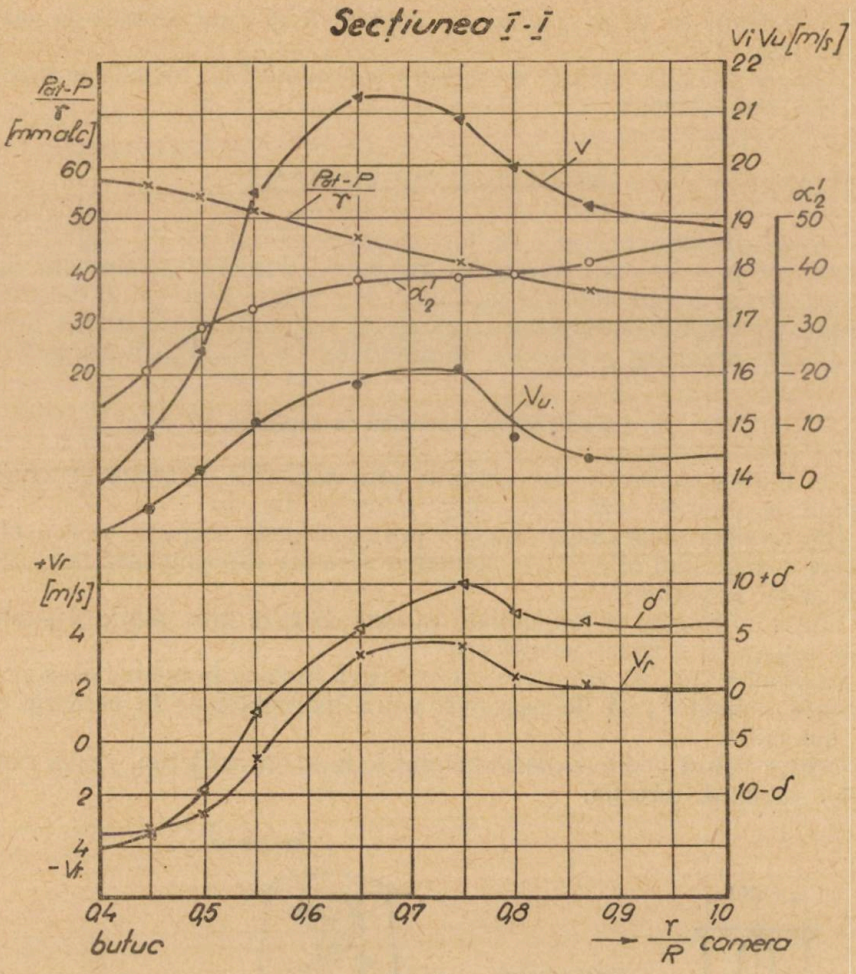


Fig. 6.

b. **Caracteristicile curentului în secțiunile II-II și III-III**

Curentul din secțiunile II-II și III-III este influențat de curentul de la intrare în tub și de forma tubului. Ca rezultat al acestei distribuții și a valorilor mari a vitezelor tangențiale are loc o rotație a curentului care duce la apariția unor zone moarte atît în secțiunea II—II cît și în secțiunea III-III. Masa principală de fluid la acest regim trece în partea stîngă a secțiunii tubului, zona moartă se întinde pe întreaga secțiune a tubului.

În fig. 7, 8, 9 și 10 sînt indicate repartițiile de viteze și curbele de egală viteză absolută pe cele două secțiuni. Cu Y_1, Y_2 respectiv B s-au notat dimensiunile secțiunilor de măsură conform indicațiilor din fig. 5.

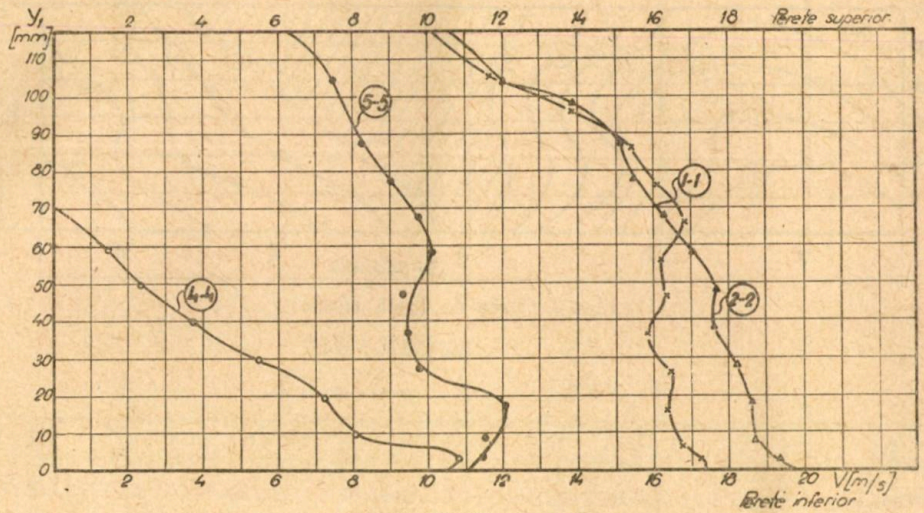


Fig. 7.

SECȚIUNEA III-III

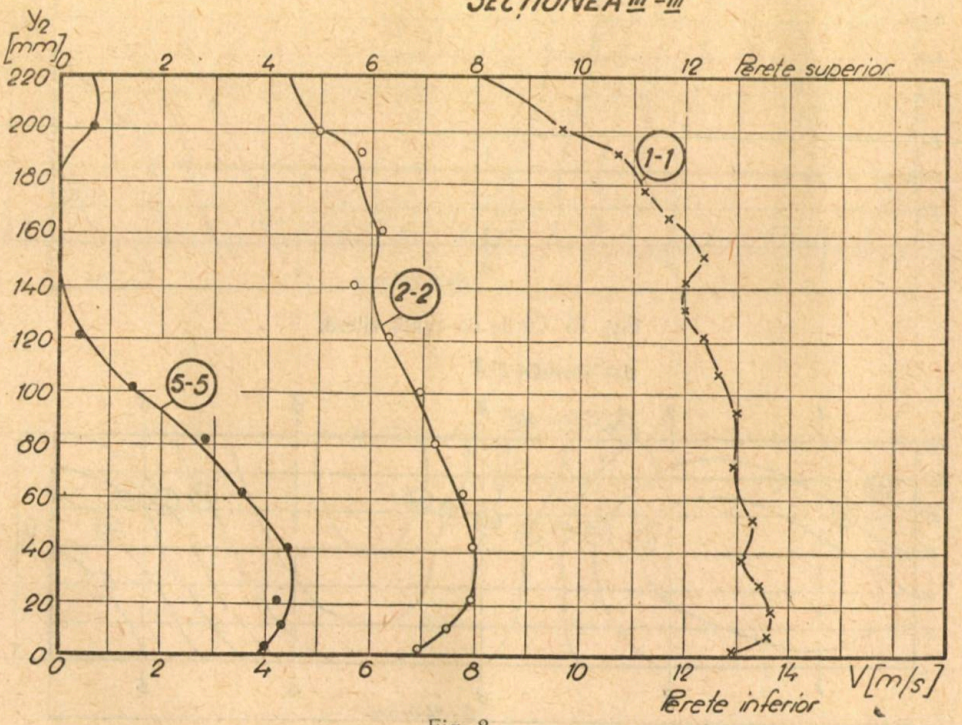


Fig. 8.

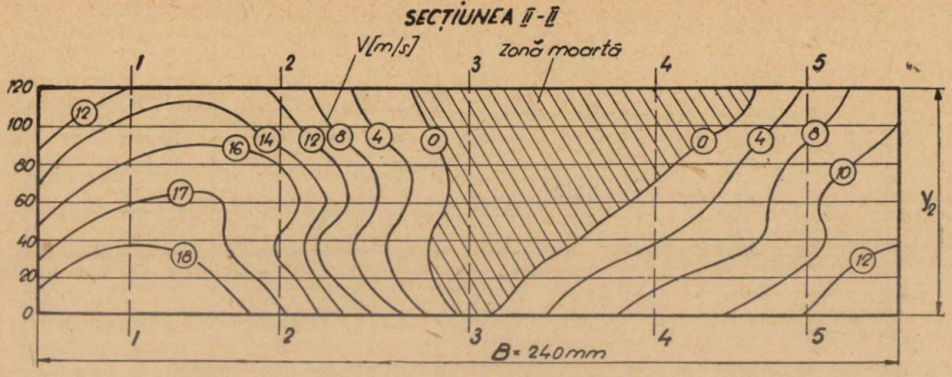


Fig. 9. Curbe de egală viteză.

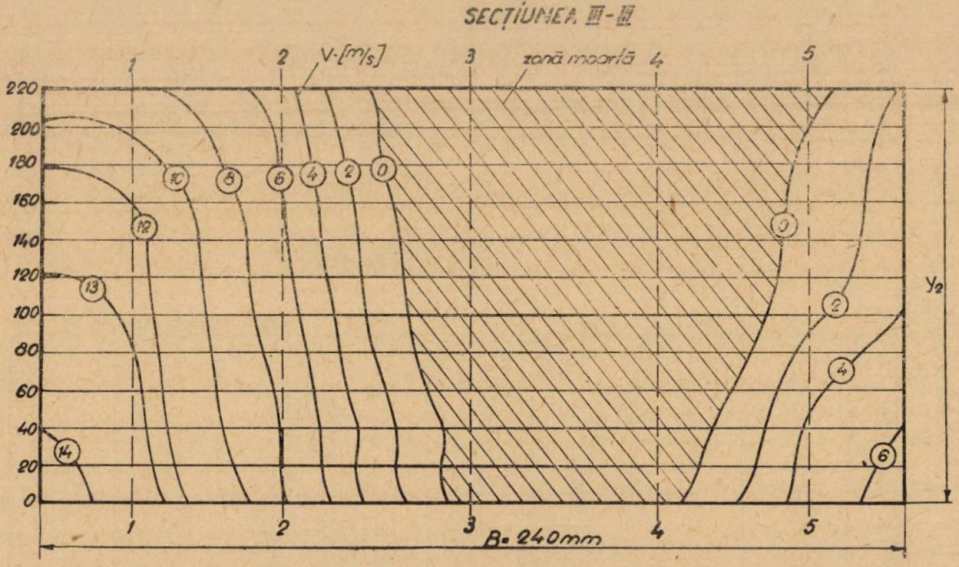


Fig. 10. Curbe de egală viteză.

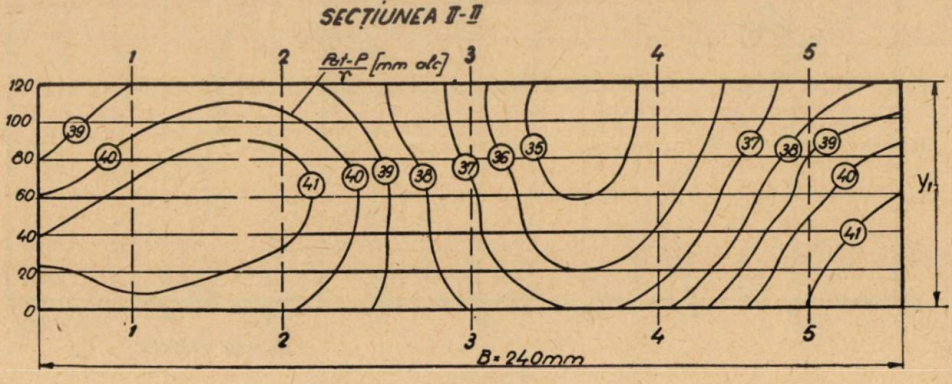


Fig. 11. Curbe de egală presiune.

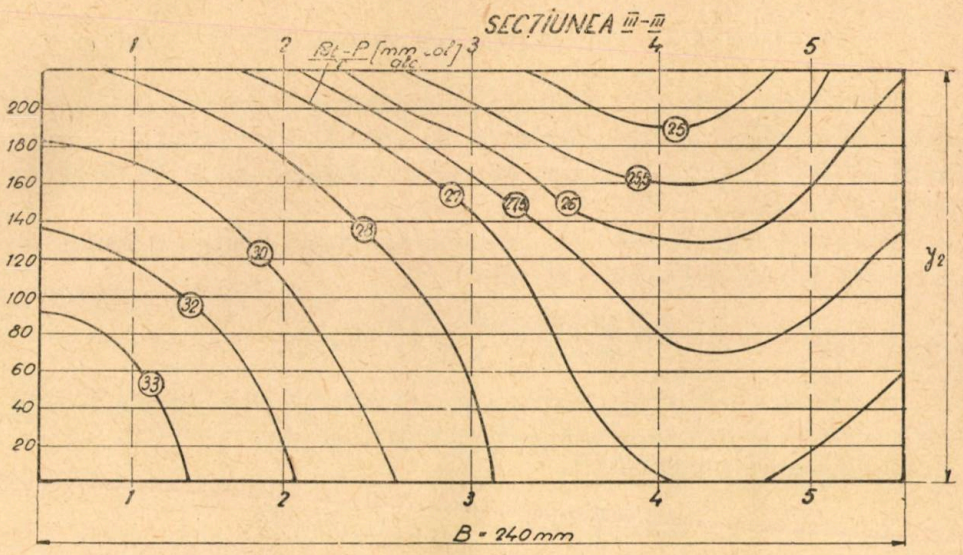


Fig. 12. Curbe de egală presiune.

Cîmpurile de presiuni stabilite pe baza sondărilor în cele două secţiuni arată că izobarele coincid aproape exact cu limite de egală viteză.

Din analiza distribuţiei vitezelor în cele trei secţiuni ale tubului rezultă caracterul pronunţat neuniform al curentului. Acest grad de nuniformitate putînd fi caracterizat prin coeficientul lui Coriolis K

$$K = \frac{\iint \rho \frac{V^2}{2} V_m \, ds}{\frac{\rho}{2} V_{med} \cdot Q}.$$

Pe baza expresiei de mai sus s-au stabilit valorile coeficientului K pentru cele trei secţiuni.

Tabelul 1

Secţiunea	I—I	II—II	III—III
K	1,2	2,54	4,88

Încercările experimentale arată neuniformitatea curentului în toate secţiunile tubului, gradul de uniformitate fiind mai pronunţat în secţiunea de ieşire (III-III).

CARACTERISTICILE ENERGETICE ALE TUBULUI DE ASPIRAȚIE

Comportarea tubului de aspirație în procesul de transformare a acestei energii se stabilește pe baza pierderilor de sarcină, a randamentului, parametrii ce pot fi determinați dacă se cunosc energiile totale în secțiunea inițială și finală.

Expresia energiei totale într-o secțiune dată poate fi scrisă în funcție de parametrii curentului în modul următor:

$$E = \sum \left(\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z \right) \gamma \cdot V_m \cdot ds.$$

În dependență de forma secțiunii pentru care se scrie această energie totală expresia de mai sus poate fi transformată astfel:

Secțiunea I-I (circulară)

$$E = \pi\gamma \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z \right) V_m (dr^2).$$

Secțiunea II-II și III-III (dreptunghiulară)

$$E = \gamma \int_0^y \int_0^B \left(\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z \right) V_x \cdot dy \cdot dB.$$

Pe baza relațiilor astfel stabilite s-au determinat caracteristicile de bază ale curentului în tub.

Evaluarea energetică a funcționării tubului se face pe baza randamentului, parametru ce se determină ca un raport între diferența energiilor la intrare și ieșire și energia la intrare

$$\eta_T = \frac{E_i - E_f}{E_i}.$$

Coeficientul de pierdere ζ ce se determină ca un raport între energia pierdută și energia cinetică la intrare:

$$\zeta = \frac{E_i - E_f}{E_{vi}}.$$

Comportarea tubului de aspirație mai poate fi stabilită și pe baza coeficientului λ care reprezintă raportul dintre diferența energiilor datorită presiunilor în secțiunile inițiale și finale și energia cinetică la intrare:

$$\lambda = \frac{E_{pi} - E_{pf}}{E_{vi}}.$$

Din analiza datelor prezentate în tabelul 2 se constată valoarea mare a pierderilor de sarcină în tub la acest regim. Cauza principală a acestor pierderi poate fi pusă pe seama formei curentului la intrare, a zonelor moarte care apar și a gradului mare de neuniformitate a distribuției vitezelor, în toate secțiunile tubului.

Tabelul 2

Parametrii	Secțiunea		
	I—I	II—II	III—III
E_v (kgm/s)	7,35	6,16	2,75
E_p (kgm/s)	−14,522	−13,01	−9,0
$E=E_p+E_v$ (kgm/s)	7,172	6,7	6,25
$E_{pierderi}=E_I-E_f$ (kgm/s)	0,922		
ζ (%)	12,5		
λ (%)	75,0		
η_T (%)	13,0		

STUDIUL COMPARATIV AL FUNCȚIONĂRII TUBULUI DE ASPIRAȚIE CU ROTOR ȘI FĂRĂ ROTOR

Cercetările experimentale efectuate de diferiți cercetători [1], [3], [4], [13] pe tuburi de aspirație funcționînd cu rotor au scos în evidență faptul că micșorarea curentului în tub depinde în primul rînd de condițiile de la intrare create de rotor.

Pentru verificarea rezultatelor obținute pe tubul încercat funcționînd nu cu rotor ci cu un stator la intrare am comparat datele obținute, cu măsurătorile efectuate de Kviatkovski și Povh pe un tub funcționînd cu rotor.

Regimurile de comparare s-au stabilit pe baza cifrelor Re, apropiate ca valoare, obținute în cele două cazuri. Deoarece încercările lui Kviatkovski au fost efectuate în apă s-a ținut cont de condiția $Re_{apă} \simeq 2—3\, Re_{aer}$ la stabilirea regimurilor de comparare.

In fig. 13 sînt date caracteristicile curentului la ieșire din tub în cazul funcționării cu rotor, obținute la Kviatkovski [1].

Se constată din analiza datelor prezentate de Kviatkovski [1] o distribuție a elementelor cinematice și unghiulare foarte apropiată de cea obți-

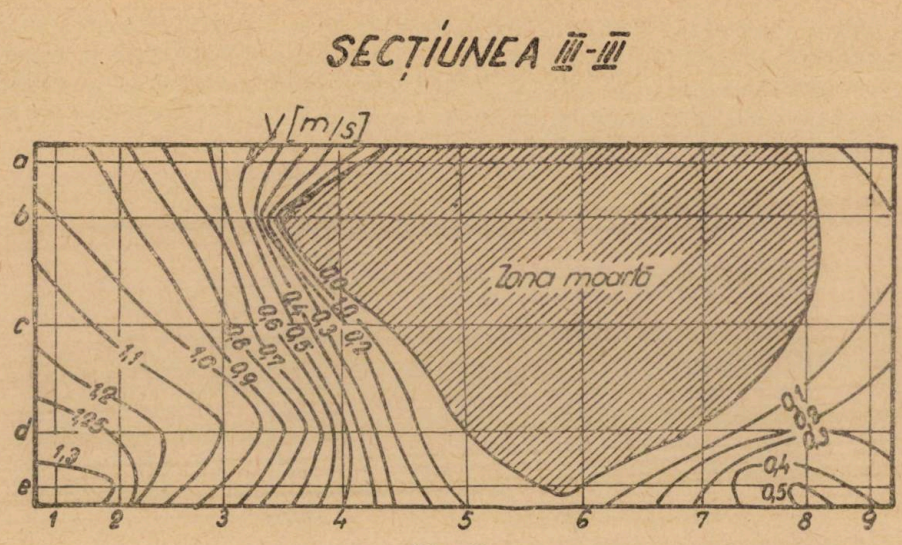


Fig. 13.

nută în cazul funcționării tubului cu stator. Un studiu comparativ se prezintă în tabelul 3.

Tabelul 3

Parametri tubului Condiții de încercare	D	Q	Re	K	ζ	η_T	$\alpha'_{2\,med}$	Obs.
	m	m³/s			%	%	gr	
Tubul încercat (Funcționare cu stator la intrarea)	0,200	0,47	$0{,}172 \cdot 10^6$	4,88	12,5	13,0	33	Valorile lui K sînt date pentru secțiunile de la ieșire
Tub încercat cu rotor (Incercări în apă) Kviatkosky [1]	0,460	0,367	$0{,}49 \cdot 10^6$	7,4	14,4	6,5	36	
Tub încercat cu rotor (Incercări în aer) Povh [4]	0,460	2,24	$0{,}47 \cdot 10^6$	1,42	11,86	33	—	

Diferențele care apar între cele două cazuri de încercare ale tubului (cu rotor și cu stator) se explică prin nepotrivirea în suficientă măsură a regimurilor de scurgere caracterizate prin cifra Re și a geometriei tuburilor.

Din analiza globală a studiului comparativ, atît pe baza repartiției de viteze și presiuni cît și a parametrilor energetici obținuți în diferitele secțiuni ale tubului, se poate afirma că rezultatele sînt comparabile cu cele

obţinute pe tuburi funcţionînd cu rotor şi deci tuburile pot fi studiate în aceste condiţii de încercare.

Datele obţinute pot fi extinse la tuburi funcţionînd cu rotor.

CONCLUZII

1. Staţiunea realizată cît şi metodica de cercetare stabilită permite studierea în bune condiţiuni a tuburilor de aspiraţie. Ea asigură datorită simplităţii ei măsurători precise, permite utilizarea unor aparate pentru detectarea desprinderilor, studiul fenomenelor tranzitorii în tuburi.

2. Rezultatele obţinute, privind repartiţia de viteze şi presiuni în tubul de aspiraţie funcţionînd cu stator la intrare, au arătat posibilitatea de realizare în tub a unei mişcări apropiată de cea creată de rotor.

3. Modificările care se vor face pentru obţinerea unor caracteristici de funcţionare superioare, vor putea fi adaptate şi la tuburile de aspiraţie funcţionînd cu rotor.

BIBLIOGRAFIE

1. S. V. Kviatkovski, *Rabocii protess osevoi ghidroturbinî.* Trudî VIGM Moscova 1951.
2. P. Campmas et H. Giraud, Analyse du fonctionnement d'une turbine Francis. Comparaison des investigations sur modéle réduit et sur turbine industrielle. Symposium de Nice 16—20 Sept. 1960.
3. P. Campmas, Étude de l'eculement dans les aspirateurs des turbines Francis industrielles. AIRH Lisabona 1957.
4. I. L. Povh, *Modelirovanie ghidravliceskih turbin v vozdușnîh potokah.* Moscova 1955.
5. Mitsukijo Muracami, Vibration of water Turbine. Darf tube. Journal of Engineering for power. Ianuary 1961.
6. G. Martin, H. Giraud, La separation des pertes dans une turbine Kaplan de conception classique et dans une turbine axiale. Symposium de Nice 16—20 Sept. 1960.
7. P. Deriaz, A contribution to the understanting of flow in draft tubes of Francis turbines. Symposium de Nice 16—20 sept. 1960.
8. Mitsukijo Muracami, Vibration of Water Turbine when Air is admitted to its Darft Tube. Bulletin of ISME Vol. 1 Nr. 3 August 1958.
9. N. D. Polotkii, Rezultatî usledovania potoka v ploskih krivosnih difuzorah. Trudî VIGM vîpusk XXXI Moscova 1962.
10. R. C. Pankhurst, D. W. Holder, Wind Tunel Technique Londra 1952.
11. N. V. Katenev, K. K. Salnev, Vtulocinaia Kavitaţia i pulsaţia davlenia v otsasivaiuşcei trube turbinî. Jurnal prikladnaia mehaniki i tehniceskoi fiziki. Moscova 1962.
12. A. A. Morozov, *Turbinnoie oborudovanie ghidroelectrostanţii.* Moscova 1958.
13. S. Saito, Effect of the clerance Cavitation Concerning High Head Kaplan Turbine. Proceedings of IAHR. Symposium Sendai Japan 1962.
14. A. Anghel, Contribuţii la studiul pierderilor în tuburile de aspiraţie ale turbinelor. Buletinul stiinţific şi tehnic al Institutului Politehnic Timişoara, Fasc. 1, Tom. 11(25) 1966.

ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ И СКОРОСТЕЙ ВО ВСАСЫВАЮЩИХ ТРУБАХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТУРБИН

(РЕЗЮМЕ)

Излагаются результаты экспериментального исследования изогнутой всаысвающей трубы, работающей без рабочего колеса. Исследование проводилось в аэродинамической трубе.

Для осуществления на входе условий течения сличных условиях создоваемым рабочим колесом, была использована статорная лопаточная система, спроектированная для этой цели.

Произведенные в этих условиях испытания выявили формы движения во всасывающей трубе, сходные с формами полученными Квятковским в трубе работавшей с рабочим колесом.

Полученные результаты могут быть распространнены на изучение всасывающих труб, работающих с турбиной.

STUDIUM DER DRUCK- UND GESCHWINDIGKEITSFELDER IN SAUGROHREN VON WASSERTURBINEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es werden die experimentellen Versuchsergebnisse eines gekrümmten Saugrohres in Betrieb ohne das Laufrad wiedergegeben. Als Versuchsstation wurde ein aerodynamischer Prüfstand benützt.

Um dieselbe Betriebsbedingungen beim Einlauf in das Saugrohr zu erhalten wie im Falle der Anwesenheit eines Laufrades wurde ein für diesen Zweck ausgelegtes Leitrad benützt.

Die Messungen in diesen Bedingungen zeigten Formen der Strömung im Saugrohr ähnlich denen auf einem Saugrohr mit Laufrad von Kviatkovski erhalten.

Die Ergebnisse können auf das Studium von Saugrohren im Betrieb der ganzen Turbine erweitert werden.

CERCETĂRI ASUPRA UNOR REȚELE DE PROFILE PENTRU TURBINE DE FORAJ*

DE

VIORICA ANTON, I. SANTĂU

Exigențele pe care le reclamă astăzi tehnica modernă în privința performanțelor realizate de mașinile hidraulice axiale impun o cunoaștere temeinică a hidrodinamicii rețelelor de profile. De aceea, în ultimele două decenii s-a început o intensă activitate de cercetare în domeniul rețelelor de profile, cercetările fiind concentrate masiv asupra rețelei plane de profile care poate fi considerată ca fiind elementul de bază în construcția mașinilor hidraulice axiale.

Studiul teoretic al rețelei plane de profile a fost abordat inițial pentru o curgere fără frecare la fluide incompresibile, fie prin metoda transformărilor conforme (F. Weinig, I. E. Garrick, W. Traupel) fie prin metoda singularităților, inițiată de W. Birnbaum și H. Glauert pentru profilul izolat și aplicată pentru prima oară rețelei de către M. Schilhansl și A. Betz.

Pentru studiul curgerii cu frecare L. Speidel și N. Scholz au indicat o metodă bazată pe teoria stratului limită după E. Truckenbrodt. Metoda dă rezultate bune dar este aplicabilă numai în cazul curgerii fără desprinderi.

Verificarea experimentală a ipotezelor de calcul este absolut necesară, dar și extrem de laborioasă, datorită multitudinii parametrilor ce intervin în hidrodinamica rețelelor de profile. Pe lîngă parametrii geometrici ai profilului dintre care cei mai caracteristici sînt curbura și grosimea, intervin parametrii geometrici ai rețelei (pas relativ, unghi de instalare) și parametrii hidrodinamici ai curentului (cifra Reynolds, cifra Mach, grad de turbulență, unghi de atac.

De aceea, cercetările efectuate pînă în prezent au urmărit mai puțin studiul complet al unei rețele de profile, concentrîndu-se asupra influenței diferiților parametri asupra caracteristicilor rețelei. În cele ce urmează sintetizăm unele rezultate din literatură și ale cercetărilor proprii, referitoare la această problemă.

---

* Lucrare comunicată la a XIII Sesiune științifică a cadrelor didactice din I.P.T. 10—12 mai 1968.

H. Schlichting și A. Das [1], [2], prezintă o sinteză destul de completă asupra cercetărilor efectuate pînă în anul 1966 în această direcție. Reținem din această lucrare rezultatele privind influența geometriei profilului asupra caracteristicilor rețelei de profile, studiată de I. Bahr.

Influența curburii profilului f/l a fost pusă în evidență pe trei profile NACA seria 65 avînd curburi diferite. Profilele au fost dispuse în rețea de compresor avînd unghiul de instalare $\beta_s = 130°$ și pasul relativ $t/l = 1$.

Se observă din fig. 1 că rețeaua formată din profile mai curbate imprimă curentului o deviație mai puternică decît cea din profile mai puțin

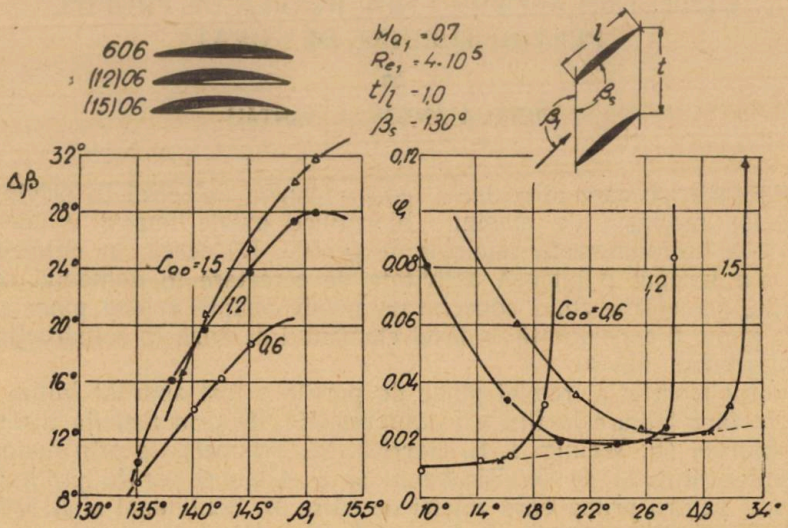


Fig. 1. Influența curburii profilului asupra coeficientului de pierdere ζ pentru rețele plane de profile NACA 65.

curbate. Valoarea minimă a coeficientului de pierdere ζ este însă mai mare.

Influența grosimii profilului asupra deviației curentului este foarte mică în curenți incompresibili, la cifre Reynolds mari ($Re > 4 \cdot 10^5$). In ceea ce privește influența grosimii profilului asupra coeficientului de pierdere ζ, se poate observa în fig. 2 că la profile subțiri, datorită desprinderilor ce apar la unghiuri mari de atac polara se îngustează.

Influența geometriei rețelei. Influența unghiului de instalare β_s asupra deviației curentului și asupra coeficientului de pierdere ζ a fost pusă în evidență de I. Vogel [3] pentru o rețea de profile 103 (VEB) la pasul relativ $t/l = 0{,}8$. De asemenea, în Laboratorul de mașini hidraulice a Institutului Politehnic Timișoara, s-a studiat această influență pe cîteva rețele de profile. In fig. 3 se poate urmări influența unghiului de instalare asupra deviației curentului pe curbele $\Delta\beta = f(\beta_1)$ și asupra coeficientului de rezis-

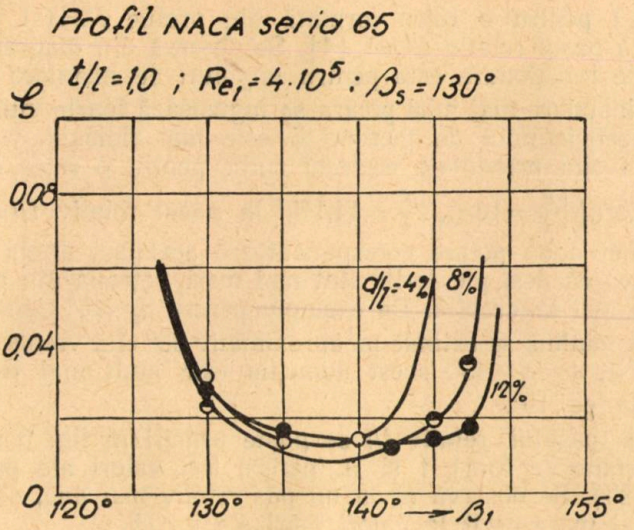


Fig. 2. Influența grosimii profilului asupra coeficientului de pierdere ζ la rețele plane de profile NACA 65.

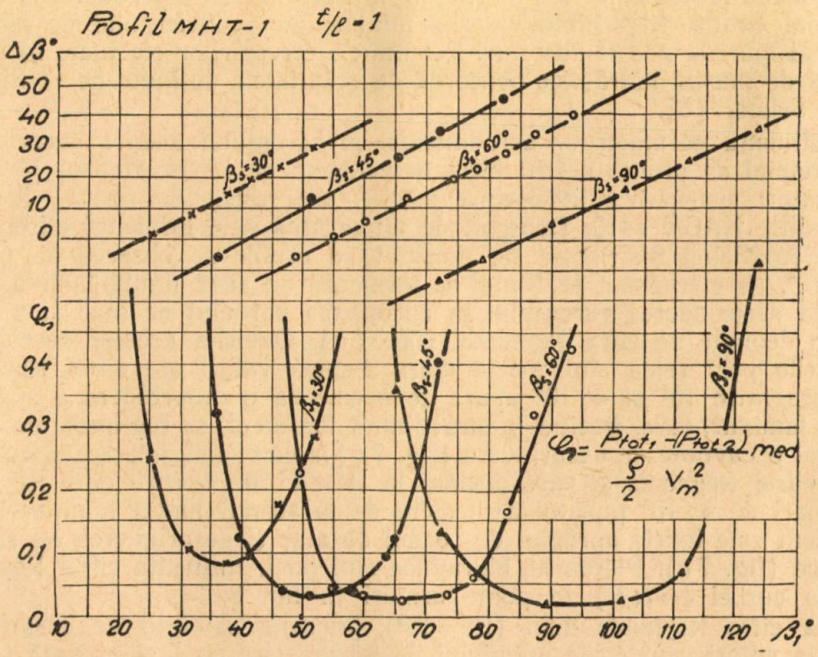


Fig. 3. Influența unghiului de așezare asupra coeficientului de pierdere ζ și asupra deviației curentului Δβ la rețele plane de profile MHT 1.

tență $\zeta=f(\beta_1)$ pentru o rețea formată din profile MHT-1 ($d/l=8{,}25\%$; $f/l=2{,}6\%$), la pasul relativ $t/l=1$ [4]. Se observă din diagramă că domeniul optim de funcționare este pentru unghiuri de instalare $\beta_s > 60°$. La unghiuri de instalare mai mici polara se îngustează foarte mult și valoarea minimă a coeficientului de pierderi ζ este mai ridicată.

In fig. 4 sînt prezentate aceleași curbe pentru o rețea de profile de turbine de foraj $\left(\frac{d}{l}=16\%,\ \frac{f}{l}=14{,}1\%\right)$ la pasul relativ $t/l=1$.

Comparînd două polare corespunzătoare aceluiași unghi de instalare se poate vedea că deși pierderile sînt mai mari, rețeaua din profile groase are o polară mai favorabilă. De exemplu pentru $\beta_s=45°$ domeniul în care ζ are valoare minimă se extinde pe aproximativ 30° cîtă vreme la rețeaua de profile MHT-1, la $\beta_s=45°$ acest domeniu este mult mai restrîns, întinzîndu-se abia pe 10°.

Influența pasului relativ t/l se poate urmări în fig. 5 și 6 pe două rețele de turbine de foraj, I și II, pentru trei valori ale pasului relativ (0,75; 1; 1,25). Se observă că la un pas relativ mai mic, deviația curentului este mai mare decît la valori mari ale lui t/l.

Polara rețelei $\zeta=f(\beta_1)$ este mai plată pentru valori mici ale pasului relativ, ceea ce înseamnă că rețeaua fiind mai deasă curentul este mai bine condus și domeniul unghiurilor de intrare la care nu apar desprinderi este mai extins. În schimb valorile minime ale coeficientului de pierderi sînt mai mari la pas relativ mic. Rezultatele cercetărilor efectuate în Laboratorul de mașini hidraulice concordă cu rezultatele obținute de L. Speidel și N. Scholz [5].

Influența parametrilor aerodinamici ai curentului asupra caracteristicilor rețelei de profile a fost pusă în evidență de H. H. Hebbel [6] prin măsurători sistematice întreprinse asupra unei rețele de turbină formată din profile NACA 8410. Deosebit de importantă este influența cifrei Reynolds. Analizînd distribuția de presiuni pe profile se observă că pentru $Re \leqslant 10^5$, pe extradosul profilului se formează un strat limită laminar care duce la desprinderea curentului în apropierea bordului de atac și a cărui poziție depinde de cifra Reynolds (fig. 7 *a*). Datorită acestor desprinderi pierderile prin rețea sînt foarte mari. Pentru valori ale cifrei Reynolds cuprinse între 10^5 și $4 \cdot 10^5$ apare de asemenea o desprindere a stratului limită laminar, care, trecînd în strat limită turbulent, se realipește de profil formînd o cavitate de desprindere (fig. 7 *b*) a cărei lungime scade cu creșterea cifrei Reynolds și care dispare la $Re=4 \cdot 10^5$. Pentru cifre Reynolds mai mari de $4 \cdot 10^5$ punctul de trecere de la stratul limită laminar la cel turbulent este foarte apropiat de bordul de atac și desprinderea nu se mai produce (fig. 7 *c*). Pierderile hidraulice sînt mici. Influența cifrei Reynolds asupra curbei $\zeta=f(\beta_1)$ se poate urmări în fig. 8.

La cifre Reynolds mici ($Re=10^5$) prezența cavității de desprindere chiar la valori uzuale ale unghiului de intrare face ca ζ să crească (curba de sus). Pentru valori mai mari ale cifrei Reynolds ($2 \cdot 10^5$) ζ este mai mic și curba mai aplatizată.

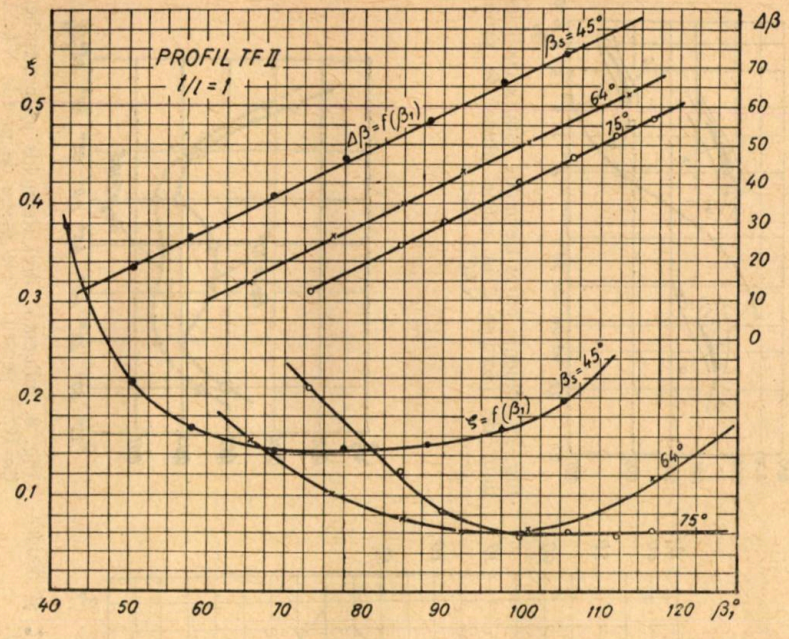


Fig. 4. Influența unghiului de așezare asupra coeficientului de pierdere ζ și asupra deviației curentului $\Delta\beta$ la rețele plane de profile TF II.

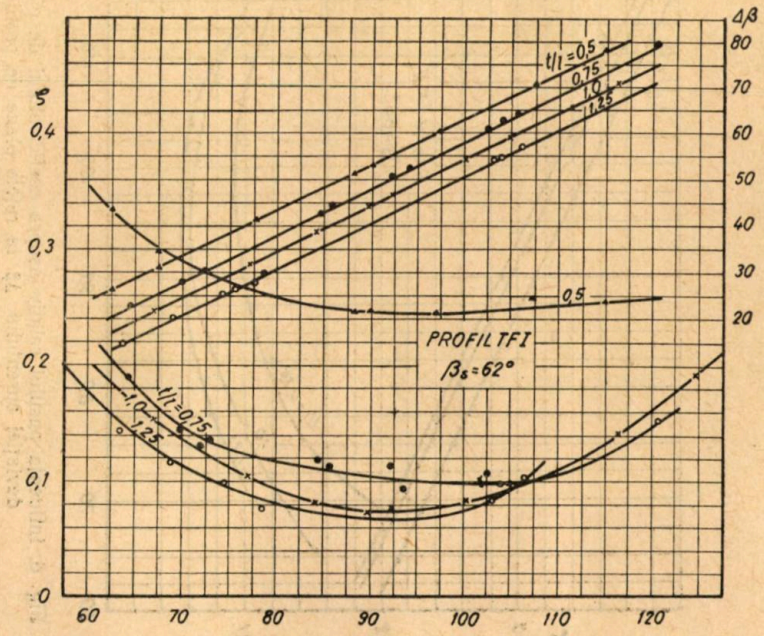


Fig. 5. Influența pasului relativ asupra coeficientului de pierdere ζ și asupra deviației curentului $\Delta\beta$ la rețele plane de profile TF I.

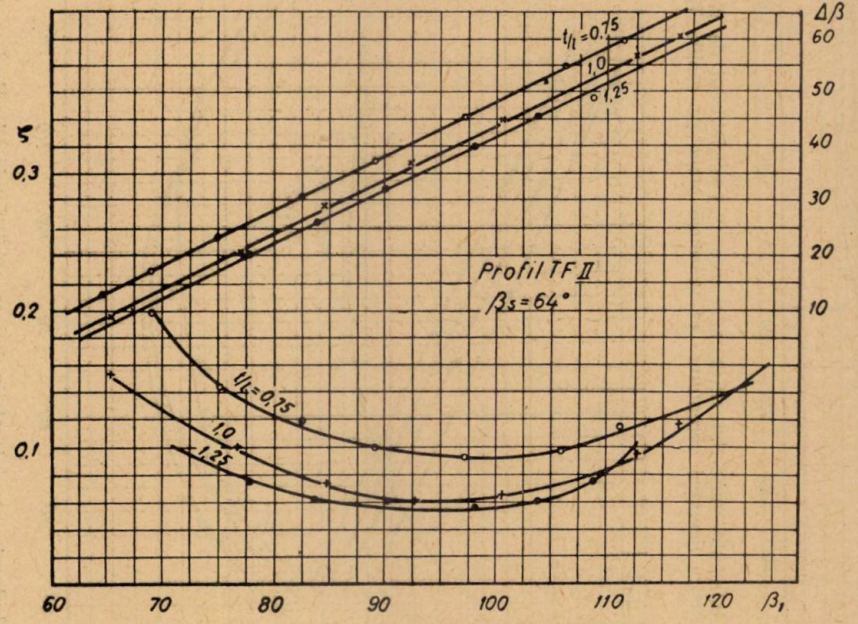


Fig. 6. Influența pasului relativ asupra coeficientului de pierdere ζ și asupra deviației curentului $\Delta\beta$ la rețele plane de profile TF II.

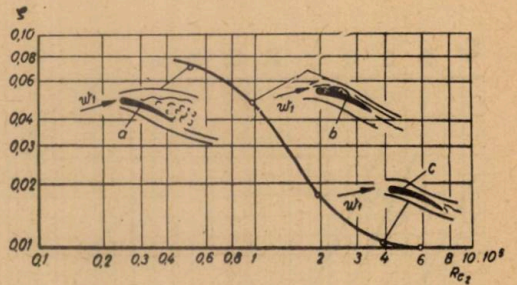


Fig. 7. Influența cifrei Reynolds asupra coeficientului de pierdere ζ la rețele plane de profile NACA 8410.

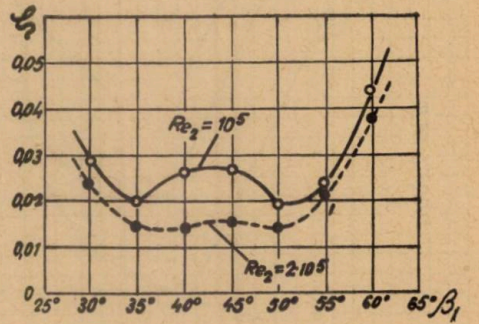


Fig. 8. Influența cifrei Reynolds asupra curbei $\zeta = f(\beta_1)$ pentru rețele plane de profile NACA 8410.

Influența cifrei Mach se poate urmări în diagrama din fig. 9 unde s-au prezentat curbele $\zeta = f(Re_2)$ pentru diferite valori ale cifrei Mach. Se observă că la aceeași cifră Reynolds pierderile cresc odată cu cifra Mach.

Influența turbulenței curentului. Creșterea gradului de turbulență conduce adesea la o alură mai favorabilă a polarei, mai ales la valori mici ale cifrei Reynolds (10^5) deoarece la turbulență ridicată se micșorează cavitățile de desprindere de pe extrados, deci și pierderile prin rețea. În fig. 10 se poate vedea în ce măsură polara rețelei este influențată de gradul de turbulență.

Rezultatele cercetărilor prezentate în lucrarea de față pun în evidență pe lîngă influența pasului relativ și a unghiului de așezare (fig. 4, 5, 6) și modul în care o mică modificare a curburii profilului influențează caracteristicile de funcționare ale rețelei.

Cercetările au fost intreprinse asupra a două rețele de profile pentru turbine de foraj I și II. Parametrii rețelei și ai curentului s-au menținut aproximativ constanți. Caracteristicile geometrice ale celor două profile sînt:

	Profil I	Profil II
d/l	16%	16%
f/l	15,5%	14,1%
β_s	62°	64°
$\delta\beta$	56°	56°

În fig. 11 sînt prezentate cele două profile TF I și TF II. Se observă că în partea anterioară a lor ele coincid, singurul element care s-a modificat fiind curbura f/l. Deviația profilului s-a menținut aceeași, spre deosebire de profilele încercate de I. Bahr unde prin modificarea curburii s-a schimbat și deviația $\delta\beta$ a profilului (vezi fig. 1).

Cele două rețele de profile au fost încercate în Laboratorul de mașini hidraulice din Timișoara pe stațiunea pentru încercarea în aer a rețelelor de profile. În fig. 12 se prezintă această stațiune formată din:

1. Ventilator;
2. Cameră de egalizare a presiunilor;
3. Ajutaj convergent;
4. Rețeaua de profile instalată în secțiunea de lucru. (Prin rotirea profilelor în jurul axului lor se modifică unghiul de instalare);
5. Discuri rotative, solidare cu rețeaua. (Prin rotirea lor se modifică unghiul de atac);
6. Palete de dirijare a curentului în cot;
7. Grătar pentru uniformizarea curentului;
8. Balanță;
9. Pereți laterali mobili;
10. Dispozitiv de acționare a pereților laterali;

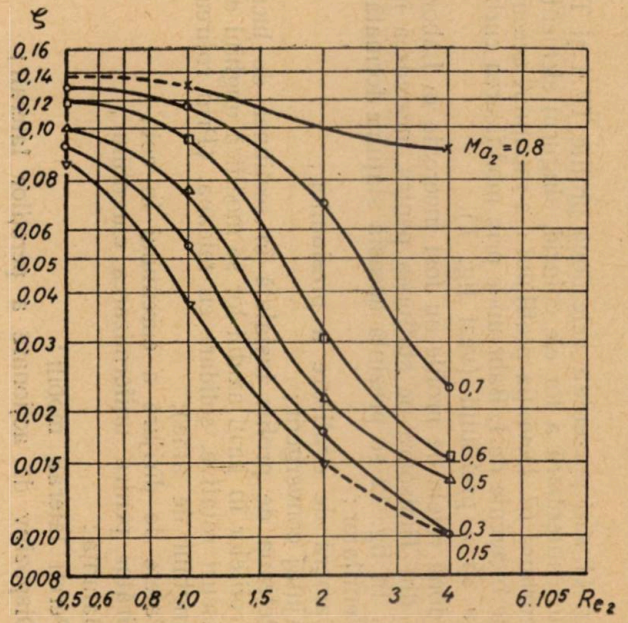


Fig. 9. Influența cifrei Mach asupra coeficientului de pierdere pentru rețele plane de profile NACA 8410.

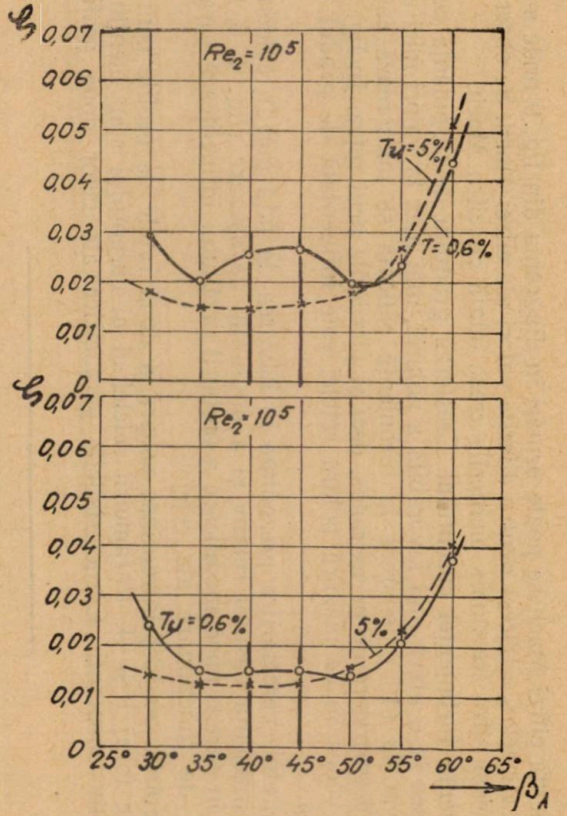


Fig. 10. Influența gradului de turbulență T_u asupra curbelor $\zeta = f(\beta_1)$ pentru rețele plane de profile NACA 8410.

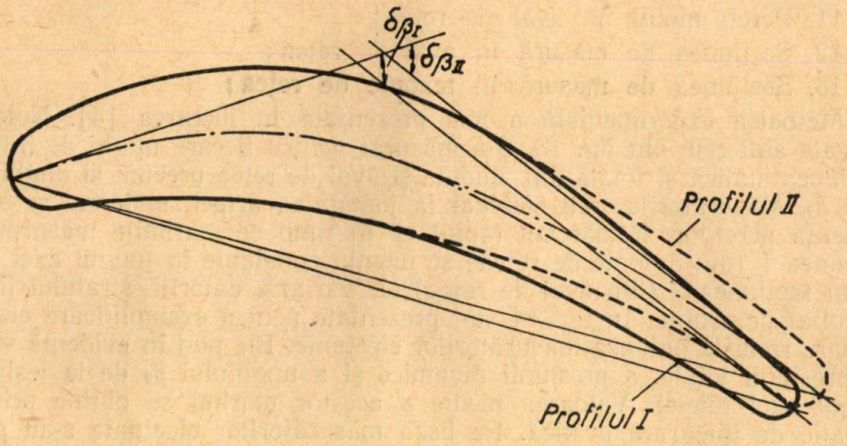


Fig. 11. Profile TF I și TF II.

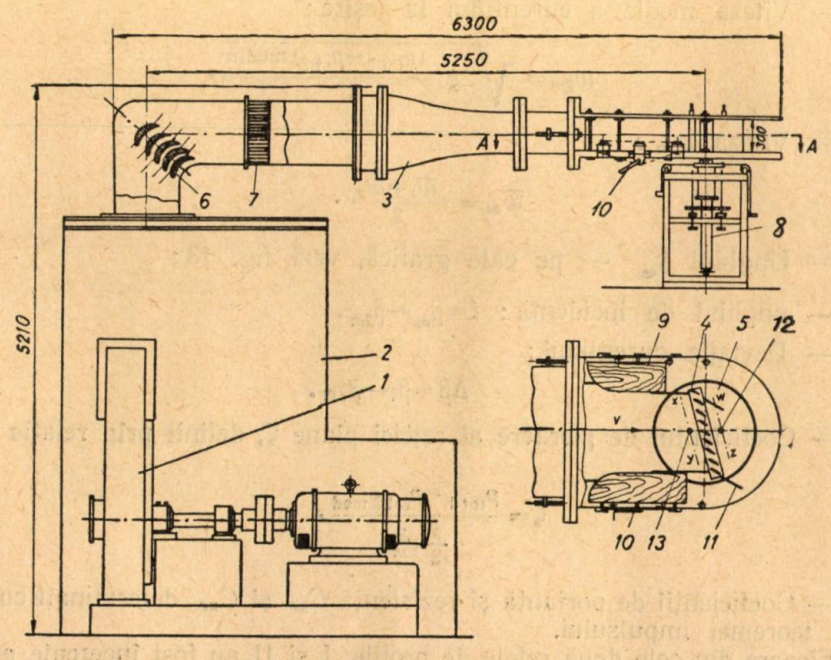


Fig. 12. Stațiunea pentru încercarea în aer a rețelelor de profile din Laboratorul de mașini hidraulice Timișoara.

11. Pereți mobili în aval de rețea;
12. Secțiunea de măsură în aval de rețea;
13. Secțiunea de măsură în amonte de rețea.

Metodica experimentală a fost prezentată în lucrarea [4]. Notațiile utilizate sînt cele din fig. 13. S-a măsurat pentru fiecare unghi de intrare, presiunea statică și totală din amonte și aval de rețea precum și unghiurile β_1 și β_2. Măsurătorile s-au efectuat la jumătatea aripei, unde nu se simte influența pereților. Remarcăm faptul că în timp ce mărimile măsurate în secțiunea 1 (din amonte de rețea) se mențin constante în lungul axei rețelei, în secțiunea 2 (din aval de rețea) ele variază, datorită stratului limită dezvoltat pe profile. În fig. 14 sînt prezentate pentru exemplificare curbele primare ridicate pe baza măsurătorilor efectuate. Ele pun în evidență variația presiunii totale, a presiunii dinamice și a unghiului β_2 de la ieșire în lungul axei rețelei. Valoarea medie a acestor mărimi se obține printr-o operație de integrare grafică. Pe baza măsurătorilor efectuate s-au putut calcula:

— Viteza curentului la intrare în rețea:

$$w_1 = \sqrt{2g \frac{p_{\text{din } 1}}{\gamma}}.$$

— Viteza medie a curentului la ieșire:

$$w_{2m} = \sqrt{2g \frac{(p_{\text{tot } 2} - p_{\text{st } 2})\ \text{mediu}}{\gamma}}.$$

— Viteza w_∞:

$$\overline{w}_\infty = \frac{\overline{w}_1 + \overline{w}_2}{2}.$$

— Unghiul β_∞ — pe cale grafică, vezi fig. 13;

— unghiul de incidență: $i = \beta_\infty - \beta_{2m}$.

— Deviația curentului:

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_{2m}.$$

— Coeficientul de pierdere al rețelei plane ζ, definit prin relația

$$\zeta = \frac{p_{\text{tot } 1} - p_{\text{tot } 2\ \text{med}}}{\frac{\rho}{2} v_m^2}.$$

— Coeficienții de portanță și rezistență C_{zr} și C_{xr} determinați cu ajutorul teoremei impulsului.

Fiecare din cele două rețele de profile, I și II au fost încercate pentru trei valori ale pasului relativ ($t/l = 0{,}75$; $t/l = 1$; $t/l = 1{,}25$) menținînd constanți parametrii hidrodinamici ai curentului.

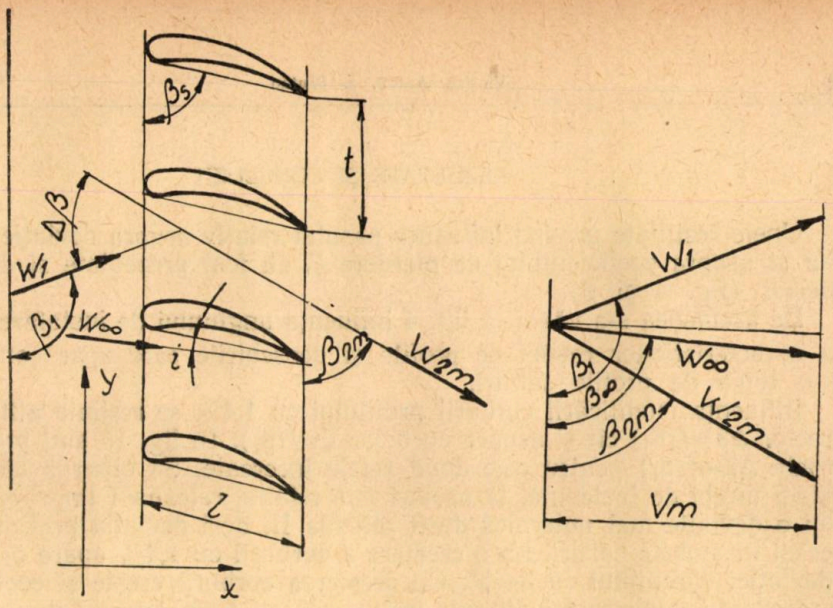


Fig. 13. Parametrii geometrici ai rețelei de profile (Schemă pentru notații).

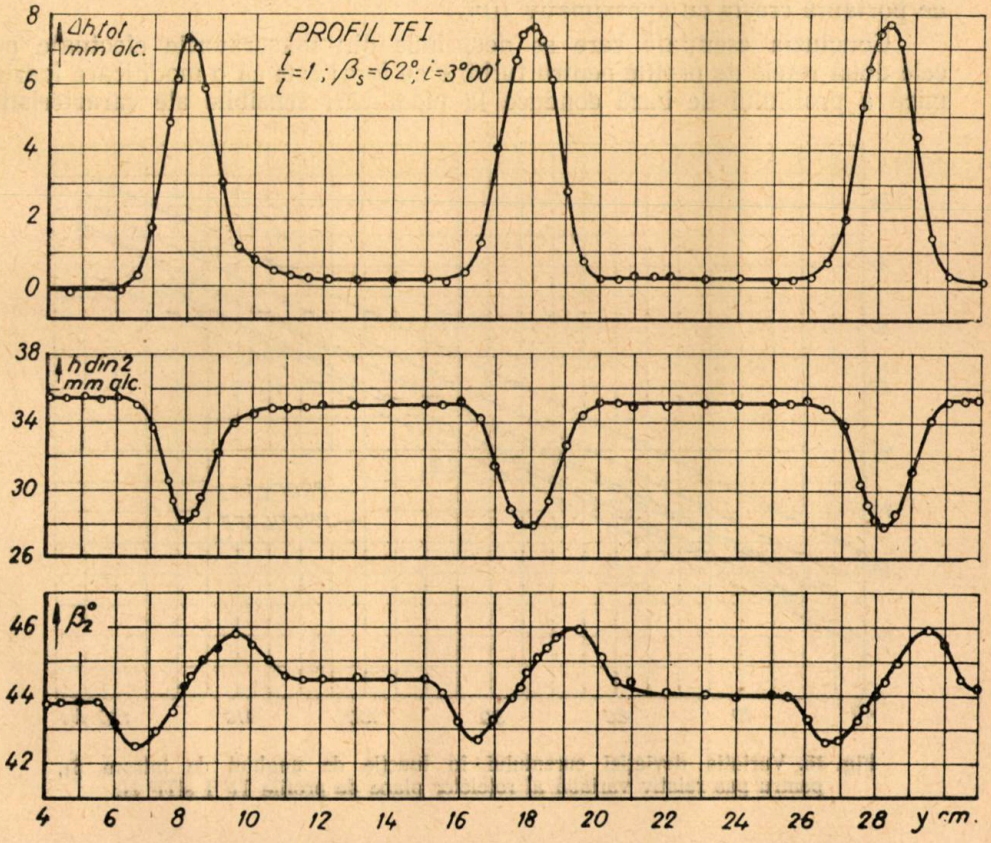


Fig. 14. Variația parametrilor h_{tot}, $h_{din\ 2}$, β_2 în lungul axei rețelei.

REZULTATE ŞI CONCLUZII

Unele rezultate privind influenţa pasului relativ asupra deviaţiei curentului şi asupra coeficientului de pierdere ζ, au fost prezentate şi discutate anterior (fig. 5 şi 6).

De asemenea s-a văzut în fig. 4 influenţa unghiului de instalare β_s asupra caracteristicilor reţelei de profile şi deosebirile care apar comparativ cu o reţea de profile subţiri.

Influenţa modificării curburii profilului cu 1,4% se resimte atît asupra curbelor $\Delta\beta=f(\beta_1)$ cît şi asupra curbelor $\zeta=f(\beta_1)$. În fig. 15 sînt prezentate curbele $\Delta\beta=f(\beta_1)$ pentru cele două reţele încercate. Se observă că pentru acelaşi unghi de incidenţă, la acelaşi pas relativ, reţeaua I imprimă curentului o deviaţie mai puternică decît reţeaua II, deşi deviaţia profilului este aceeaşi în ambele cazuri. La o creştere a curburii cu 1,4% apare o creştere a deviaţiei curentului cu 3—5°. Cu creşterea curburii creşte şi coeficientul de pierdere ζ cum rezultă din cele trei perechi de curbe prezentate în fig. 16.

În figura 17 se prezintă variaţia coeficientului de portanţă C_{zr} cu incidenţa. Se observă că în general prin creşterea curburii cu 1,4% coeficientul de portanţă creşte cu aproximativ 10%.

Concluzia esenţială care se desprinde din măsurătorile efectuate pe cele două reţele de profile pentru turbine de foraj este că o modificare foarte mică a profilului de bază conduce la modificări sensibile ale caracteristi-

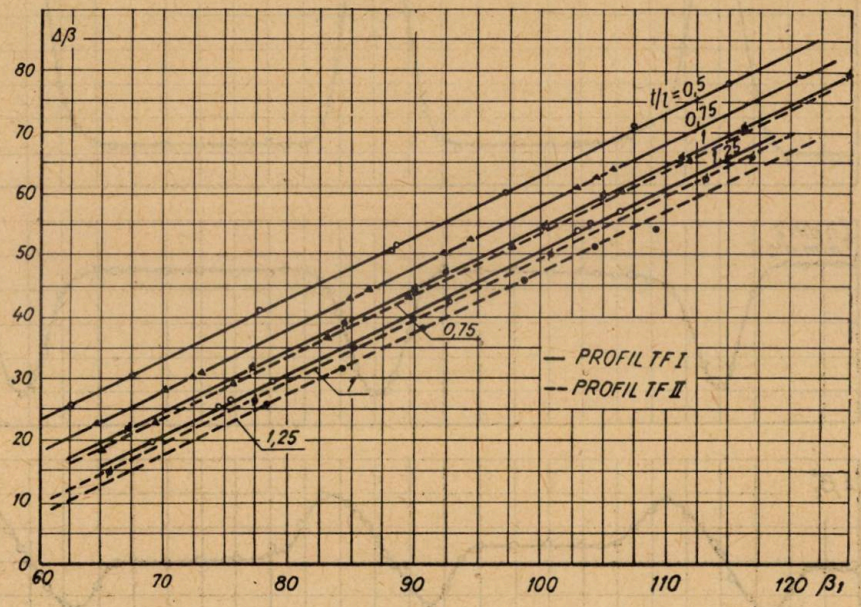


Fig. 15. Variaţia deviaţiei curentului în funcţie de unghiul de intrare β_1, pentru pas relativ variabil al reţelelor plane de profile TF I şi TF II.

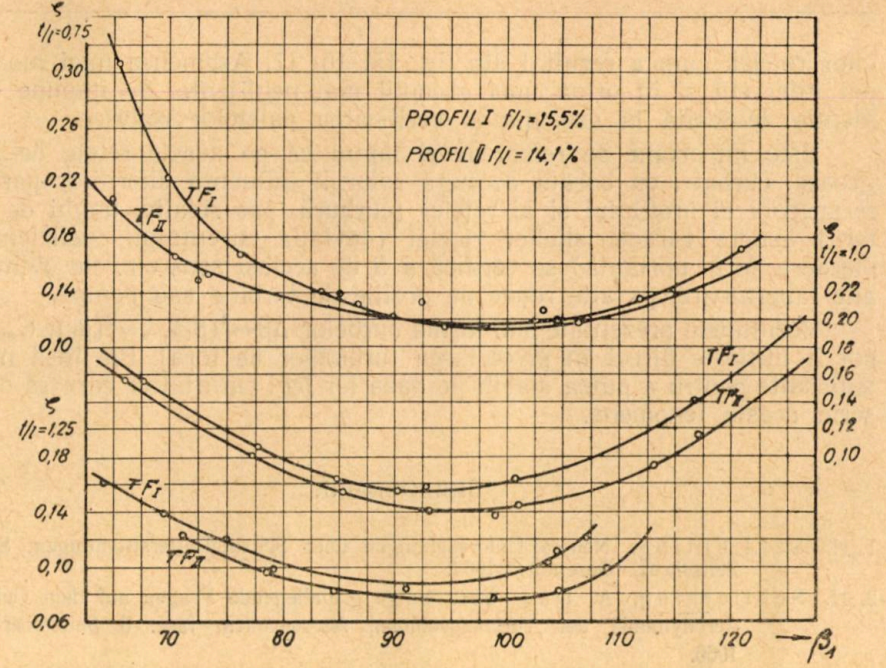


Fig. 16. Influența curburii profilului asupra caracteristicii $\zeta = f(\beta_1)$ pentru rețele plane de profile cu pas relativ variabil (Profile TF I și TF II).

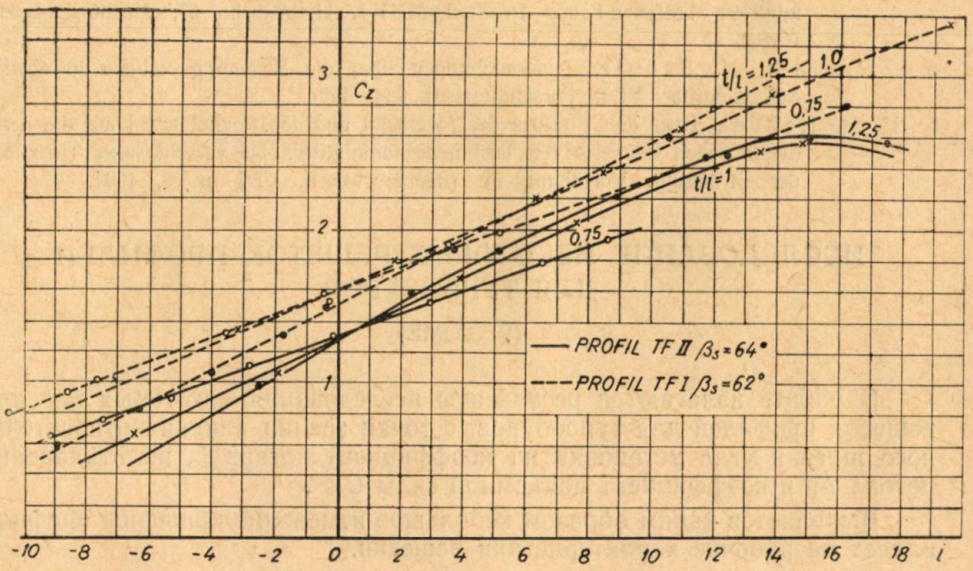


Fig. 17. Influența curburii profilului asupra caracteristicilor $C_z = f(i)$ pentru rețele plane de profile cu pas relativ variabil (Profile TF I și TF II).

cilor rețelei, cum a rezultat din fig. 15, 16, 17. Asemenea mici modificări pot interveni și în urma unei execuții mai neglijente. Se impune deci o atenție deosebită la execuția și verificarea paletelor rotorice.

Este important de remarcat și faptul că pe aceste rețele de profile groase, curbate, cu bordul de fugă rotunjit influența diferiților parametri geometrici ai profilului și ai rețelei (curbură, pas relativ, unghi de instalare) asupra caracteristicilor rețelei (deviația curentului, coeficientul de pierdere, forța portantă) se verifică a fi de același sens cu cele obținute în alte laboratoare, pe alte rețele de profile de turbine sau pompe.

Rezultatele prezentate sub forma curbelor $\Delta\beta=f(\beta_1)$, $\zeta=f(\beta_1)$; $C_{zr}=f(i)$ pot fi utilizate direct în proiectarea turbinelor de foraj. Ele însă nu sînt suficiente pentru a putea stabili pe baza lor legi cantitative care să circumscrie aceste fenomene.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Schlichting, Neuere Untersuchungen über Schaufelgitterströmungen. Siemens-Zeitschrift, Dezember 1963.
2. H. Schlichting, A. Das, Über einige grundlegende Fragen auf dem Gebiet der Aerodynamik der Turbomaschinen. Aerotechnica, fasc. 5 Settember-Ottober 1966.
3. I. Vogel, Ein Windkanal mit Ejektorantrieb zur Untersuchung von Einzelprofilen und Schaufelgittern. Maschinenbautechnik 8 (1959) Heft 9.
4. V. Anton, I. Santău, Einfluss des Schaufelwinkelds β_s auf die Kennwerte des Schaufelgitters bestehend aus Profilen MHT-1. Hydroturbo 67, Marianske-Lazne CSSR.
5. L. Speidel, N. Scholz, Untersuchungen über die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgitter VDI. Forschungsheft 464—1957.
6. H. H. Hebbel, Über den Einfluss der Machzahl und der Reynoldszahl auf die aerodynamischen Beiwerte von Turbinenschaufelgittern bei verschiedener Turbulenz der Strömung. Vorschung im Ingenieurwesen. VDI nr. 3, 1964.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ РЕШЕТОК ПРОФИЛЕЙ ДЛЯ ТУРБОБУРОВ

(РЕЗЮМЕ)

В работе излагаются результаты исследования некоторых плоских решеток профилей для турбобуров, с точки зрения влияния относительного шага и угла установки на коэффициент потерь ζ, на отклонение потока $\Delta\beta$ и коэффициент подъемной силы C_{zr} .

Выявляется каким образом небольшое изменение кривизны профиля влияет на рабочие характеристики решетки.

Полученные результаты могут быть непосредственно использованы при проектировании турбобуров.

UNTERSUCHUNGEN VON SCHAUFELGITTER FÜR BOHRTURBINEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Mitteilung werden die Ergebnisse dargelegt die bei der Untersuchung von ebenen Schaufelgittern für Bohrturbinen erzielt wurden. Die Untersuchungen bezogen sich auf den Einfluss der Gitterteilung und des Schaufelwinkels auf den Verlustbeiwert ζ die Strömungsablenkung $\Delta\beta$, und den Auftriebsbeiwert C_{zr}.

Ebenfalls wird hervorgehoben, wie die Funktionskennlinien des Gitters durch eine geringe Änderung der Profilwölbung beeinflusst werden.

Die vorgeführten Ergebnisse, können direkt im Entwurf der Bohrturbinen angewendet werden.

STUDIUL EXPERIMENTAL AL STĂRII DE TENSIUNE DIN ZAUA DE LANȚ CU PUNTE

DE

T. BABEU

Introducerea tehnicii moderne și de mecanizare a proceselor tehnologice în industrie a impus și utilizarea lanțurilor ca organe flexibile ale mașinilor de ridicat și de transportat.

Întrucît lanțurile deservesc domenii complexe și cu condiții tehnice pretențioase, asupra lor s-au întreprins o serie de cercetări sistematice, care să stea la baza industriei de fabricare a lanțurilor și în special, de exploatare rațională [1].

În problema fabricării lanțurilor, cercetările sînt axate pe introducerea proceselor tehnologice moderne, utilizarea materialelor pentru lanțuri, în funcție de condițiile de execuție, îmbunătățirea calității produsului finit prin cele mai adecvate tratamente termice, micșorarea prețului de cost și a greutății proprii [2].

În ceea ce privește exploatarea rațională a lanțurilor trebuiesc îndeplinite multiple condiții, în cadrul cărora predomină siguranța în funcționare [3] [4]. Cercetările întreprinse studiază îmbunătățirea metodelor de încercare, concludența încercărilor pentru diferite condiții de utilizare, completarea standardelor și a normelor de tehnica securității cu noi condiții și prevederi [5].

1. CONSIDERAȚII PRIVIND METODOLOGIA DE CALCUL A LANȚURILOR

1.1. **Calculul pe baza sarcinii de rupere.** În literatura de specialitate [6] [7] și standardele pentru lanțuri [16] calculul lanțurilor se rezolvă prin determinarea sarcinii de rupere, a sarcinii de utilizare sau a capacității de lucru, pe baza căreia se face apoi alegerea din standardul de dimensiuni. Calculul exact este greoi, deoarece zaua de lanț este o bară curbă, static nedeterminată. Pentru verificarea lanțului se utilizează calculul în care se

neglijează efectul formei zalei și nedeterminarea statică, admițînd repartiția uniformă a forței de tracțiune în secțiunile transversale ale porțiunilor drepte $\left(\sigma_0 = \frac{F}{2\frac{\pi d^2}{4}}\right)$.

1.2. **Calculul analitic ca bară curbă.** Acest calcul are o importanță deosebită în determinarea formei pentru za și stabilirea solicitărilor maxime. Calculul exact al zalei de lanț [8], [9] ține seama de forma zalei, care este o bară curbă și de nedeterminarea statică. În cazul zalei de lanț cu punte, calculul se face considerînd zaua un inel cu raza de curbură R_0 (fig. 1).

Efectuînd calculul analitic al inelului static nedeterminat, în urma reducerii eforturilor pentru sistemul de bază considerat încastrat în secțiunea A (fig. 1 b) rezultă:

a) Valoarea momentului încovoietor M_0

$$M_0 = M|_{\varphi=0} = 0{,}1FR_0 \qquad (1)$$

în care:

F — sarcina, în kgf;

R_0 — raza de curbură, în cm.

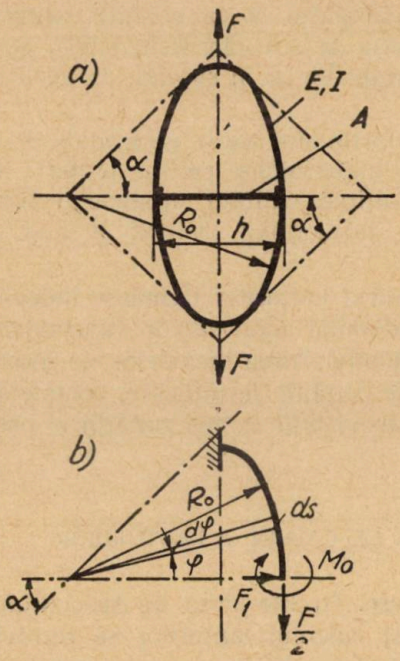


Fig. 1. Zaua de lanț cu raza de curbă R_0:

a — schema sistemului de bază considerat;
b — reducerea eforturilor pentru sistemul de bază.

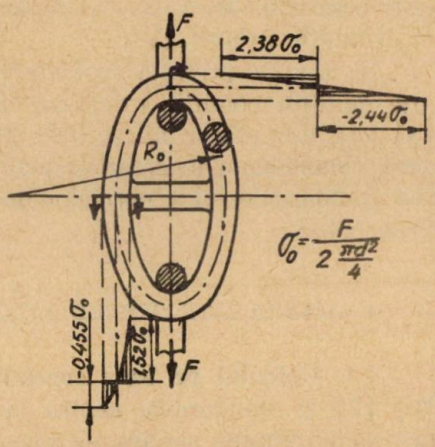


Fig. 2. Variația eforturilor unitare calculate (σ/σ_0) în secțiunile caracteristice ale zalei de lanț.

b) Valoarea momentului încovoietor M_A

$$M_A = M|_{\varphi=\frac{\pi}{2}} = 0{,}24FR_0 . \tag{2}$$

c) Valoarea forței axiale din puntea zalei F_1

$$F_1 = \frac{R_0^3}{2h} \cdot \frac{A}{I_z}\left[\frac{\sin\alpha}{\alpha} - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{2} - \frac{1}{2}\right]F = 0{,}36F \tag{3}$$

în care:

h — lungimea punții, în cm;
A — aria secțiunii transversale a punții, în cm²;
I_z — momentul de inerție axial al zalei, în cm⁴;
α — unghiul care cuprinde un sfert din inelul considerat.

d) Valorile eforturilor unitare în fibrele extreme (fig. 2) pentru o za cu punte:

— în fibrele exterioare:

$$\begin{cases} \sigma_{A_e} = 2{,}38 \cdot \sigma_0 \\ \sigma_{0_e} = -0{,}455\sigma_0 \end{cases}$$

— în fibrele interioare:

$$\begin{cases} \sigma_{A_i} = -2{,}44\,\sigma_0 \\ \sigma_{0_i} = 1{,}52\sigma_0 \end{cases}$$

2. INSTALAȚIA UTILIZATĂ ȘI MĂSURĂTORILE EFECTUATE

2.1. **Utilajul și aparatajul folosit.** Pentru încercările experimentale s-a utilizat un pulsator hidraulic ZD 100 Pu WPM Leipzig [10]. În vederea asigurării preciziei și comparabilității rezultatelor încercărilor mecanice în regim dinamic cu forțe oscilante s-a ținut seama de cercetările metrologice întreprinse asupra pulsatoarelor hidraulice [11].

Dispozitivul de prindere a lanțului în corpul mașinii de încercat (fig. 3) se compune din corpul dispozitivului *3*, care se fixează în mașină cu două bacuri *1* și din două pene *4*, în funcție de calibrul lanțului pentru fixarea zalei.

Măsurătorile s-au efectuat în regim static și în regim dinamic [12], [13]. Pentru măsurătorile în regim static s-a folosit o punte electrotensometrică și cutii de comutație tip Orion EMG cu 12 canale. În regim dinamic s-a folosit un grup de aparate Hottinger KWS II/5 legat la un înregistrator tip Helcoscriptor Hellige (He-4 t) cu patru canale.

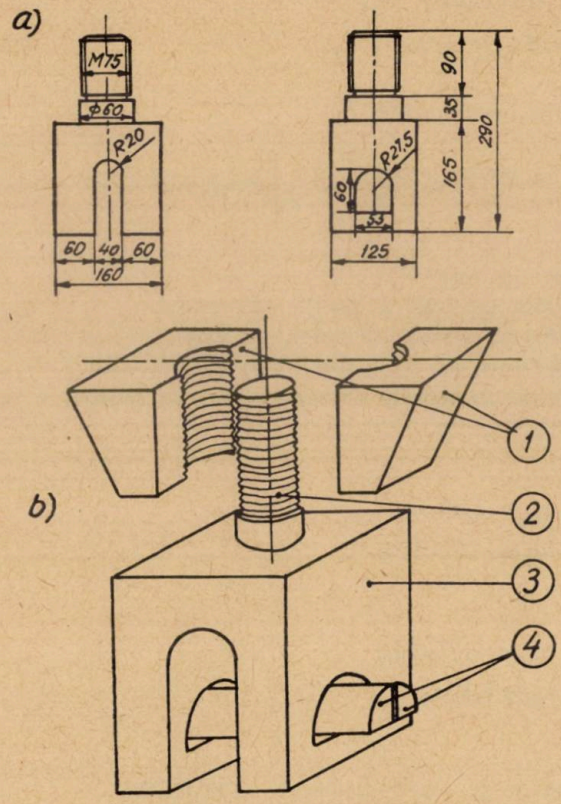


Fig. 3. Dispozitivul de prindere:

1 — bacurile de prindere; *2* — tija filetată a corpului dispozivului; *3* — corpul dispozitivului; *4* — penele pentru fixarea zalei.

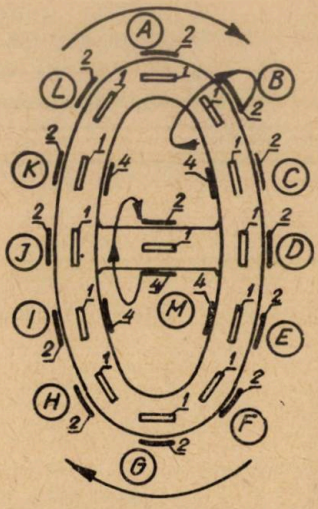


Fig. 4. Amplasarea punctelor de măsurare pe zaua de lanț și puntea zalei:

A, B, C . . . — secțiunile considerate; *1, 2, 3, 4* — poziția traductorilor în secțiune.

În vederea studiului experimental s-a utilizat o epruvetă de lanț cu punte [16] din trei zale de calibru 37 mm.

Amplasarea punctelor de măsurare s-a făcut în 12 secțiuni ale zalei de lanț (*A* . . . *L*) și o secțiune a punții (*M*); în fiecare secțiune (fig. 4) montînd după posibilități, cîte patru traductori (secțiunile *C, E, I, K* și *M*) sau cîte trei traductori (secțiunile *A, B, D, E, F, G, H* și *L*).

Traductorii rezistivi utilizați au baza de măsură stabilită în funcție de curbura zalei de lanț [14]. Avînd în vedere metoda de măsurare utilizată și particularitățile constructive ale zalei de lanț, pentru reducerea la minim a principalelor surse de erori s-a ținut seama de: tehnologia de aplicare a traductorilor, variația curburii zalei, curbura în planul transversal, grosimea stratului de adeziv, abaterea unghiulară de montare [15].

2.2. Măsurători efectuate și prelucrarea datelor experimentale.

2.2.1. *În regim static* s-au măsurat deformațiile specifice pe cale electrotensometrică pentru sarcini de la 1 000 kgf pînă la 9 000 kgf în trepte crescătoare și descrescătoare de cîte 1 000 kgf. Eforturile unitare s-au determinat admițînd valoarea modulului de elasticitate $E=2{,}15 \cdot 10^6$ kgf/cm² ($\sigma=\varepsilon E$). Reprezentarea grafică a valorilor medii obținute pentru eforturile unitare efective, în urma prelucrării statice [16] din șase valori măsurate pentru sarcina de 9 000 kgf (tabelul 1) se prezintă în figura 5 pentru punctele de amplasare a traductorilor: 1, 3 (fibra medie), 2 (fibra exterioară), 4 (fibra interioară) pe zaua de lanț și pe puntea zalei.

Tabelul 1

Valorile medii ale eforturilor unitare σ în kgf/cm² pentru sarcina $F=9\,000$ kgf

Secțiunea	σ în kgf/cm² (media a 6 valori măsurate)			
	Traductor 1	Traductor 2	Traductor 3	Traductor 4
A	455	1 605	680	—
B	400	615	380	—
C	590	−335	600	1 815
D	775	−495	310	—
E	330	−185	480	1 530
F	690	870	670	—
G	830	1 295	790	—
H	720	550	700	—
I	620	−530	700	1 785
J	860	−600	400	—
K	340	−275	380	1 705
L	335	615	690	—
Puntea zalei				
M	−665	−870	−530	−355

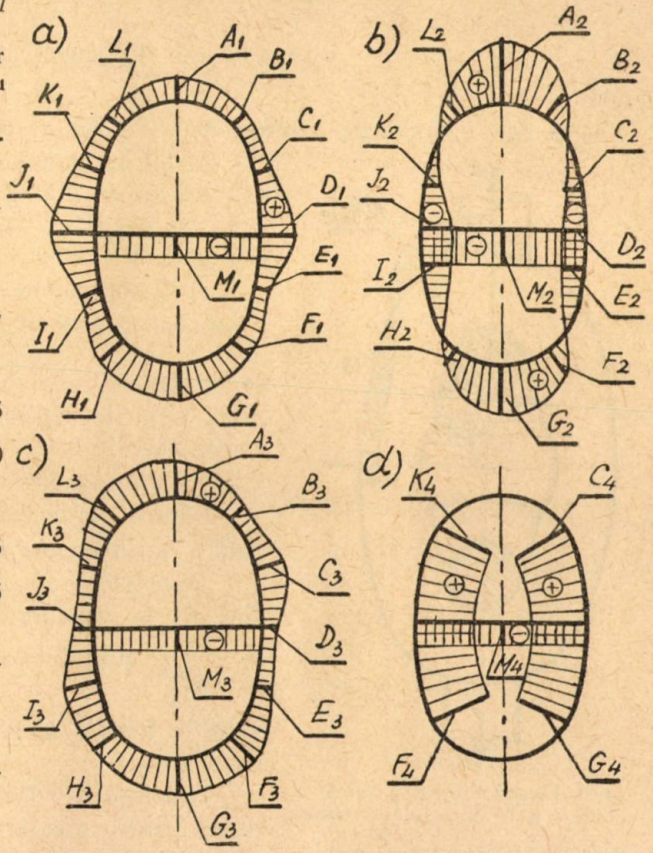


Fig. 5. Reprezentarea grafică a eforturilor unitare determinate experimental σ, în kgf/cm²:

a — pentru fibra medie (traductorii 1); b — pentru fibra exterioară (traductorii 2); c — pentru fibra medie (traductorii 4); d — pentru fibra interioară (traductorii 4).

Analizînd variația eforturilor unitare rezultă următoarele :

a) Tensiunile rezultate au valori majorate față de calculul analitic datorită montajului punții și nerealizării exacte a mărimii razei de curbură R_0 a zalei.

b) Solicitarea de compresiune a punții zalei nu este centrică, obținîndu-se solicitări la încovoiere în ambele plane.

Valorile solicitării la încovoiere se determină prin separarea efortului unitar datorită solicitării axiale σ_N de cel datorit încovoierii σ_M cu relația :

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_M \quad \text{kgf/cm}^2 \tag{4}$$

în care :

$$\sigma_N = \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2} \quad \text{kgf/cm}^2$$

$$\sigma_M = \pm \frac{\sigma_a - \sigma_b}{2} \quad \text{kgf/cm}^2$$

unde :

σ_a și σ_b — eforturile unitare determinate în același plan, în kgf/cm².

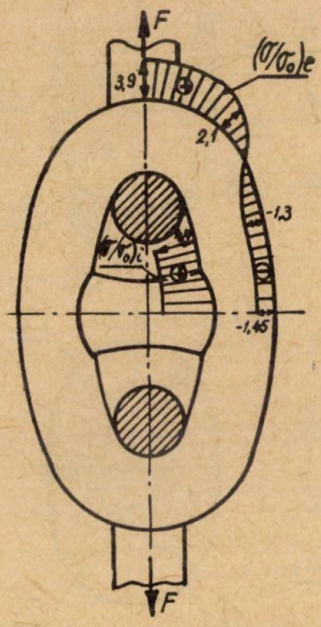


Fig. 6. Reprezentarea grafică a valorilor σ/σ_0 de-a lungul punctelor măsurate $\left(\sigma_0 = \frac{F}{2\frac{\pi d^2}{4}}\right)$:

$(\sigma/\sigma_0)_e$ — pentru fibra exterioară (traductorii 2); $(\sigma/\sigma_0)_i$ — pentru fibra interioară (traductorii 4).

Astfel, în planul zalei rezultă $\sigma_M = \pm 257{,}5$ kgf/cm² iar în planul perpendicular pe planul zalei $\sigma_M = \pm 155{,}25$ kgf/cm² care pot fi explicate prin realizarea montajului punții.

c) Compresiunea excentrică a punții influențează starea de tensiune a lanțului obținînd în secțiunile de contact cu zaua solicitări de încovoiere în plan perpendicular pe planul zalei. Valorile maxime ale solicitării de încovoiere apar în secțiunile D și J ($\sigma_{MD} = \pm 232{,}5$ kgf/cm² ; $\sigma_{MJ} = \pm 220$ kgf/cm²).

Pentru reprezentarea grafică adimensională a variației eforturilor unitare σ de-a lungul punctelor măsurate pe zaua lanțului (fig. 6) se consideră ca valoare de raportare $\sigma_0 = \frac{F}{2\frac{\pi d^2}{4}}$, obținîndu-se pentru fibra exterioară valorile $(\sigma/\sigma_0)_e$ și pentru fibra interioară valorile $(\sigma/\sigma_0)_i$.

Din figura 6 rezultă valorile maxime obținute pentru σ/σ_0 și anume : 3,9 pentru fibra exterioară în planul de aplicare a sarcinii și —1,45 pentru fibra exterioară, respectiv 4,4 pentru fibra interioară, în plan perpendicular față de cel considerat anterior.

2.2.2. *În regim dinamic* s-au înregistrat, ținînd seama de factorul de scară, variațiile eforturilor unitare pentru forțe oscilante. Valorile forțelor oscilante realizate cu ajutorul pulsatorului hidraulic s-au determinat după relația generală :

$$F=(F_m \pm \Delta F) \quad \text{kgf} \tag{5}$$

în care :

F_m — forța medie, în kgf ;
$\pm\Delta F$ — forța oscilantă, în kgf.

Măsurătorile pentru variația eforturilor unitare s-au efectuat în trei regimuri cu forțe oscilante și anume :

$$\text{I} - F_{\text{I}} = (8\,000 \pm 1\,000)\,\text{kgf}$$

$$\text{II} - F_{\text{II}} = (7\,000 \pm 2\,000)\,\text{kgf}$$

$$\text{III} - F_{\text{III}} = (6\,000 \pm 3\,000)\,\text{kgf}$$

Înainte de fiecare înregistrare s-au verificat valorile de nul (echilibrarea punții electrotensometrice) și valorile la solicitările statice corespunzătoare forțelor maxime și minime.

Rezultatele obținute pentru patru puncte ale zalei de lanț A_2, C_4, M_2 și I_2 sînt prezentate în figura 7.

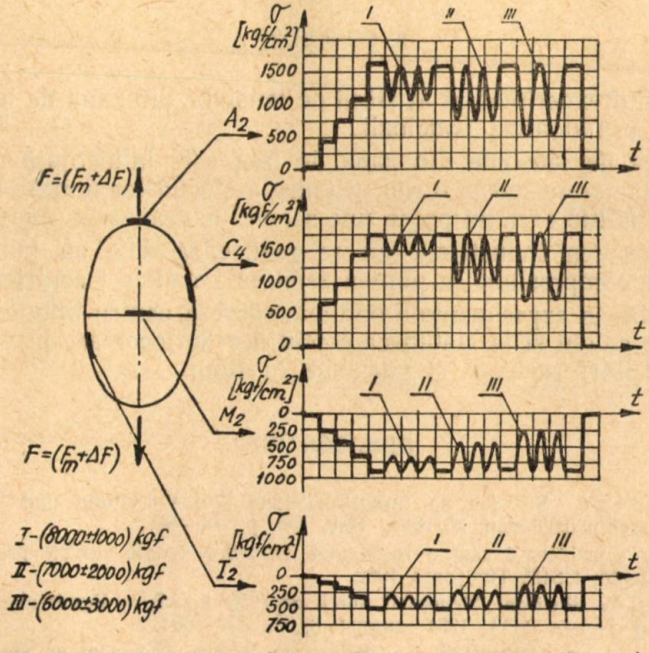


Fig. 7. Reprezentarea grafică a valorilor eforturilor unitare σ, în kgf/cm², pentru forțe oscilante în punctele : A_2, C_4, M_2 și I_2.

Din înregistrările efectuate rezultă reproducerea valorilor determinate la măsurătorile statice și faptul că variația solicitării datorită forțelor oscilante în timpul încercării s-a menținut între limitele valorilor obținute pentru forțele maxime și minime.

2.3. **Analiza comparativă a rezultatelor.** Analizînd rezultatele experimentale obținute (fig. 5 și 6) se constată atingerea unor valori majorate ale eforturilor unitare față de cele calculate analitic care se datoresc atît modului de efectuarea montajului punții, cît și nerealizării exacte a mărimii razei de curbură R_0 a zalei.

Puntea zalei fiind solicitată la compresiune excentrică, ea se încovoaie micșorînd rigiditatea sistemului și are ca rezultat majorarea eforturilor unitare în secțiunile caracteristice ale zalei de lanț.

Deoarece în calculul analitic în funcție de raza de curbură R_0 se determină atît valoarea parametrului α (relația 3), cît și valoarea momentelor încovoietoare M_0 și M_A (relațiile 1 și 2), nerealizarea exactă a valorii prescrise pentru R_0 influențează asupra aplicării rezultatelor calculului la starea reală de solicitare a zalei de lanț.

Comparînd valorile obținute experimental cu valorile rezultate din calculul analitic, în secțiunile periculoase din planul de aplicare a sarcinii, creșterea eforturilor unitare efective față de calcul este de cca 30—40% pentru fibra exterioară solicitată la tracțiune.

3. CONCLUZII

Din studiul experimental al stării de tensiune din zaua de lanț cu punte se desprind următoarele concluzii:

— Starea de tensiune din zaua de lanț este influențată de montajul punții, aceasta conducînd la o redistribuire a eforturilor unitare efective față de calculul analitic care nu poate ține seama de realizarea montajului;

— în practica industrială nu se realizează zale cu punte, la care solicitarea de compresiune în puntea zalei să fie perfect centrică;

— rezultatele experimentale obținute servesc pentru îmbunătățirea metodologică de calcul și la stabilirea condițiilor de încercare privind comportarea la solicitări repetate și variabile în timp.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Seidemann, Schäden an Rundstahlketten, ihre Verhütung und Behebung, Der Maschinenschaden 36/1963, Heft 5/6 p. 84—90.
2. M. Rațiu, Considerații asupra rezistenței lanțurilor sudate electric prin topire intermitentă, CSIM Timișoara 1962.
3. W. Rieger, W. Reiss, Sicherheit durch geprüfte hochfeste Rundstahlketten, Fördern und Heben (11) 1961 august 8, p. 599—604.
4. G. F. Grace, La vérification des chaines de levage, Manutention Stockage, France, 13, nr. 99, aug./sept. 1963, p. 97—100.

5. W. Schaeffer, Beschaffenheit, Prüfung und Beurteilung hochfester Hobel- und Fördererketten für den Bergbau, Glückauf 96, 1960, Heft 9, p. 550—562.
6. H. Segal, C. Linde, I. Purcariu, *Mașini de ridicat și de transportat*, Ed. tehnică, 1960.
7. B. A. Tauber, *Mașini de ridicat și de transportat în industria forestieră*, Ed. tehnică, 1956.
8. St. Nădășan, *Rezistența materialelor*, vol. III, E.D.P. 1961.
9. Gh. Buzdugan, *Rezistența materialelor*, E.D.P. 1964.
10. * * * Bedienungsteilung zur Zug- Druckprüfmaschine mit Pulsator, ZD 100 Pu, VEB WPM Leipzig, 1961.
11. M. Rațiu, N. Fîntînaru, Considerații asupra preciziei pulsatoarelor hidraulice de încercat la oboseală, CSIM Timișoara 1965.
12. D. R. Mocanu, M. Buga, C. Georgescu, *Determinarea experimentală a eforturilor unitare*, Ed. transp. și telecom. 1966.
13. Gh. Buzdugan, M. Blumenfeld, *Tensometria electrică rezistivă*, Ed. tehnică, 1966.
14. Ponomariov S. D. ș. a., *Calculul de rezistență în construcția de mașini*, vol. I, Ed. tehnică, 1960.
15. L. Boleanțu, M. Fischer, T. Babeu, Unele particularități ale încercărilor de rezistență pe modele din elemente cu dimensiuni mici, Studii și cercetări metalurgice, Tom 12, Nr. 1 1967, p. 145—163.
16. * * * Colecția de standarde pentru lanțuri.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЗОНЫ МОСТОВОЙ ЦЕПИ

(РЕЗЮМЕ)

Работа содержит определение напряженного состояния зоны сварной цепи с мостом из круглой стали при статической и пульсирующей нагрузке с помощью электротензаметрии. Рассматриваются методы и экспериментальные результаты обработанные статическими методами для одной цепи с мостом величиной 37 мм, и сравниваются с результатами аналитических вычислений.

EXPERIMENTELLES STUDIUM DES SPANNUNGSZUSTANDES IN EINEM KETTENGLIED MIT STEG

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Arbeit befasst sich mit der Bestimmung des Spannungszustandes in einem geschweissten Kettenglied mit einem Steg aus Rundstahl bei statischer und schwellender Beanspruchung. Die Messungen wurden elektrometrisch durchgeführt.

In der Arbeit wird die Versuchsmethode beschrieben, wonach die Versuchsergebnisse für eine Kette Kaliber 37 mm mit Steg, statisch bearbeitet werden.

Die in dieser Art erhaltenen Ergebnisse werden schliesslich mit den Ergebnissen einer rein mathematischen Berechnung verglichen.

STUDIUL ŞI ALEGEREA ELEMENTELOR PRINCIPALE ALE UNEI STAŢIUNI HIDRODINAMICE PENTRU MODELE DE TURBINE FRANCIS ŞI KAPLAN *

DE

M. BÂRGLĂZAN

Încercarea maşinilor hidraulice pe modele pentru a evalua performanţele şi a caracteriza funcţionarea lor este astăzi unanim recunoscută şi chiar indicată şi prevăzută de normele C.E.I.

Modelarea în esenţa ei a unei amenajări hidroenergetice se realizează în aşa numitele staţiuni.

În staţiuni se pot studia în mod detailat toate situaţiile ce pot apare în funcţionarea maşinilor hidraulice. Prin realizarea în cadrul staţiunii a turbinei la o scară redusă pot fi încercate economic mai multe variante care teoretic prezintă avantaje similare însă care doar prin încercări experimentale se pot departaja. La încercarea variantelor optime prin modificarea în limite largi a tuturor parametrilor se pot generaliza rezultatele care vor forma baza viitoarelor turbine tipizate.

Alegerea, compunerea şi dotarea unei staţiuni pentru studiul şi încercarea maşinilor hidraulice cere soluţionarea unor serii de probleme tehnico-economice.

Astfel se pot enumera : stabilirea scopului staţiunii şi a tipurilor de încercări care se vor efectua, indicarea tipului de turbine care se vor încerca şi a fluidului de lucru, determinarea parametrilor hidrodinamici şi a mărimilor geometrice ale staţiunii, dispozitivelor auxiliare, aparatelor de măsură şi preţului de cost al staţiunii etc.

În sensul de mai sus se delimitează problema tratată la :

Staţiuni pentru încercări energetice şi cavitaţionale obişnuite ale turbinelor hidraulice de tipul Francis şi Kaplan.

Avantajos pentru încercări cavitaţionale este de a lucra cu acelaşi fluid de lucru şi anume apa.

Staţiunile se pot construi în derivaţie sau în circuit.

Staţiunile în derivaţie prezintă interes numai în cazuri particulare. De exemplu cînd se dispune construcţia staţiunii în corpul unei centrale hidroelectrice.

---

* Lucrare comunicată la Sesiunea cadrelor didactice din I.P.T. 10—12 mai 1968.

Staţiunile în circuit folosesc acelaşi lichid de lucru recirculat. Staţiunile în circuit se pot construi deschise sau închise în funcţie de existenţa sau inexistenţa unor suprafeţe ale lichidului staţiunii în contact cu presiunea atmosferică.

Staţiunile deschise în circuit sînt neeconomice pentru încercări cavitaţionale din cauza variaţiei dificile a înălţimii de aspiraţie a turbinei.

Staţiunile închise în circuit se vor studia în cele ce urmează. Ele permit modificări facile ale nivelului presiunilor în orice punct al staţiunii.

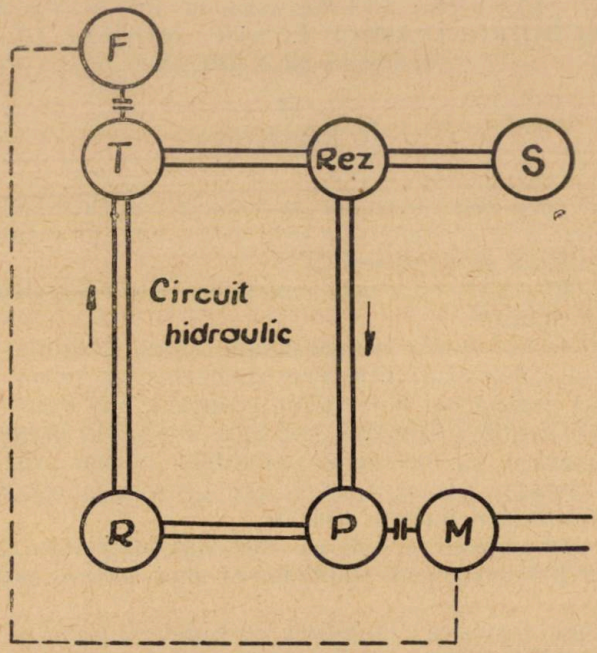


Fig. 1. Schema principială a unui stand :
M — motor; *P* — pompă; *T* — turbină; *Rez.* — rezervor; *R* — reabsorbitor; *S* — sistemul de modificare a presiunii în staţiune; *F* — frîna.

O staţiune închisă în circuit pentru încercări energetice şi cavitaţionale (fig. 1) se compune din : turbina de încercat, grupul de pompare, reabsorbitorul, rezervorul, conductele de legătură, armăturile, motoarele de antrenare, frîna şi dispozitivul de creare a presiunii variabile în circuit. La acestea se adaugă aparatura de măsură şi reglaj a parametrilor staţiunii. Unele elemente enumerate pot să lipsească din compunerea staţiunii.

Plasarea în spaţiu a diferitelor elemente ale staţiunii cît şi dimensionarea lor se va face astfel încît să fie economice şi să nu funcţioneze în regim de cavitaţie. Chiar în regimurile de cavitaţie dezvoltată ale turbinei

restul circuitului hidraulic (în special pompa) se va realiza astfel încît să nu lucreze în regim cavitațional.

Turbina de încercat condiționează toate celelalte elemente ale stațiunii. În literatură stațiunile sînt de altfel caracterizate prin diametrul rotorului turbinei ce se poate încerca în ea.

Turbina de încercat se realizează în similitudine cu turbina reală și poartă denumirea de turbină model.

Ideal ar fi realizarea turbinei model în similitudine dinamică completă, adică satisfacera concomitentă a criteriilor de similitudine Reynolds, Froude, Strouhal și Euler etc. Aceasta datorită incompatibilității sistemului condițiilor nu este posibil decît în cazul banal și neeconomic al identității modelului cu turbina reală.

Se vor discuta în cele ce urmează cazuri de similitudine dinamică incompletă limitate de condiții economice și tehnologice.

Turbina model funcționînd cu același lichid se va realiza în similitudine geometrică (macroscopică) și cinematică cu turbina reală. Conform teoriei monodimensionale a mașinilor hidraulice în ipotezele simplificatorii ale ecuației fundamentale se cunosc relațiile de transpunere a mărimilor caracteristice ale mașinilor hidraulice.

Se observă că există o mulțime de relații empirice, semiempirice și statistice pentru transpunerea randamentelor și o penurie a relațiilor de transpunere a coeficientului de cavitație în literatura de specialitate. Se remarcă relația valoroasă stabilită de prof. I. Anton pentru transpunerea rezultatelor cavitaționale la mașini hidraulice.

Problema dificilă care trebuie soluționată este găsirea unui domeniu al scărilor geometrice și cinematice de așa natură încît să fie tehnic realizabile, să fie economice și să se apropie cît se poate de mult de condițiile de similitudine dinamică completă. Similitudinea geometrică a turbinei model se reduce în esență la găsirea diametrului optim al rotorului turbinei model.

Analiza statistică a stațiunilor cu obiectiv aproximativ similar în lume indică fig. 2.

De aici se poate deduce cu totul orientativ o limită superioară a diametrului rotorului model pentru care stațiunea nu este economică (dimensiuni mari, consum exagerat de putere) și o limită inferioară a diametrului rotorului model pentru care stațiunea în special turbina devine tehnologic neeconomică de realizat (se respectă cu dificultate dimensiunile și unghiurile).

În general turbinele hidraulice ce echipează centralele hidroelectrice sînt agregate mari de putere ridicată așa că similitudinea geometrică adică scara geometrică se realizează printr-un raport accentuat de micșorare a dimensiunilor geometrice ale mașinii.

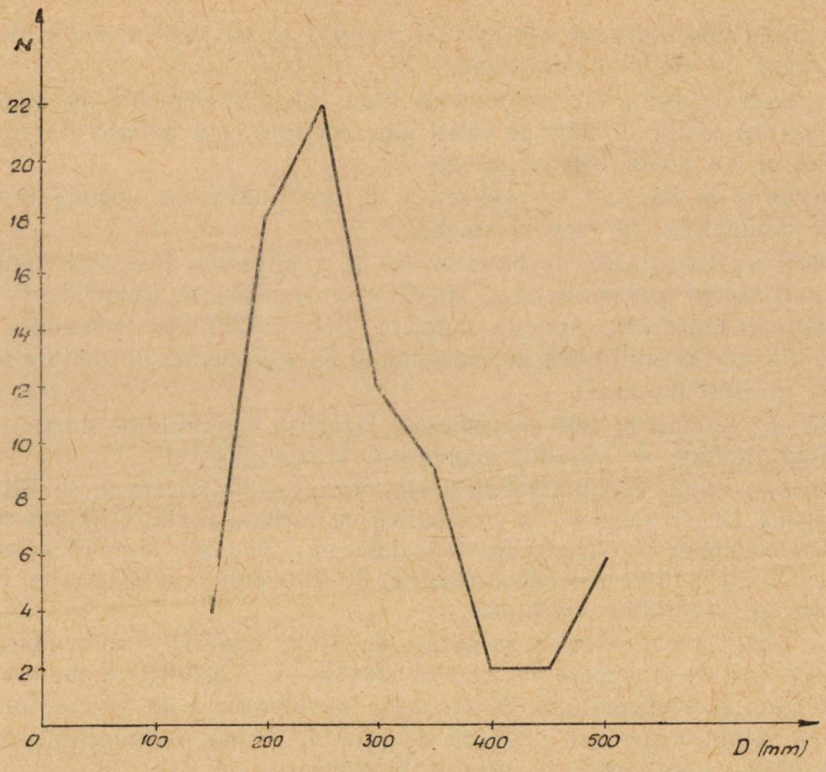


Fig. 2. Repartiția statistică a numărului de standuri inventariate după diametrul modelului.

Similitudinea cinematică se traduce în cazul mașinilor hidraulice prin stabilirea raportului turațiilor sau a căderilor optime.

Acestea rezultă din relațiile:

$$v = k_v\sqrt{2gH} \qquad u = \frac{\pi Dn}{60}.$$

Se va lua în discuție un raport sau celălalt în funcție de metodica de încercare preferată.

În literatura mondială s-au încetățenit două metodici de încercarea turbinelor model:

a) la cădere constantă;

b) la turație constantă.

Ambele prezintă avantaje și dezavantaje și permit stabilirea tuturor regimurilor posibile de funcționare ale mașinii.

În continuare se ia raportul căderilor drept factor caracteristic al similitudinii cinematice, deci încercări pe modele la cădere constantă în stațiu-

nea proiectată. Limita inferioară a căderii nu apare din punct de vedere cinematic decît într-o discuție eventuală asupra preciziei măsurătorilor. Limita superioară a căderii se impune din punct de vedere economic (din cauza puterii consumate de către stațiune).

Analiza statistică pe baza stațiunilor similare existente în lume este prezentată în fig. 3 și fig. 4.

Rezultatele analizei din fig. 2, 3 și 4 nu sînt concludente ci doar informative în alegerea diametrului, căderii și puterii modelului și stațiunii.

Corelarea redată tratează cu aceeași pondere stațiuni moderne și mai vechi, stațiuni construite după criterii științifice cu cele încropite empiric, pe cele ai căror realizatori au avut fonduri necesare pentru realizarea tuturor cerințelor impuse de proiectant cu cele ce au realizat, un compromis tehnico-economic. Această situație apare datorită lipsei unor date complete și din cauza complexității și variabilității stațiunilor de laborator, pentru încercarea turbinelor Francis și Kaplan din punct de vedere energetic și cavitațional, care au fost comparate.

Domeniul de alegere al diametrului și căderii turbinei model se va limita prin considerente asupra similitudinii dinamice incomplete asupra mașinilor hidraulice.

Similitudinea dinamică incompletă este favorizată printr-un complex de factori ce se realizează în cadrul stațiunilor hidraulice.

Respectarea criteriului de similitudine Reynolds prin realizarea unor modele la scară redusă conduce în general la viteze exagerat de mari ale curentului hidraulic. Vitezele și căderile mari asigură prin turația ridicată gabarite reduse modelului de turbină însă pierderile hidraulice exagerate — cu toate încercările de profilare și mărire a dimensiunilor stațiunii — fac soluția neeconomică. În această variantă se ivesc spre soluționare probleme dificile legate de rezistența pereților solizi ai stațiunii, de etanșările și de vizualizarea adecvată a părților care interesează.

Calculul numărului Reynolds indică însă o situație fericită prin faptul că agregatele industriale de puteri și dimensiuni mari lucrează în regim turbulent dezvoltat unde pierderile hidraulice sînt independente de numărul Reynolds fiind funcție numai de rugozitatea relativă a pereților.

Realizînd pe cît posibil similitudinea geometrică perfectă (macroscopică și microscopică), deci pe cît posibil similitudinea rugozității suprafețelor — problemă foarte dificilă în cazul unui model la scară mult redusă față de agregatul industrial — se poate asigura un regim de automodelare în cadrul stațiunii chiar și fără respectarea egalității numărului Reynolds. Literatura indică rezultatele valoroase însă singulare ale lui Chistiakov [6] în acest sens.

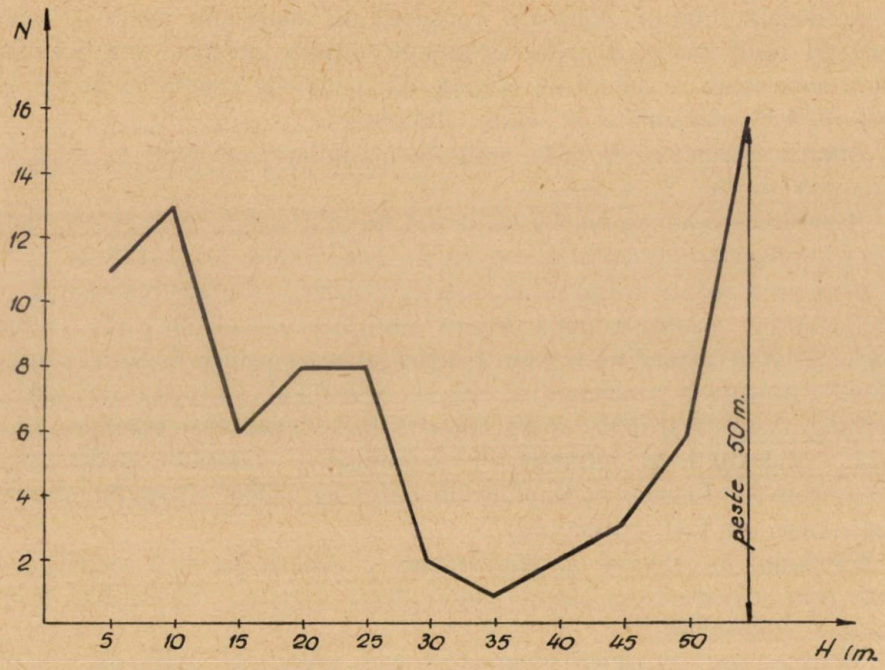


Fig. 3. Repartiția statistică a numărului de standuri inventariate după căderea de încercare a lor (N stațiuni cu căderea maximă de încercat pînă la H).

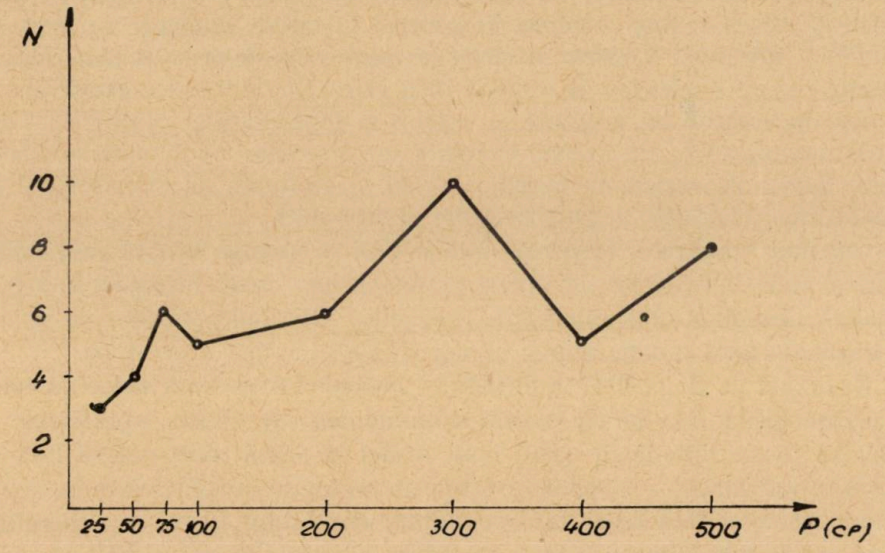


Fig. 4. Repartiția statistică a numărului de standuri inventariate după puterea lor de încercare (N stațiuni cu puteri de antrenare pînă la P).

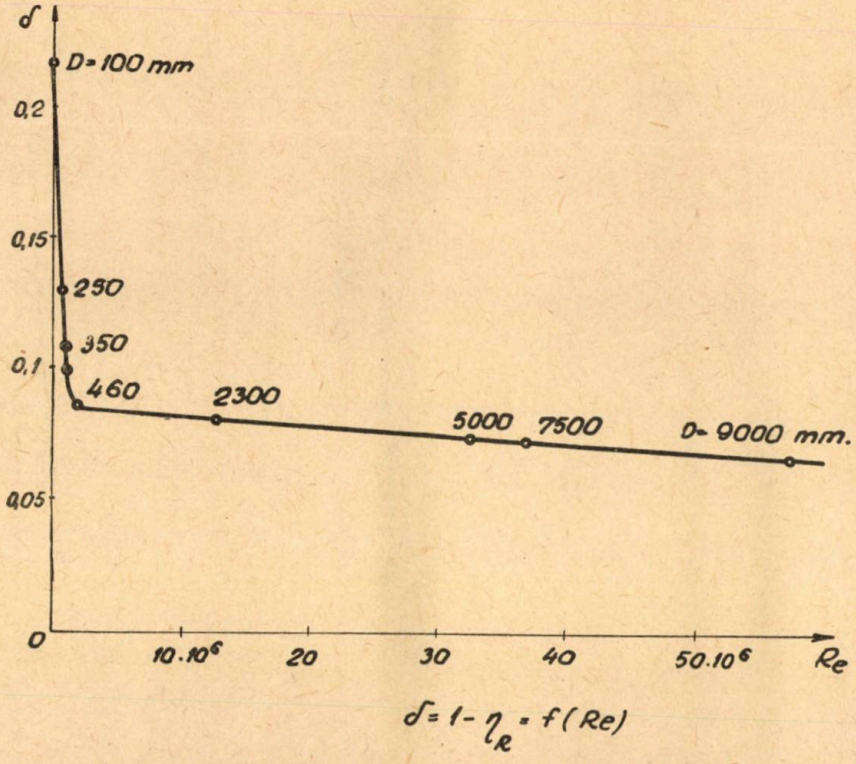


Fig. 5. Dependenţa pierderilor dintr-o turbină hidraulică în funcţie de regimul hidrodinamic.

Dependenţa pierderilor hidraulice de numărul Reynolds şi de dimensiunile modelului sînt redate în fig. 5.

Condiţia realizării unui regim turbulent dezvoltat în modelul de turbină pentru a asigura automodelarea este $Re \geqslant (1—2) \cdot 10^6$ după cum rezultă din fig. 5. Asigurarea unui strat limită turbulent al curentului în zona modelului rezultă în mod similar din recomandările C.E.I. şi din [2]:

$$D\sqrt{H} \geqslant 0{,}5.$$

S-a găsit astfel o legătură limitativă inferioară în alegerea diametrului şi căderii de încercare a modelului fig. 6.

Pentru alegerea datelor de proiectare ale unei staţiuni trebuie asigurată în orice regim de încărcare a turbinei model, deci şi la debite şi încărcări parţiale, condiţia regimului turbulent dezvoltat în stratul limită.

Sensul expresiei $D\sqrt{H} \geqslant 0{,}5$ este prea general.

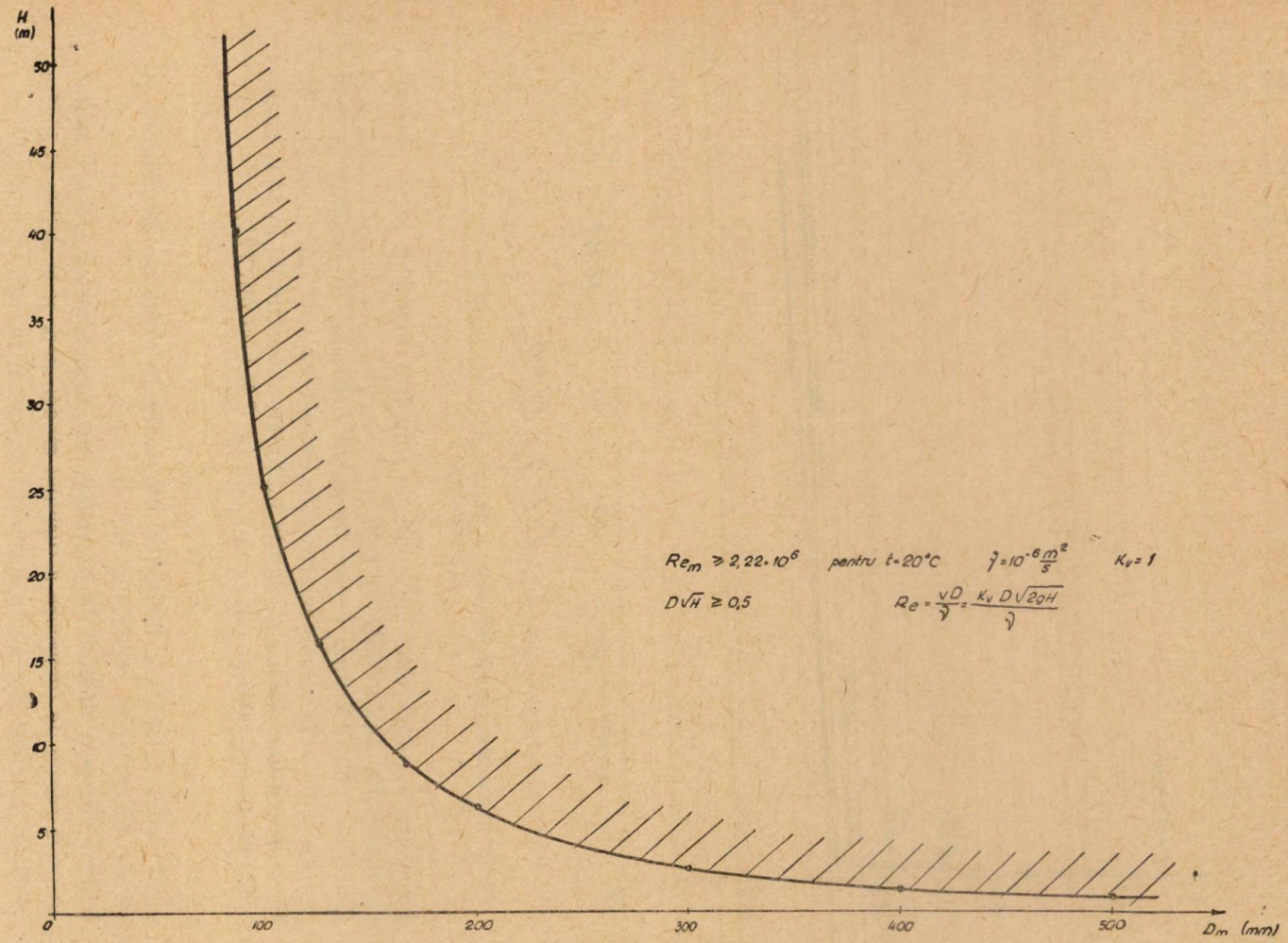


Fig. 6. Curba limită pentru asigurarea unui regim turbulent dezvoltat într-o turbină hidraulică.

Condiția de automodelare arată că în natură și pe model se va realiza același regim hidraulic indiferent de calitatea suprafețelor. Relația de transpunere va trebui să țină cont de diferența în ceea ce privește rugozitatea suprafețelor care nu este realizabilă în similitudine geometrică la un raport accentuat de micșorare al dimensiunilor de la turbina reală la turbina model.

Cercetări recente [13] susțin că actualmente prin finisările aduse turbinelor mari, calculul stratului limită indică funcționarea acestor agregate în regim turbulent tranzitoriu și este de așteptat ca în viitor să lucreze în regim hidraulic turbulent neted.

Se impune în acest context reconsiderarea relațiilor de similitudine în ceea ce privește pierderile hidraulice și relațiile de transpunere a rezultatelor.

Pentru posibilitățile actuale inginerești pare a fi tentantă introducerea unui criteriu similar conductelor de forma:

$$f\left(\mathrm{Re},\ \sqrt{\lambda},\ \frac{\Delta}{D}\right)=A$$

care să caracterizeze rapid în funcție de valoarea lui A care este regimul de funcționare al turbinei (prin λ se va înțelege un coeficient complex local-longitudinal al pierderilor hidraulice).

Încercarea de înlocuire directă în formula

$$\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}\,\frac{\Delta}{D}=A$$

a valorilor pentru turbina model a lui Re și $\frac{\Delta}{D}$ și a valorii lui $\lambda=f\left(\mathrm{Re}\,\frac{\Delta}{D}\right.$ calculat pentru conducte drepte, conduce la $\Delta\sqrt{H\lambda}=\text{const}$ sau $\Delta\sqrt{H}\cong$ const pentru un λ valoric preluat de la conducte drepte. Ar fi necesare ample verificări experimentale greu de realizat pentru a confirma cele presupuse aici.

În teoria mașinilor hidraulice se arată că o similitudine geometrică și cinematică conduce și la o similitudine de tip Strouhal în ceea ce privește turația turbomașinii respective.

Modelarea fenomentului de cavitație este o problemă foarte complicată. Actualmente în literatură nu există relații complete de similitudine în ceea ce privește cavitația. Este suficient a aminti doar modificările de natură mecanică: dinamică, energetică și tehnologică sau fizică: acustică, termodinamică și fazică introduse de apariția și dezvoltarea cavitației care prin criteriile care le introduc pun mult mai multe condiții restrictive decît variabile există la dispoziția experimentatorilor.

Similitudinea globală dinamică incompletă în ceea ce privește incipiența fenomenului de cavitație sesizat optic sau acustic se poate realiza prin folosirea criteriului de similitudine Euler.

Criteriul Euler

$$\mathrm{Eu}=\frac{p-p_0}{\frac{\rho}{2}v^2}$$

devine coeficient de cavitație

$$\sigma = \frac{p - p_v}{\frac{\rho}{2} v^2}$$

care pentru turbine hidraulice obține forma:

$$\sigma = \frac{\Delta H}{H} = \frac{A - A_t - H_{gs} + \Sigma h_p}{H}$$

după [1].

Soluția economică pentru explorarea valorilor coeficientului de cavitație se preconizează a fi obținută prin variația economică a valorilor lui A în cadrul unei stațiuni închise în circuit. Incipiența fenomenului de cavitație este afectată de conținutul de aer în apă care acționează și asupra curbelor energetice în cazul căderilor mici cînd porțiuni extinse din fluid se găsesc la o presiune mai scăzută decît presiunea atmosferică la trecerea prin turbină. Pentru a nu introduce relații de transpunere a rezultatelor cavitaționale și chiar energetice, în plus, se preconizează încercarea turbinei reale și model în condiții identice de cîmp al presiunilor și vitezelor adică

$$H_m = H_r .$$

Soluția este acceptabilă pentru modele de turbină de cădere mică, în general Kaplan, însă devine neeconomică pentru turbinele care au cădere mare, în general Francis, din aceleași motive ca și cele discutate la similitudinea dinamică Reynolds.

S-au realizat unele încercări din păcate relativ puține și incomplete care să pună în evidență influența căderii de încercare asupra incipienței și curbelor caracteristice energetice și cavitaționale ale turbinelor hidraulice.

Pentru turbine model Kaplan încercate la o cădere sub 10 m s-a remarcat o influență notabilă a căderii asupra curbelor caracteristice [6] (fig. 7). Explicația constă în faptul că la căderi mici la trecerea curentului prin mașină are loc o modificare accentuată a conținutului de aer din apă ce influențează curbele energetice și cavitaționale.

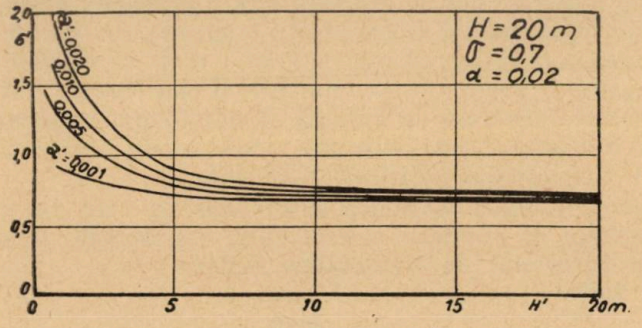


Fig. 7. Variația coeficientului de cavitație cu căderea de încercare pentru diferite conținuturi de aer dizolvat în apă.

Pentru turbinele model Francis s-a observat aceeaşi influenţă asupra curbelor energetice pentru căderi mai mici de 20 m şi cavitaţionale pentru căderi mai mici de 30 m [5] (fig. 8). Este foarte interesant de remarcat alura opusă a curbelor căzătoare din fig. 7 şi 9. O explicaţie plausibilă din partea autorilor lipseşte.

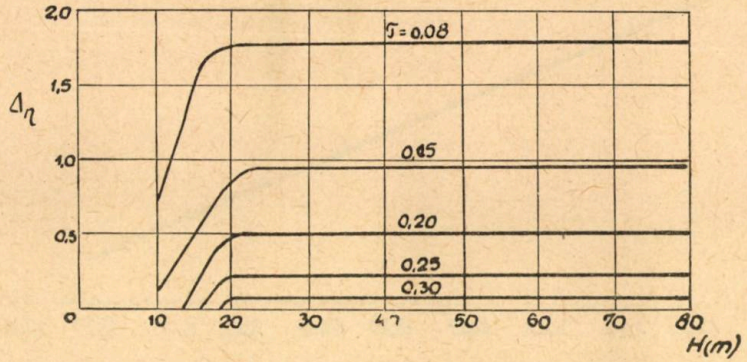


Fig. 8. Variaţia randamentului modelului cu căderea de încercare.

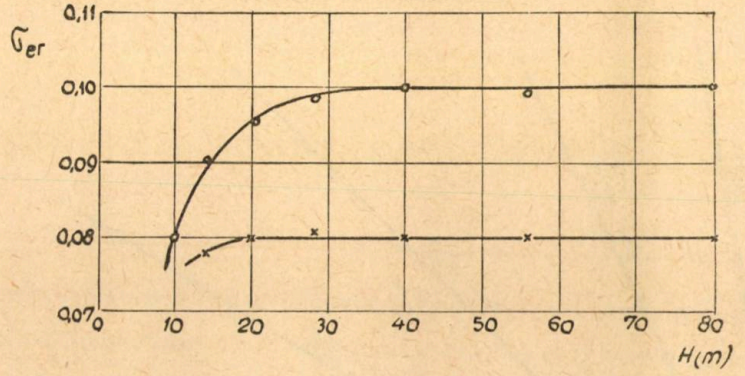


Fig. 9. Variaţia coeficientului de cavitaţie cu căderea modelului.

De aici se pot extrage unele rezultate de interes practic asupra modului orientativ în care trebuie luată căderea în staţiunea model pentru a nu avea o influenţă sesizabilă asupra curbelor energetice şi cavitaţionale. Pentru turbine Kaplan cu turaţie specifică n_s — mare se va lua pe cît posibil căderea modelului egală cu cea a turbinei reale. Pentru turbine Francis cu scăderea turaţiei specifice va creşte diferenţa între căderea turbinei reale şi a turbinei model astfel ca la turaţii specifice minime să nu depăşească căderea modelului $H=40$ m. Pe baza consultării relaţiilor statistice $H=f(n_s)$ pentru turbine realizate se propune pentru turbina model $H_m=f(n_s)$.

Similitudinea dinamică incompletă de tip Froude modelează în domeniul cavitaţiei dezvoltarea similară a cavităţilor deci cavitaţia dezvoltată

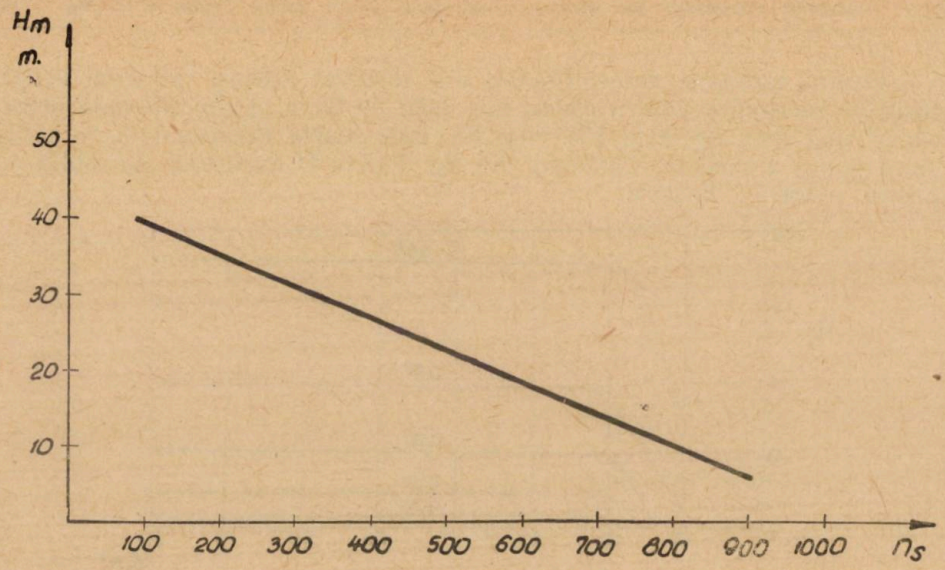


Fig. 10. Dependența limită propusă de variație a căderii de încercare a modelului în funcție de turație specifică pentru a asigura nealterarea încercărilor energetice și cavitaționale din cauza căderii de încercare.

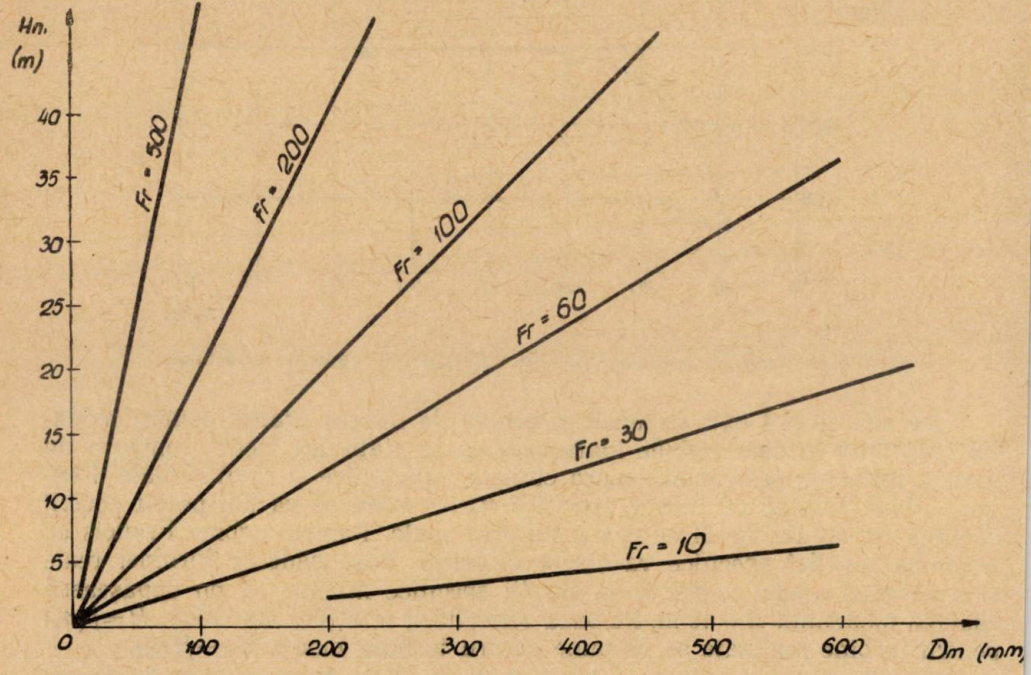


Fig. 11. Curbele ce asigură similitudinea încercărilor în ceea ce privește dezvoltarea fenomenului de cavitație.

prin căderea curbelor energetice va fi modelată simil prin egalitatea criteriului Froude la turbina reală și model :

$$\mathrm{Fr} = \frac{v}{\sqrt{gD}} = \text{const} \quad \text{sau} \quad \frac{H}{D} = \text{const.}$$

Condiția egalității criteriului Froude este ilustrată în fig. 11.

Soluția este acceptabilă pentru turbine de dimensiuni și căderi mari (Francis) însă neeconomică pentru turbine de cădere mică și putere mare (Kaplan). Modelele Kaplan vor lucra fie la căderi prea mici, cu influența notabilă a aerului din apă, sau vor avea dimensiuni prea mari, deci neeconomice. Satisfacerea concomitentă a ambelor criterii, $H = \text{const}$ și Froude, este posibilă numai pentru scara geometrică egală cu unitatea.

O stațiune ideală pentru încercarea turbinelor hidraulice trebuie să realizeze modelul turbinei în similitudine geometrică completă și cinematică în așa fel încît funcționarea turbinei să se apropie cît mai mult de o similitudine dinamică completă prin realizarea unui regim de automodelare și păstrarea aceleiași rugozități relative.

În funcție de scopul încercărilor de cavitație se va asigura o similitudine dinamică incompletă de tip Froude sau pe baza cercetărilor experimentale se va lua o cădere a modelului care să asigure nedeformarea curbelor caracteristice energetice și cavitaționale. Pe de altă parte trebuie să avem de grijă ca în regimul de proiectare să nu avem nevoie de o putere exagerată și ca în toate regimurile de încercare ale modelului în condițiile de similitudine preconizate grupul de pompare să asigure puterea și parametrii ceruți de către turbina model.

Calculul unei stațiuni hidrodinamice se continuă după indicațiile din [3] și [7]. Pentru reabsorbitor se pot folosi datele din [2] și [8] iar conductele de racord cu restul armăturilor se iau din [9]. Variante de antrenare se indică în [10] și sistemul de creare a presiunii variabile în circuit este descris în [11] și [4].

BIBLIOGRAFIE

1. A. Bărglăzan, I. Anton, V. Anton, I. Preda, *Încercările mașinilor hidraulice și pneumatice*. Editura tehnică, 1959, București.
2. M. Bărglăzan, Metodica încercărilor energetice și de cavitație la turbinele Kaplan. Proiect de diplomă, 1961.
3. I. Anton, M. Bărglăzan, Stațiune pentru încercarea energetică și cavitațională a turbinelor hidraulice. Protocol. Convenție de colaborare, 1962.
4. I. Preda, A. Anghel, M. Bărglăzan, Caracteristicile energetice și cavitaționale ale turbinelor pentru centrala hidroelectrică Roznov II. Buletinul de Studii și cercetări, Științe tehnice, Tom X nr. 1, 1963, Timișoara.
5. I. Osterwalder, W. Lechnor, Influence of head and air content on cavitation. Escher Wyss, 1961.
6. S. P. Hutton, Uber die voraussage des Verhaltens von Wasserturbinen auf Grund von Modellversuchen. Schweizerische Bauzeitung Nr. 24, 1959.
7. A. S. Gorșkov, A. A. Ruseţkii, *Kavitaționnîe trubî*. Sudpromghiz Leningrad, 1962, p. 131—154.

8. M. Bărglăzan, Contribuții la calculul reabsorbitoarelor. Conferința de mașini hidraulice, 1964, Timișoara.
9. U. Agroskin, *Ghidravlika*. Gosenergoizdat, 1954, Moskova, p. 128.
10. B. Eck, *Ventilatoren*. Springer Verlag Berlin, 1957, p. 148—150.
11. I. Anton, Influența formei suprafeței paletelor rotorului asupra caracteristicilor de cavitație la pompa centrifugă IMB 80. Studii și cercetări, Științe tehnice, Timișoara, Tom. VII nr. 1—2, 1960.
12. A. Bărglăzan, Contribuții la studiul și proiectarea turbinelor Francis pentru căderi variabile Energ. Hidroteh. București 11—12, 1954.
13. I. E. Etinberg, *Teoria i rasciot protocinoi ceasti povorotnolopastnîh ghidroturbin*. Mașinostroenie. 1965, Moskva. p. 250.

ИЗУЧЕНИЕ И ВЫБОР ГЛАВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СТЭНДА ДЛЯ МОДОЛЕЙ ТУРБИН ФРЭНСИСА И КАПЛАНА

(РЕЗЮМЕ)

После введения в вопрос гидравлических стэндов для модельных испытаний турбин, рассматривается необходимость и возможность осуществления подобия модельной турбины при этих испытаниях.

На основании некоторых принципов частичного динамического подобия, а также некоторых экономических критериев делается попытка ограничения значений диаметра и испытательного напора модельной турбины.

Предлагаются критерии для общей характеризации режима работы турбины и изменение испытательного напора с удельным числом оборотов турбины с целью избежать деформации потока при моделировании начала явления кавитации.

Кратко рассматриваются главные составные элементы стэнда.

STUDIUM UND WAHL DER HAUPTBESTANDTEILEN EINES HYDRODINAMISCHEN PRUFSTANDES FÜR FRANCIS UND KAPLAN MODELLTURBINEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Nach einer Einleitung in die Probleme der hydrodinamischen Prüfstände für Modellturbinenuntersuchungen wird die Anwendungsnotwendigkeit und Möglichkeit der Ahnlichkeit von Modellturbinen in diesen Prüfständen besprochen.

Auf Grund einiger unvollständigen dynamischen Ähnlichkeitsbedingungen und wirtschaftlichen Kriterien wird eine Begreuzung des Durchmesser- und Fallhöhenwertes der Modellturbine gemacht.

Es werden Kriterien für das allgemeine Charakterisieren der Betriebszuständen der Turbine und Veränderung der Versuchsfallhöhe mit spezifischer Drehzahl zur Verhütung einer Strömungsverschlechterung in der Modellierung des Inzipienzvorganges von Kavitation vorgeschlagen.

Gleichfalls werden die Hauptbestandteile des Prüfstandes behandelt.

ȘTAND PENTRU INCERCAREA APARATAJULUI HIDRAULIC DIN SISTEMELE HIDRAULICE ALE MAȘINILOR-UNELTE

DE

E. DODON, G. URDEA, C. NICA

În vederea încercării diverselor elemente și sisteme hidraulice din mașinile-unelte s-a conceput standul hidraulic prezentat în figura 1. Acesta poate servi și la rodajul elementelor și sistemelor care pot fi supuse încercărilor.

Pe standul prezentat se pot efectua încercările următoarelor elemente hidraulice: pompe volumice, hidromotoare liniare și rotative, distribuitoare, drosele, filtre, supape, regulatoare de viteză.

1. Principalul parametru care se verifică la pompe este debitul. În prealabil însă, toate pompele se supun unui rodaj de cca 5 ... 10′ [1], pentru ajustarea prin funcționare a pieselor lor componente. În vederea încercării pompei, aceasta se montează în locul pompei P_1 din schema standului (fig. 1).

Standul conceput permite măsurarea debitului prin două metode:

a) Cu vas etalonat — pentru debite mici. Pompa de încercat P_1 debitează lichid în colectorul *10*, de unde prin conductele *11*, *12*, droselul *13*, distribuitorul *14*, robinetul cu 3 căi *15*, lichidul ajunge în vasele etalonate *2*. Vasele se pot umple în paralel sau succesiv, deschizînd corespunzător robinetele dintre ele.

Distribuitorul *14* este prevăzut cu comandă electromagnetică și fantă centrală deschisă pentru ca deflectarea debitului să se facă cît mai rapid, iar în momentul deplasării sertarului să nu se producă tăierea jetului de fluid în linia de refulare a pompei.

b) Cu debitmetru cînd lichidul parcurge același circuit ca și la metoda anterioară cu deosebire că de la robinetul *15*, fluidul este trimis în hidromotorul rotativ *3* folosit ca debitmetru și pe arborele căruia este montat tahogeneratorul *8*.

În scopul măririi domeniului de măsurare a debitelor este prevăzut un voltmetru *4* cu mai multe scări.

Schema este prevăzută cu comutatorul special *5* care permite măsurarea debitului indiferent de sensul în care se rotește hidromotorul *3*.

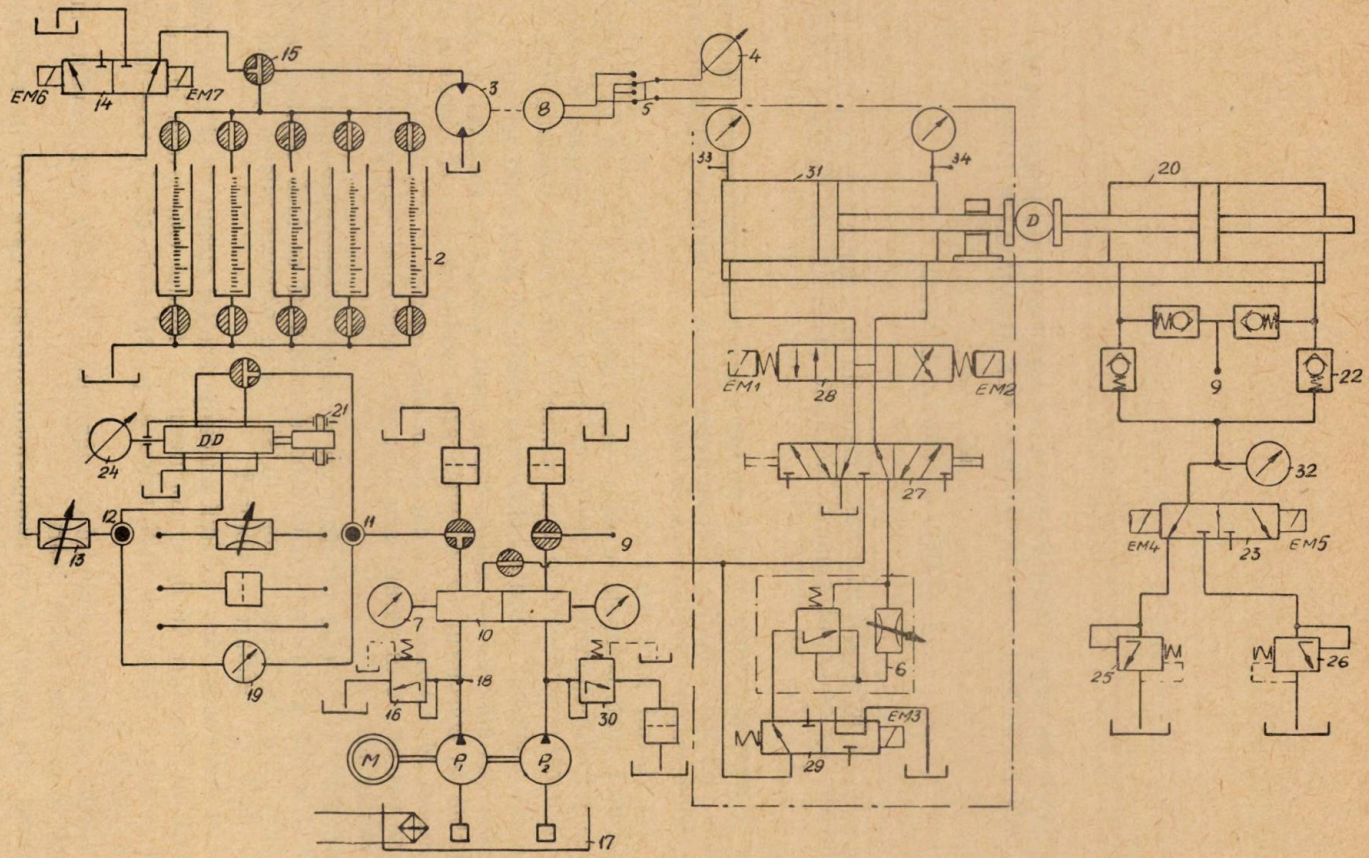


Fig. 1. Schema standului.

La încercarea pompelor, debitul lor se măsoară la diferite presiuni în linia de refulare fixate cu ajutorul supapei de limitare a presiunii *16*. La controlul presiunii realizate servește manometrul 7.

În scopul modificării vîscozității uleiului rezervorul *17* este prevăzut cu instalații de încălzire și răcire.

Pe baza măsurătorilor efectuate pe stand, se pot trasa următoarele caracteristici ale pompelor:

$$Q=f(p);\quad \eta_v=f(p);\quad \eta_v=f(t);\quad \eta_{tot}=f(p);\quad P=f(p).$$

La măsurarea puterii totale absorbită de pompă se folosește o trusă wattmetrică.

2. La încercarea hidromotoarelor lineare se urmărește trasarea caracteristicii $F_f=f(p)$, precum și modul de comportare a acestuia la diverse presiuni și viteze.

Hidromotorul 20 de încercat (fig. 1) se încarcă cu forțe prin intermediul grupei de supape de sens unic *22*, distribuitorul *23* și supapele de contrapresiune *25* și *26*. Alimentarea sa cu fluid sub presiune se realizează prin pompa P_2, colectorul *10* și conducta *9*. Reglarea presiunii pompei P_2 se va realiza prin supapa de limitare a presiunii *30*.

Antrenarea hidromotorului *20* de încercat se va realiza prin hidromotorul *31* alimentat cu fluid sub presiune de la pompa P_1. Utilizînd dinamometrul *D* și manometrul *32* se poate trasa caracteristica amintită mai sus.

La dinamometrul *D* se măsoară forța totală dată de relația

$$F_t=F_H+F_f,\quad \text{în care}\quad F_H=p\frac{\pi d^2}{4};$$

S-a notat:

F_H — forța hidraulică ce acționează asupra pistonului hidromotorului de încercat;

F_f — forța de frecare în hidromotor;

p — presiunea în camera de lucru a hidromotorului indicată de manometrul *32*;

d — diametrul interior al cilindrului hidromotorului.

Forța de frecare rezultă din expresia forței totale.

În cazul hidromotoarelor rotative se trasează caracteristica $M_t=f(p)$ la diverse turații. În vederea încercării, hidromotorul rotativ se montează în locul debitmetrului *3* din figura 1.

3. Încercarea distribuitoarelor.

Montarea distribuitoarelor *DD* de încercat se va face între punctele *11* și *12* (fig. 1).

Se pot trasa următoarele caracteristici :

$$Q=f(\delta) \text{ și } p=f(Q); \quad F=f(p)$$

unde :

Q este debitul ce trece prin distribuitor ;

δ — deplasarea sertarului distribuitorului ;

F — forța necesară deplasării sertarului ;

p — presiunea lichidului distribuit ;

p — căderea de presiune în distribuitor, măsurabilă cu manometrul diferențial *19*.

Mărimea δ se realizează cu cama *21* și se măsoară cu comparatorul *24*. Forța de deplasare se măsoară cu un dinamometru, independent de stand, evident și la diferite intervale de timp.

4. Încercarea droselelor.

Eficiența droselului se definește cu raportul dintre presiunea p_2 după drosel și presiunea p_1 din fața droselului [2].

$$\eta=\frac{p_2}{p_1}.$$

Montat pe stand între punctele *11* și *12* cu ajutorul manometrului diferențial *19* se pot determina p_1 și p_2, respectiv căderea de presiune pe drosel Δp. Se poate apoi trasa curba $Q=f(\Delta p)$.

Se poate executa și etalonarea droselului. În acest scop se va măsura debitul scurs prin el la diverse unghiuri θ de rotire a tijei droselului, trasîndu-se diagrama $Q=f(\theta)$;

La deschideri mici ale droselelor, datorită fenomenului de obliterație, curba $Q=f(\theta)$ se va trasa din timp în timp, în scopul determinării influenței acesteia asupra valorii debitului la aceeași secțiune de trecere a uleiului.

5. Încercarea filtrelor.

Acestea se montează pe stand (fig. 1) între aceleași puncte *11* și *12*. Căderea de presiune pe filtru se măsoară cu același manometru diferențial *19* iar debitul ce trece prin el cu una din metodele amintite mai sus. Se pot trasa deci caracteristicile

$$Q=f(\Delta p) \text{ și } Q=f(\tau)$$

unde

p este căderea de presiune pe filtru ;

τ — timpul în ore.

Cea de a doua caracteristică se va trasa din timp în timp pentru a putea aprecia gradul de îmbîcsire al filtrului.

6. Încercarea supapelor.

Se efectuează montînd supapa deasemeni între punctele *11* și *12*. Variația presiunii uleiului din sistem, datorită instabilității supapei se va citi cu ajutorul elementului traductor *18*, descris în lucrarea [3].

7. Incercarea regulatoarelor de viteză.

Se știe că regulatoarele de viteză pot fi montate în schemele de acționare în mai multe moduri. Standul permite prin comutări simple, montarea unui regulator de viteză în trei moduri: la ieșire, la intrare paralel și în paralel cu hidromotorul *31*.

Regulatorul de viteză *6* de încercat (vezi fig. 1) servește la reglarea și menținerea constantă a vitezei hidromotorului *31*. La această încercare hidromotorul *20* va servi ca hidromotor de încărcare, creind forța rezistență, a cărei valoare poate fi citită la dinamometrul *D*.

Variația forței rezistente creată la hidromotorul *31* se obține prin intermediul supapelor de contrapresiune *25* și *26* montate la eșirea din hidromotorul *20*. Introducerea uneia în circuit sau a celeilalte supape se face prin intermediul distribuitorului *23* comandat de către electromagneții *EM*4 și *EM*5.

Calitatea regulatorului de viteză încercat, se apreciază după gradul de menținere constantă a vitezei hidromotorului *31*, iar dintre cele trei posibilități de montare a lui, cu ajutorul distribuitoarelor *27* și *29*, se indică varianta cea mai avantajoasă.

Standul poate fi adaptat pentru verificarea subansamblelor hidraulice ale mașinilor-unelte cît și pentru încercarea sistemelor de copiere.

Instalația electrică a standului asigură comenzile necesare pentru efectuarea încercărilor descrise mai sus. Schema instalației este prezentată în figura 2.

Pornirea motorului are loc la apăsarea butonului de pornire *BP*.

Oprirea motorului are loc la apăsarea butonului *BO*.

Pentru comanda electromagneților ce produc deplasările sertarelor distribuitoare se utilizează tensiunea rețelei de 220 V.

Comanda mișcării hidromotorului *31* se realizează cu ajutorul limitatoarelor de cursă *LS*, *LD*, releul intermediar RL_{12} cu trei contacte și electromagneți *EM*1, *EM*2 a distribuitorului *29*.

Comanda încărcării hidromotorului *20* se efectuiază manual prin intermediul butoanelor *BD*, *BS*, a releului intermediar RI_{45} cu trei contacte și electromagneți *EM*4 și *EM*5 ce aparțin distribuitorului *23*.

La schimbarea conectării regulatorului de viteză servesc butoanele *BRC*, *BRD*, releul intermediar RI_3 cu două contacte și electromagnetul *EM*3 ce aparține distribuitorului *29*.

In scopul micșorării erorii la măsurarea debitului cu vasul etalonat se folosește un distribuitor *14* comandat electromagnetic, care trimite fluidul fie în vasul etalonat, fie la rezervor. Aceste comenzi se realizează electric prin butoanele *BV*, *BR*, releul intermediar RI_{67} cu trei contacte și electromagneții *EM*6 și *EM*7 ce aparțin distribuitorului *14*. In acest fel eroarea de timp la măsurarea debitului cu vasul etalonat este mai mică.

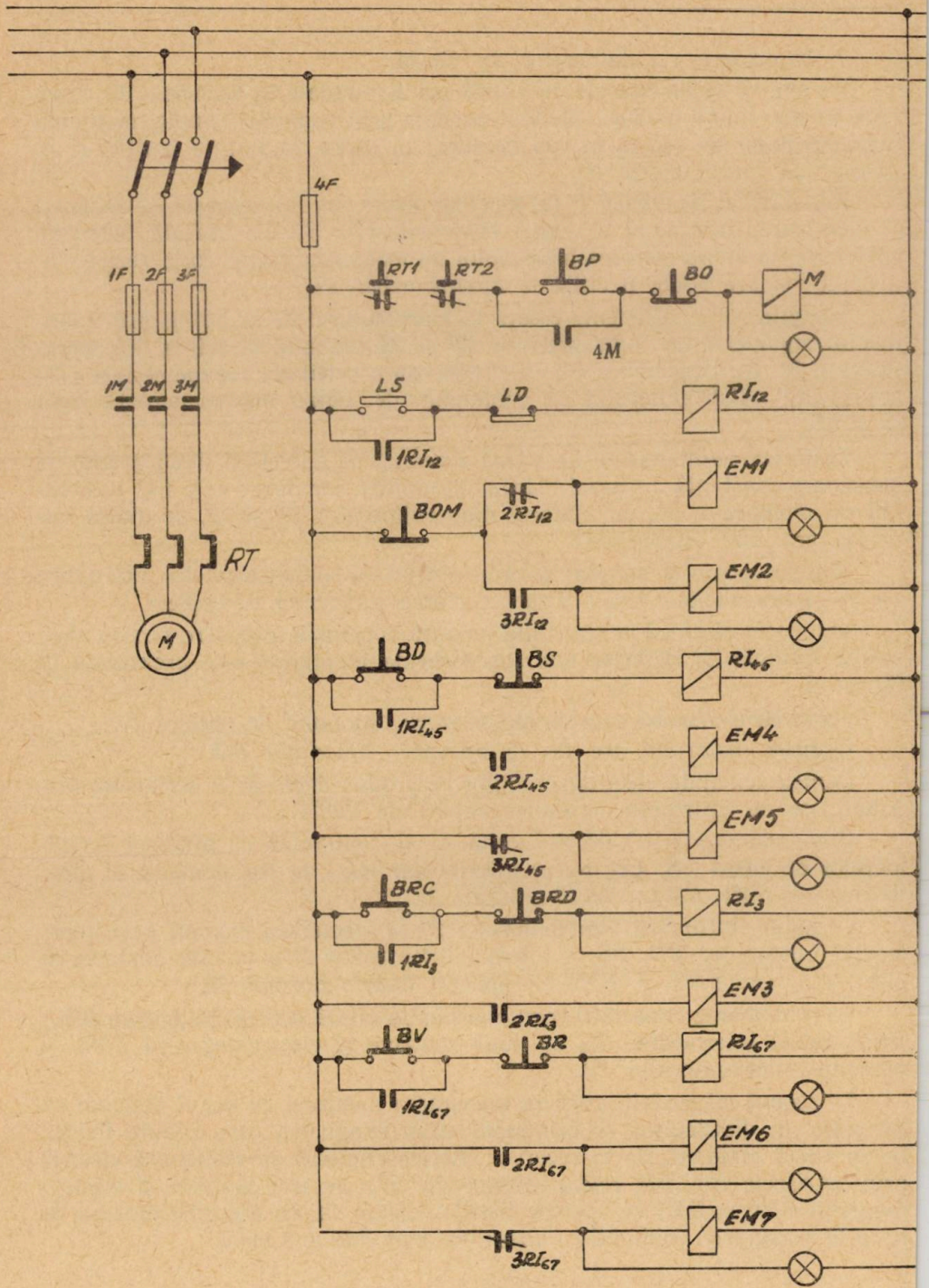


Fig. 2. Schema electrică a ștandului.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Z. Zaicenko, L. M. Mîșlevska, Lopastnîie nasosî i ghidromotorî. Moskva, Mașinostroienie, 1964.
2. I. Z. Zaicenko, Stand pentru încercarea droselelor. Stanki i instrument nr. 7, 1960.
3. E. Dodon, G. Urdea, C. Nica, Element traductor pentru variațiile de presiune în sistemele hidraulice ale mașinilor-unelte.

СТЭНД ДЛЯ ИСПЫТАНИЯ АППАРАТАЖА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ СТАНКОВ

(РЕЗЮМЕ)

В работе опысывается гидравлический стэнд, строящийся для лаборатории кафедры «Технология машиностроения».

Рассматриваются схемы для испытания различного аппаратажа (насосов, гидродвигателей, клапанов, затворов, регуляторов скорости, распределителей, фильтров и т.п.), которые могут быть осуществлены на стэнде для построения их характеристик.

Стэнд предназначен для испытания и изучения аппаратажа гидравлических систем станков.

PRÜFSTAND FÜR DIE HIDRAULISCHEN SYSTEME DER WERKZEUGMASCHINEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

In dieser Arbeit wird ein hydraulischer Prüfstand für das Laboratorium des Maschinenbautechnologie-Kateder vorgeführt.

Es werden die Prüfschemen der verschiedenen Aparate (hydraulische Pumpen, Ventilen, Drossel, Geschwindigkeitsregulatoren, Verteiler Filter u.a.) beschrieben, Schemen zum prüfen dieser Aparate, welche auf dem Prüfstand ausgeführt werden können.

Der Stand ist zum prüfen der Aparatur hydraulischer Systeme der Werkzeugmaschinen bestimmt.

INTEGRAREA SISTEMULUI DE ECUAȚII DIFERENȚIALE CE CARACTERIZEAZĂ PROCESELE TERMICE DIN TURNURILE DE RĂCIRE PELICULARE

DE

N. OANCEA

Se consideră un volum elementar (fig.1) situat la cota z, la oglinda unei pelicule de apă ce se prelinge pe o placă care este spălată în contracurent de un jet de aer. Scriind bilanțul termic pentru apă, pentru aer și bilanțul material, se obține următorul sistem de ecuații diferențiale :

$$\frac{dt_w}{dz} = \frac{\sigma}{G_w \cdot c_w}\left[(r + c_{pv}t_L - c_w t_w)(x_s - x) + \frac{\alpha}{\sigma}(t_w - t_L)\right] \tag{1}$$

$$\frac{dt_L}{dz} = \frac{\alpha}{M \cdot G_L \cdot c_p}(t_w - t_L) \tag{2}$$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\sigma}{G_L}(x_s - x). \tag{3}$$

În relațiile (1)—(3) M este un coeficient de corecție care ține cont de faptul că vaporii produși la suprafața peliculei la temperatura t_w se încălzesc și părăsesc volumul considerat la temperatura $t_L + dt_L$, G_w reprezintă debitul orar [kg/h], x este umiditatea absolută a aerului [gr/kg], c_p este căldura specifică la presiune constantă [J/kg °K], α coeficientul de transfer termic [W/m² °K], σ coeficientul de transfer de masă [kg/m²h].

Sistemul de ecuații (1)—(3) cuprinde sub forma cea mai generală legile proceselor termice care au loc în cazul schimbului simultan de căldură și masă în cazul unei pelicule în mișcare, dacă se consideră că temperatura peliculei este egală cu temperatura curentului de apă (se neglijează căderea de temperatură în peliculă).

Pentru rezolvare, fiind 4 necunoscute (t_w, t_L, x și x_s) vom apela la ecuația curbei limită :

$$x_s = f(t_w). \tag{4}$$

Deoarece relația (4) nu se poate exprima sub forma unei relații matematice simple, vor fi necesare simplificări.

Cazul I

Se fac simplificările:

$$\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p} = 1 \tag{5}$$

$$(x_s - x) \cdot c_w \cdot t_w = 1 \tag{6}$$

$$x_s = a + b \cdot t_w . \tag{7}$$

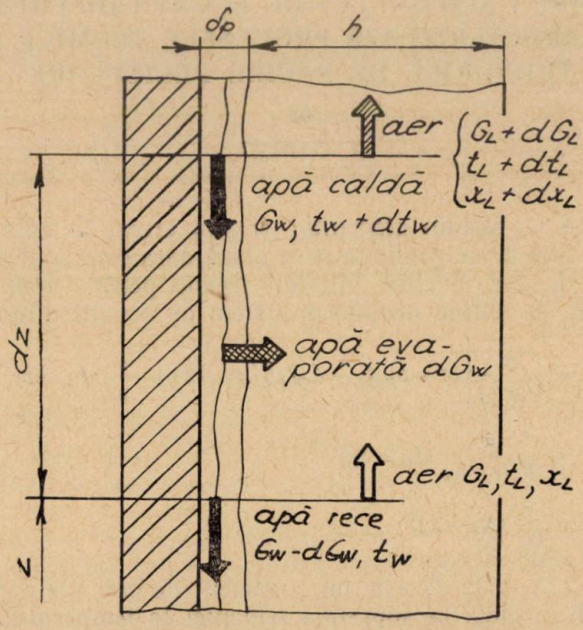


Fig. 1. Procesele de schimb termic și de masă care au loc în elementul de volum.

Dacă $\frac{\alpha}{\sigma c_p} = 1$ caz confirmat în cercetare, efectul simplificării din relația (5) este eroarea ΔQ_1, o supradimensionare a instalației. În schimb eroarea ΔQ_2 rezultată prin simplificarea din relația (6) și care reprezintă căldura conținută de apa evaporată la temperatura peliculei, conduce la o dimensionare în minus.

În calcule se operează cu $Q_{conv} + Q_{evap}$, în timp ce în realitate căldura schimbată este Q_{total}.

Pentru intervale mici, simplificarea din relația (7) nu introduce erori prea mari dacă dreapta aproximată pentru variația umidității aerului la saturație se trasează în așa fel încît abaterea față de curba reală să fie

aceeași în punctul corespunzător temperaturii medii a apei calde și în punctele extreme.

In acest caz, ecuațiile (1)—(4) devin:

$$\frac{dt_w}{dz} = \frac{\sigma}{G_w \cdot c_w}(i_s - i_L) \tag{8}$$

$$\frac{dt_L}{dz} = \frac{\alpha}{M \cdot G_L \cdot c_p}(t_w - t_L) \tag{9}$$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\sigma}{G_L}(x_s - x) \tag{10}$$

$$x_s = a + b \cdot t_w . \tag{11}$$

Considerînd cunoscute condițiile de capăt — de exemplu considerînd că în partea inferioară a instalației (pentru $z=0$) parametrii apei și ai aerului sînt t_{w1} respectiv t_{L1}, avem:

$$G_L(i - i_L) = G_w \cdot c_w \cdot (t_w - t_{w1}) \tag{12}$$

$$i_s = (a + b \cdot t_w) r + c_p \cdot t_w = ar + (br + c_p) t_w \tag{13}$$

de unde:

$$i = i_1 + \frac{G_w}{G_L} \cdot c_w (t_w - t_{w1}) = \left(i_1 - \frac{G_w}{G_L} c_w t_{w1}\right) + \frac{G_w}{G_L} c_w \cdot t_w \tag{14}$$

Introducînd relația (14) în relația (8) obținem:

$$\frac{dt_w}{dz} = \frac{\sigma}{G_w \cdot c_w}\left[\left(ar - i_1 + \frac{G_w}{G_L} c_w t_{w1}\right) + \left(br + c_p - \frac{G_w}{G_L} \cdot c_w t_w\right)\right]. \tag{15}$$

Relația (15) se poate integra ușor dacă nu se ia în considerație dependența de temperatură a căldurii de evaporare și a căldurii specifice a aerului umed. Se obține:

$$t_w = \frac{1}{br + c_p + \frac{G_w}{G_L} c_w} e^{\frac{br + c_p - \lambda c_w}{G_w c_w} z} - (ar - i_1 + \lambda c_w t_{w1}). \tag{16}$$

Cu relația (16) se poate calcula evoluția temperaturii apei în lungul plăcii, atunci cînd este dată starea aerului și a apei în partea inferioară a instalației.

Bineînțeles, cu relația (16) se poate calcula și suprafața de schimb atunci cînd este dată temperatura apei calde, printr-o așezare corespunzătoare a termenilor.

Pentru evoluția temperaturilor aerului și a umidității absolute a acestuia se pot căuta soluții de forma :

$$t_L = \alpha_1 e^{y_1 z} + \alpha_2 \tag{17}$$

$$x_L = \beta_1 e^{y_2 z} + \beta_2 . \tag{18}$$

Coeficienții α_1, α_2, β_1 și β_2 se obțin prin indentificare.
Exponentul y_1 are valoarea :

$$y_1 = \sigma \frac{b \cdot r + c_p - \frac{G_w}{G_L} c_w}{G_w \cdot c_w} . \tag{19}$$

Introducînd valoarea exponentului y_1 din relația (19) în relațiile (17) și (18) se obține :

$$t_L = \frac{C_1 e^{y_1 z}}{1 + \frac{MG_L}{\sigma} y_1} + C_2 \tag{20}$$

$$x_L = \frac{1}{b} \frac{C_1 e^{y_1 z}}{1 + \frac{G_L}{\sigma} y_2} + C_2 . \tag{21}$$

Cazul 2

Se mențin simplificările făcute prin relația (5) și relația (6). In schimb se consideră că alura curbei limită este o parabolă.

$$x_s = a_1 + b_1 t_w + c_1 t_w^2 . \tag{22}$$

In acest caz :

$$i_s = a_1 r + (b_1 r + c_p) t_w + c_1 r t_w^2 . \tag{23}$$

$$i_s - i = \left(a_1 r - i_1 + \frac{G_w}{G_L} c_w t_{w1} \right) + \left(br + c_p - \frac{G_w}{G_L} \right) t_w + c_1 r t_w^2 . \tag{24}$$

Ecuația diferențială (1) devine :

$$\frac{dt_w}{\left(a_1 r - i_1 + \frac{G_w}{G_L} c_w t_{w1} \right) + \left(b_1 r + c_{pv} - \frac{G_w}{G_L} c_w \right) t_w + c_1 r t_w^2} = \frac{\sigma}{G_w \cdot c_w} \cdot dz. \tag{25}$$

Pentru simplificare se notează :

$$a_1 r - i_1 + \frac{G_w}{G_L} c_w \cdot t_{w1} = C_1 \tag{26}$$

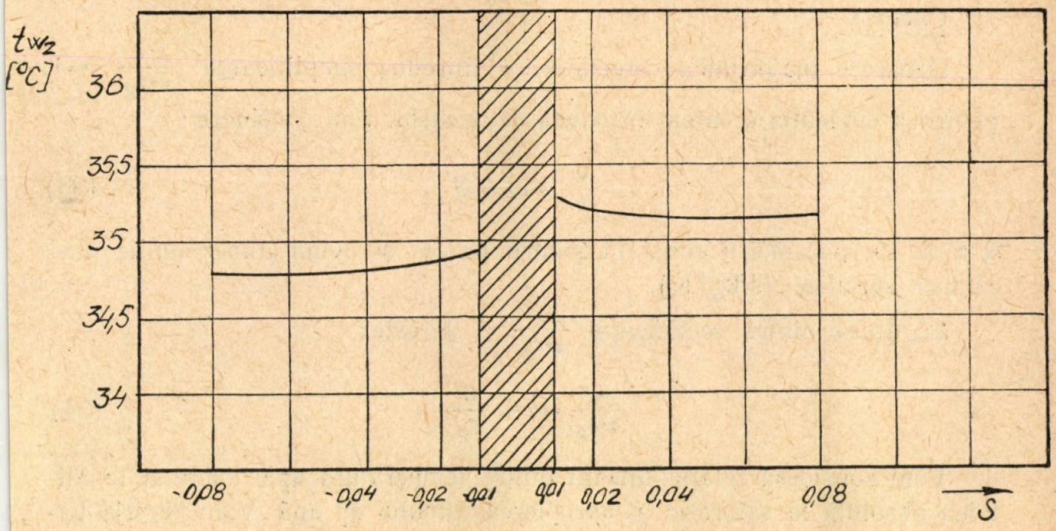


Fig. 2. Temperatura apei la intrare $t_w = f(S)$.

$$b_1 r + c_{pv} - \frac{G_w}{G_L} = B_1 \tag{27}$$

$$C_1 r = A_1 . \tag{28}$$

Introducînd simplificările (26)—(28) în relația (25) se obține:

$$\frac{dt_w}{At_w^2 + Bt_w + C} = \frac{\sigma}{G_w \cdot c_w} dz. \tag{29}$$

Prin integrare se obține:

$$\frac{\sigma \cdot z}{G_w \cdot c_w} = \frac{2}{\sqrt{4(AC - B^2)}} \operatorname{arc\,tg} \frac{2At_w + B}{\sqrt{4AC - B^2}} + C \tag{30}$$

dacă $B^2 - 4AC < 0$

$$\frac{\sigma \cdot z}{G_w \cdot c_w} = \frac{1}{\sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}} \operatorname{arc\,tg} \frac{A_1 t_w + B_1}{\sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}} \tag{31}$$

dacă $B^2 - 4 \cdot A_1 C_1 > 0$

$$\frac{\sigma \cdot z}{G_w \cdot c_w} = \frac{1}{B_1 + A_1 t_w} \tag{32}$$

dacă $B_1^2 - 4A_1C_1 = 0$

Relațiile (30)—(32) se pot folosi pentru calculul suprafeței de schimb z dacă se cunoaște temperatura apei t_{w2}.

Cazul 3

Deoarece majoritatea cercetătorilor introduc simplificarea $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p} = 1$, pentru a evidenția eroarea introdusă de aceasta, vom considera :

$$\frac{\alpha}{\sigma} = c_p + S \tag{33}$$

S fiind un parametru constant pentru proces și avînd dimensiunile unei călduri specifice (J/kg °K).

Legătura dintre coeficientul $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p}$ și S este :

$$\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p} = 1 + \frac{S}{c_p}. \tag{34}$$

Vom considera relația lineară dintre temperatura apei calde și umiditatea absolută la saturație în apropierea filmului de apă. Vom neglija termenul $(x_s - x) \cdot c_w \cdot t_w$.

Sistemul de ecuații diferențiale (8)—(10), devine :

$$\frac{dt_w}{dz} = A_1(t_w - t_L) + D_1(x_s - x) \tag{35}$$

$$\frac{dt_L}{dz} = B_1(t_w - t_L) \tag{36}$$

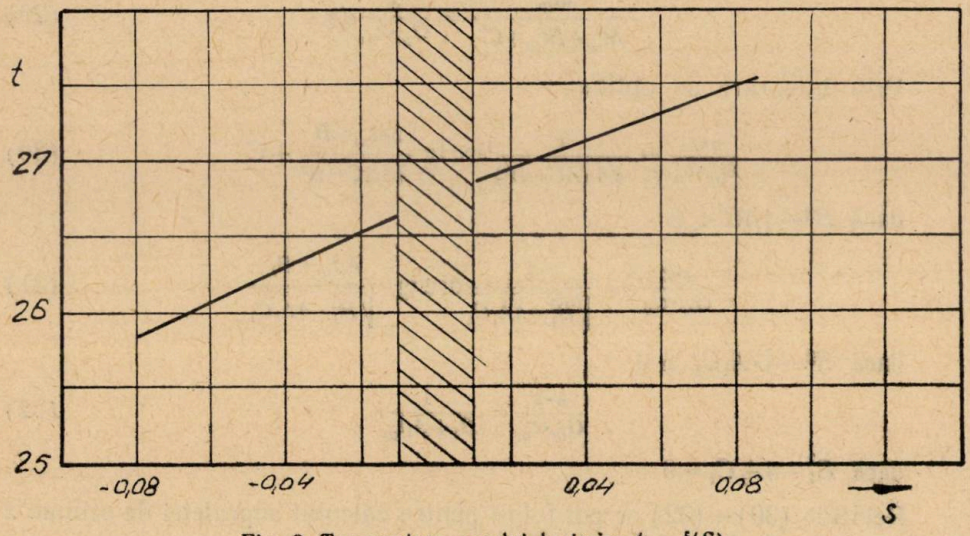


Fig. 3. Temperatura aerului la ieșire $t_L = f(S)$.

$$\frac{dx}{dz} = C_1(x_s - x) \tag{37}$$

$$x_s = a + b \cdot t_w . \tag{38}$$

In relațiile (35)—(37), notațiile $A_1 \div D_1$ au următoarea semnificație:

$$A_1 = \frac{\sigma(c_p + S)}{G_w \cdot c_w} \tag{39}$$

$$B_1 = \frac{\sigma(c_p + S)}{M \cdot G_L \cdot c_p} \tag{40}$$

$$C_1 = \frac{\sigma}{G_L} \tag{41}$$

$$D_1 = \frac{\sigma \cdot r}{G_w \cdot c_w} . \tag{42}$$

Derivăm în raport cu z relațiile (35) și (38). Obținem:

$$\frac{d^2t_w}{dz^2} = A_1\left(\frac{dt_w}{dz} - \frac{dt_L}{dz}\right) + D_1\left(\frac{dx_s}{dz} - \frac{dx}{dz}\right) \tag{43}$$

$$\frac{dx_s}{dz} = b \cdot \frac{dt_w}{dz} . \tag{44}$$

Ținînd seama de relațiile (36) și (37), printr-o grupare corespunzătoare, relația (43) devine:

$$\frac{d^2t_w}{dz^2} - (A_1 + D_1 b - B_1)\frac{dt_w}{dz} - D_1(B_1 - C_1)(x_s - x) = 0. \tag{45}$$

Derivăm din nou în raport cu z:

$$\frac{d^3t_w}{dz^3} - (A_1 + D_1 b - B_1)\frac{d^2t_w}{dz^2} - D_1(B_1 - C_1)\left(\frac{dx_s}{dz} - \frac{dx}{dz}\right) = 0. \tag{46}$$

Dar relația (43) se mai poate scrie:

$$\frac{d^2t_w}{dz^2} - (A_1 + D_1 b - B_1)\frac{dt_w}{dz} + \frac{D_1(B_1 - C_1)}{C_1}\frac{dx}{dz} = 0. \tag{47}$$

Inlocuind relația (47) în (46), de asemeni pe $\frac{dx_s}{dz}$ din relația (44) se obține:

$$\frac{d^3t_w}{dz^3} - (A_1 + D_1 b - B_1 - C_1)\frac{d^2t_w}{dz} - A_1C_1 - B_1(C_1 - D_1 b)\frac{dt_w}{dz} = 0. \tag{48}$$

Ecuația caracteristică a ecuației diferențiale de ordinul III, omogene, este:

$$y^3 - (A_1 + D_1 b - B_1 - C_1)y - [A_1C_1 - B_1(C_1 - D_1 b)] = 0. \tag{49}$$

O rădăcină a ecuației (49) este 0. Celelalte 2 se obțin prin rezolvarea ecuației de gradul 2:

$$y^2-(A+Db-B-C)y-[AC-B(C-Db)]=0 \tag{50}$$

Realizantul acesteia va determina felul soluțiilor:

$$\Delta=(A+Db-B-C)^2+4[AC-B(C-Db)] \tag{51}$$

Rădăcinile au expresia:

$$y_{23}=\frac{(A+D\cdot b-B-C)\pm\sqrt{(A+Db-B-C)^2+4AC-B(C-D\cdot b)}}{2}. \tag{52}$$

Inlocuind valorile A—D cu relațiile (39)—(42) obținem:

$$y_{23}=\frac{\sigma}{2M\cdot G_L\cdot c_{pL}c_w}[M\cdot\lambda c_p(c_p+S+rb)-c_w(c_p+Mc_p+S)\pm$$

$$\pm\sqrt{M^2\lambda^2(c_p+S+rb)^2-2c_p[c_w\cdot S\cdot c_p(3-2M)+S-(2M-1)rb]}+$$

$$+S^2c^2-2M(1-M)c_p^3c_w-2M(1-M)c_p^2c_w\cdot rb+2(1-M)c_pc_w^2S. \tag{53}$$

In eventualitatea că rădăcinile ecuației (53) sînt reale și distincte integrala ecuației (35) va fi de forma:

$$t_w=C_1+C_2e^{y_2z}+C_3e^{y_3z} \tag{54}$$

$$t_L=\alpha+\beta e^{y_2z}+\gamma e^{y_3z} \tag{55}$$

$$x_L=\alpha_1+\beta_1e^{y_2z}+\gamma_1e^{y_3z}. \tag{56}$$

Coeficienții α, β, γ, α_1, β_1 și γ_1 îi determinăm prin identificare. Obținem:

$$t_L=C_1+\frac{\sigma(c_p+S)}{\sigma(c_p+S)+MG_Lc_py_2}C_2e^{y_2z}+\frac{\sigma(c_p+S)}{\sigma(c_p+S)+MG_Lc_py_3}C_3e^{y_3z}. \tag{57}$$

$$x_L=C_1b+a+\frac{\sigma b}{G_Ly_2+\sigma}C_2e^{y_2z}+\frac{\sigma\cdot b}{G_Ly_3+\sigma}C_3e^{y_3z}. \tag{58}$$

Constantele C_1, C_2 și C_3 le determinăm prin identificare prin condițiile de contur.

Considerăm cazul:

pentru $z=0$ $\begin{cases} t_w=t_{w0} \\ t_L=t_{L0} \\ x_L=x_{L0} \end{cases}$

Inlocuind în relațiile (53), (56) și (57) obținem:

$$t_{w_0}=C_1+C_2+C_3 \tag{60}$$

$$t_{L_0}=C_1+\frac{\sigma(C_p+S)C_2}{\sigma(c_p+S)+y_2G_Lc_pM}+\frac{\sigma(c_p+S)C_3}{\sigma(c_p+S)+y_3G_Lc_pM} \tag{61}$$

$$x_{L_0}=C_1b+a+\frac{\sigma b}{G_Ly_2+\sigma}C_2+\frac{\sigma b}{G_Ly_3+\sigma}C_3. \tag{62}$$

Sistemul (60)—(62) permite determinarea imediată a constantelor C_1—C_3.

Cazul 4

Pentru simplificare vom menține ipotezele de la cazul 3, dar vom neglija încălzirea vaporilor de apă produși la suprafața oglinzii. In acest caz coeficientul M va avea valoarea 1.

Discriminantul ecuației caracteristice va avea valoarea:

$$\Delta=\frac{\sigma^2}{G_L^2c_p^2c_w^2}[c_p^2(c_p+S+rb)^2\lambda^2-2c_pc_wS(c_p+S-rb)\lambda+S^2c_w^2]. \tag{63}$$

Impunem condiția ca $\Delta>0$.

In acest caz trinomul de gradul II în λ din relația (62) va trebui să aibă realizantul negativ.

$$-4rb(c_p+S)<0 \tag{64}$$

$$S>-c_p. \tag{65}$$

Așadar pentru $S>-c_p$ rădăcinile ecuației caracteristice sînt reale și distincte.

Cum în realitate $\frac{\alpha}{\sigma c_p}>0$ $(S>-c_p)$ și cum $M=1$, forma soluțiilor admise în cazul 3, cazul general și acceptate fără a se analiza semnul discriminantului este corectă, discriminantul fiind pozitiv.

In acest caz, evoluția parametrilor în lungul plăcii se va realiza după relații de forma:

$$t_w=C_1+C_2e^{y_2z}+C_3e^{y_3z} \tag{66}$$

$$t_L=C_1+\frac{\sigma(c_p+S)}{\sigma(c_p+S)+G_Lc_py_2}C_2e^{y_2z}+\frac{\sigma(c_p+S)C_3e^{y_3z}}{\sigma(c_p+S)+G_Lc_py_3} \tag{67}$$

$$x_L=C_1b+a+\frac{\sigma b}{G_Ly_2+\sigma}C_3e^{y_2z}+\frac{\sigma b}{G_Ly_3+\sigma}C_3e^{y_3z} \tag{68}$$

Cazul 5

In sistemul de ecuații (35)—(37) introducem simplificările:

$$M=1 \tag{69}$$

$$S=0 \tag{70}$$

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Prin aceasta, neglijăm încălzirea vaporilor de apă produși la suprafața oglinzii și considerăm cifra $\frac{\alpha}{\sigma c_p} = 1$. De fapt, revenim la cazul 1.

Condițiile de contur (60)—(62) devin:

$$t_{w_0} = C_1 + C_2 + C_3 \tag{71}$$

$$t_{L_0} = C_1 + \frac{C_2}{1 + \frac{y_2}{\sigma} G_L} + \frac{C_3}{1 + \frac{y_3}{\sigma} G_L} \tag{72}$$

$$\frac{x_0 - a}{b} = C_1 + \frac{C_2}{1 + \frac{y_2}{\sigma} G_L} + \frac{C_3}{1 + \frac{y_3}{\sigma} G_L} \cdot \tag{73}$$

Sistemul (71)—(73) pentru ca să fie compatibil, trebuie satisfăcută condiția:

$$t_{L_0} = \frac{x_0 - a}{b}, \text{ sau } x_0 = a + b \cdot t_{L_0}. \tag{74}$$

Pentru cazul simplificat, $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p} = 1$ și $M = 1$, numai atunci cînd în instalație se introduce aer saturat, procesul se poate desfășura după legi de forma relațiilor (54), (57) și (58).

De aici concluzia că în turnurile de răcire peliculare procesele termice se vor desfășura după legi calitativ diferite după cum se realizează sau nu starea de saturație a aerului: cifra $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p}$ nu poate fi 1 decît numai pentru starea de saturație.

EXEMPLU NUMERIC

Pentru a aprecia efectul cifrei S, respectiv a mărimii $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p}$ asupra principalelor mărimi caracteristice, vom rezolva sistemul de ecuații (54), (57), și (58) pentru cazul 4, folosind datele experimentale realizate pentru un regim de lucru apropiat de condițiile climatice de funcționare ale turnurilor de răcire din țara noastră.

Date de calcul:

$t_{w0} = 30\ ^\circ C$
$t_{L0} = 24\ ^\circ C$
$x_{L0} = 0{,}00815$ kg/kg
$x_L = 0{,}00194 \cdot t_w - 0{,}03065$ kg/kg
$G_w = 228$ kg/m · h
$\lambda = 0{,}95$
$\sigma = 41{,}2$ kg/m² · h

Pentru $z=2$ m se obține:

Tabelul 1

Mărimile de stare pentru diverse valori ale cifrei S

S	−0,08	−0,04	−0,02	−0,01	+0,01	+0,02	+0,04	+0,08
	0,667	0,835	0,918	0,960	1,040	1,085	1,180	1,330
t_{w2}	34,787	34,860	34,870	34,909	35,273	35,191	35,183	35,178
t_{L2}	25,851	26,331	26,515	26,620	26,869	26,948	27,132	27,508
x_{L2}	0,015886	0,015791	0,015769	0,015747	0,016344	0,016166	0,016079	0,016017
$t_{w2}\%$	0	0,218	0,240	0,350	1,40	1,17	1,12	1,10
$t_{L2}\%$	0	1,860	2,580	2,850	3,90	4,25	4,95	6,60

CONCLUZII

1. Pentru domeniul de lucru interesant în cazul turnurilor de răcire, factorul $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p}$ nu influențează sensibil temperatura apei calde, respectiv zona de răcire. Din tabelul 1 se observă că dacă se ia ca și punct de referință starea definită prin $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p} = 0{,}667$, pentru domeniul $Le = 0{,}667 \div 1$, temperatura apei calde variază doar cu 0,35%. Apare un salt între $S < 0$ și $S > 0$, iar valoarea maximă a temperaturii apei calde se înregistrează pentru $S = 0{,}01$ ($Le = 1{,}040$) după care temperatura apei scade lent. (Fig. 2).

2. Din cauza slabei influențe a cifrei Le asupra zonei de răcire și a dificultăților întîmpinate în experimentare pentru determinarea temperaturii termometrului uscat și a temperaturii termometrului umed la ieșirea aerului din turn, rezultă imposibilitatea determinării corecte a factorului $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p}$.

3. Temperatura aerului este mai mult influențată de factorul $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p}$ și anume în sens crescător. Creșterea este destul de importantă, reprezentînd pentru marginile domeniului cercetat 1,6565 °C (sau 89% din încălzirea aerului pentru $\frac{\alpha}{\sigma c_p} = 0{,}667$). (Fig. 3).

4. Relația $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p} = 1$, este o simplificare convenabilă pentru stadiul actual al preciziei calculelor și măsurătorilor, cu atît mai mult cu cît procesul este influențat și de condițiile atmosferice, a căror lege nu poate fi controlată.

5. Deoarece în turn, există și două zone de stropire situate în partea superioară și inferioară a instalației, suprafața de schimb nu poate fi deter-

minată decît cu erori foarte mari, iar rezultatele globale vor fi sensibil afectate de necunoașterea acestor suprafețe. Nu trebuie neglijată și neuniformitatea distribuției apei și a aerului în secțiune, o sursă importantă de erori. In această situație, calculul exact al parametrilor apei prin considerarea cifrei $\frac{\alpha}{\sigma \cdot c_p}$ nu este justificat.

BIBLIOGRAFIE

1. F. Merkel, *Verdungkühlung*, Berlin V.D.I. 1925.
2. F. Bosnjakovic, *Technische Thermodynamik*, Leipzig.
3. Normativ ISPE, *Calculul turnurilor de răcire hiperbolice*. București, Dec. 1966.
4. I. Vlădea, *Instalații și utilaje termice*. Ed. tehnică. 1966.
5. K. Spangemacher, Berechnung von Kültürmen und Einspritzkühlern mit Hilfe einer Verdunstungskennzahl. BWK — 5/1958.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕ9ИАЛЬНЫХ УРІВНЕНИЙ ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ТЕРМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОХЛАДИТЕЛНЫХ БАШНЯХ

(РЕЗЮМЕ)

Принимается система дифференциальных уравнений характеризующих сопряженный процесс тепло- и массообмена в пленчатом режиме и интегрируются эти уравнения при соответствующих упрощениях. Подчеркивается случай $\alpha/\sigma \cdot c_p = 1$, для выявления эффекта этого отклонения. Получаются закономерности изменения температуры воды, воздуха и влажности вдоль пластины. Применея опытные лабораторные результаты проверялось на численном примере количественное влияние фактора $\alpha/\sigma \cdot c_p$ на процессе. Установлено что прощение $\alpha/\sigma \cdot c_p = 1$ удовлетворительно и не вносит больших погрешностей.

INTEGRIERUNG DES DIFFERENTIALGLEICHUNGSSYSTEMS WELCHES DIE THERMISCHEN PROZESSE IN FILMBERIESELTEN KÜHLTÜRMEN KENNZEICHNET

(ZUSAMMENFASSUNG)

Ausgehend von dem Differentialgleichungssystem welches den wechselseitigen Wärme- und Stoffaustauschprozess bei Filmberieselung kennzeichnet, werden diese Gleichungen unter verschiedenen Vereinfachungen integriert. Besonders wird der Fall $\alpha/\sigma \cdot c_p = 1$ behandelt, um den Einfluss dieser Abweichung zu erfassen. Es werden Gesetze, in bezug auf den Verlauf der Wasser- und Lufttemperatur, sowie der Feuchtigkeit längs der Platte, aufgestellt. Auf Grund experimenteller Laborversuche wird in einem Zahlenbeispiel der Einfluss der Grösse $\alpha/\sigma \cdot c_p$ auf den Prozess geprüft. Man gelangt zur Schlussfolgerung dass die Vereinfachung $\alpha/\sigma \cdot c_p = 1$ zufriedenstellend ist und die Ergebnisse nicht mit nahmhaften Fehlern belastet.

CONTRIBUȚII LA STUDIUL PROCESULUI DE ARDERE DINTR-UN MOTOR DIESEL SUPRAALIMENTAT *

DE

TR. RAICA

1. INTRODUCERE

Pe baza diagramelor presiune timp (p, τ) și cu ajutorul formulelor care redau transformările de stare ale gazelor, s-a efectuat studiul termodinamic al procesului de ardere pentru un motor Diesel supraalimentat folosit pentru tracțiune feroviară [1].

In prezenta lucrare s-a urmărit felul cum influențează, în cadrul studiului efectuat, temperatura de la sfîrșitul admisiei, precizia marcării punctului mort al pistonului și legea de transmitere a căldurii la pereții camerei de ardere, asupra desfășurării în timp a procesului de ardere.

S-a admis că fracțiunea de combustibil, ce a participat la ardere pînă în momentul considerat, a ars complet fără a da naștere la produse intermediare, iar mărimile de stare ale fluidului într-un punct oarecare x al curbei de destindere s-au determinat aplicînd ecuația energiei între punctul i de la începutul injecției și punctul x considerat:

$$U_i + E_i = U_x + E_x + [AL]_i^x + Q_p \qquad (1)$$

în care:

U_i este energia internă a aerului în starea reprezentată de punctul i,

E_i — energia chimică a amestecului carburant din cilindru egală aproximativ cu puterea calorifică inferioară a combustibilului injectat,

U_x — energia internă a gazelor din cilindru în punctul x,

E_x — energia chimică ce s-ar putea degaja prin arderea restului de combustibil nears,

$[AL]_i^x$ — căldura corespunzătoare lucrului mecanic indicat, primit de piston de la gaze în intervalul $i—x$,

Q_p — căldura cedată pereților camerei de lucru a cilindrului prin convecție și radiație, de către gazele de ardere, în intervalul $i—x$.

---

* Comunicată la sesiunea IPT, din 10—12 mai 1968.

Pentru calculul cantității de combustibil ars pînă într-un punct x, de pe diagrama (p, τ) s-a procedat astfel:

S-a calculat energia chimică corespunzătoare combustibilului nears pînă în punctul x, cu relația:

$$E_x = X - U_x = \frac{X - B_1 L_e \mathcal{U}_{ax} - B_1 N_g \mathcal{U}_{gx}}{1 + \frac{L_0}{H_l} \mathcal{U}_{ax} + \frac{N_g}{H_l} \mathcal{U}_{gx}} \tag{2}$$

în care:

$X = U_l + E_l - [AL]_l^x - Q_p$,

$U_l = B_1 L U_{al}$ (kcal) este energia internă a aerului, calculată cu ajutorul energiei interne molare $\mathcal{U}_{al}$ corespunzînd temperaturii T_l de la începutul injecției,

$E_l = B_1 H_l$ (kcal) — energia chimică a cantității de combustibil injectat,

$[AL]_l^x = 10 A p_m \Delta V$ (kcal) — calculată pe baza presiunilor medii (p_m) și a diferențelor de volum (ΔV),

$B_1 = \frac{2B}{60nz}$ (kgf) — cantitatea de combustibil introdus în cilindru la o injecție, calculată pentru consumul orar de combustibil B (kgf/h) al motorului, numărul de cilindri (z) și turația n (rot/min),

$L_e = (\lambda - 1) L_0$ (kmol/kgf) — excesul de aer din cilindru,

$L_0 = 0{,}501$ (kmol/kgf) — aerul minim necesar arderii stoichiometrice, calculat pentru o motorină avînd compoziția chimică $c = 0{,}863$; $h = 0{,}133$; $s = 0{,}003$; $o = 0{,}001$ și $H_l = 10\,180$ (kcal/kgf),

$N_g = 0{,}534$ (kmol/kgf) — numărul de moli de gaze produse prin ardere stoichiometrică,

$\mathcal{U}_{ax}$, $\mathcal{U}_{gx}$ (kcal/kmol) — energia internă molară pentru aer, respectiv pentru gazele produse prin ardere stoichiometrică, la temperatura T_x.

Temperatura $T_x = \frac{p_x V_x}{R_x G_x}$ (°K) s-a calculat apreciind inițial valoarea greutății G_x a gazelor și apoi verificînd-o cu ajutorul cantității de combustibil ars.

Pentru calculul căldurii Q_p cedată pereților camerei de lucru s-a aplicat ecuația energiei pentru intervalul $\alpha = -13°30' \div 110°$RAM (începutul injecției ÷ deschiderea supapei de evacuare) și considerînd că la începutul evacuării a rămas nears 1% din combustibilul injectat, s-a calculat căldura transmisă în intervalul de la începutul injecției pînă la începutul evacuării. Calculînd apoi căldurile cedate pentru intervale de cîte 5°RAM, prin însu-

marea acestora s-a ajuns la o valoare egală cu cea stabilită global cu ajutorul ecuației energiei.

Cantitatea de combustibil nears în punctul x s-a calculat cu relația:

$$B_x = \frac{E_x}{H_i} \quad \text{(kgf)} \tag{3}$$

iar cantitatea de combustibil ars:

$$B_{ax} = B_1 - B_x \quad \text{(kgf)} \tag{4}$$

(cu această valoare s-a verificat $G_x = B_{ax} + G_a$ apreciat inițial).

Numărul de moli de aer în exces în punctul x:

$$L_{ex} = B_1 L - B_{ax} L_0 \quad \text{(kmol)} \tag{5}$$

precum și numărul de moli de gaze de ardere stoichiometrică:

$$N_{gx} = B_{ax} N_g \quad \text{(kmol)} \tag{6}$$

au permis să se stabilească energia internă a gazelor în punctul x:

$$U_x = L_{ex} \mathfrak{U}_{ax} + N_{gx} \mathfrak{U}_{gx} \quad \text{(kcal)} \tag{7}$$

cu care s-a recalculat:

$$E_x = X - U_x \quad \text{(kcal)} \tag{8}$$

comparîndu-se cu valoarea obținută din formula (2).

2. INFLUENȚA TEMPERATURII (T_a) ȘI A MARCĂRII PUNCTULUI MORT

Cu ajutorul relațiilor de mai sus, pentru aceeași diagramă indicată (p, τ) ridicată cu un indicator piezoelectric și pentru aceeași cantitate de combustibil injectat în cilindru $B_1 = 1{,}45 \cdot 10^{-3}$ kgf, s-a efectuat studiul termodinamic al procesului de ardere, în douăzeci de variante și anume: pentru temperatura la sfîrșitul admisiei (T_a) egală cu 390; 400; 412 și 420 °K și pentru fiecare din aceste temperaturi s-au luat în considerare cîte cinci variante (o variantă pentru punctul mort al pistonului marcat corect, două pentru punctul mort deplasat înapoi cu —2,5 respectiv —5 °RAM și două pentru punctul mort deplasat înainte cu +2,5 respectiv +5 °RAM).

În figura 1 s-au reprezentat, în funcție de unghiul de rotire al manivelei (α), variația presiunii medii (p_m) a gazelor din cilindru pentru intervale de cîte 5 °RAM, pentru punctul mort marcat corect ($\theta = 0°$), pentru punctul mort deplasat înapoi ($\theta = -2{,}5°$ respectiv $\theta = -5°$) și pentru punctul mort deplasat înainte ($\theta = +2{,}5°$ respectiv $\theta = +5$ °RAM). De asemenea s-au reprezentat variațiile volumelor (V) și a diferențelor volumelor cilindrului (ΔV) pentru intervale de cîte 5 °RAM.

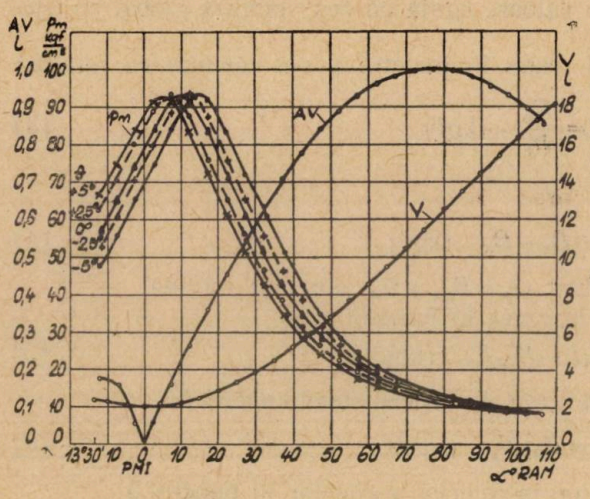


Fig. 1. Variația presiunilor medii (p_m), a volumului (V) și (ΔV), în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

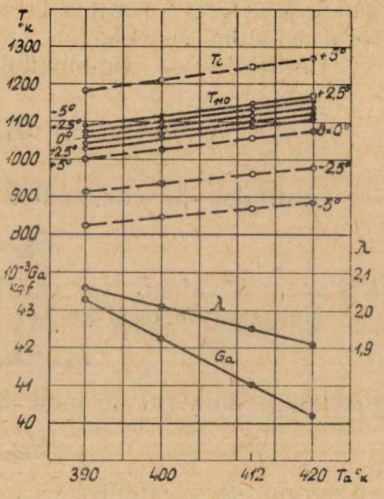


Fig. 2. Variația temperaturii (T_i) și (T_{110}), a greutății aerului (G_a) și a coeficientului de exces de aer (λ), în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

Valorile acestea au fost folosite pentru calculul căldurii corespunzătoare lucrului mecanic $[AL]_i^x$ și a temperaturii (T) a gazelor.

În figura 2 s-au reprezentat, în funcție de temperatura aerului (T_a) de la sfîrșitul admisiei, variația greutății aerului admis în cilindru (G_a), respectiv a coeficientului de exces de aer (λ), precum și a temperaturii aerului (T_i) de la începutul injecției combustibilului și a temperaturii gazelor (T_{110}) de la începutul evacuării, pentru cinci poziții ale punctului mort ($\theta = -5° \ldots +5°$).

Mărind temperatura (T_a) de la sfîrșitul admisiei, de la 390 °K la 420 °K, greutatea calculată a aerului admis în cilindru (G_a) a scăzut de la $43{,}3 \cdot 10^{-3}$ la $40{,}2 \cdot 10^{-3}$ kgf, iar coeficientul de exces de aer (λ) de la 2,06 la 1,91.

Prin deplasarea punctului mort înapoi ($\theta = -5°$ și $\theta = -2{,}5°$) față de punctul mort marcat corect ($\theta = 0°$), temperatura (T_i) a scăzut, iar pentru $\theta = +2{,}5°$ și $\theta = +5$ °RAM temperatura (T_i) a crescut. Modificarea temperaturii (T_i) produsă prin schimbarea poziției punctului mort este mai importantă în cazul temperaturilor (T_a) de la sfîrșitul admisiei mai mari.

În figura 3 s-au reprezentat, în funcție de unghiul (θ) de deplasare a poziției punctului mort al pistonului: variația căldurii $[Q_p]_i^{110}$ cedată pereților camerei de lucru a cilindrului și a căldurii $[AL]_i^{110}$ corespunzătoare lucrului mecanic indicat, pentru intervalul de la începutul injecției pînă la deschiderea ferestrelor de evacuare. De asemenea s-au reprezentat variațiile temperaturii aerului (T_i) respectiv a gazelor (T_{110}) precum și a energiilor interne corespunzătoare acestora (U_i și U_{110}), pentru diferite temperaturi ale aerului (T_a) de la sfîrșitul admisiei.

Se constată că modificarea temperaturii (T_a) nu influențează asupra energiei interne (U_i) a aerului de la sfîrșitul compresiunii, datorită modificării în sens contrar a numărului de moli de aer aspirat în cilindru.

Energia internă (U_{110}) a gazelor de la începutul evacuării se modifică, însă în mică măsură, prin schimbarea temperaturii (T_a).

Căldura corespunzătoare lucrului mecanic indicat $[AL]_i^{110}$ a scăzut odată cu deplasarea înainte a punctului mort al pistonului [3] (presiunile medii de la sfîrșitul cursei de compresiune au crescut, iar cele din timpul destinderii au scăzut prin deplasarea înainte a punctului mort al pistonului) și din această cauză căldura $[Q_p]_i^{110}$ cedată pereților camerei de

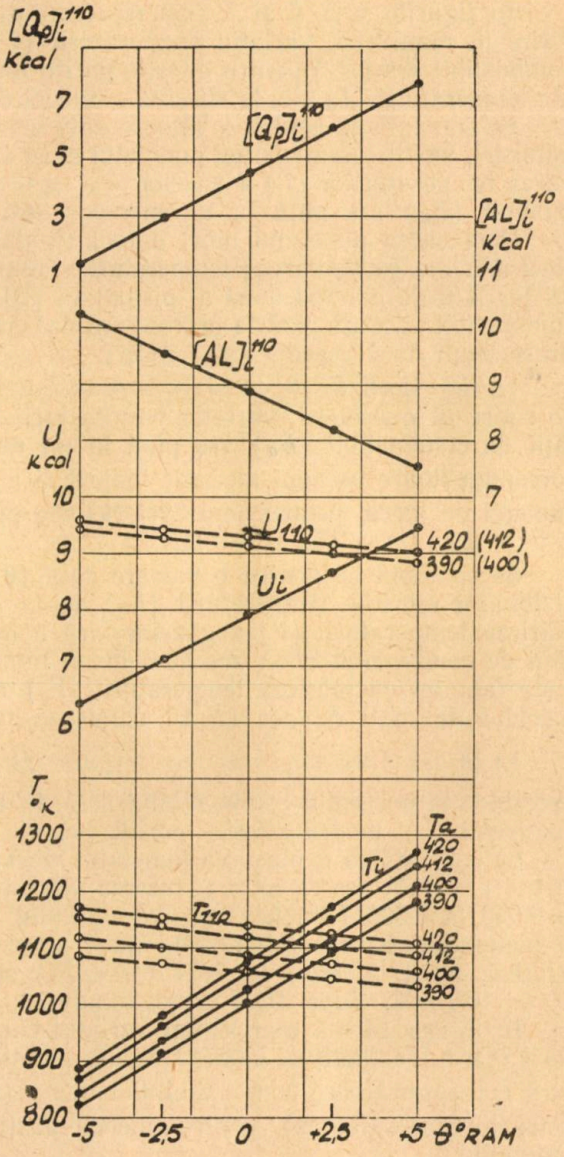


Fig. 3. Variația căldurii $[Q_p]_i^{110}$, lucrului mecanic indicat $[AL]_i^{110}$, energiei interne (U_i) și (U_{110}) și temperaturilor (T_i) și (T_{110}), în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

lucru a cilindrului, calculată cu ajutorul ecuației energiei (1) aplicată între punctul $i(\alpha = -13°30')$ și $\alpha = 110°$, a crescut.

În figurile 4, 5, 6 și 7 s-au reprezentat, în funcție de unghiul (α) de rotire al manivelei, variația temperaturii (T) a gazelor și a cantității de combustibil ars (B_a) pentru diferite poziții ale punctului mort, pentru valori ale temperaturii (T_a) de la sfîrșitul admisiei de 390 ; 400 ; 412 și 420 °K.

Se constată că pentru o valoare dată a temperaturii (T_a) de la sfîrșitul admisiei, modificarea poziției punctului mort al pistonului are ca efect schimbarea temperaturilor (T) a gazelor și a legii de variație a cantității de combustibil (B_a) ars pînă la un moment dat.

Deplasarea punctului mort înapoi (înainte) față de $\theta = 0°$RAM are ca efect mărirea (micșorarea) temperaturilor maxime ale gazelor și a decalajului lor față de punctul mort al pistonului [2]. În acest caz și cantitatea de combustibil ce a ars pînă la un moment dat crește (scade), arderea terminîndu-se mult mai repede (mai încet).

În figurile 8, 9, 10, 11 și 12 s-au reprezentat, în funcție de unghiul (α) de rotire al manivelei, variația temperaturii (T) a gazelor, variația cantității de combustibil (B_a) ars pînă la un moment dat, a căldurii $[AL]_i^x$, corespunzătoare lucrului mecanic indicat și a căldurii (Q_p) cedată pereților camerei de lucru, pentru deplasări (θ) ale punctului mort al pistonului de —5 ; —2,5 ; 0 ; +2,5 ; și +5°RAM.

Se constată că pentru o valoare dată (θ) a poziției punctului mort al pistonului mărirea temperaturii (T_a) de la sfîrșitul admisiei are ca efect mărirea temperaturii (T) a gazelor fără a influența sensibil asupra cantității de combustibil (B_a) ars pînă la un moment dat. Acest lucru se datorește faptului că mărirea temperaturii (T_a) are ca urmare micșorarea numărului de moli de aer (B_1L) admis în cilindru.

În figura 13 s-a reprezentat variația vitezei relative de ardere $\left(\frac{\Delta x}{\Delta \alpha}\right)$, ($x$ este cota parte din combustibilul ars), în funcție de unghiul de rotire al manivelei (α), pentru diferite poziții (θ) ale punctului mort al pistonului.

Se constată că deplasarea punctului mort al pistonului de la $\theta = -5°$RAM la $\theta = +5°$RAM are ca efect reducerea vitezei relative maxime de ardere de la 0,053 la 0,025 (1/°RAM) și a decalajului acesteia față de punctul mort al pistonului. În cazul punctului mort al pistonului marcat corect, viteza relativă maximă este de 0,04 (1/°RAM) și se obține pentru intervalul $\alpha = 5—10°$RAM, după PMI al pistonului.

În figura 14 s-a reprezentat variația coeficientului de degajare a căldurii (ξ), a fracțiunii de căldură cedată pereților (ξ_p) și a fracțiunii de căldură corespunzătoare combustibilului nears (ξ_x), în funcție de unghiul de rotire al manivelei (α), pentru diferite poziții (θ) ale punctului mort al pistonului.

Coeficientul de degajare a căldurii este $\xi = 0,53$ pentru cazul $\theta = 0°$RAM și pentru $\alpha = 15°$RAM, unde temperatura gazelor din cilindru este maximă și $\xi = 0,42$ pentru $\alpha = 10°$RAM unde presiunea gazelor este maximă. Valoarea maximă a coeficientului de degajare a căldurii este $\xi = 0,69$.

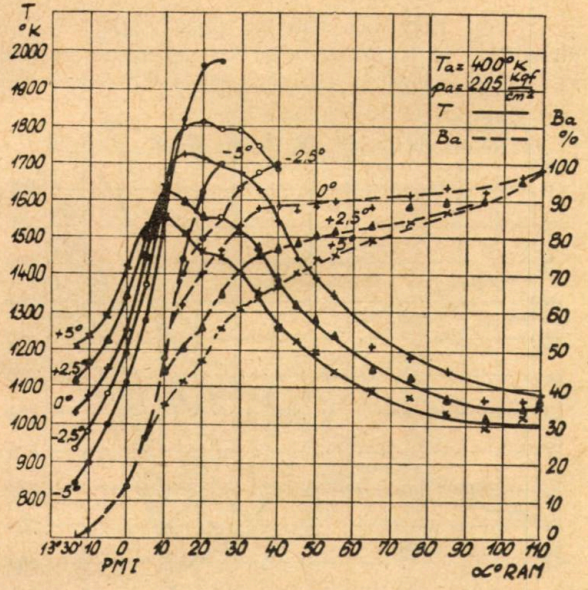


Fig. 4. Variația temperaturii (T) a gazelor și a cantității de combustibil ars (B_a), în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

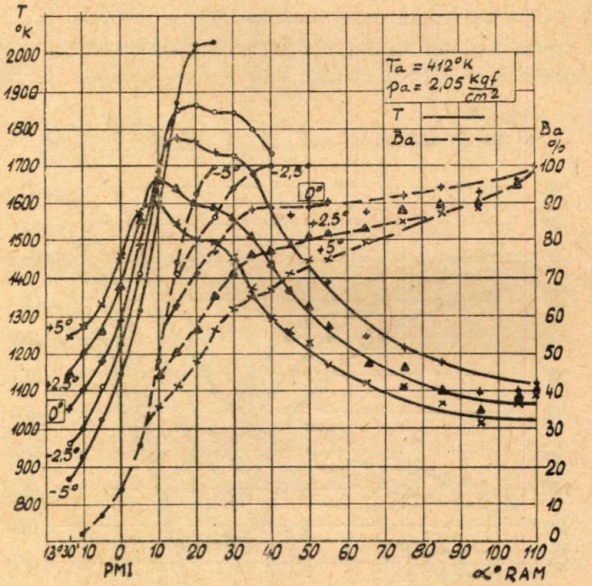
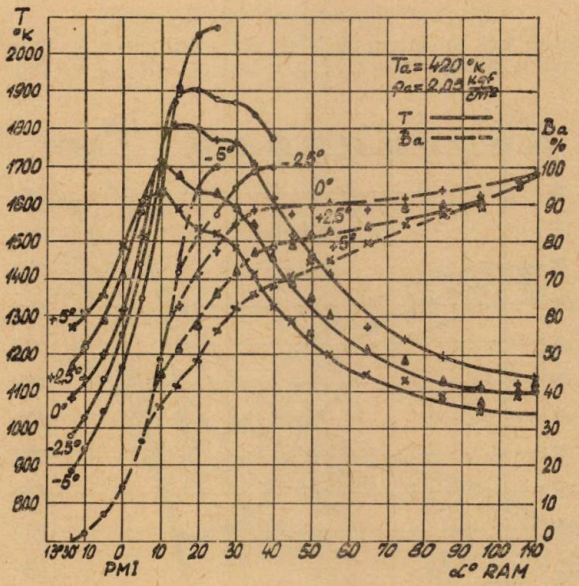


Fig. 5. Variația temperaturii (T) a gazelor și a cantității de combustibil ars (B_a), în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).



Rig. 6. Variația temperaturii (T) a gazelor și a cantității de combustibil ars (B_a), în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

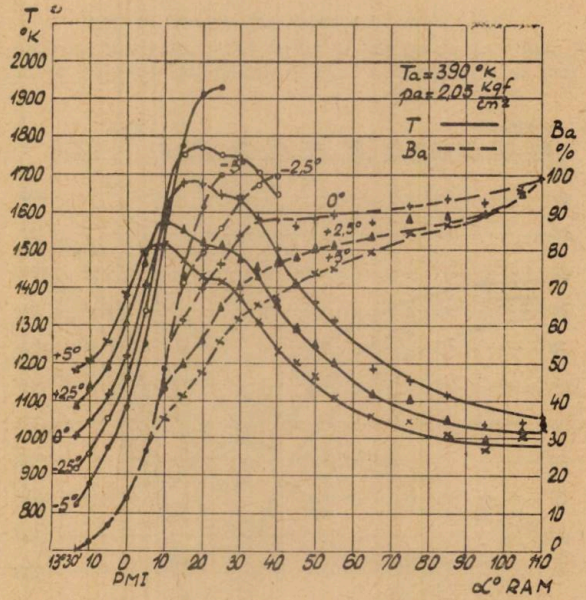


Fig. 7. Variația temperaturii (T) a gazelor și a cantității de combustibil ars (B_a), în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

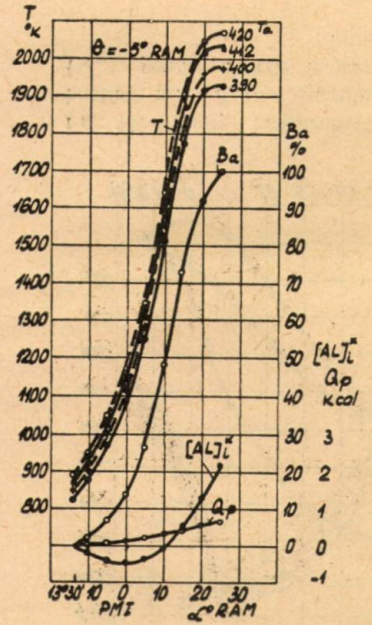


Fig. 8. Variația temperaturii gazelor (T), a cantității de combustibil ars (B_a), a lucrului mecanic indicat $[AL]_i^x$, a căldurii (Q_p), pentru diferite temperaturi la sfîrșitul admisiei (T_a), în funcție de (α).

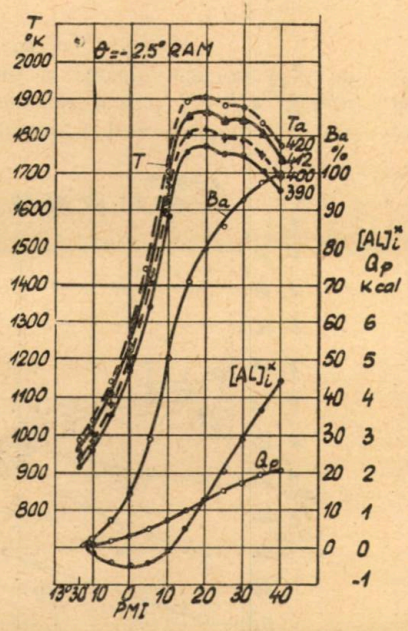


Fig. 9. Variația temperaturii gazelor (T), a cantității de combustibil ars (B_a), a lucrului mecanic indicat $[AL]_i^x$ a căldurii (Q_p), pentru diferite temperaturi la sfîrșitul admisiei (T_a), în funcție de (α).

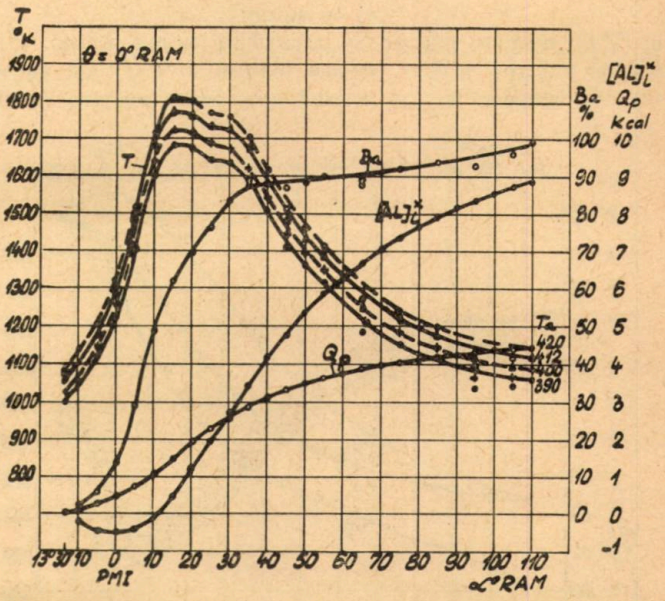


Fig. 10. Variația temperaturii gazelor (T), a cantității de combustibil ars (B_a), a lucrului mecanic indicat $[AL]_i^x$, a căldurii (Q_p), pentru diferite temperaturi la sfîrșitul admisiei (T_a), în funcție de (α).

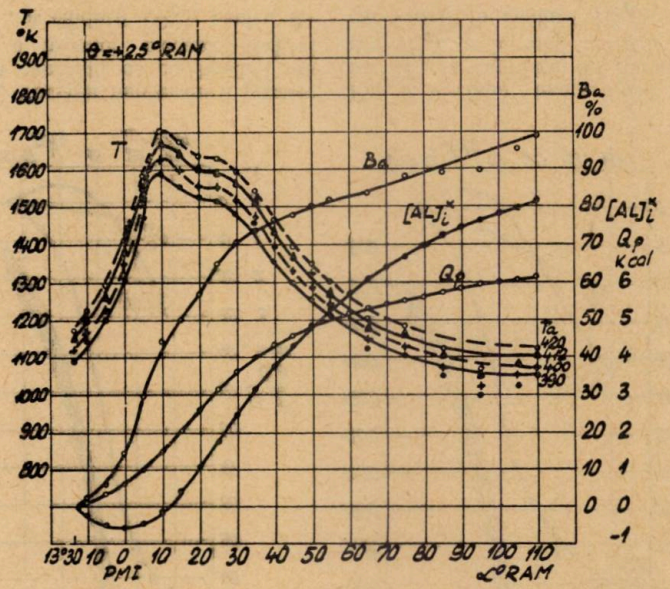


Fig. 11. Variația temperaturii gazelor (T), a cantității de combustibil ars (B_a), a lucrului mecanic indicat $[AL]_i^x$ a căldurii (Q_p), pentru diferite temperaturi la sfîrșitul admisiei (T_a), în funcție de (α).

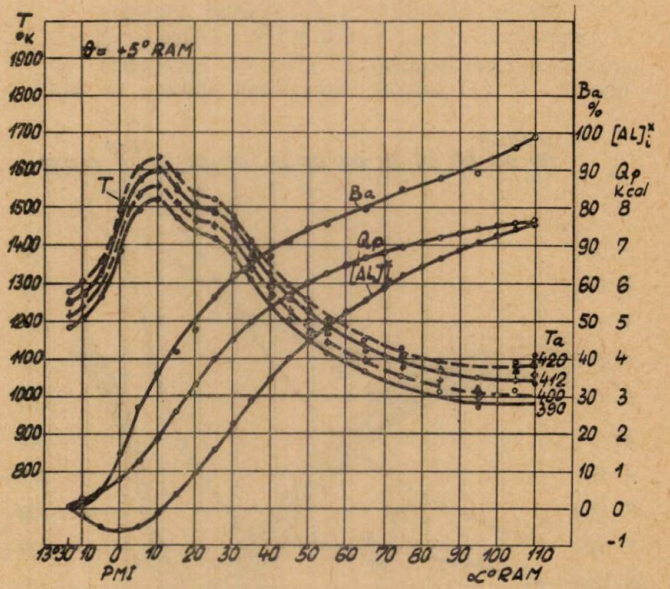


Fig. 12. Variația temperaturii gazelor (T), a cantității de combustibil ars (B_a), a lucrului mecanic indicat $[AL]_i^x$, a căldurii (Q_p), pentru diferite temperaturi la sfîrșitul admisiei (T_a), în funcție de (α).

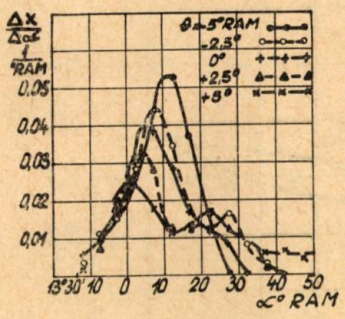


Fig. 13. Variația vitezei relative de ardere $\left(\frac{\Delta x}{\Delta \alpha}\right)$ în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

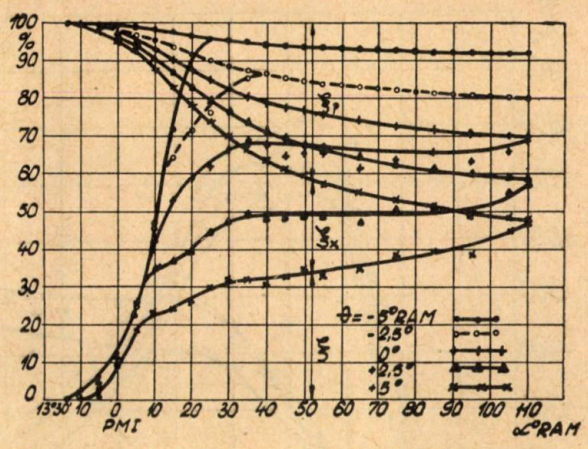


Fig. 14. Variația coeficientului de degajare a căldurii (ξ) și a căldurilor (ξ_p) și (ξ_x) în funcție de (α), pentru diferite poziții ale punctului mort (θ).

3. INFLUENȚA LEGII DE TRANSMITERE A CĂLDURII LA PEREȚII CAMEREI DE LUCRU

Pentru a urmări influența legii de transmitere a căldurii la pereții camerei de lucru s-au luat în considerare cazurile T_a=390; 400; 412; 420°K pentru θ=0° și s-a stabilit cu ajutorul ecuației energiei (1) căldura $[Q_p]_i^{110}$ transmisă pereților pentru intervalul de la începutul injecției pînă la începutul evacuării.

În continuare s-a calculat cu ajutorul formulei lui Nusselt căldura transmisă pereților pentru intervale de cîte 5°RAM și prin însumare s-a ajuns la aceeași căldură totală $[Q_p]_i^{110}$.

În figura 15 s-au reprezentat, în funcție de unghiul (α) de rotire al manivelei, variația temperaturii (T) a gazelor, a cantității (B_a) de combustibil ars pînă la un moment dat și a căldurii (Q_p) cedată pereților camerei de lucru pentru valori ale temperaturii (T_a) de 390; 400; 412; 420°K și pentru θ=0°. Pe lîngă legea de variație (I) a lui (Q_p) rezultată din calculul efectuat cu formula lui Nusselt s-au mai luat în considerare cazul (II) puțin diferit de (I) și cazul variației liniare (III).

Se constată, că pentru toate temperaturile T_a diferența relativ mare dintre ordonatele curbelor (I) și (II) în zona din apropierea punctului mort al pistonului (α=—13°30′÷+15°RAM) nu influențează în mod sensibil asupra cantității de combustibil (B_a) ars pînă la un moment dat, deoarece valoarea căldurii cedate pereților în această zonă este mică în comparație cu căldura dezvoltată prin arderea combustibilului și este compensată în

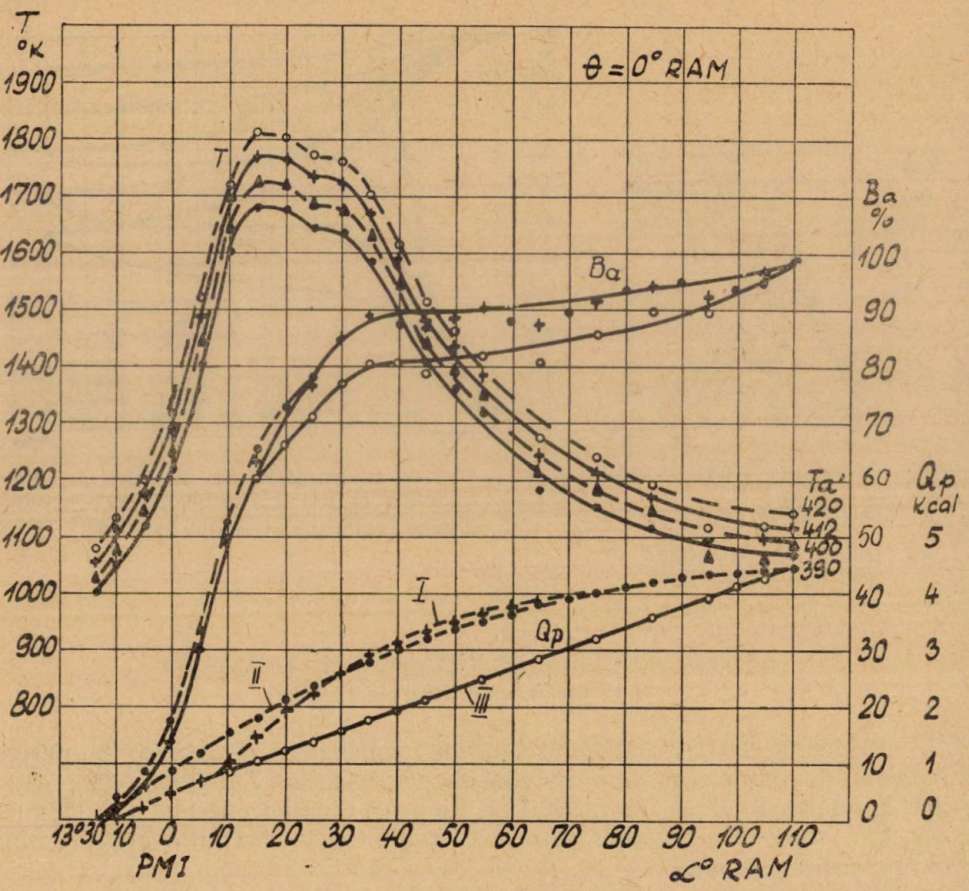


Fig. 15. Variația temperaturii gazelor (T), a cantității de combustibil ars (B_a) și a căldurii (Q_p), în funcție de (α).

oarecare măsură de căldura corespunzătoare lucrului mecanic primit de gaze de la piston în intervalul $\alpha = -13°30'$ pînă la $\alpha = 0°$RAM.

In cazul variației liniare a lui (Q_p), curba (III), cantitatea de combustibil (B_a) ars pînă la un moment dat, diferă mai mult în faza doua a arderii (începînd de la $\alpha = +15°$RAM) cînd ponderea căldurii transmisă la pereți este mai mare. Soluția aceasta nu poate fi luată în considerare.

4. CONCLUZII

In cadrul studiului termodinamic al procesului de ardere dintr-un motor Diesel supraalimentat, efectuat cu ajutorul ecuației energiei, s-a urmărit influența temperaturii (T_a) a aerului de la sfîrșitul admisiei, a preciziei de marcare pe diagrama (p, τ) a punctului mort al pistonului și a legii de va-

riație a căldurii transmisă la pereții camerei de lucru și s-a ajuns la următoarele concluzii :

— Mărirea temperaturii (T_a) a aerului de la sfîrșitul admisiei are ca efect reducerea greutății aerului admis în cilindru (G_a) și a coeficientului de exces de aer (λ).

— Mărirea temperaturii (T_a) a aerului de la sfîrșitul admisiei are ca efect mărirea temperaturii (T) a gazelor din cilindru, fără a influența sensibil asupra cantității de combustibil (B_a) ars pînă la un moment dat.

— Modificarea temperaturii (T_i) a aerului de la începutul injecției produsă prin schimbarea punctului mort al pistonului este mai importantă în cazul temperaturilor (T_a) de la sfîrșitul admisiei mai mari.

— Modificarea poziției punctului mort al pistonului, marcat pe diagrama (p, τ), are ca efect schimbarea căldurii corespunzătoare lucrului mecanic indicat și în sens contrar acestuia a căldurii cedate pereților camerei de lucru.

— Pentru o valoare dată a temperaturii (T_a) a aerului de la sfîrșitul admisiei, modificarea punctului mort al pistonului are ca efect schimbarea temperaturilor (T) ale gazelor din cilindru și a legii de variație a cantității de combustibil ars pînă la un moment dat.

— Deplasarea punctului mort al pistonului de la $\theta = -5°$ la $\theta = +5°$RAM are ca efect reducerea vitezei relative maxime și a decalajului acesteia față de punctul mort al pistonului.

— Modificarea legii de variație a căldurii cedată pereților camerei de lucru nu influențează sensibil asupra cantității de combustibil ars de la începutul injecției pînă la $\alpha = +15°$RAM, după PMI.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Bănărescu, T. Raica, V. Barbu, Contribuții la studiul procesului de ardere într-un motor cu aprindere prin compresiune. Bul. I.P.T., Tom. 10 (24) 1965 p. 397—406.
2. Reto Kind, *Messung des Instationären Wärmeüberganges des einem Zweitakt Dieselmotor hoher Drehzahl*, Juris Verlag, Zürich 1962, p. 26—28.
3. B. S. Stecikin, *Diagrama indicată, dinamica degajării căldurii și ciclul de funcționare a motoarelor rapide cu piston*. Moscova 1960, p. 77.

К ИЗУЧЕНИЮ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ В ДИЗЕЛЬНОМ ДВИГАТЕЛЕ С НАДДУВОМ

(РЕЗЮМЕ)

В рамках термодинамического изучения развития во времени процесса сгорания в дизельном двигателе с наддувом, рассматривается влияние температуыр воздуха в конце наполнения, точность маркировки мертвой точки поршня и закон передачи тепла от газов к стенкам рабочей камеры.

Термодинамическое исследование было проведено, при помощи уравнения энергии, для четырех температур (T_a) воздуха в конце наполнения (390 ; 400 ; 412 ; 420°K) и для пяти положений (θ) мертвой точки (—5 ; —2,5 ; 0 ; +2,5 ; +5° п.к.в.) при той же диаграмме давление — время (p, τ) и при одинаковом расходе горючего.

На основании полученных результатов сделан вывод, что отклонение мертвой точки от ее правильного положения имеет найболшее влияние на процесс сгорания в двигателе.

BEITRÄGE ZUM STUDIUM DES VERBRENNUNGSVORGANGES IN EINEM AUFGELADENEN DIESELMOTOR

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Arbeit verfolgt im Rahmen eines thermodynamischen Studiums, den Einfluss der Lufttemperatur am Ende des Ansaugens, der Bestimmungsgenauigkeit des Totpunktes und dem Gesetz der Wärmeübertragung von den Verbrennungsgasen zur Arbeitskammerwand, auf den zeitlichen Verlauf des Verbrennungsvorganges in einem aufgeladenen Dieselmotor.

Das thermodynamische Studium wurde für dasselbe Druck-Zeitdiagramm (p—τ) und für denselben Brennstoffverbrauch, mit Hilfe der Energiegleichung, für vier Lufttemperaturen (T_a) am Ende des Ansaugens (390 ; 400 ; 412 ; 420°K) und für fünf Positionen (θ) des Totpunktes (—5 ; —2,5 ; 0 ; +2,5 ; +5° kW) durchgeführt.

Auf Grund der erzielten Ergebnisse kann man die Schlussfolgerung ziehen, dass die Abweichung des Totpunktes von der genauen Position den Verbrennungsvorgang im Motor am meisten beeinflusst.

DETERMINAREA PE CALE GRAFO-ANALITICĂ A CURBELOR CARACTERISTICE $M=f(n)$ ȘI $P=f(n)$ PENTRU TURBINELE DE FORAJ*

DE

I. SANTĂU

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Curbele caracteristice ale unei mașini hidraulice se determină în general, în stațiuni speciale care permit măsurarea parametrilor pe mașina reală, cum ar fi în cazul pompelor, sau pe modele la scară redusă în cazul turbinelor Pelton, Francis, Kaplan etc. Pe baza rezultatelor obținute la încercările pe modele, utilizînd relațiile de similitudine se pot determina carcteristicile mașinei reale cu o precizie bună.

În cazul turbinelor de foraj, care sînt mașini hidraulice axiale cu un număr mare de trepte identice, încercările de laborator se fac pe o turbină echipată cu rotori și statori reali, corpul și arborele turbinei fiind reduse ca dimensiuni. Turbina de foraj pentru studii de laborator cuprinde un număr de 5—8 trepte identice formate fiecare din cîte un rotor și un stator, iar rezultatele obținute pe această turbină se transpun la mașina reală în baza proporționalității parametrilor cu numărul de trepte [1]. Rezultatele obținute astfel sînt apropiate de realitate deoarece s-a constatat că energia cinetică la ieșirea din ultimul rotor al turbinei de laborator nu influențează sensibil valoarea randamentului ei [1].

Prezenta lucrare are ca scop stabilirea unei metode de determinare a curbelor caracteristice: moment de răsucire în funcție de turație $M=f(n)$ și putere la arbore în funcție de turație $P=f(n)$ pentru o turbină de foraj, cunoscînd parametrii energetici ai rețelelor plane de profile utilizate în construcția turbinei, care în prealabil au fost determinați prin studii experimentale în stațiuni de încercare.

Stațiunea pentru încercarea rețelelor plane de profile și metodica de determinare a parametrilor energetici ai unei rețele plane de profile sînt descrise în lucrarea [2].

---

* Lucrare comunicată la a XIII-a Sesiune științifică a cadrelor didactice din I.P.T. 10—12 mai 1968.

2. METODICA DE CALCUL A CURBELOR CARACTERISTICE $M_K=f(n)$ ȘI $P_K=f(n)$ PENTRU PARAMETRII CONSTANȚI AI REȚELEI PLANE DE PROFILE $\left(\beta_s=\text{ct},\ \frac{t}{l}=\text{ct}\right)$.

Metodica de calcul a curbelor caracteristice $M_K = f(n)$ și $P_K = f(n)$ se va studia pentru o singură treaptă a turbinei ($K=1$) iar valorile calculate vor putea fi transpuse la turbina reală prin amplificarea parametrilor respectivi cu numărul de trepte existente în turbina reală. Această ipoteză admite faptul că toate treptele turbinei funcționează în condiții identice.

În cele de mai jos se vor determina curbele $M_{K=1} = f(n)$, $P_{K=1} = f(n)$ pentru o treaptă a turbinei echipată cu o rețea de profile avînd unghiul de așezare β_s și pasul relativ $\frac{t}{l}$ constant.

2.1 Determinarea parametrilor $M_{K=1}$ și $P_{K=1}$ în ipoteza turației constante a turbinei și a debitului de alimentare constant

În vederea determinării curbelor caracteristice $M_{K=1} = f(n)$, $P_{K=1} = f(n)$ este necesar să cunoaștem geometria profilului, parametrii energetici ai rețelei plane de profile determinați pe cale experimentală, parametrii constructivi ai turbinei unde urmează a fi utilizată rețeaua de profile, precum și debitele impuse de tehnologia de foraj.

Presupunînd cunoscute aceste date pentru un pas relativ constant, respectiv un unghi de așezare constant, realizabile prin construcția turbinei, admițînd că turbina lucrează la un debit constant obținut pe baza caracteristicei de lucru a pompelor cu piston utilizate în foraj; se poate stabili metodica de determinare a celor două curbe caracteristice ale turbinei de foraj $M_{K=1}=f(n)$ și $P_{K=1}=f(n)$.

Viteza axială a curentului v_m în spațiul *1-1* dintre stator și rotor (fig. 1), pe baza ipotezei făcute de Kaseanov [4] asupra uniformizării vitezei in această zonă, se va calcula fără a ține seama de obstrucția datorită grosimii bordului de fugă al paletelor statorice. Relația de calcul a vitezei axiale v_m se obține, aplicînd ecuația de continuitate pentru un debit Q circulat prin turbină, în spațiul inelar format de butucul rotorului cu diamterul d_i și partea interioară a inelului cu diametrul d_e (fig. 2), sub forma:

$$V_m = \frac{4Q}{\pi (d_e^2 - d_i^2)} \tag{1}$$

Mărimile care caracterizează rețeaua plană de profile precum și curentul care spală această rețea (fig. 3) sînt: pasul rețelei (t), coarda profi-

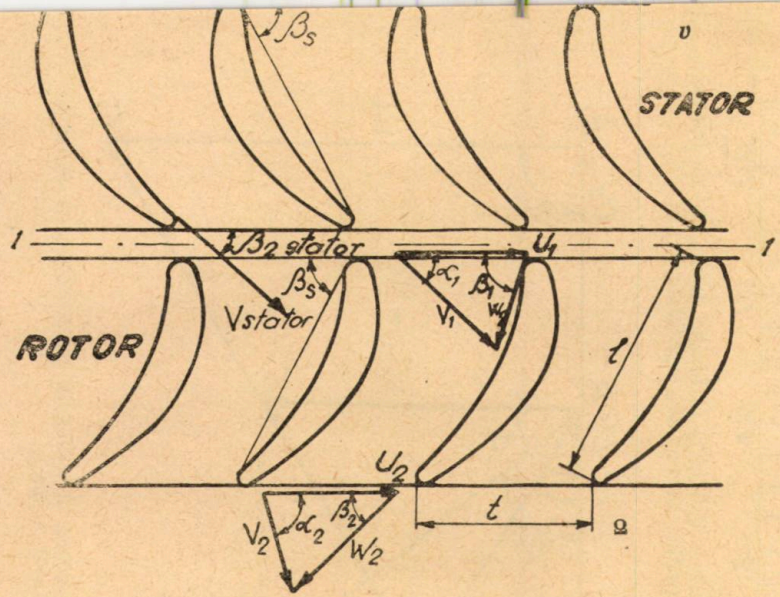


Fig. 1. Schema cinematică a unei trepte dintr-o turbină de foraj.

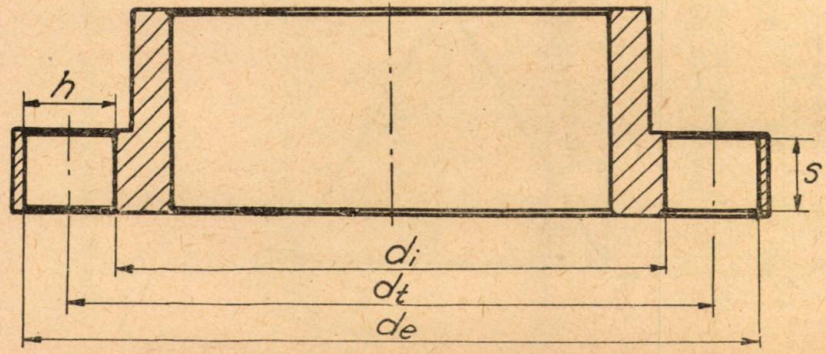


Fig. 2. Schema unui rotor pentru turbină de foraj.

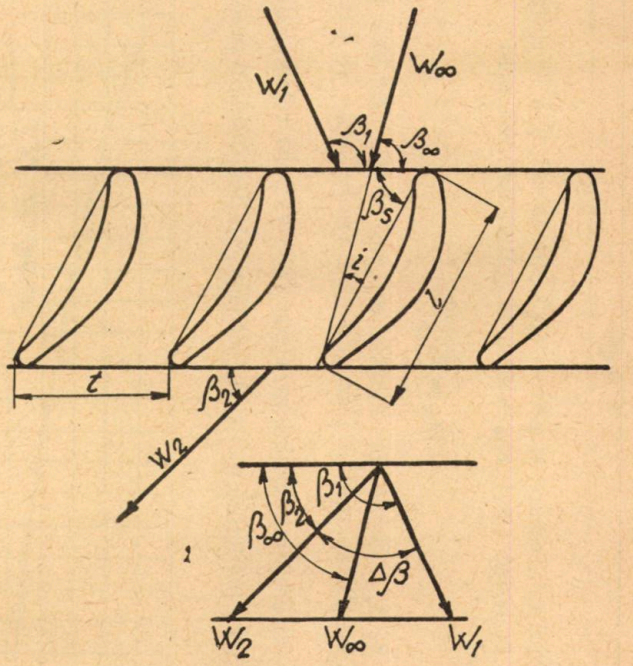


Fig. 3. Parametrii geometrici ai rețelei de profile și parametrii cinematici ai curentului.

lului (l), unghiul de așezare al rețelei (β_s), viteza relativă la intrare (w_1), viteza relativă la ieșire (w_2), w_∞ viteza la infinit definită prin:

$$\overline{w}_\infty = \frac{\overline{w}_1 + \overline{w}_2}{2} \tag{2}$$

unghiurile β_1, β_2 β_∞ făcute de vitezele w_1, w_2 și w_∞ cu axa rețelei și unghiul de incidență i cuprins între direcția vitezei w_∞ și coarda profilului.

Impunînd intrarea curentului fără șoc ($\beta_1 = 90°$) în rețeaua de profile, din curba $\beta_2 = f(\beta_1)$ pentru $\frac{t}{l} = ct$ și $\beta_s = ct$ (fig. 4), determinată pe cale expe-

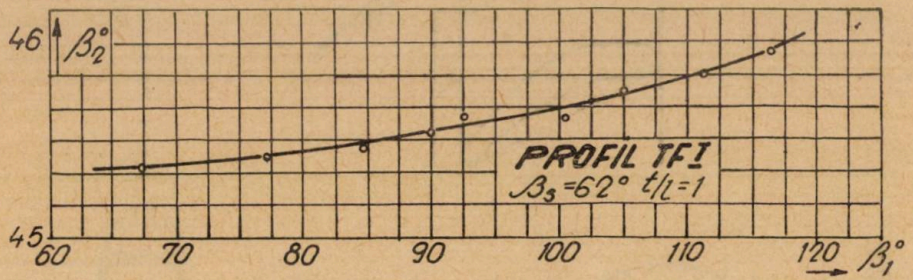


Fig. 4. Variația unghiului de ieșire al curentului β_2 în funcție de unghiul de intrare pentru o rețea plană de profile. Determinări experimentale [3].

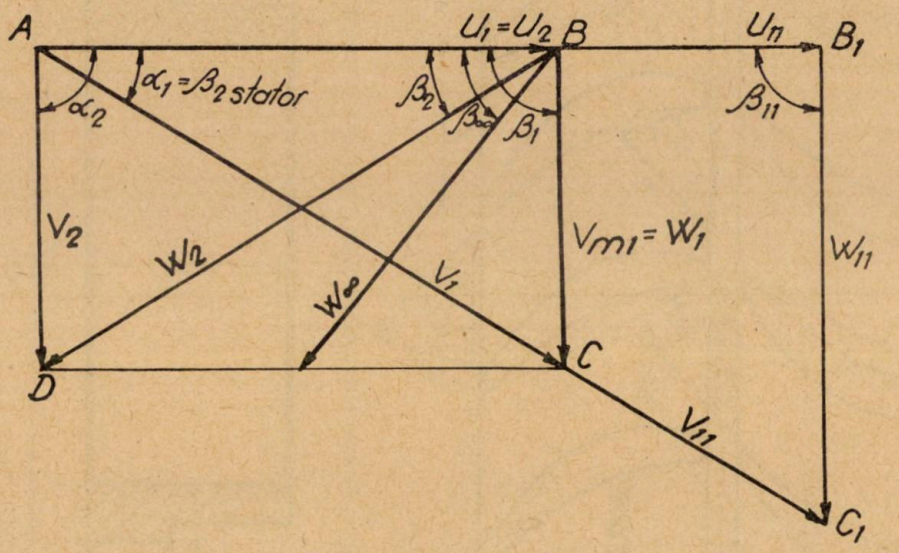


Fig. 5. Triunghiurile de viteză la intrarea și ieșirea de pe rotor pentru debite variabile $Q_1 \neq Q_{11}$.

rimentală [3]; obținem valoarea unghiului de ieșire a curentului din stator β_{2s}, care determină direcția vitezei absolute la intrare în rotor.

Avînd valoarea vitezei axiale calculată cu relația (1) și valoarea unghiului β_{2s} corespunzător intrării fără șoc, se poate construi triunghiul vitezelor la intrare pe rotor *ABC* (fig. 5).

Ținînd seama de faptul că rețeaua de profile a rotorului este identică cu a statorului iar dispunerea profilelor este simetrică față de un ax vertical (fig. 1), triunghiurile de viteză vor fi simetrice față de același ax (fig. 5) și vor satisface egalitățile:

$$\alpha_1=\beta_2=\beta_{2s};\ \beta_1=\alpha_2\quad w_1=v_2;\ v_1=w_2;\ U_1=U_2; \tag{3}$$

Din triunghiul vitezelor de la intrare *ABC* (fig. 5), construit la scară, utilizînd valorile v_m, β_{2s} și condiția impusă $\beta_1=90°$, se poate determina valoarea vitezei tangențiale $U_1=U_2=U$. Cunoscînd valoarea acestei viteze și diametrul teoretic d_t al turbinei (fig. 2) obținem turația:

$$n=\frac{60\,U}{\pi d_t}\cdot \tag{4}$$

Valoarea vitezei la infinit poate fi determinată pe cale grafică prin construcția la scară a triunghiurilor de viteze de la intrare *ABC* și ieșire *ABD* (fig. 5).

Dispunînd de valoarea vitezei w_∞ și de curba $C_T=f(\beta_1)$ la $t/l=$const și $\beta_s=$const (fig. 6), determinată prin măsurători experimentale [3], se obține valoarea coeficientului forței tangențiale C_T (fig. 7) și astfel putem calcula momentul dezvoltat de o singură treaptă a turbinei ($K=1$) avînd z palete:

$$M_{K=1}=C_T\frac{\gamma}{2g}w_\infty^2 hl\frac{d_t}{2}z \tag{5}$$

în care:

γ — greutatea specifică a fluidului de lucru;
g — accelerația gravitațională;
l — coarda profilului;
h — înălțimea radială a paletei.

Puterea corespunzătoare unei trepte la turația calculată cu (4) și a momentului determinat din relația (5) este:

$$P_{K=1}=M_{K=1}\omega=M_{K=1}\frac{\pi n}{30}\cdot \tag{6}$$

In continuare pe baza măsurătorilor efectuate asupra rețelei plane de profile [3] pot fi determinate cu o anumită aproximație și pierderile hidraulice care iau naștere datorită trecerii fluidului de lucru prin rețeaua de profile. Din curba $\zeta=f(\beta_1)$ pentru $\frac{t}{l}=$constant și $\beta_s=$constant (fig. 8) se determină valcarea coeficientului de pierdere locală ζ la trecerea fluidului

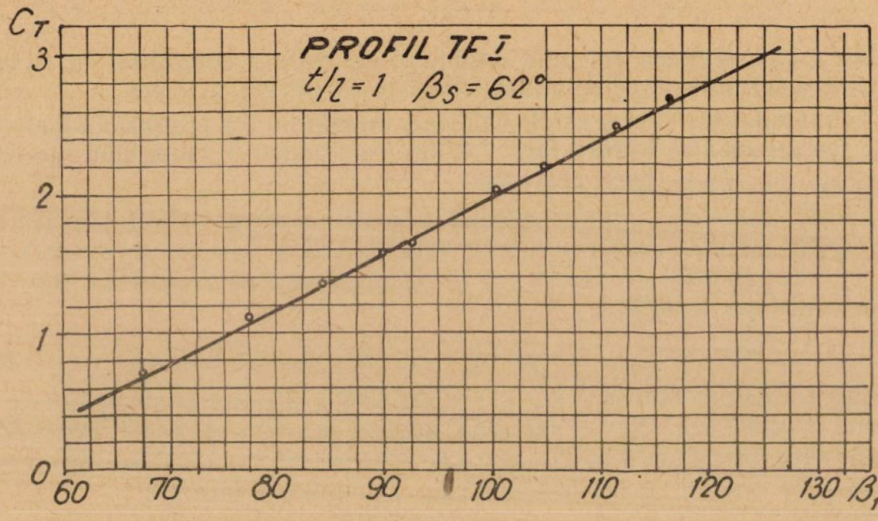


Fig. 6. Variația coeficientului forței tangențiale C_T în funcție de unghiul de intrare β_1, pentru o rețea plană de profile. Determinări experimentale [3].

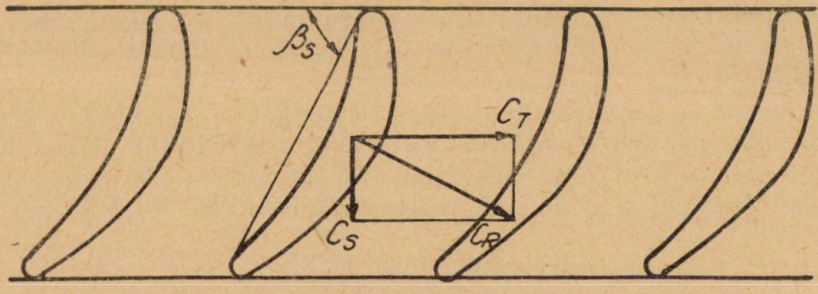


Fig. 7. Schema de descompunere a forței rezultante unitare C_R.

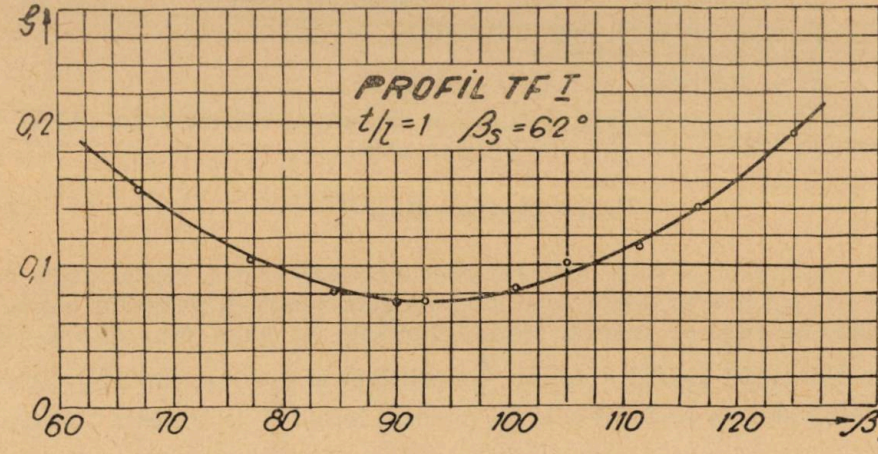


Fig. 8. Variația coeficientului de rezistență ζ în funcție de unghiul de intrare β_s, pentru o rețea plană de profile. Determinări experimentale [3].

prin rețea. Avînd în vedere că statorul și rotorul turbinei cuprind două rețele de profile identice pierderea hidraulică pe o treaptă a turbinei va fi :

$$h_{K=1}=2\zeta\frac{v_m^2}{2g} \tag{7}$$

2.2 Determinarea parametrilor $M_{K=1}$ și $P_{K=1}$ pentru turație variabilă și debit constant

Datorită faptului că turbina de foraj nu dispune de un sistem de reglare a turației, valoarea acesteia variază în funcție de o serie de factori dintre care amintim : forța axială de apăsare a sapei pe talpă exercitată prin prăjinile de foraj, rezistența opusă de rocă, debitul de lichid trecut prin turbină, etc. Turbina prezintă o stabilitate mai mare în funcționare la turația corespunzătoare zonei de putere maximă, reglarea funcționării în această zonă făcîndu-se prin variația forței axiale, exercitată de la suprafață asupra sapei.

În vederea determinării parametrilor $M_{K=1}$ și $P_{K=1}$ la o turație variabilă se admite o variație $\pm\Delta n$ a turației menținînd în același timp debitul constant. Valorii $\pm\Delta n$ cu care variază turația îi va corespunde o variație $\pm\Delta U$, a vitezei periferice (fig. 9). Triunghiul vitezelor construit în ipoteza intrării fără șoc (fig. 9) se va modifica prin adăugarea mărimii $\Delta U=BD$ luînd forma ADC. Astfel unghiul β_1 va lua valoarea β_1' la o variație pozitivă Δn, respectiv la valoarea $U+\Delta U$ a vitezei periferice.

Construind triunghiul vitezelor ADC (fig. 9) la scară, de pe figură se poate determina valoarea β_1' care și în acest caz va face legătura între parametrii cinematici ai turbinei de foraj și parametrii energetici ai rețelei de profile. Ținînd seama de ipotezele făcute la paragraful 2.1 se construiește triunghiul vitezelor la ieșire și apoi se determină valorile $M'_{K=1}$, $P'_{K=1}$ respectiv $h'_{K=1}$ corespunzătoare unei turații constante $n'=n\pm\Delta n$, după procedeul descris anterior.

Dînd succesiv valori variabile mărimii Δn astfel încît să acoperim întreg domeniul de turație al turbinei de foraj și repetînd pentru fiecare valoare operațiunile descrise mai sus se obțin, prin puncte, curbele $M_{K=1}=f(n)$, $P_{K=1}=f(n)$, $h_{K=1}=f(n)$ pentru $Q=$constant (fig. 10), (fig. 11) și (fig. 12).

2.3 Determinarea parametrilor $M_{K=1}$ și $P_{K=1}$ în ipoteza variației turației și debitului. Determinarea curbelor $M_{K=1}=f(n)$ și $P_{K=1}=f(n)$.

În ipoteza unui debit $Q_1\neq Q$ pentru $n=$ct corespunzător intrării fără șoc și a menținerii constante a parametrilor rețelei de profile, vom obține $v_{m1}\neq v_{m11}$ pe baza relației (1). Ținînd seama că unghiul β_{2s} este constant, triunghiului ABC (fig. 5) construit pentru valoarea v_m a vitezei axiale, îi va corespunde triunghiul AB_1C_1, în care viteza axială are valoarea $v_{m11}=w_{11}$. Valoarea vitezei tangențiale variază odată cu variația debitului.

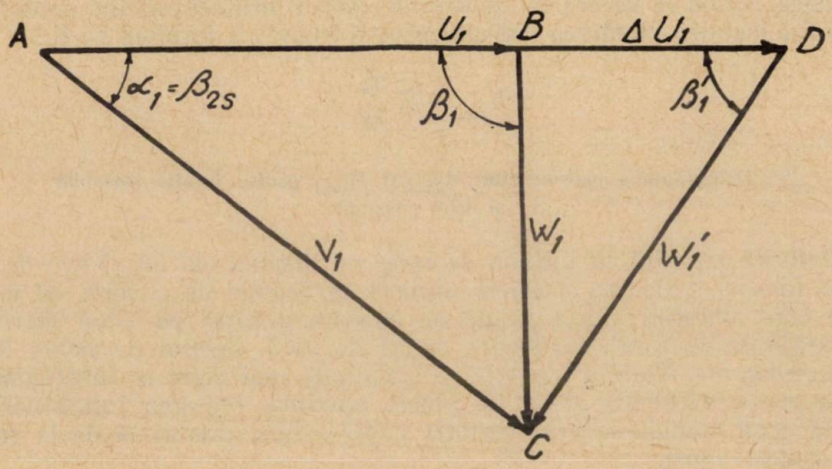


Fig. 9. Triunghiul vitezelor la intrare pe rotor pentru două turații: $n(ABC)$ și $n'(ADC)$.

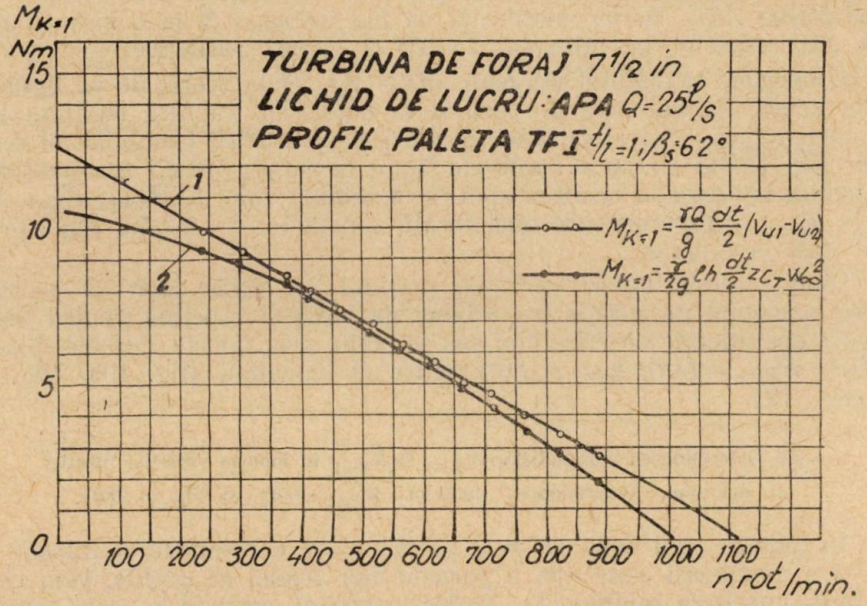


Fig. 10. Curbele $M_{K=1} = f(n)$ pentru o treaptă a unei turbine de foraj de 7½ in.

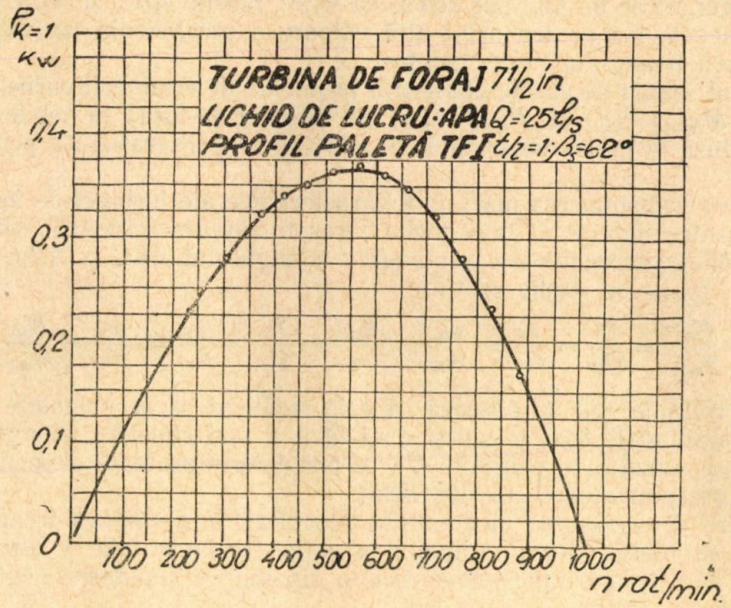


Fig. 11. Curba $P_{K=1}=f(n)$ pentru o treaptă a unei turbine de foraj de $7^1/_2$ in.

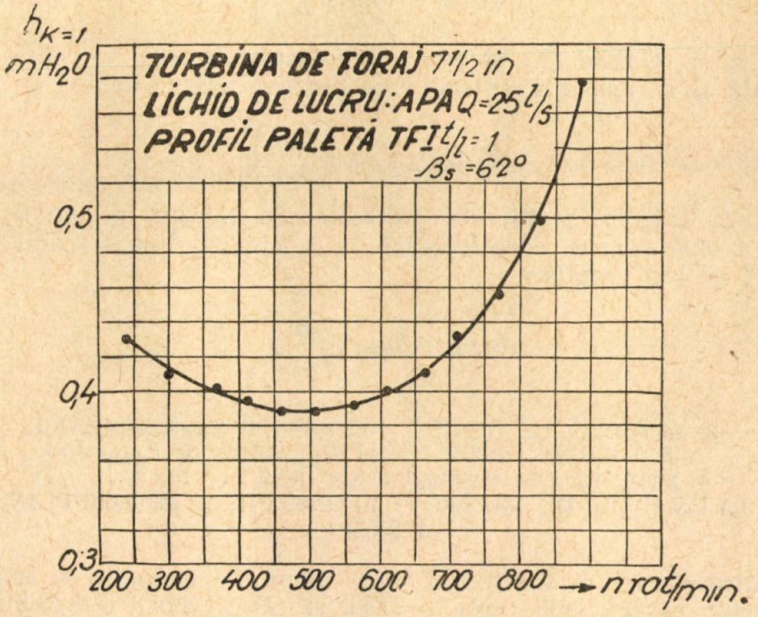


Fig. 12. Curba $h_{K=1}=f(n)$ pentru o treaptă a unei turbine de foraj de $7^1/_2$ in.

Din condițiile de mai sus reiese că triunghiurile ABC și AB_1C_1 (fig. 5) sînt asemenea, iar pentru orice altă valoare a turației din aceleași motive asemănarea triunghiurilor se menține.

Ținînd seama de aceste observații problema determinării curbelor caracteristice $M_{K=1}=f(n)$ și $P_{K=1}=f(n)$ ale turbinei de foraj, la debite variabile a fost redusă la problema tratată în prealabil la paragraful 2.2 pentru debit constant.

Pentru transpunerea mărimilor caracteristice ale turbinei de foraj determinate pentru debitul Q la valorile corespunzătoare utilizării debitului Q_1 în turbină, ținem seama de asemănarea triunghiului ABC și AB_1C_1 (fig. 5) în baza căreia se obțin relațiile:

$$\frac{v_{m1}}{v_{m11}} = \frac{U_1}{U_{11}} = \frac{v_1}{v_{11}} = \frac{w_1}{w_{11}}; \quad \frac{v_{m2}}{v_{m21}} = \frac{U_2}{U_{21}} = \frac{v_2}{v_{21}} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{w_\infty}{w_{\infty 1}} \tag{8}$$

Din relațiile (8) se observă că este suficient să se calculeze valoarea vitezei meridionale $v_{m11} = v_{m21}$ și apoi fără a mai construi triunghiurile de viteză corespunzătoare debitului Q_1, se pot determina toate elementele cinematice corespunzătoare acestui debit.

Pentru determinarea momentului dezvoltat de o singură treaptă a turbinei, la un debit $Q_1 \neq Q$, utilizînd ecuația fundamentală a turbinelor și ținînd seama de mărimile geometrice și cinematice constante pentru o turbină dată se obține:

$$M_{1\,K=1} = M_{K=1}\left(\frac{v_{m11}}{v_{m1}}\right)^2 \tag{9}$$

Utilizînd relațiile (8) și (4) prin înlocuire în (6) se obține puterea dezvoltată de o treaptă a turbinei care funcționează cu debitul Q_1:

$$P_{1\,K=1} = P_{K=1}\left(\frac{v_{m11}}{v_{m1}}\right)^3 \tag{10}$$

Pentru calculul pierderilor hidraulice în rețeaua de profile dintr-o treaptă a unei turbine, care lucrează cu debitul Q_1 ținînd seama de relațiile (7) și (8) rezultă:

$$h_{1\,K=1} = h_{K=1}\left(\frac{v_{m21}}{v_{m2}}\right)^2. \tag{11}$$

3. METODICA DE CALCUL A CURBELOR CARACTERISTICE ALE TURBINELOR DE FORAJ $M_{K=1}=f(n)$ ȘI $P_{K=1}=f(n)$ PENTRU VALORI VARIABILE ALE PASULUI RELATIV (t/l) LA UN UNGHI DE AȘEZARE (β_s) CONSTANT, AL REȚELEI PLANE DE PROFILE

Pentru pas relativ variabil al rețelei de profile, metodica de determinare a curbelor caracteristice $M_{K=1}=f(n)$ și $P_{K=1}=f(n)$ este similară cu aceea prezentată în paragraful 2.3. Pentru efectuarea calculelor este necesar

să se dispună de curbele $C_T=f(\beta_1)$ și $\zeta=f(\beta_1)$ determinate pe cale experimentală pentru rețeaua plană de profile avînd pas relativ variabil.

În aceste ipoteze pot apare însă următoarele două aspecte distincte:

— pasul relativ al rotorului este identic cu al statorului;

— pasul relativ al statorului este diferit de al rotorului.

Diferența tratării acestor două aspecte constă numai în faptul că în cazul pasului relativ al paletelor rotorice, diferit de cel al paletelor statorice, triunghiurile de viteză la intrare pe rotor vor avea o formă diferită de cele de la ieșire pentru că valorile unghiului β_{2s} nu vor mai fi egale cu cele ale unghiului β_2.

4. METODICA DE CALCUL A CURBELOR CARACTERISTICE ALE TURBINEI DE FORAJ $M_{K=1}=f(n)$, $P_{K=1}=f(n)$ PENTRU VALORI VARIABILE ALE PASULUI RELATIV $\frac{t}{l}$ ȘI UNGHIULUI DE AȘEZARE β_s.

În această situație, cea mai generală posibilă pentru o rețea plană formată din aceleași profile, procedeul de determinare a curbelor caracteristice $M_{K=1}=f(n)$ și $P_{K=1}=f(n)$ pentru turbina de foraj este similar, cu cel expus la paragrafele 2.2, 2.3 și 3. Pentru realizarea calculelor este necesar studiul complet al rețelei plane de profile în așa fel încît să se dispună de curbele $\beta_2=f(\beta_1)$, $C_T=f(\beta_1)$ și $\zeta=f(\beta_1)$ atît pentru valori variabile ale pasului relativ cît și pentru valori variabile ale unghiului de așezare. Dispunînd de un astfel de studiu pot să fie determinate cele mai optime soluții pentru paletajul turbinei de foraj în funcție de parametrii impuși, de condițiile geologice în care va lucra această turbină.

5. CALCULUL CURBELOR CARACTERISTICE $M_{K=1}=f(n)$, $P_{K=1}=f(n)$ ȘI $h_{K=1}=f(n)$ PENTRU O TURBINĂ A FORAJ DE $7\frac{1}{2}$ in LUCRIND CU UN DEBIT $Q=25$ l/s, AVIND PALETE CU PROFIL TF I DE SECȚIUNE CONSTANTĂ IN LUNGUL RAZEI, DISPUSE LA PASUL RELATIV $t/l=1$ ȘI LA UN UNGHI DE AȘEZARE $\beta_s=62°$

Aplicînd metodica de calcul expusă în paragraful 2.2 în ipotezele de mai sus și utilizînd rezultatele obținute prin măsurători experimentale asupra rețelelor plane de profile efectuate în Laboratorul de mașini hidraulice din Timișoara [3], s-au obținut curbele caracteristice $M_{K=1}=f(n)$ (fig. 10), $P_{K=1}=f(n)$ (fig. 11) și $h_{K=1}=f(n)$ (fig. 12).

Comparînd curbele *1* și *2* (fig. 10) se observă că valorile $M_{K=1}$ de pe curba *2* sînt mai mici decît cele corespunzătoare aceleiași valori a turației pe curba *1*. Această diferență își găsește explicația în faptul că la determinarea valorilor $M_{K=1}$ reprezentate prin curba *1* s-a ținut seama numai de elementele cinematice ale rețelei plane de profile care echipează turbina, iar la calculul valorilor corespunzătoare de pe curba *2*, și de caracteristicile energetice.

În cazul regimului de funcționare al turbinei cu putere maximă, la intrare fără șoc ($n=560$ rot/min) și într-un domeniu destul de larg de turații [$n=(400—600)$ rot/min], curbele *1* și *2* $M_{K=1}=f(n)$ prezintă valori foarte apropiate. În această zonă valorile vectorului vitezei de șoc v_s (fig. 13) sînt mult mai mici în raport cu valorile aceluiași vector la turații de funcționare mai mari sau mai mici.

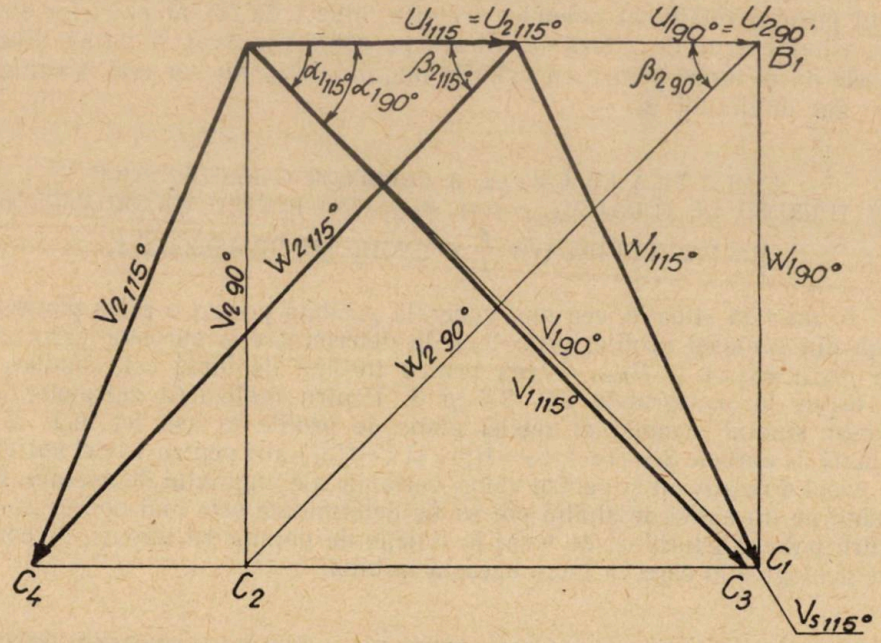


Fig. 13. Schema pentru determinarea componentei de șoc a vitezei v_s la un unghi de intrare al curentului în rețeaua plană de profile $\beta_1=115°$.

Vectorul vitezei de șoc se poate pune în evidență la fiecare regim de funcționare al turbinei unde acesta apare, dacă se dispune de curba $\beta_2=f(\beta_1)$ (fig. 4).

Astfel pentru rețeaua de profile TF I [3] s-au construit triunghiurile vitezelor la scară (fig. 13) pentru un unghi de atac al rețelei de profile $\beta_1=115°$. Triunghiul vitezelor la intrare fără șoc fiind AB_1C_1 pentru $\alpha_{1\,90°}=\beta_{2\,90°}$, din curba $\beta_2=f(\beta_1)$ (fig. 4), determinată pentru rețeaua plană de profile rezultă $\alpha_{1\,115°}>\alpha_{1\,90°}$ deci și $\beta_{2\,115°}>\beta_{2\,90°}$ iar poligonul vitezelor la intrare pe rotor va fi $A_1B_2C_1C_3$. Închiderea poligonului vitezelor se realizează astfel prin vectorul v_s a cărui mărime la scară este segmentul C_3C_1.

Turația turbinei în regim de putere maximă se poate determina din curba $P_{K=1}=f(n)$ (fig. 11) și se observă că aceasta are valoarea de două ori mai mică decît turația de mers în gol, satisfăcînd condițiile date în literatură [1], [5].

Din curba $h_{K=1}=f(n)$ (fig. 12) se observă că turbina de foraj va funcționa cu pierderi minime în zona turațiilor $n=(375—575)$ rot/min, pierderile de presiune crescînd mult, în zona turațiilor mai mari.

6. CONCLUZII

a. Dispunînd de studii experimentale asupra rețelelor plane de profile cu parametrii variabili, pe baza metodei prezentate în cadrul lucrării pot să fie determinate curbele caracteristice $M_{K=1}=f(n)$, $P_{K=1}=f(n)$ și $h_{K=1}=f(n)$ pentru turbine de foraj. Curbele caracteristice astfel construite oferă valorile momentului și puterii dezvoltate la arbore, fără a lua în considerare pierderile mecanice și hidraulice din întreaga turbină.

b. Pe baza curbelor $M_{K=1}=f(n)$, $P_{K=1}=f(n)$ și $h_{K=1}=f(n)$ la proiectarea turbinelor de foraj pot să fie determinați următorii parametrii: numărul de trepte necesar turbinei pentru dezvoltarea unei puteri impuse la arbore, fără a fi considerate pierderile mecanice, volumetrice și pierderile hidraulice suplimentare; turația în regim de putere maximă; turația de ambalare; valorile momentului și puterii dezvoltate la arbore în diferite regimuri de funcționare; și variația aproximativă a pierderilor de presiune în turbină în funcție de turație.

c. Metoda prezentată pentru determinarea curbelor caracteristice ale turbinei de foraj $M_{K=1}=f(n)$ și $P_{K=1}=f(n)$, cu toate că nu elimină necesitatea metodelor clasice de studiu, în cazul determinării curbelor de garanție [1]; se poate aplica cu succes în studiul și proiectarea turbinelor de foraj prezentînd față de metodele clasice următoarele avantaje: oferă posibilitatea comodă și rapidă de efectuare a unor studii comparative pentru variante multiple de turbine echipate cu rețele de profile avînd parametrii variabili și asigură economii importante de manoperă și materiale, prin eliminarea cheltuielilor ocazionate de realizarea unui număr mare de variante de rotori și statori, avînd palete cu parametrii variabili; care sînt necesari în metodele clasice de studiu a turbinelor de foraj [1].

BIBLIOGRAFIE

1. G. A. Liubimov, B. G. Liubimov, *Teoria i rasciot osevîh mnogostupenciatîh turbin turboburov,* Gostoptehizdat Leningrad 1963.
2. V. Anton, I. Santău, Einfluss des Schaufelwinkels β_s auf die Kennwerte des Schaufelgitters bestehend aus Profilen MHT-1. Hydro-Turbo 1967, 21—23. IX. 1967 Marianske Lazne R. S. Cehoslovacia.
3. V. Anton, I. Santău, Cercetări asupra unor rețele de profile pentru turbine de foraj. Buletinul Științific și Tehnic al Institutului Politehnic Timișoara Tom. 14(28)-1.
4. V. M. Kaseanov, *Turbobure.* I.D.T. București 1960.
5. R. A. Ioannesian, *Bazele teoriei și ale tehnicii forajului cu turbina.* Editura tehnică București 1955.

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧНЫХ КРИВЫХ $M=f(n)$ И $P=f(n)$ ДЛЯ ТУРБОБУРОВ

(РЕЗЮМЕ)

Рассматривается общий метод оплределения характеристик $M=f(n)$ и $P=f(n)$ для турбобуров, используя энергетические характеристики плоских решеток профилей, определенные экспериментально в аэродинамических трубах.

Метод дает необходимые для проектирования турбобуров данные которые исключают необходимость предварительных испытаний различных вариантов турбин.

DIE GRAPHO-ANALYTISCHE BESTIMMUNG DER KENNLINIEN $M=f(n)$ UND $P=f(n)$ FÜR BOHRTURBINEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Arbeit behandelt ein allgemeines Verfahren zur Bestimmung der Kennlinien $M=f(n)$ und $P=f(n)$ einer Bohrturbine, mittels der energetischen Kennlinien von ebenen Schaufelgittern, die experimentell im Windkanal ermittelt wurden.

Das Verfahren bietet anwendbare Daten die im Entwurf von Bohrturbinen benötitgt werden, und erlaubt bei seiner Anwendung, ein Umgehen von wiederholten vorherigen Experimnetalstudien an Turbinenvarianten.

ASUPRA AERODINAMICII UNUI FOCAR CICLON PENTRU ARDEREA COMBUSTIBILILOR LICHIZI GREI *

DE

C. UNGUREANU, H. THEIL, FR. NEISS, H. GUTMAYER

1. INTRODUCERE

Arderea combustibililor lichizi cu conținut ridicat de vanadiu, sodiu și sulf, la care se adaugă un procentaj din ce în ce mai mare de impurități mecanice sub formă de cocs, ridică probleme destul de complexe pentru exploatare, legate pe de o parte de coroziunea la înaltă și joasă temperatură, iar pe de altă parte de înfundarea frecventă a duzelor de injecție.

Cercetările sistematice asupra dinamicii reacțiilor de oxidare ale vanadiului și sulfului [1], [2], [3], [4], au arătat că reducerea coeficientului de excedent cu care se realizează arderea are o influență pozitivă în sensul micșorării sau chiar reducerii la zero (pentru $\lambda < 1{,}03$) a cantităților de pentaoxid de vanadiu (V_2O_5) și trioxidul de sulf (SO_3), considerați principalii agenți ai coroziunii.

Realizarea arderii combustibililor lichizi energetici cu un exces de aer foarte redus impune o pulverizare foarte fină și uniformă a combustibilului, performanță atinsă în stadiul actual numai de injectoarele cu pulverizare mixtă — prin presiunea păcurii și cu abur — construite numai de cîteva firme europene ca Babcock și K.S.G. (Kohlenscheidungs-Gesellschaft).

Finețea pulverizării exprimată printr-o anumită valoare a diametrului mediu al norului de picături, scade pe măsura creșterii diametrului duzei de injecție și de aceea se recurge la divizarea acesteia din urmă în mai multe canale de diametre mai mici. Această soluție devine inaplicabilă însă în cazul combustibililor lichizi cu un procent ridicat de impurități mecanice sub formă de cocs din cauza pericolului de înfundare frecventă a duzelor.

Pornind de la condițiile de ardere impuse mai sus cît și de la limitările pe care le prezintă injectoarele cu pulverizare mecanică sau mixtă, se pare că arderea unor combustibili lichizi energetici sau chiar a unor deșeuri sub

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din I.P.T. la data de 10...12 mai 1968.

formă de gudroane, fenoli, etc., poate fi realizată cu rezultate bune folosind principiul arderii intensificate.

Este cunoscut faptul că la nivelele de temperatură destul de ridicate din orice focar industrial, frîna procesului de ardere nu o constituie reacția chimică de oxidare, ci viteza de formare a amestecului carburant determinată în ultima instanță de factorii hidrodinamici. Găsirea mijloacelor raționale de accelerare a procesului de amestecare a celor doi componenți — combustibilul și oxidantul — reprezintă preocuparea de bază în tehnica actuală a focarelor și constituie garanția realizării unei arderi cu un exces de aer foarte redus, chiar la o pulverizare mai grosolană a combustibilului.

Focarul ciclon, prin construcția și modul său de funcționare, răspunde acestui deziderat. În lucrare ne-am propus să studiem un focar ciclon de tip orizontal, cu insuflare tangențială, care în prima fază să fie cercetat la rece, iar concluziile obținute să fie folosite la proiectarea, încercarea și interpretarea rezultatelor pe un model cald.

Prezenta comunicare conține unele rezultate referitoare la aerodinamica unui focar ciclon orizontal cu insuflarea tangențială a combustibilului.

2. DESCRIEREA STANDULUI EXPERIMENTAL

Standul experimental reprezentat schematic în fig. 1 se compune dintr-un ventilator centrifugal cu debitul de 350 Nm^3/h și sarcina de 400 mm H_2O, care insuflă aerul în rezervorul de distribuție. Din acesta aerul este

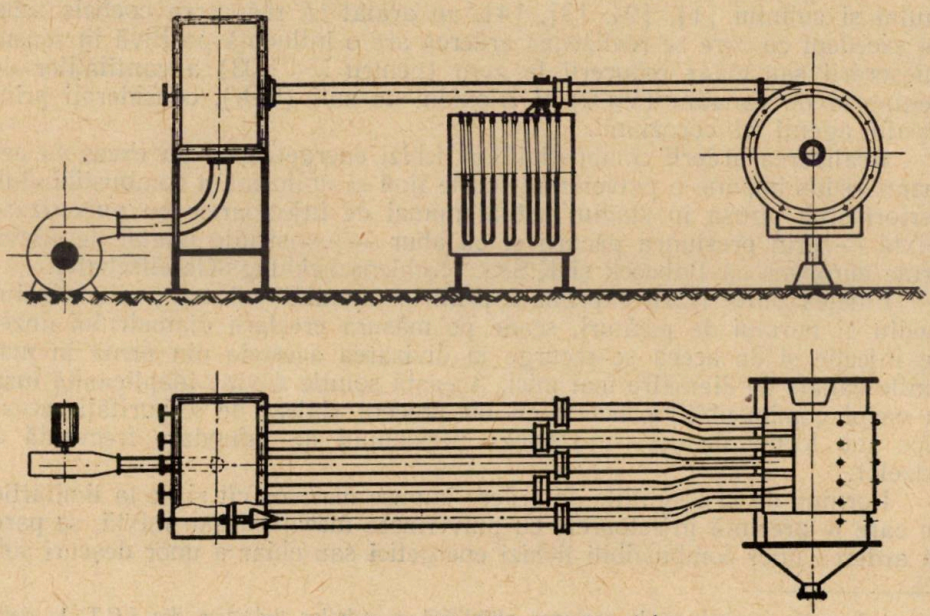


Fig. 1. Schema standului experimental.

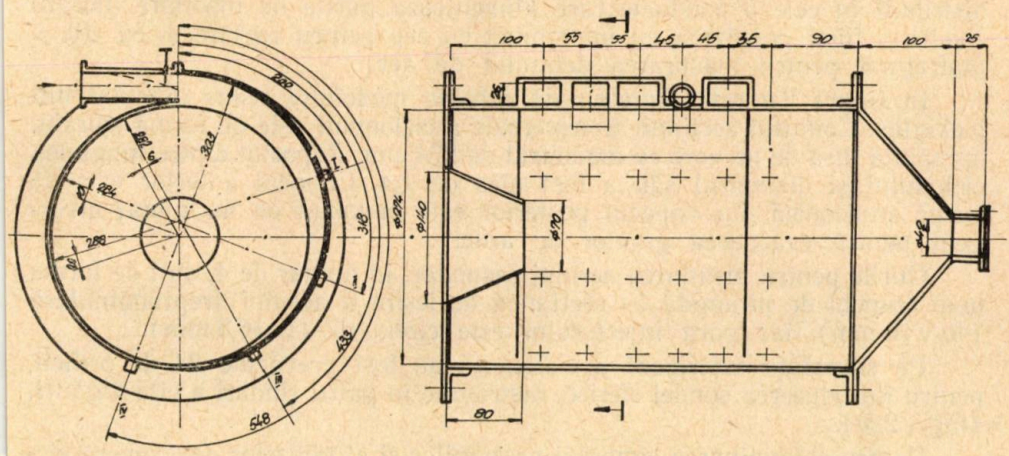


Fig. 2 a. Focarul ciclon.

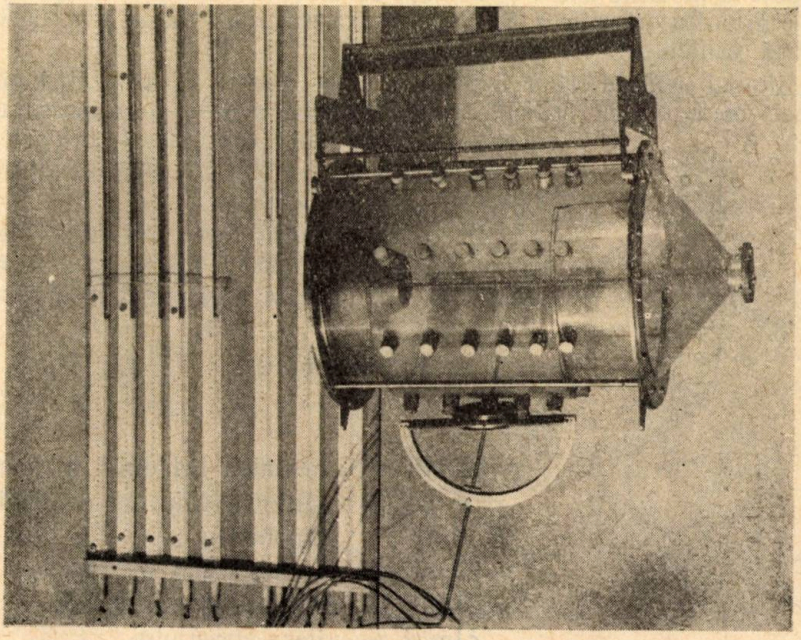


Fig. 2 b. Focarul ciclon.

distribuit în cele 5 conducte care alimentează gurile de insuflare, fiecare conductă fiind prevăzută cu un robinet cu cep pentru reglare și cu cîte o diafragmă pentru măsurarea debitului de aer.

In figura 2 *a* este reprezentată schema modelului redus executat din plexiglas. Conturul secțiunii transversale a ciclonului este de formă spirală, apropiată însă de un cerc cu diametrul de 274 mm. Raportul dintre lungimea ciclonului și diametrul său a fost ales de 1,4. Capacul anterior este de formă tronconică, iar capacul posterior este prevăzut cu un ajutaj divergent pentru evacuarea gazelor de ardere.

Gurile pentru insuflarea aerului secundar, în număr de 4, sînt de forma unui trunchi de piramidă cu secțiunea de ieșire a aerului dreptunghiulară (40×10 mm), iar gura injectorului este circulară (ϕ 16,5 mm).

Pe suprafața exterioară a ciclonului au fost prevăzute 24 de orificii, pentru introducerea sondei sferice, distribuite în patru rînduri a cîte 6 găuri. (Fig. 2, *b*).

Pentru determinarea cîmpului presiunilor și al vitezelor din camera ciclonului s-a folosit o sondă sferică [5] confecționată și etalonată în laboratorul de Termotehnică I.P.T. Instrumentul reprezentat schematic în fig. 3 se compune dintr-o parte sferică, cu diametrul de 6 mm, continuată cu o parte cilindrică. Cele cinci orificii se găsesc în două plane perpendiculare. Indicatorul *6* se găsește într-un plan care trece prin orificiile *1, 2* și *3*. Orificiile *4* și *5* sînt la distanțe exact egale față de orificiul *2* (unghiul cuprins între axele fiecărui din orificiile *1, 3, 4* și *5* și axa orificiului *2* este de $\pi/4$ radiani). Diametrul orificiilor este de 0,5 mm.

In timpul măsurătorilor instrumentul se rotește în jurul tijei pînă ce manometrele legate la orificiile *4* și *5* indică aceeași suprapresiune; în această situație planul orificiilor *1, 2, 3* are direcția curentului și se poate citi unghiul față de un reper fixat în prealabil.

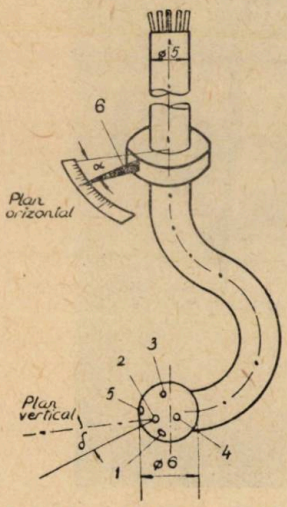


Fig. 3. Schema sondei sferice.

Presiunea totală care acționează asupra unui orificiu este egală cu presiunea statică plus presiunea dinamică în acel punct al curentului:

$$\rho_l g h + p_b = p + p_b + k \frac{c^2}{2} \rho_{fl} \quad \text{N/m}^2 \qquad (1)$$

unde:

ρ_l [kg/m³] este densitatea lichidului manometric,
h [m] — înălțimea coloanei de lichid din manometru,
p_b [N/m²] — presiunea barometrică,
p [N/m²] — suprapresiunea statică,
c [m/s] — viteza curentului,
ρ_{fl} [kg/m³] — densitatea curentului de fluid,

k — un coeficient de corecție al orificiului, care ține seama de unghiul care se formează între axa orificiului și direcția curentului.

În baza relației (1) se poate scrie pentru fiecare orificiu

$$h_1 = \frac{p}{g\rho_l} + k_1 \frac{c_2}{2g} \frac{\rho_{f1}}{\rho_l}$$

$$h_2 = \frac{p}{g\rho_l} + k_2 \frac{c^2}{2g} \frac{\rho_{f1}}{\rho_l} \quad \text{etc.} \tag{2}$$

Coeficienții k_1, k_2, k_3 etc. se determină prin etalonarea sondei. Pentru etalonare s-a construit un tunel special, avînd intrarea după profilul unei lemniscate, care asigură o viteză constantă pe întreaga secțiune a canalului; tunelul a fost racordat la partea de aspirație a unui ventilator centrifug (fig. 4) [6].

S-a măsurat presiunea dinamică $\frac{c^2}{2}\rho_{f1}$ și suprapresiunea statică p a curentului în tunel, precum și indicațiile manometrelor legate la diferitele orificii ale sondei h_1, h_2, etc., la diferite unghiuri de înclinație ale sondei. Pentru fiecare unghi δ se pot calcula valorile coeficienților k_1, k_2... cu relația dedusă din (1):

$$k_1 = \frac{\rho_l g h_1 - p}{\frac{c^2}{2}\rho_{f1}}, \quad k_2 = \frac{\rho_l g h_2 - p}{\frac{c^2}{2}\rho_{f1}}, \quad \text{etc.} \tag{3}$$

Se calculează de asemenea în funcție de unghiul δ mărimea ajutătoare k_δ [1].

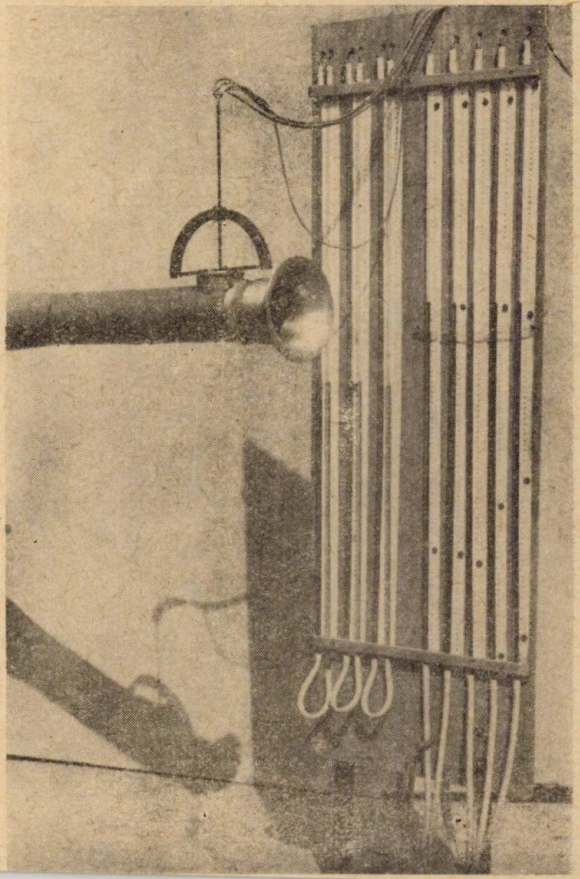
$$k_\delta = \frac{k_3 - k_1}{k_2 - k_4} = \frac{h_3 - h_1}{h_2 - h_4}. \tag{4}$$

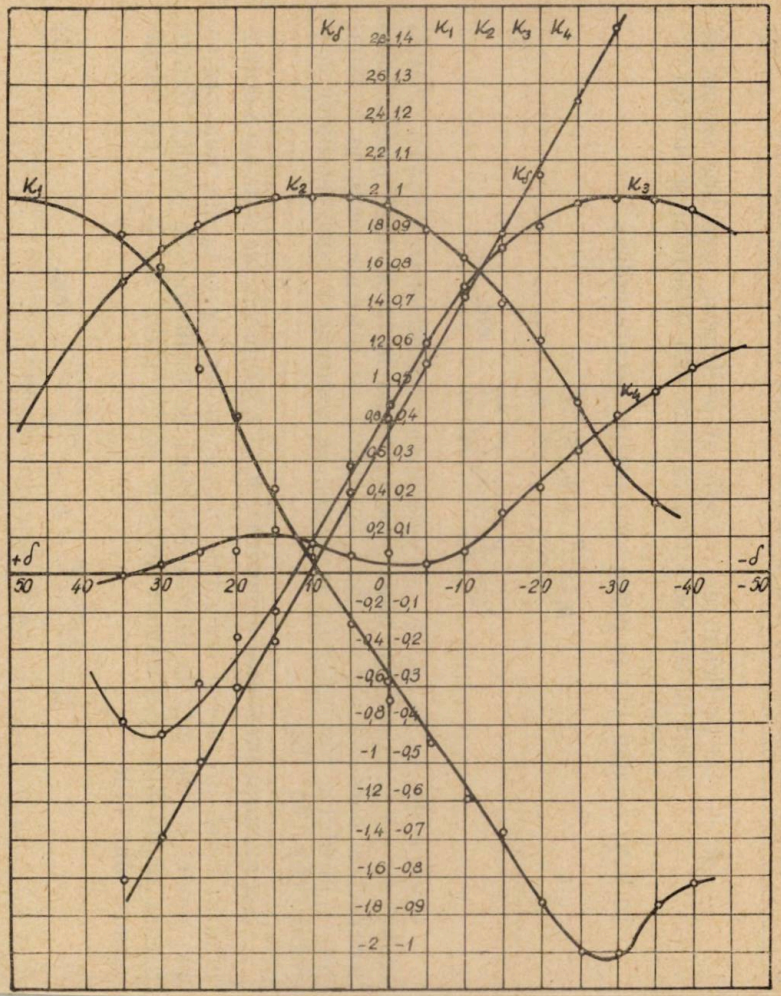
Ultima egalitate rezultă din relația (2).

În figura 5 s-a reprezentat grafic variația coeficientilor k_1, k_2, k_3, k_4 și a lui k_δ în funcție de unghiul δ. Au fost găsite aceleași curbe atît pentru o viteză a curentului de 96,5 m/s cît și pentru o viteză de 50,9 m/s. S-a considerat prin urmare că valoarea coeficienților este independentă de viteza curentului și depinde numai de unghiul dintre axa orificiului și direcția curentului.

Procedeul de determinare a vitezei și a suprapresiunii statice în curentul de fluid cu ajutorul sondei construite este următorul: se rotește sonda pînă cînd indicațiile h_4 și h_5 sînt egale. Se citește unghiul α și indicațiile manometrelor orificiilor h_1, h_2, h_3, h_4, h_5. În baza relației (4) se calculează k_δ și din figura 5 se determină unghiul δ și valorile coeficienților k_1, k_2, k_3 și k_4. Se calculează viteza curentului în baza relațiilor (2):

$$c^2 = \frac{h_1 - h_2}{k_1 - k_2} \frac{\rho_l}{\rho_{f1}} 2g = 2g \frac{h_2 - h_3}{k_2 - k_3} \frac{\rho_l}{\rho_{f1}} \quad \text{etc.} \tag{5}$$




K_δ
K_1
K_2
K_3
K_4
$+\delta$
$-\delta$
50 40 30 20 10 0 -10 -20 -30 -40 -50

și componentele acestei viteze:

— componenta axială: $c_a = c \cos \delta \sin \alpha$
— componenta tangențială: $c_t = c \cos \delta \cos \alpha$ (6)
— componenta radială: $c_r = c \sin \delta$

Valoarea suprapresiunii statice rezultă din relația:

$$p = \rho_l g h_1 - k_1 \frac{c^2}{2g} = \rho_l g h_2 - k_2 \frac{c^2}{2g} \quad \text{etc.} \tag{7}$$

Avantajul sondei folosite constă în multiplele posibilități de verificare a valorilor obținute deoarece relațiile (4), (5) și (7) pot fi scrise și sub alte trei forme.

3. REZULTATELE EXPERIMENTALE

Măsurătorile au fost efectuate pentru patru regimuri de funcționare izotermă corespunzînd unor viteze medii de insuflare ale aerului secundar de 20, 37, 48 și 62 m/s.

Rezultatele încercărilor sînt prea voluminoase pentru a putea fi prezentate integral. Deoarece alura curbelor rămîne aceeași pentru toate regimurile, în articolul de față sînt prezentate numai cele corespunzătoare unei viteze de insuflare a aerului de 37 m/s.

În fig. 6 este reprezentată variația vitezei axiale, tangențiale, radiale și presiunii statice în secțiunea longitudinală *IV* orificiul *5*, în funcție de distanța de la suprafața interioară a peretelui.

Viteza axială are în general valori mici cu excepția celor din apropierea axei ciclonului, mai ales lîngă ajutajul de ieșire. În fig. 7 s-a reprezentat variația vitezei axiale în secțiunea longitudinală *IV* pentru cele 6 orificii de măsurare. Se observă că în general curbele au aceeași alură, dar valoarea maximă a vitezelor axiale în centrul focarului crește pe măsură ce ne apropiem de ajutajul de evacuare.

Vitezele axiale negative arată existența unui curent de întoarcere. Asimetria focarului se resfrînge și asupra cîmpului de viteze și presiuni. Așa de exemplu cercetînd variația vitezei axiale pentru orificiul *IV/6* care este cel mai apropiat de secțiunea de intrare a ajutajului de evacuare a aerului s-ar putea trage concluzia eronată că în zona centrală a ciclonului nu ar exista o mișcare inversă a aerului și prin urmare acest ciclon ar face excepție față de cazurile obișnuite întîlnite în literatură [7].

Această situație devine perfect explicabilă, dacă se urmărește intersecția de măsurare *IV* cu izobarele trasate în secțiunea transversală *6* (fig. 8) și se observă că este aproape tangentă la izobara corespunzătoare presiunii atmosferice.

De altfel din această figură, dar și din figura 9 care reprezintă variația vitezelor axiale în secțiunea *III*, se poate observa că și în cazul ciclonului studiat există o circulație inversă în partea centrală, dar spre deosebire

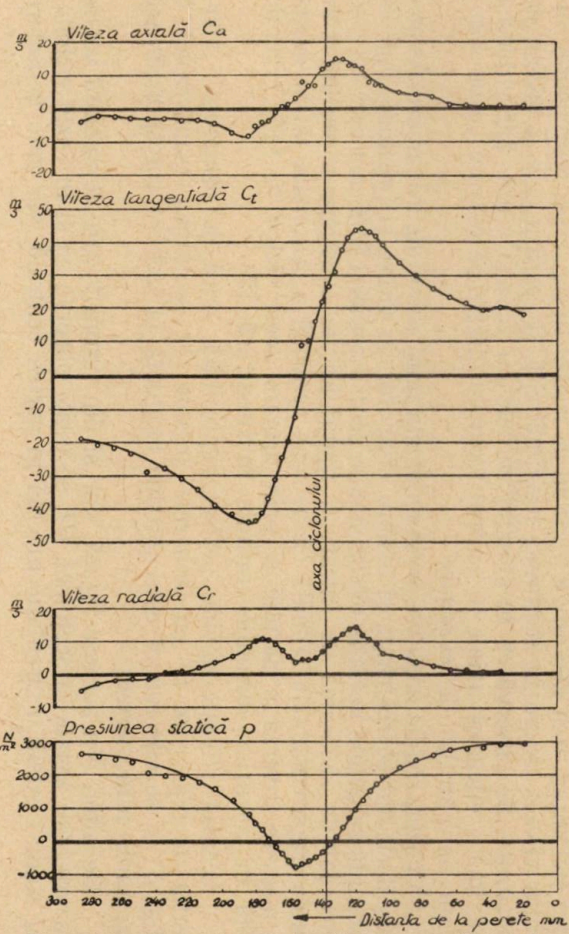


Fig. 6. Secțiunea longitudinală *IV* — orificiul *5*.

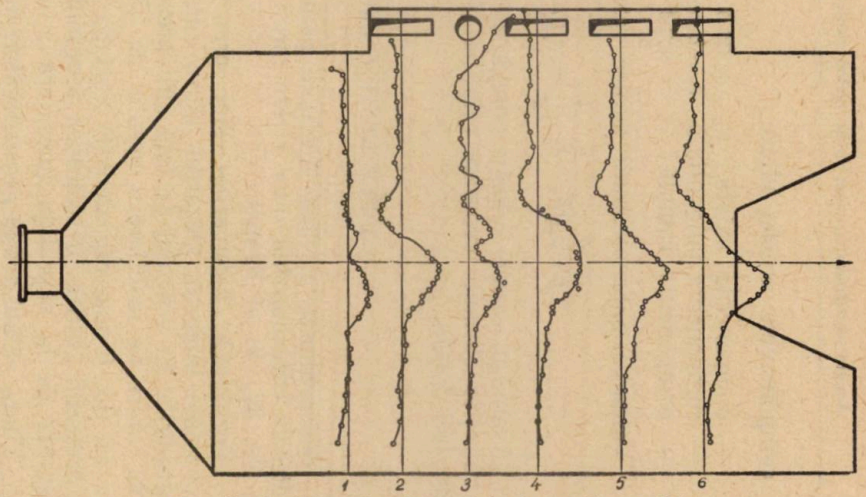


Fig. 7. Variația vitezelor axiale în secțiunea *IV*.

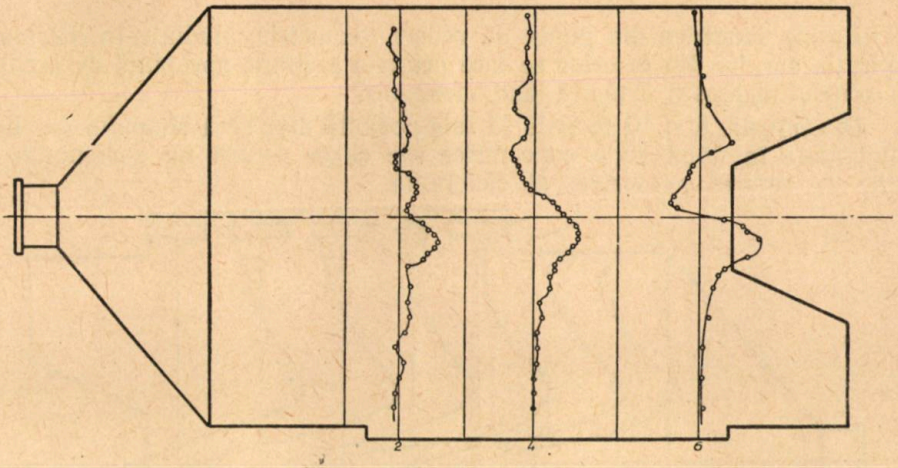


Fig. 9. Variația vitezelor axiale în secțiunea *III*.

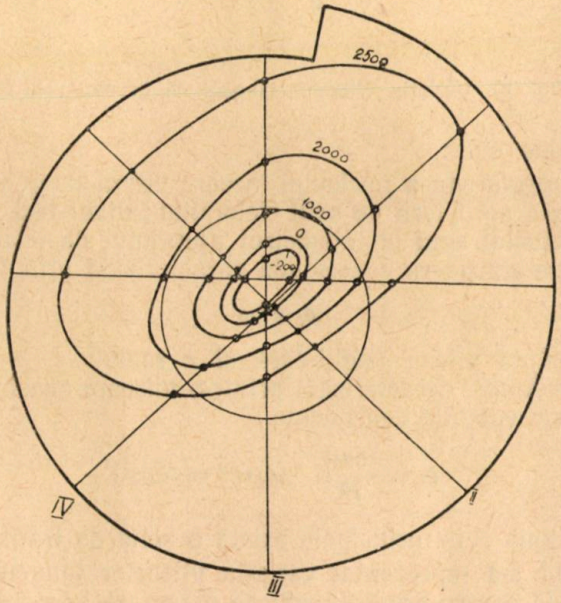


Fig. 8. Izobare în secțiunea transversală 6.

de focarele simetrice din punct de vedere geometric, studiate în literatură, aspirația aerului din exterior se face printr-o secțiune apropiată de o elipsă cu centrul deplasat față de axa ciclonului.

Din figurile 6 și 10 se vede că este posibilă divizarea cîmpului de viteze tangențiale în două zone concentrice ale căror centru nu corespunde de altfle cu centrul geometric al ciclonului.

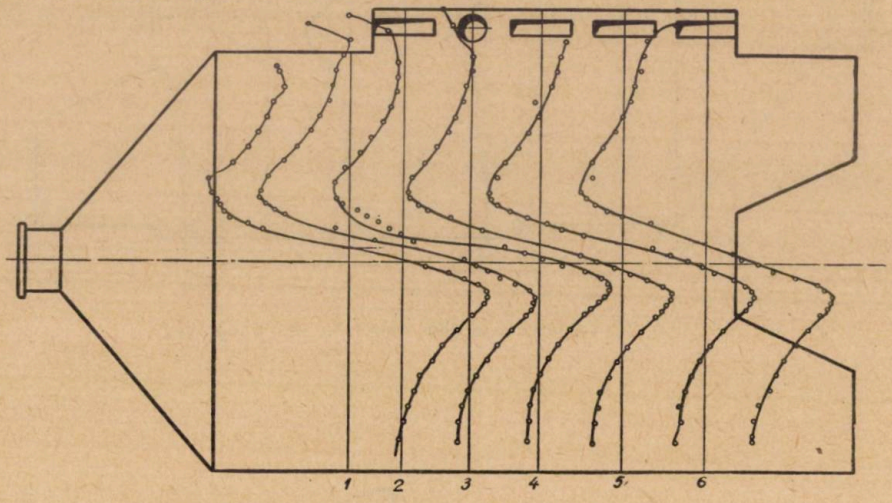


Fig. 10. Variația vitezelor tangențiale în secțiunea *IV*.

Aceste două zone sînt:

a) *zona centrală* sau a nucleului în care viteza tangențială scade pînă la zero pe măsura apropierii de axul ciclonului; diametrul exterior al acestei zone este sensibil egal cu diametrul ajutajului de ieșire, iar mișcarea fluidului se poate considera cvasisolidă caracterizată prin dependența:

$$c_t = r\omega \tag{8}$$

în care ω reprezintă viteza unghiulară și r raza.

b) *zona periferică*, caracterizată printr-o mișcare cvasipotențială a fluidului, în care este valabilă dependența:

$$c_t = \frac{\text{const}}{r^n} \quad (c_t \cdot r^n = \text{const}) \tag{9}$$

Intre cele două zone principale există o zonă de tranziție.

In figura 11 s-a reprezentat variația vitezelor tangențiale într-o secțiune transversală pentru două direcții de măsurare aproape perpendiculare între ele., iar în figura 12 curbele de viteze tangențiale constante. Se remarcă că vitezele tangențiale maxime au valori mai mari decît viteza de

insuflare, ceea ce denotă o destindere suplimentară a aerului. Alura curbelor izotache este identică cu aceea a izobarelor, de unde rezultă că variația presiunii statice este legată direct de variația vitezei tangențiale în funcție de rază.

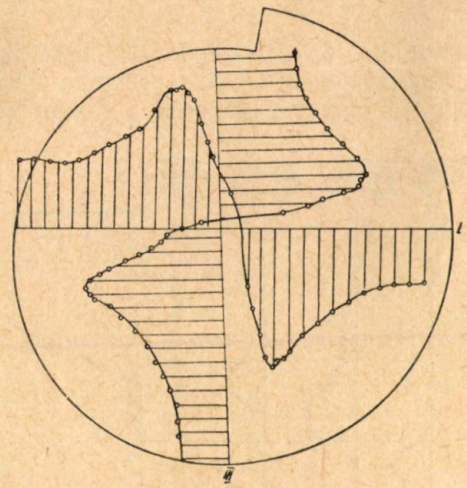


Fig. 11. Vitezele tangențiale în secțiunea *4*.

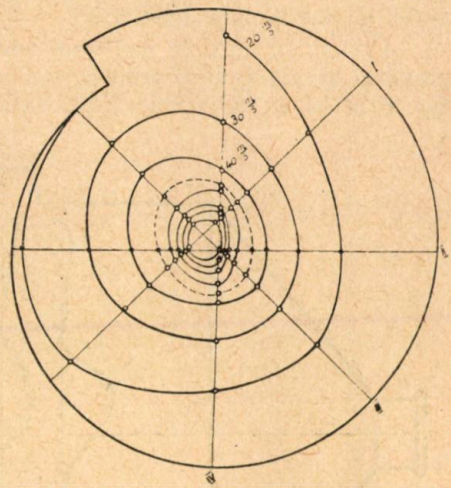


Fig. 12. Curba de viteze tangențiale constante în secțiunea *6*.

Insuflarea tangențială și evacuarea centrală a aerului dă naștere la o mișcare elicoidală, mișcarea generală fiind afectată de prezența unei componente radiale *c* . Din figura 6 și 13 rezultă că vitezele radiale sînt destul

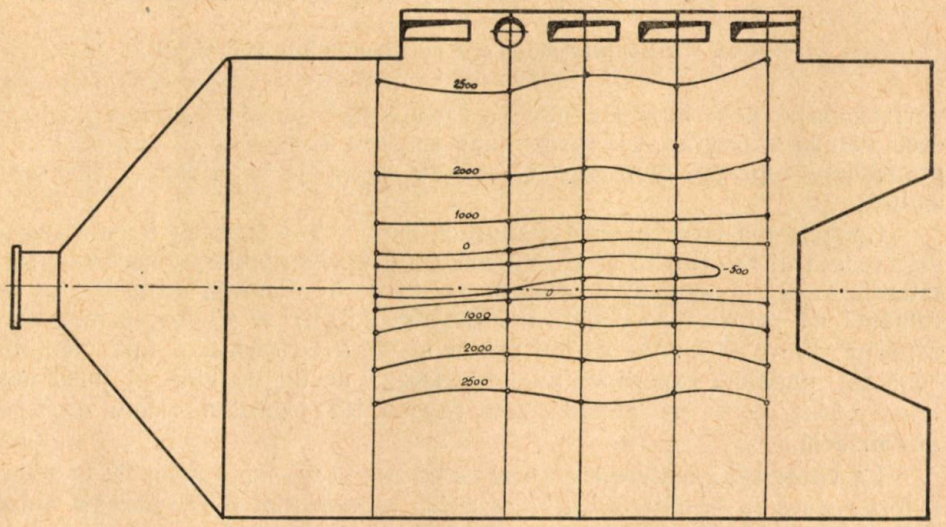


Fig. 13. Variația vitezelor radiale în secțiunea *IV*.

de mici în zona periferică și ating valori ceva mai mari în porțiunea exterioară a nucleului în special în apropierea marginilor ajutajului de ieșire.

Vitezele radiale negative înregistrate în zona centrală a secțiunilor *1* și *2* indică o curgere inversă, determinată de deplasarea aerului aspirat din zona centrală spre periferie.

Presiunea statică, așa cum rezultă din fig. 6, este maximă la peretele camerei și scade spre centru, unde se transformă chiar în depresiune. Din fig. 8 și 14 se constată că presiunea statică maximă la peretele ciclonului

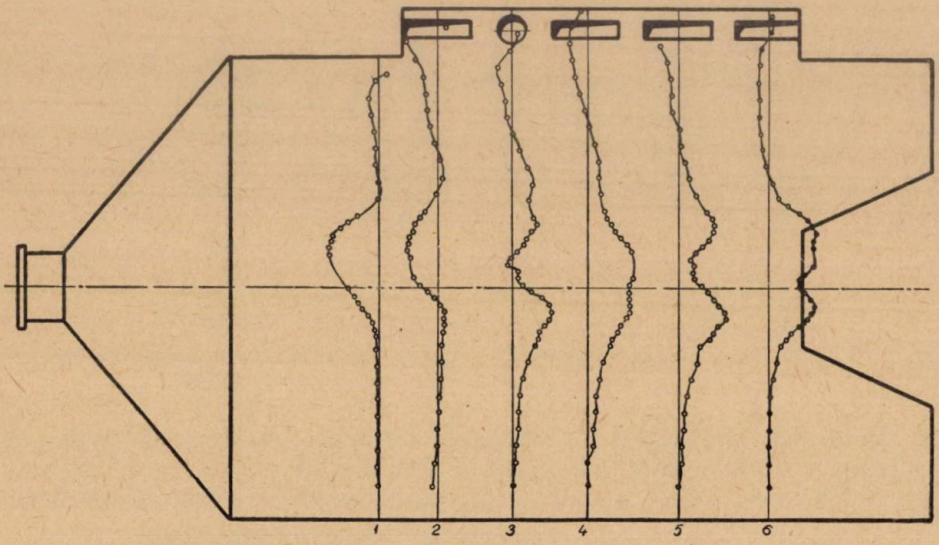


Fig. 14. Variația presiunii statice în secțiunea longitudinală *IV*.

variază puțin de-a lungul camerei ; variații mai sensibile se înregistrează doar pe axa ciclonului. Cu aproximație se poate considera că izobara corespunzătoare suprapresiunii zero reprezintă suprafața exterioară a nucleului central.

Compararea celor patru regimuri la care a fost încercat focarul ciclon este redată în figurile 15 și 16, în care s-au reprezentat dependențele dintre vitezele axiale și tangențiale reduse în funcție de distanța de la perete. Se remarcă că pentru vitezele de insuflare de 20, 37 și 48 m/s, pentru care raportul dintre secțiunea de intrare și ieșire a ciclonului a fost menținut constant, punctele experimentale se plasează destul de bine în jurul aceleiași curbe, ceea ce demonstrează capacitatea focarului ciclon de a se automodela.

La viteza de insuflare a aerului de 62 m/s secțiunea gurilor de insuflare a fost redusă la jumătate. Calitativ curba reprezentativă are aceeași alură, diferind însă valorile absolute.

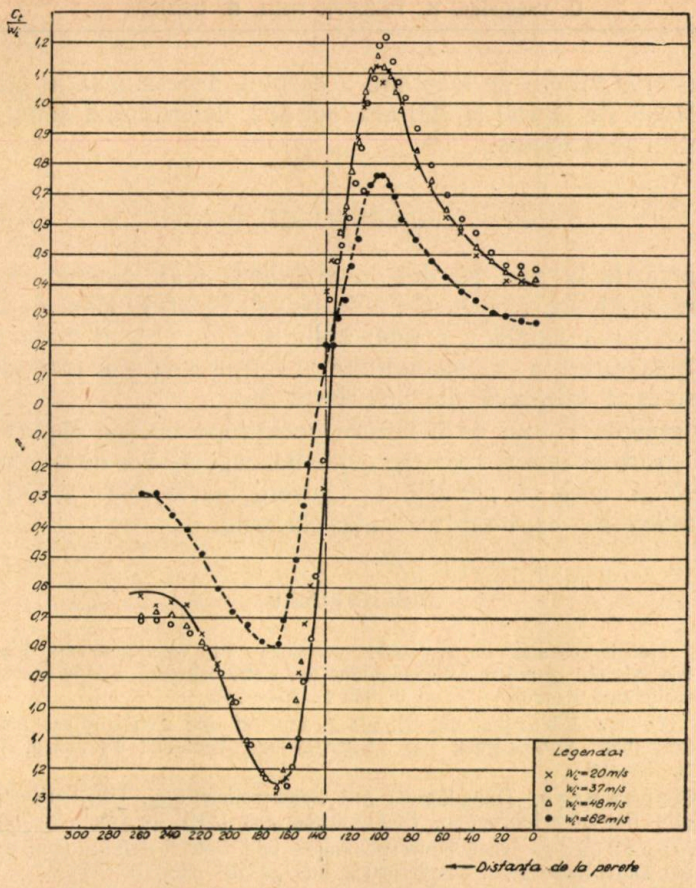


Fig. 15. Variația vitezelor axiale raportate c_a/w_i pe raza ciclonului.

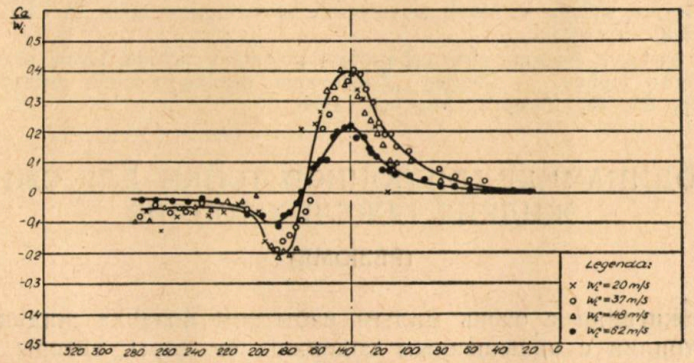


Fig. 16. Variația vitezei tangențiale raportate c_t/w_i pe raza ciclonului.

Cu creşterea vitezei de insuflare a aerului, depresiunea în centrul focarului se măreşte de la 150 la 700 mm col apă, determinînd astfel o creştere a circulaţiei în sens invers.

4. CONCLUZII

1. Încercările la rece au dus la stabilirea unor cîmpuri de viteze şi presiuni asemănătoare cu cele obţinute pentru focarul ciclon de tip orizontal cu introducerea axială a combustibilului [7], [8]. Rezultă de aici că poziţia de introducere a combustibilului şi forma secţiunii focarului nu modifică substanţial curgerea din interiorul său.

2. Schimbarea vitezei de insuflare, menţinînd acelaşi raport între secţiunea de intrare şi ieşire, pune în evidenţă capacitatea de automodelare a focarului ciclon, ceea ce permite o reducere foarte mare a volumului de încercări, dificil de executat mai ales la cald.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Iahn, Hochtemperatur — Korrosionsversuche an verschiedenen hitzbeständigen Werkstoffen in einem Öl/Gasgefeuerten Betriebskessel. Sonderdruck aus „Werkstoffe und Korrosion" Heft 9/1965 S. 761—768.
2. Dipl. Ing. Heinz Eberhardt, Öl als Brennstoff und sein Einfluss auf den Grosskesselbau. Sonderdruck aus „Energie und Technik" 18 Jahrg. 1966 Heft 3, S. 84—93.
3. Horst Niepenberg, Dampfkessel mit Schwerölfeuerung. Untersuchungsergebnisse und Betriebserfahrungen. Sonderdruck aus „Oel + Gas" 8 (1963), Nr. 11.
4. Horst Niepenberg, Neue Untersuchungen und Betriebserfahrungen an Ölgefeuerten Dampferzeugern. Sonderdruck aus „VGB" Heft 85, 1963.
5. F. Krisam, Über die Messung von Geschwindigkeit und Druck in einer dreidimensionalen Strömung; Z. Flugtechnik 23 (1932), S. 369—373.
6. W. Wuest, Strömungssonden A.T.M. 313, Februar 1962, S. 25.
7. N. Pănoiu şi colaboratorii, Cercetări în domeniul arderii combustibililor solizi în focare ciclon, — Studii şi cercetări de energetică seria B, XIII nr. 2, 1963, pag. 277—285.
8. I. V. Hvostov, Izucenie structurî proţesa gorenia v ţiclonoi topchi pri sjiganii jidcovo topliva. — Sbornic „Isledovanie cotelno-topociniîh proţesov", nr. 94, p. 23—45, Maşghiz, Moscova, 1958.

ОБ АЭРОДИНАМИКЕ ЦИКЛОННОЙ ТОПКИ ДЛЯ СЖИГАНИЯ ЖИДКИХ ТЯЖЕЛЫХ ТОПЛИВ

(РЕЗЮМЕ)

Для сжигания с очень малым избытком воздуха жидких энергетических топлив с повышенным содержанием серы, авторы пытаются использовать горизонтальную циклонную топку с касательным вдуванием горючего.

В статье приводятся некоторые результаты касающиеся поля скоростей и давлений, установленных при помощи зонда с пятю отверстиями в различных режимах работы.

ÜBER DIE AERODINAMIK EINES ZYKLONS FÜR DIE VERBRENNUNG VON SCHWERÖLEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Zur Verbrennung von energetischen Schwerölen mit einem hohen Vanadium-, Natrium- und Schwefelgehalt, bei einem sehr kleinem Luftüberschuss, untersuchen die Verfasser eine horizontale Zyklonfeuerung mit tangentialem Eintritt des Öles.

Die vorliegende Arbeit enthält einige Ergebnisse über das Geschwindigkeits- und Druckfeld, das mit Hilfe einer Sonde mit fünf Bohrungen für verschiedene Arbeitsbedingungen bestimmt wurde.

STABILIREA LEGII DE VARIAȚIE A CURENTULUI DE EXCITAȚIE INDEPENDENTĂ A GENERATORULUI LOCOMOTIVEI DIESEL ELECTRICE, LA FUNCȚIONAREA MOTORULUI DIESEL DUPĂ O CARACTERISTCĂ DATA DE CONSUM DE COMBUSTIBIL *

DE

I. ZĂGĂNESCU, A. NEGREANU, GH. TUROS, I. DAVID

1. REGIMURILE ECONOMICE DE FUNCȚIONARE ALE MOTORULUI

La mersul trenului pe o cale cu profil variabil nu este necesară întotdeauna întreaga putere a motorului Diesel. Cercetările efectuate în acest sens la unele locomotive Diesel, au arătat că în timpul unui parcurs, motorul Diesel funcționează aproximativ 25 ... 35% din timp la puterea totală sau apropiată de aceasta, 30% din timp la mersul în gol, iar restul timpului la puteri parțiale [1], [2].

Timpul de funcționare la puterea totală depinde de tonajul trenului remorcat, de profilul căii și de intensitatea graficului de mers. În general o parte însemnată din timp, motorul Diesel trebuie să funcționeze la puteri parțiale. De aceea este important să se asigure funcționarea motorului Diesel cu cel mai mare randament posibil la puterea respectivă, adică este important să se asigure funcționarea motorului la puteri parțiale în regimurile de economicitate maximă. Aceste regimuri se obțin dacă fiecare putere parțială se realizează la turația optimă, adică la turația la care puterea parțială respectivă se realizează cu consumul specific minim de combustibil.

Variația puterii motorului Diesel în funcție de turație, este dată de caracteristica optimă a motorului $P_{e\,opt} = f_1(\omega_d)$. Dacă puterea motorului variază după caracteristica economică $P_{e\,opt} = f_1(\omega_d)$, atunci consumul specific de combustibil este determinat de caracteristica $c_{e\,opt} = f_2(\omega_d)$. Modul de variație al acestor caracteristici depinde de construcția motorului, de reglajul fazelor distribuției gazelor, de procesele de funcționare a motorului etc., deci diferă de la un tip de motor la altul și în consecință este im-

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică I.P.T. din mai 1968.

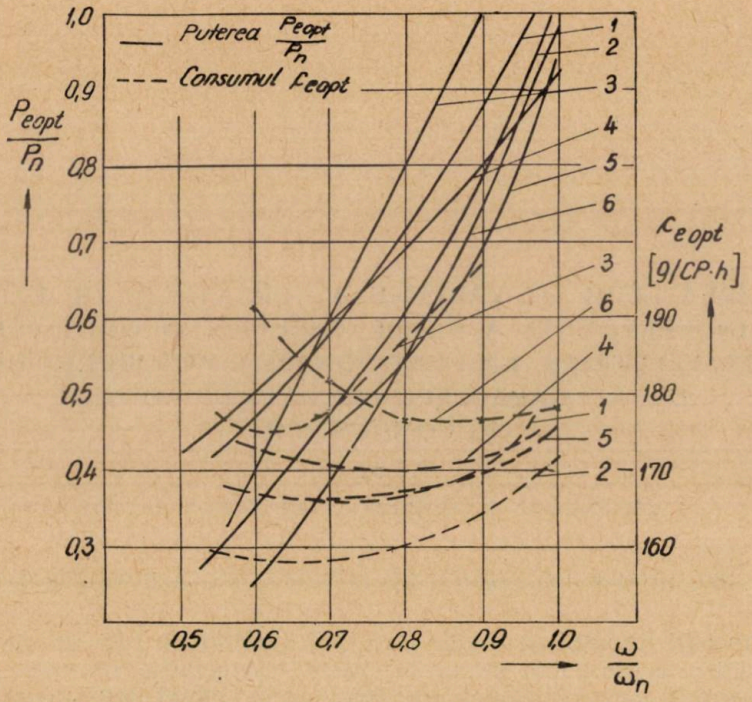


Fig. 1. Caracteristicile economice de funcționare ale diferitelor tipuri de motoare Diesel, în valori relative:

1 — MG 120 120 CP 1 250 rot/min; *2* — MB 820 Bb; *3* — D50 1 000 CP 740 rot/min; *4* — 2 D 100 2 000 CP 850 rot/min; *5* — M 751 750 CP 1 500 rot/min; *6* — 11 D 45 3 000 CP 750 rot/min.

posibil să se dea o lege de variație beneral valabilă, aceasta trebuind să fie determinată experimental pentru fiecare tip de motor. În figura 1 sînt date caracteristicile economice $P_{e\,opt} = f_1(\omega_d)$ și $c_{e\,opt} = f_2(\omega_d)$ ridicate experimental pentru diferite tipuri de motoare. Aceste caracteristici sînt trasate în valori relative (fig. 1), reprezentînd raportul între valorile curente și nominale ale turației și puterii.

2. SISTEMUL DE ECUAȚII AL GENERATORULUI DE TRACȚIUNE

Puterea electromagnetică a generatorului în regim static este:

$$P_g = E_g I_g \tag{1}$$

sau în valori relative:

$$P_g = \frac{E_g I_g}{E_{gn} I_{gn}} = e_g i_g \tag{2}$$

în care puterea p_g a generatorului rezultă din puterea disponibilă pentru tracțiune a motorului Diesel:

$$p_g = \frac{(P_e - P_a)\,\eta_e \eta_{tr}}{P_{en} - P_{an}} \tag{3}$$

unde:

P_e, P_{en} este puterea efectivă a motorului Diesel la regimul considerat, respectiv nominal, în kW;

η_e — randamentul electromagnetic al generatorului, considerat constant pe anumite zone;

η_{tr} — randamentul transmisiei dintre motorul Diesel și generator;

P_a, P_{an} — puterea consumată de instalațiile auxiliare la regimul considerat, respectiv nominal.

Pentru fiecare regim de lucru al motorului Diesel, $\omega_d = \text{const.}$ și combustibil injectat pe ciclu $g_c = \text{const.}$, puterea este constantă:

$$e_g i_g = p_g = \text{const.} \tag{4}$$

Se consideră ca variabilă independentă, curentul de sarcină i_g, determinat de rezistențele de mers, deci de forța de tracțiune, prin motoarele electrice de tracțiune:

$$i_g = \varphi(F_0) \tag{5}$$

T.e.m. a generatorului este determinată de f.m.m. rezultantă f_{mt} [3]:

$$f_{mt} = \frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}} e_{gi} + e^{a \frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}} e_{gi} - b} \tag{6}$$

unde constantele a și b se determină după curba de mers în gol ridicată experimental sau prin calcul, la viteza unghiulară nominală ω_{gn}.

Pentru generatorul de tracțiune de pe standul de transmisii electrice de la Laboratorul de material rulant, în expresia (6) $a = 4{,}62$ și $b = 6{,}30$.

În cazul generatorului de tracțiune cu trei înfășurări, f.m.m rezultantă este dată de expresia:

$$F_{mt} = F_{mi} + F_{mp} - F_{ms} - F_{mr} \tag{7}$$

unde f.m.m. sînt date de:

$F_{mi} = W_i I_{ei}$ — excitația independentă;

$F_{mp} = \frac{W_p}{R_p}(E_g - R_g I_g)$ — înfășurarea de excitație în paralel;

$F_{ms} = W_s I_g$ — înfășurarea de excitație în serie;

$F_{mr} = W_r I_g$ — reacția indusului.

S-a notat cu:

$W_i; W_p; W_s; W_r$ — numărul de spire al înfășurărilor de excitație independentă, paralel, serie și spirele echivalente ale reacției indusului;

$E_g; I_g; R_g$; — t.e.m., curentul de sarcină și rezistența totală a generatorului de tracțiune;

R_p — rezistența înfășurării de excitație în paralel;

I_{ei} — curentul de excitație independentă.

Cu aceste relații, ecuația (7) devine:

$$F_{mt} = W_i I_{ei} + \frac{W_p}{R_p}(E_g - R_g I_g) - W_s I_g - W_r I_g \qquad (8)$$

Pentru a obține mărimile de calcul în valori relative, raportăm termenii relației (8) la t.m.m. nominală rezultantă F_{mtn}, t.e.m. nominală E_{gn} și curentul de sarcină nominal I_{gn} (fig. 2). Din curba de magnetizare ridicată pe stand, sau calculată, se determină valoarea nominală a t.e.m. E_{gn} și f.m.m. nominală rezultantă F_{mtn}. Stabilind valoarea lui E_{gn} la intersecția dintre tangenta dusă la porțiunea saturată a circuitului magnetic și axa

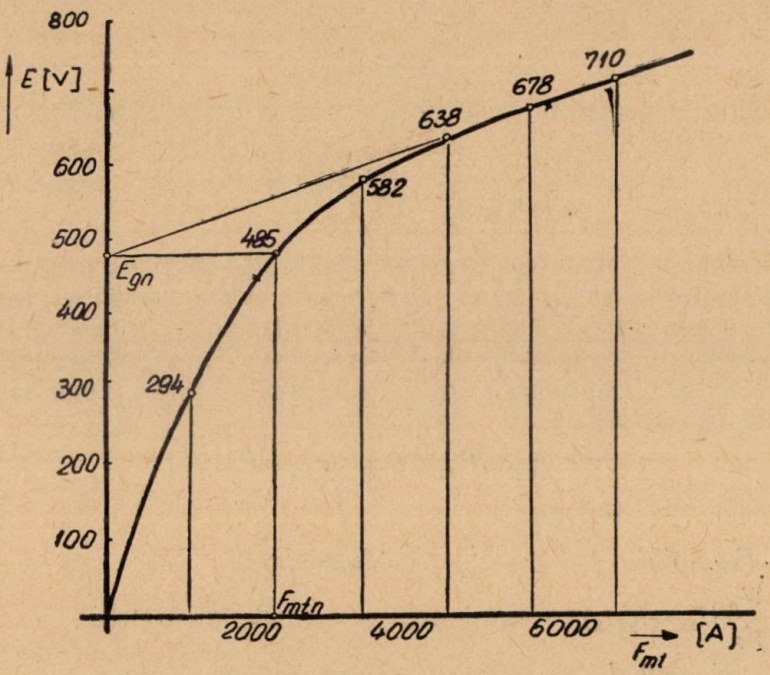


Fig. 2. Caracteristica de mers în gol a generatorului de tracțiune DK 202-B.

ordonatelor, se asigură o suprapunere cu o eroare mai mică de 1% între curba de mers în gol ridicată și calculată cu expresia analitică (6).

$$\frac{F_{mt}}{F_{mtn}} = \frac{W_i}{F_{mtn}} \frac{I_{gn}}{I_{gn}} I_{ei} + \frac{W_p}{F_{mtn}} \frac{1}{R_p} \frac{E_{gn}}{E_{gn}} \left(E_g - R_g \frac{I_{gn} I_g}{I_{gn}} \right) - \\ - \frac{W_s}{F_{mtn}} \frac{I_{gn}}{I_{gn}} I_g - \frac{W_r}{F_{mtn}} \frac{I_{gn}}{I_{gn}} I_g \tag{9}$$

sau în valori relative:

$$f_{mt} = k_i i_{ei} + k_p (e_g - r_g i_g) - k_s i_g - k_r i_g \tag{10}$$

respectiv:

$$f_{mt} = k_i i_{ei} + k_p e_g - (k_s + k_p r_g + k_r) i_g \tag{11}$$

unde valorile constante s-au notat cu:

$$k_i = \frac{W_i}{F_{mtn}} I_{gn}; \quad k_p = \frac{W_p}{F_{mtn}} \frac{E_{gn}}{R_p}; \quad k_s = \frac{W_s}{F_{mtn}} I_{gn}; \\ k_r = \frac{W_r}{F_{mtn}} I_{gn}; \quad r_g = \frac{R_g}{E_{gn}} I_{gn} \tag{12}$$

iar valorile relative ale variabilelor cu:

$$i_{ei} = \frac{I_{ei}}{I_{gn}}; \quad i_g = \frac{I_g}{I_{gn}} \quad \text{și} \quad e_g = \frac{E_g}{E_{gn}} \tag{13}$$

Sistemul de ecuații pentru o anumită viteză unghiulară ω_{gi} a rezultat:

$$f_{mt} = k_i i_{eii} + k_p e_{gi} - (k_s + r_p r_g + k_r) i_g \\ f_{mt} = \frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}} e_{gi} + e^{a \frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}} e_{gi} - b} \\ e_{gi} i_g = p_{gi} \\ i_g = \varphi(F_0) \tag{14}$$

3. CURENTUL DE EXCITAȚIE INDEPENDENTĂ

Eliminînd pe f_{mt} din relațiile (14):

$$\frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}} e_{gi} + e^{a \frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}} e_{gi} - b} = k_i i_{eii} + k_p e_{gi} - (k_s + k_p r_g + k_r) i_g \tag{15}$$

de unde expresia curentului de excitație independentă :

$$i_{eii}=\frac{1}{k_i}\left[\frac{p_{gi}}{i_g}\left(\frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}}-k_p\right)+(k_s+k_p r_g+k_r)\,i_g+e^{a\frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}}\frac{p_{gi}}{i_g}-b}\right] \tag{16}$$

respectiv :

$$i_{eii}=\frac{p_{gi}}{k_i}\left(\frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}}-k_p\right)\frac{1}{i_g}+\frac{k_s+k_p r_g+k_r}{k_i}\,i_g+\frac{1}{k_i}e^{ap_{gi}\frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}}\frac{1}{i_g}-b}. \tag{17}$$

Pentru un anumit regim de funcționare de pe caracteristica economică $P_{e\,opt}=f_1(\omega_d)$, adică pentru $\omega_{gi}=$const. și $p_{gi}=$const., expresia pentru calculul curentului de excitație este de forma :

$$i_{eii}=\frac{A}{i_g}+Bi_g+Ce^{\frac{D}{i_g}-b} \tag{18}$$

unde :

$$A=\frac{p_{gi}}{k_i}\left(\frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}}-k_p\right)$$

$$B=\frac{k_s+k_p r_g+k_r}{k_i}$$

$$C=\frac{1}{k_i}$$

$$D=ap_{gi}\frac{\omega_{gn}}{\omega_{gi}}.$$

Relațiile (17) respectiv (18) exprimă deci legea de variație a curentului din înfășurarea de excitație independentă, care asigură menținerea constantă a regimului de funcționare comandat ($\omega_{gi}=$const., $p_{gi}=$ const.) la variația curentului de sarcină.

Pentru fiecare regim de funcționare de pe caracteristica economică va exista cîte o lege de variație $i_{ei}=f_3(i_g)$. Se obține astfel o familie de curbe a căror formă este determinată de construcția generatorului, iar răspîndirea lor în planul i_{eii}—0—i_g depinde de forma caracteristicii economice $P_{e\,opt}=f_1(\omega_d)$.

Caracteristicile $i_{ei}=f_3(i_g)$ pentru generatorul de tracțiune de pe „Standul pentru studiul transmisiilor electrice de pe locomotive Diesel" al Catedrei de material rulant, și caracteristica economică a motorului Diesel MG 120 (curba *2* — fig. 1) de pe același stand, sînt reprezentate în figura 3, pentru șapte regimuri de funcționare cuprinse între ω_{gn} și $\omega_{g\,min}=\frac{1}{2}\omega_{gn}$.

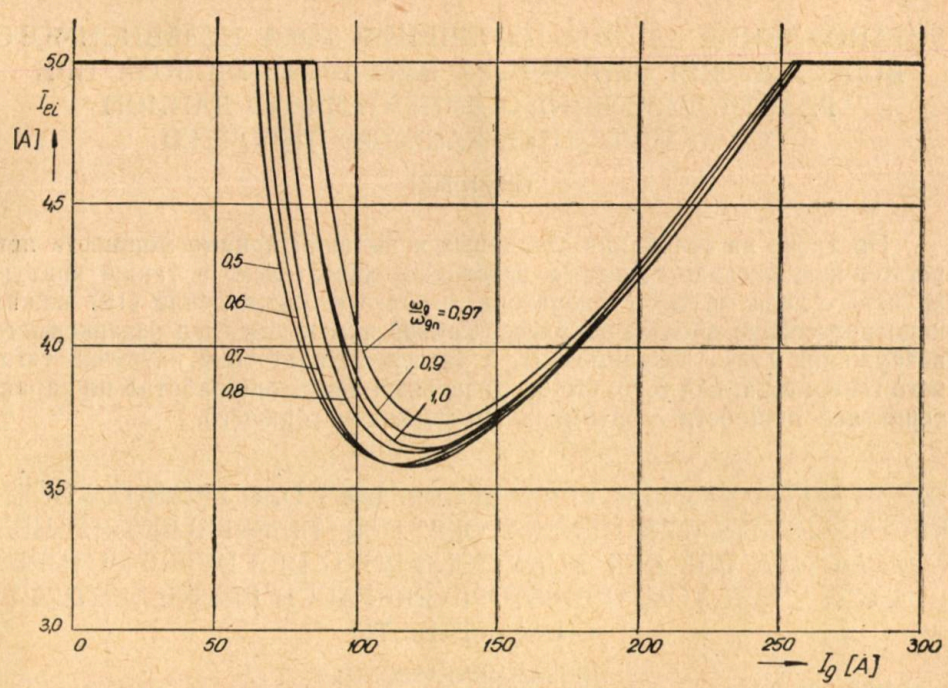


Fig. 3. Variația curentului de excitație independentă în funcție de curentul de sarcină, la viteze unghiulare diferite, pentru generatorul DK 202-B.

7. CONCLUZII

Lucrarea oferă o metodă analitică pentru stabilirea programului de lucru al regulatorului de cîmp pentru caracteristica de consum optim de combustibil a motorului Diesel. Pentru efectuarea calculelor trebuie să se ridice pe stand caracteristicile de putere la consum constant de combustibil al motorului Diesel, din care se determină caracteristica de funcționare la consum optim și curba de mers în gol a generatorului de tracțiune.

Avantajele metodei constau în determinarea analitică a legii de variație a curentului de excitație independentă, față de metodele grafo-analitice utilizate, și obținerea directă a legii, fără calculul laborios al caracteristicilor de funcționare ale generatorului de tracțiune. Pe baza legii de variație se determină zona de variație a curentului de excitație, ceea ce servește la dimensionarea regulatorului de cîmp al generatorului de tracțiune.

BIBLIOGRAFIE

1. A. D. Stepanov, Avtomaticeskoie regulirovanie mașcinosti v teplovozah i gazoturbovozah.
2. A. I. Volodin, Ob ekonomicinosti teplovoznîh dizelei v ekspluatații. Vesnik Vsesoiuz. nauci-issl. in-ta. j-d transporta, 1959, nr. 3.
3. B. I. Arhanghelski, Analiticeskoe vîrojenie krivoi namagneticivania elektriceskih mașin. Elektricestvo 3/1950 p. 30...32.

УСТАНОВЛЕНИЕ ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ ТОКА НЕЗАВИСИМОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ГЕНЕРАТОРА ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОЗА ПРИ РАБОТЕ ДИЗЕЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПО ДАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ РАСХОДА ГОРЮЧЕГО

(РЕЗЮМЕ)

Построив на основании стэндовых испытаний кривые мощности при постоянном расходе горючего дизельным двигателем, а также кривую холостого хода тягового генератора, используя соотношение (18) можно непосредственно произвести расчет кривой изменения тока независимого возбужения (тока регулировки), в зависимости от тока нагрузки тягового генератора, для того, что-бы дизельный двигатель работал по характеристике мощности с оптимальным расходом горючего.

DIE FESTLEGUNG DES VERLAUFGESETZES DES UNABHÄNGIGEN REGERSTROMES DES GENERATORS DER DIESELELEKTRISCHEN LOKOMOTIVE BEI DER FUNKTIONIERUNG DES DIESELMOTORES NACH EINER VOM TREIBSTOFFVERBRAUCH FESTGELEGTEN CHARAKTERISTIK

(ZUSAMMENFASSUNG)

Durch die auf dem Prüfstand ausgewehrteten Kraftkurven bei gleichbleibendem Treibstoffverbrauch des Dieselmotores und der Spannungskennlinie des Fahrgeneratores kann man direkt mit der Gleichung (18), die Variationskurve des unabhängigen Steuerstromes in der Abhängigkeit des Belastungstromes des Fahrgeneratores berechnen dass die Funktionierung des Dieselmotores sich in der Kennlinie des optimalen Treibstoffverbrauches befindet.

ASUPRA INSCRIERII DINAMICE IN CURBE, A LOCOMOTIVELOR DIESEL DE TIP 060 DA *

DE

I. ZĂGĂNESCU, T. GLIGOR, I. ORGOVICI, C. URSU

1. Pentru îmbunătățirea dinamicii orizontale la circulația în aliniament și curbe, locomotivele moderne sînt prevăzute cu boghiuri articulate prin cuple transversale rigide sau elastice. Influența cuplei elastice, asupra eforturilor laterale dintre roată și șină, depinde de rigiditatea cuplei, iar în funcție de valoarea ei acțiunea roților asupra șinei se aseamănă cu aceea a boghiurilor articulate sau libere.

Din cercetările efectuate a rezultat, că cu cît rigiditatea cuplei elastice se mărește, cu atît calitățile dinamice ale locomotivei se înrăutățesc, ceea ce conduce la folosirea cuplelor cu rigiditate mică. Dar, avînd în vedere că forțele directoare scad cu creșterea rigidității, cum rezultă din studiul de față, va trebui ca la proiectare să se aleagă o rigiditate corespunzătoare.

Studiul influenței cuplei elastice asupra forțelor directoare dintre roată și șină, s-a făcut luînd drept parametru invariabil, nu viteza de circulație [1] ci mărimile geometrice care determină poziția vehiculului în curbă [2].

Pentru studiul înscrierii dinamice a unei locomotive de tip 060 se introduc următoarele ipoteze de calcul:

— locomotiva circulă cu viteză constantă,

— rigiditatea căii și a vehiculului în plan orizontal se consideră infinite,

— coeficientul de frecare dintre roată și șină se consideră constant, $\mu=0{,}25$;

— încărcarea pe fiecare roată s-a considerat aceeași și egală cu sarcina statică;

— forțele ce acționează asupra locomotivei, sînt situate în planul tangent la suprafața de rulare a căii.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică I.P.T. din mai 1968.

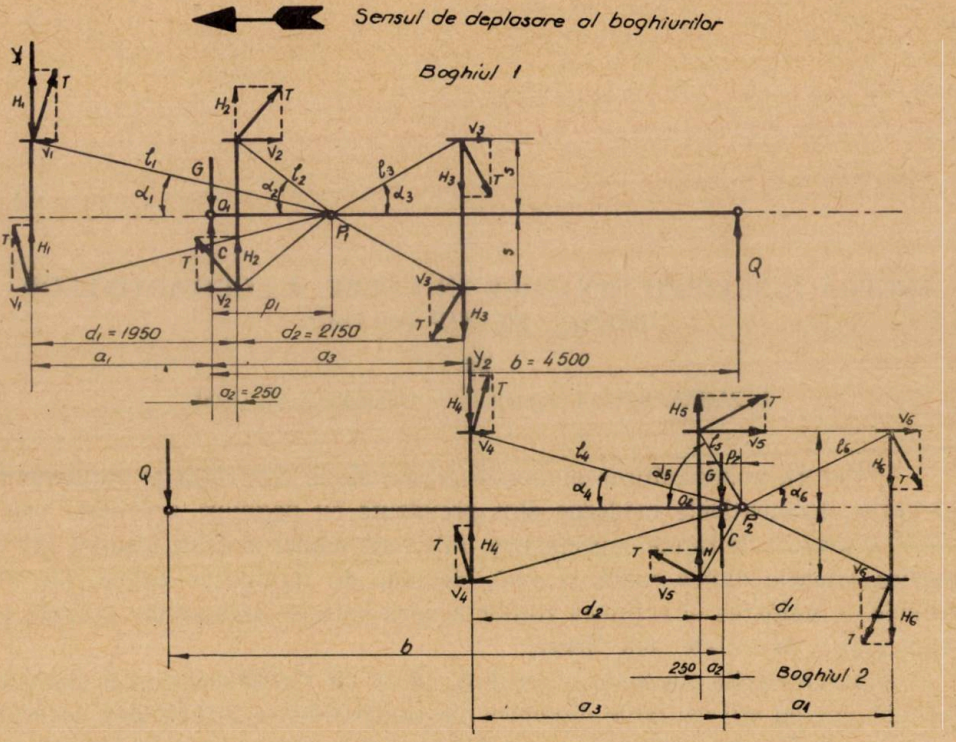


Fig. 1.

Avînd în vedere aceste ipoteze de calcul, ecuațiile de echilibru ale forțelor care acționează asupra celor două boghiuri corespunzător poziției intermediare (fig. 1) sînt:

$$\begin{cases} -Y_1+2(H_1+H_2-H_3)+C-G+Q_1=0 \\ Y_1a_1-(V_1+V_2+V_3)2S-2H_1a_1-2H_3a_3+2H_2a_2+Q_1b=0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -Y_2+2(H_4+H_5-H_6)+C-G-Q_2=0 \\ Y_2a_3-(V_4+V_5+V_6)2S-2H_4a_3-2H_5a_2-2H_6a_1+Q_2b=0. \end{cases} \quad (2)$$

în care:

Y_1, Y_2 sînt forțele conducătoare ale celor două boghiuri;

C — forța centrifugă a unui boghiu și jumătate din forța centrifugă a cutiei;

G — componența transversală a greutății locomotivei, ce revine unui boghiu, datorită supraînălțării firului exterior al căii;

Q_i — $i=1, 2$, efortul din cupla transversală;

T — forțele de frecare din punctele de contact a roților cu șina;

p_1, p_2 — distanțele polare ale boghiurilor;

$2S$ — distanța între planele cercurilor de rulare ale roților;
d_1+d_2 — ampatamentul boghiului;
O_1, O_2 — centrele pivoților.

Notînd:

$$f_1(p_1)=\cos\alpha_1+\cos\alpha_2-\cos\alpha_3=\frac{a_1+p_1}{\sqrt{(a_1+p_1)^2+S^2}}+\frac{p_1-a_2}{\sqrt{(a_2-p_1)^2+S^2}}-\frac{a_3-p_1}{\sqrt{(a_3-p_1)^2+S^2}}$$

$$f_1(p_2)=\cos\alpha_4+\cos\alpha_5-\cos\alpha_6= \tag{3}$$

$$=\frac{a_3+p_2}{\sqrt{(a_3+p_2)^2+S^2}}+\frac{a_2+p_2}{\sqrt{(a_2+p_2)^2+S^2}}-\frac{a_1-p_2}{\sqrt{(a_1-p_2)^2+S^2}} \tag{4}$$

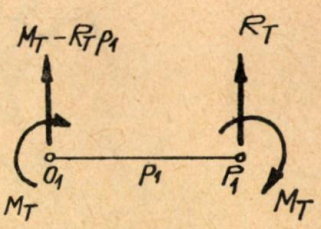


Fig. 2.

iar conform figurii 2 se poate scrie:

$$2S(V_1+V_2+V_3)+2(H_1a_1+H_3a_3-H_2a_2)=$$
$$=M_{T_1}-R_{T_1}\cdot p_1 \tag{5}$$

$$2S(V_4+V_5+V_6)+2(H_4a_3+H_5a_2+H_6a_1)=M_{T_2}-R_{T_2}\cdot p_2. \tag{6}$$

unde

M_{T_i} este momentul forțelor de frecare în punctele de contact ca urmare a rotirii boghiului în jurul polului P_i; $i=1, 2$;
R_{T_i} — rezultanta componentelor transversale ale forțelor de frecare.

și notînd

$$f_2(p_1)=l_1+l_2+l_3=\sqrt{(a_1+p_1)^2+S^2}+\sqrt{(a_2-p_1)^2+S^2}+\sqrt{(a_3-p_1)^2+S^2} \tag{7}$$

$$f_2(p_2)=l_4+l_5+l_6=\sqrt{(a_3+p_2)^2+S^2}+\sqrt{(a_2+p_2)^2+S^2}+\sqrt{(a_1-p_2)^2+S^2} \tag{8}$$

Cu notațiile de mai sus, ecuațiile de echilibru devin:

$$\begin{cases} -Y_1+2Tf_1(p_1)+C-G+Q_1=0 \\ Y_1a_1-2T[f_2(p_1)+p_1f_1(p_1)]+Q_1b=0 \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} -Y_2+2Tf_1(p_2)+C-G-Q_2=0 \\ Y_2a_3-2T[f_2(p_2)-p_2f_1(p_2)]+Q_2b=0 \end{cases} \tag{10}$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (9) și (10) în raport cu Q_i și $Y_i(i=1, 2)$ rezultă:

$$Q_1=\frac{2T}{a_1+b}[f_2(p_1)-(a_1+p_1)f_1(p_1)]-\frac{a_1}{a_1+b}(C-G) \tag{11}$$

$$Y_1=\frac{2T}{a_1+b}[f_2(p_1)+(b-p_1)f_1(p_1)]+\frac{b}{a_1+b}(C-G).$$

$$Q_2 = \frac{2T}{a_3 - b}[(a_3 + p_2) f_1(p_2) - f_2(p_2)] + \frac{a_3}{a_3 - b}(C - G)$$

$$Y_2 = \frac{2T}{a_3 - b}[f_2(p_2) - (b + p_2) f_1(p_2)] - \frac{b}{a_3 - b}(C - G). \qquad (12)$$

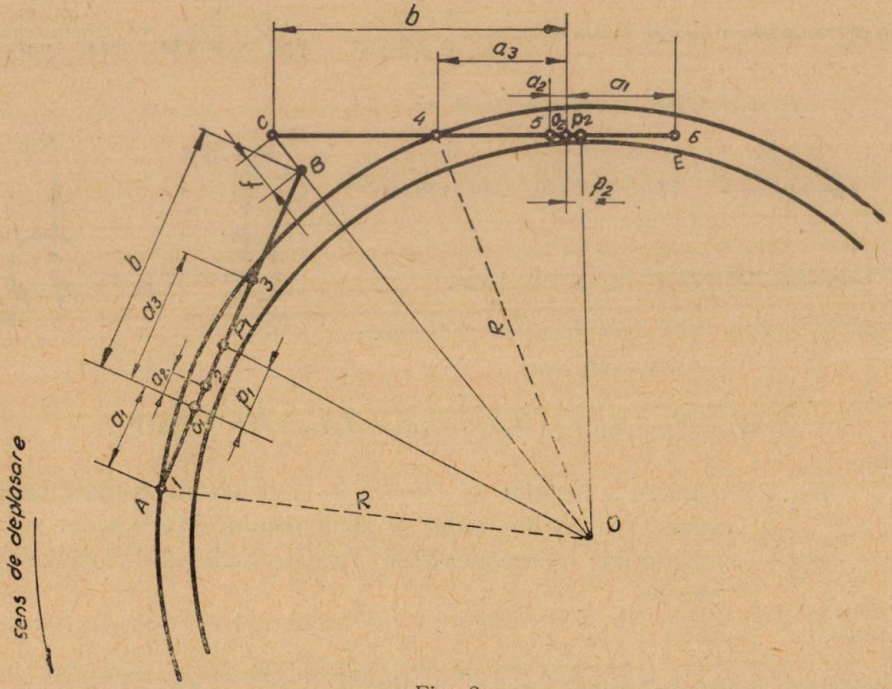


Fig. 3.

Pentru determinarea deplasării relative f din cupla transversală, conform fig. 3 vom avea :

$$f = \overline{OC} - \overline{OB} = \sqrt{R^2 - (a_3 + p_2)^2 + (b + p_2)^2} - \sqrt{R^2 - (a_1 + p_1)^2 + (b - p_1)^2}$$

sau :

$$f = \frac{a_1^2 - a_3^2 + 2p_1(a_1 + b) + 2p_2(b - a_3)}{\sqrt{R^2 - (a_3 + p_2)^2 + (b + p_2)^2} + \sqrt{R^2 - (a_1 + p_1)^2 + (b - p_1)^2}} \qquad (13)$$

unde am notat cu R raza curbei.

Luînd în considerare că :

$$b^2 - a_1^2 - 2p_1(a_1 + b) \ll R^2$$

$$b^2 - a_3^2 + 2p_2(b - a_3) \ll R^2$$

expresia săgeții va fi :

$$f = \frac{1}{2R}[a_1^2 - a_3^2 + 2p_1(a_1+b) + 2p_2(b-a_3)].$$

Notînd cu K rigiditatea cuplei elastice, efortul din cuplă va fi :

$$Q = Kf + Q_0 = \frac{K}{2R}[a_1^2 - a_3^2 + 2p_1(a_1+b) + 2p_2(b-a_3)] + Q_0 \qquad (14)$$

unde :

Q_0 este forța inițială din cupla elastică.

2. Ca aplicație să considerăm locomotiva Diesel-electrică, construită la noi în țară, care are următoarele caracteristici :

— tipul locomotivei 060 D.A. ;
— greutatea $G \cong 1{,}14 \cdot 10^6$ N ;
— sarcina pe osie $2P \cong 19 \cdot 10^4$ N ;
— ampatamentul boghiului $d_1 + d_2 = 4{,}10$ m ;
— distanța între planele cercurilor de rulare $2S = 1{,}5$ m ;
— distanța între pivoți $2l = 9$ m.

Reprezentînd ecuațiile (11) și (12) în funcție de distanțele polare ale celor două boghiuri, pentru diferite valori ale vitezei de circulație, obținem familiile de curbe din fig. 4 și 5.

Cercetînd aceste curbe se observă, că la o creștere a forței din cupla transversală, distanța polară a primului boghiu are o variație mare, pe cînd forța directoare destul de mică, iar la cel de al doilea boghiu, fenomenul se întîmplă invers, cauza fiind sensul diferit al forței Q_t la cele două boghiuri.

Eliminînd parametrul p_t $(i = 1, 2)$ din relațiile (11) și (12) s-au trasat curbele $Y_t = Y_t(Q_t)$ din fig. 6. Dacă boghiurile locomotivei sînt legate printr-o cuplă elastică, condițiile de echilibru (11) și (12) nu sînt suficiente, pentru studiul circulației locomotivei în curbă. Cupla elastică impune satisfacerea următoarelor condiții suplimentare :

$$|Q_1| = |Q_2| ; \quad Q = Kf + Q_0 ; \quad f = f(p_1, p_2) \qquad (15)$$

ceea ce matematic constituie sistemul format din ecuațiile : (11), (12), (13), (14).

Rezolvarea analitică a acestui sistem fiind foarte dificilă, am recurs la rezolvarea grafică. În felul acesta s-au obținut curbele reprezentate în figurile 7, 8 și 9.

Din fig. 8 și 9 reiese că forțele conducătoare Y_t cresc cu creșterea vitezei de circulație, scad cu creșterea rigidității cuplei, iar după o anumită valoare a acesteia, variația lor este neînsemnată. Se mai observă de asemenea că prin introducerea unei forțe inițiale în cuplă, valoarea forțelor conducătoare scade, totuși valoarea ei va trebui aleasă în așa fel încît, oscilațiile orizontale ce apar la circulația în aliniament să fie minime.

În fig. 10 este reprezentat pașaportul dinamic orizontal al locomotivei studiate, pentru diferite forțe inițiale și rigidități ale cuplei.

Din figură se observă de asemenea că forțele conducătoare scad atît cu creșterea forței inițiale, cît și cu a rigidității cuplei.

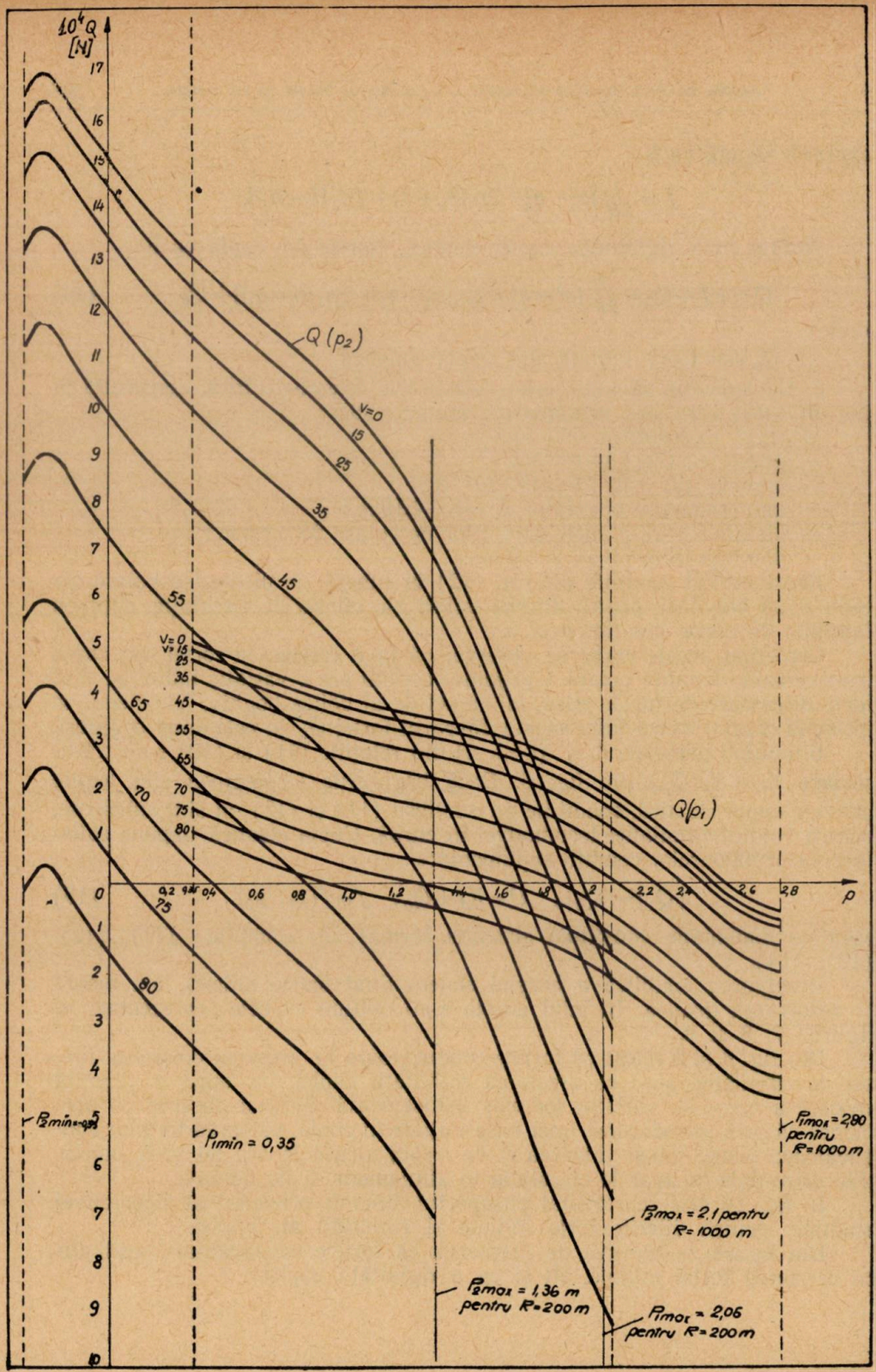
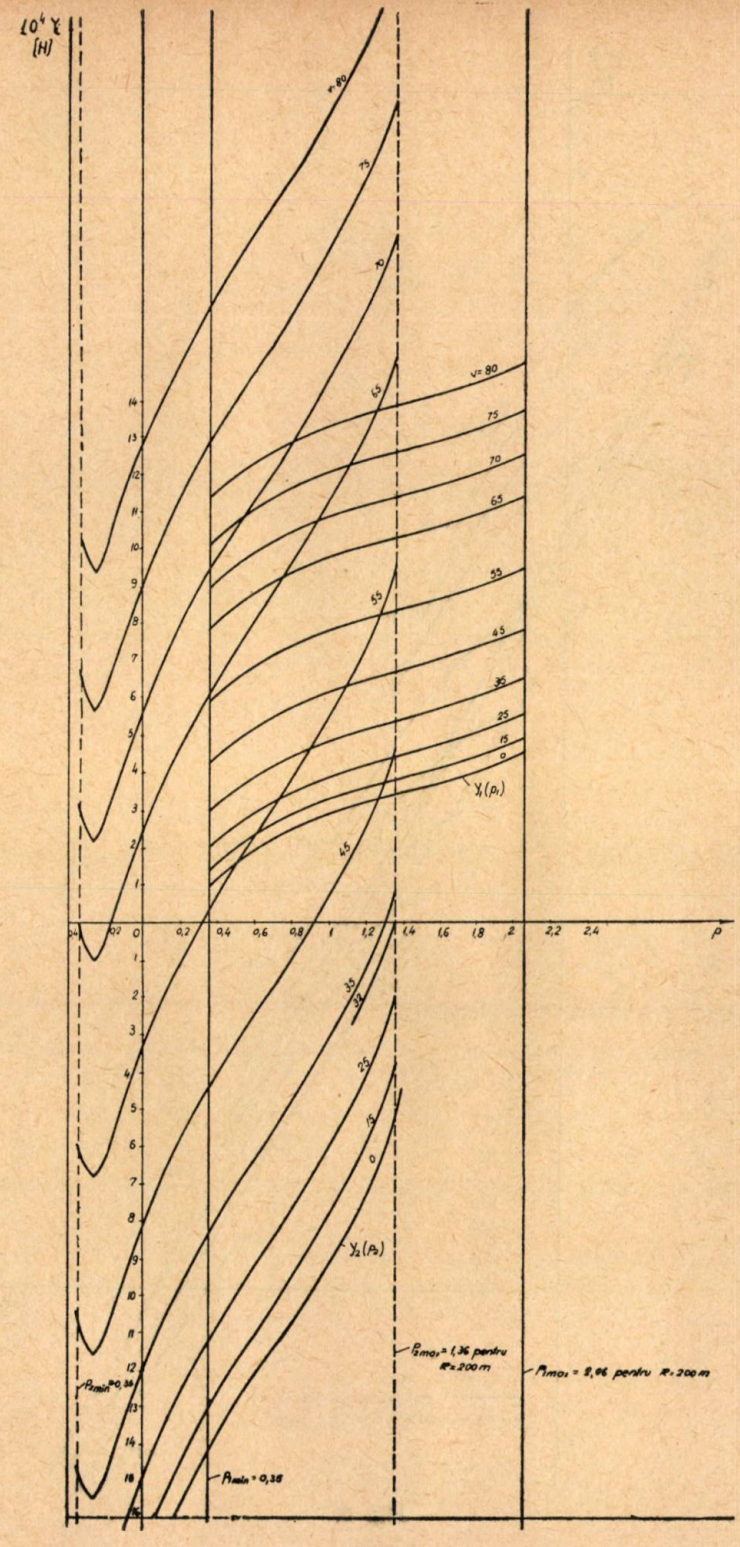

$10^4 Q$ [N]
$Q(p_2)$
$Q(p_1)$
V=0
15
25
35
45
55
65
70
75
80
p
p_{2min}
$p_{1min} = 0,35$
$p_{2max} = 1,36$ m pentru R=200 m
$p_{1max} = 2,05$ pentru R=200 m
$p_{2max} = 2,1$ pentru R=1000 m
$p_{1max} = 2,80$ pentru R=1000 m

Fig. 4.



$10^4 Y_2$ [H]
v=80
75
70
65
55
45
35
25
15
0
$Y_1(p_1)$
$Y_2(p_2)$
p_{2max} = 1,36 pentru R=200 m
p_{1max} = 2,06 pentru R=200 m
p_{2min} = 0,35
p_{1min} = 0,38
p

Fig. 5.

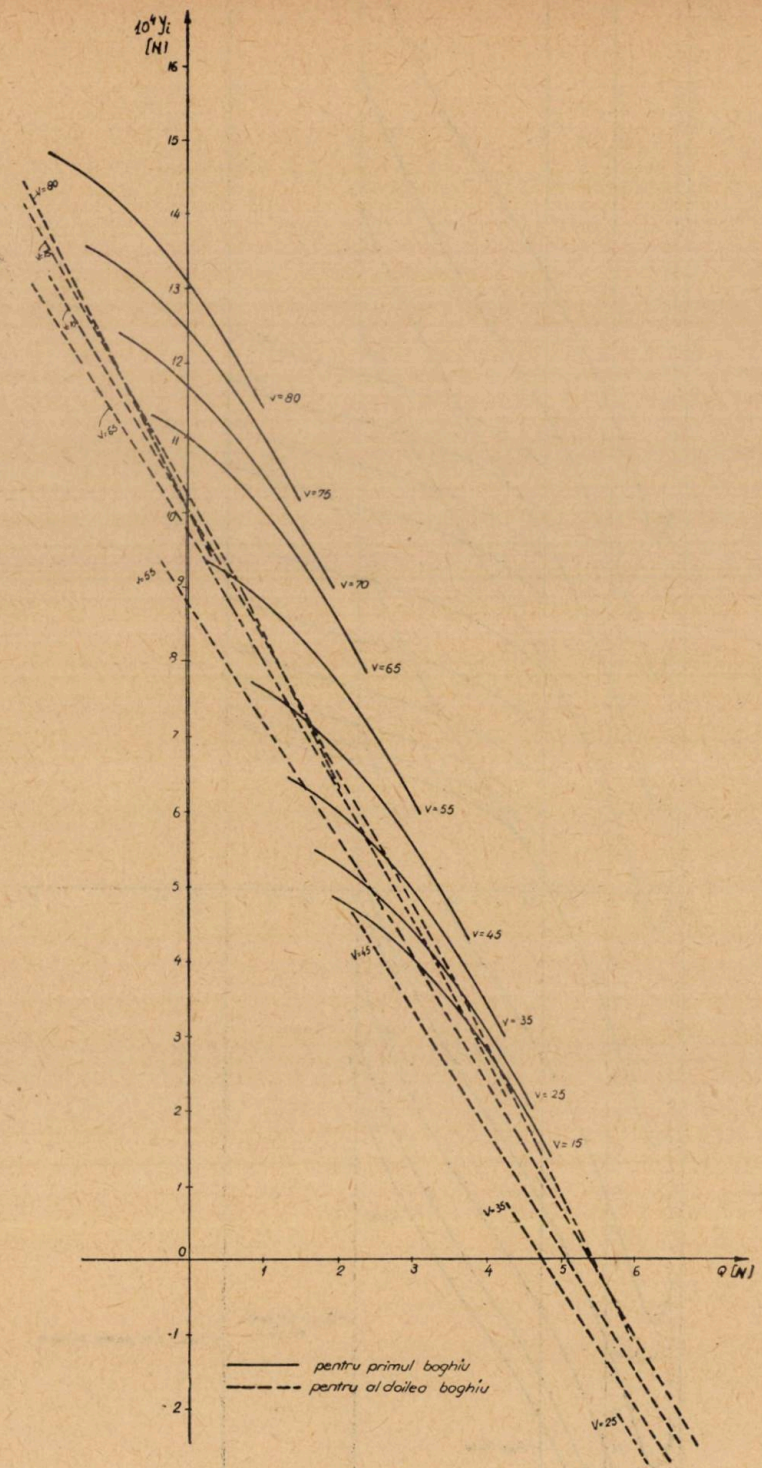

$10^4 y_i$ [N]
Q [N]
V=80
V=75
V=70
V=65
V=55
V=45
V=35
V=25
V=15
V=35
V=25
pentru primul boghiu
pentru al doilea boghiu

Fig. 6.

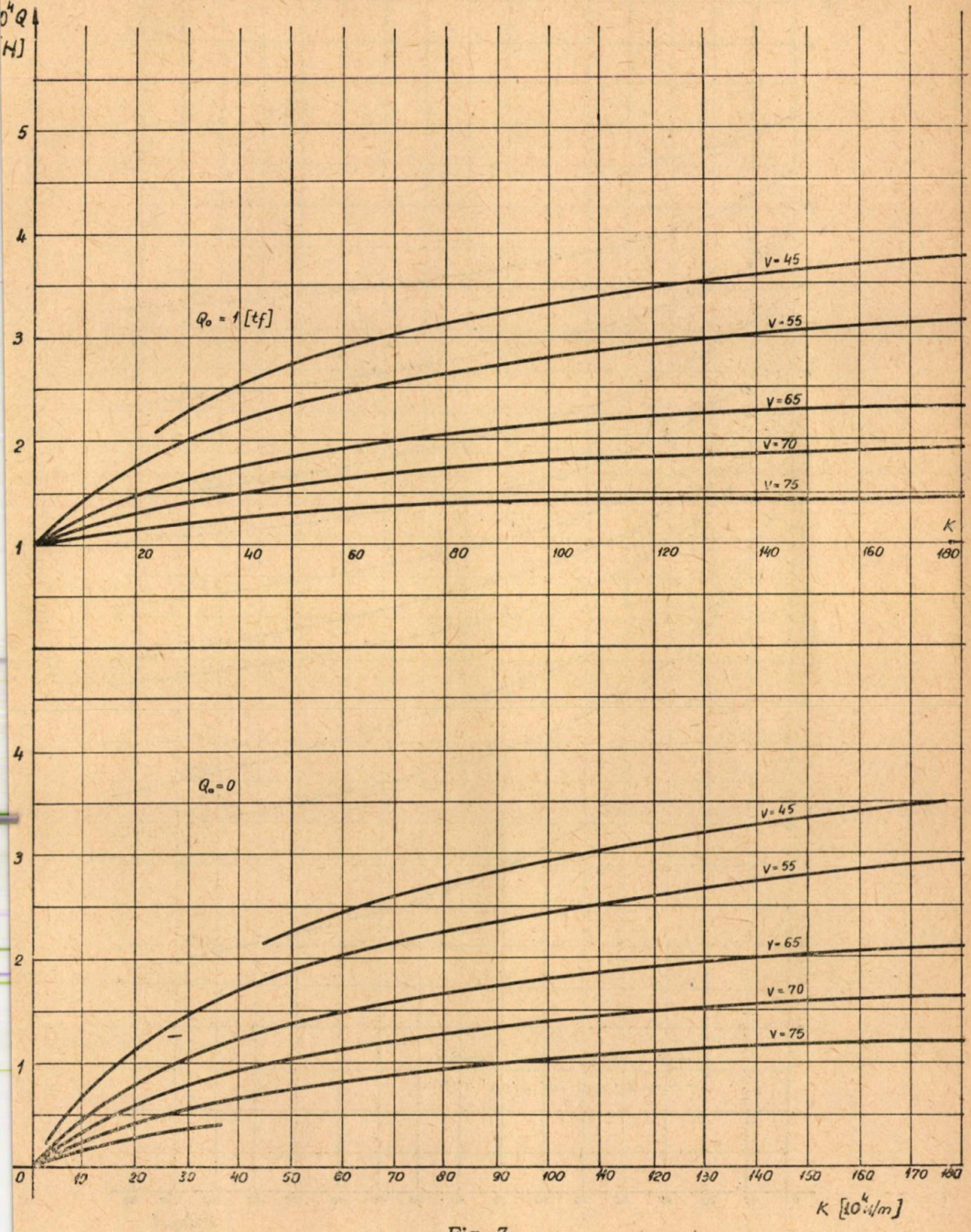

$10^4 Q$
[H]
5
4
3
2
1
$Q_0 = 1$ [tf]
V = 45
V = 55
V = 65
V = 70
V = 75
K
20
40
60
80
100
120
140
160
180
4
3
2
1
$Q_0 = 0$
V = 45
V = 55
V = 65
V = 70
V = 75
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
K [10^4 1/m]

Fig. 7.

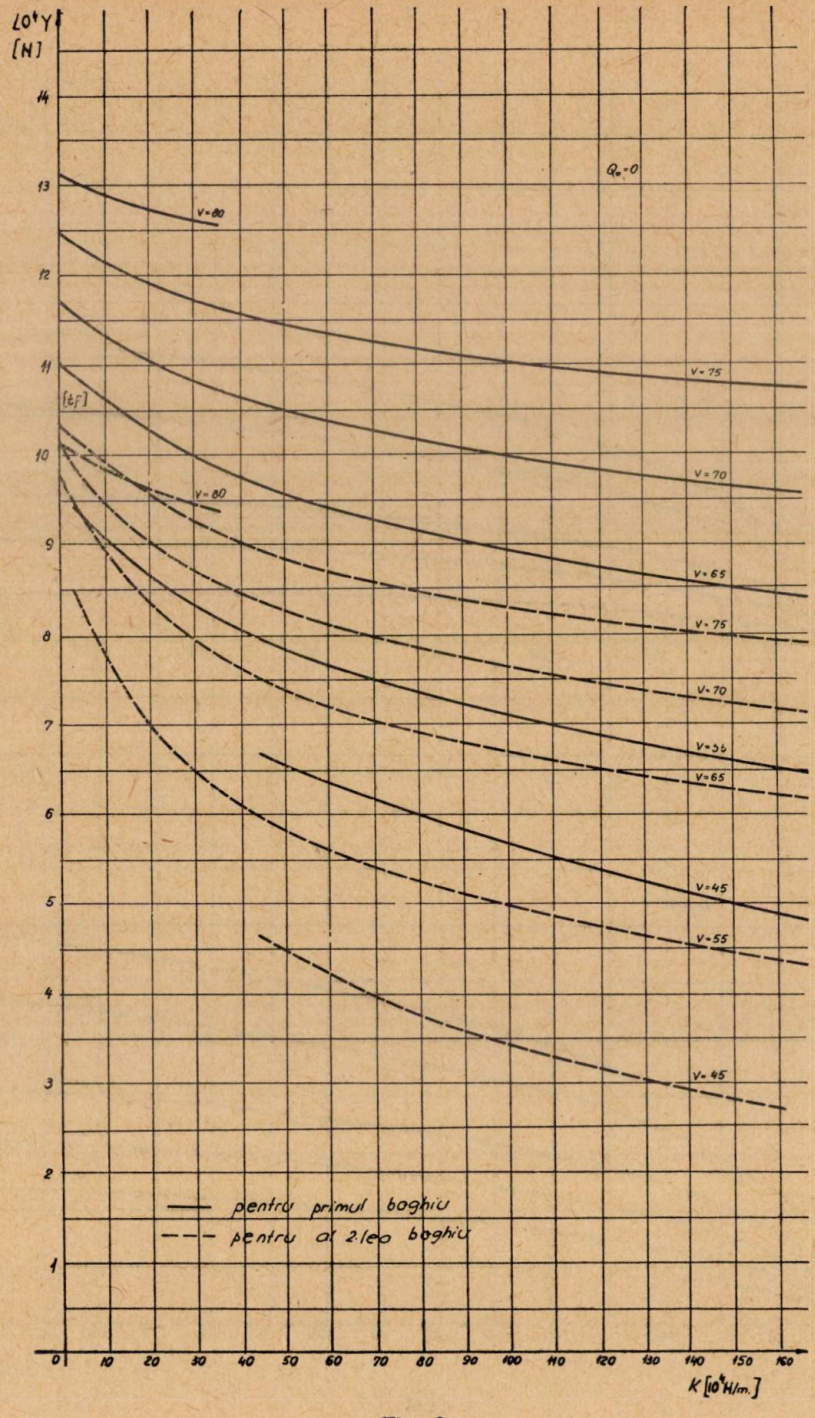

10⁴Y [N]
[tf]
Q₀=0
V=80
V=75
V=70
V=80
V=65
V=75
V=70
V=55
V=65
V=45
V=55
V=45
pentru primul boghiu
pentru al 2lea boghiu
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
K [10⁴H/m.]

Fig. 8.

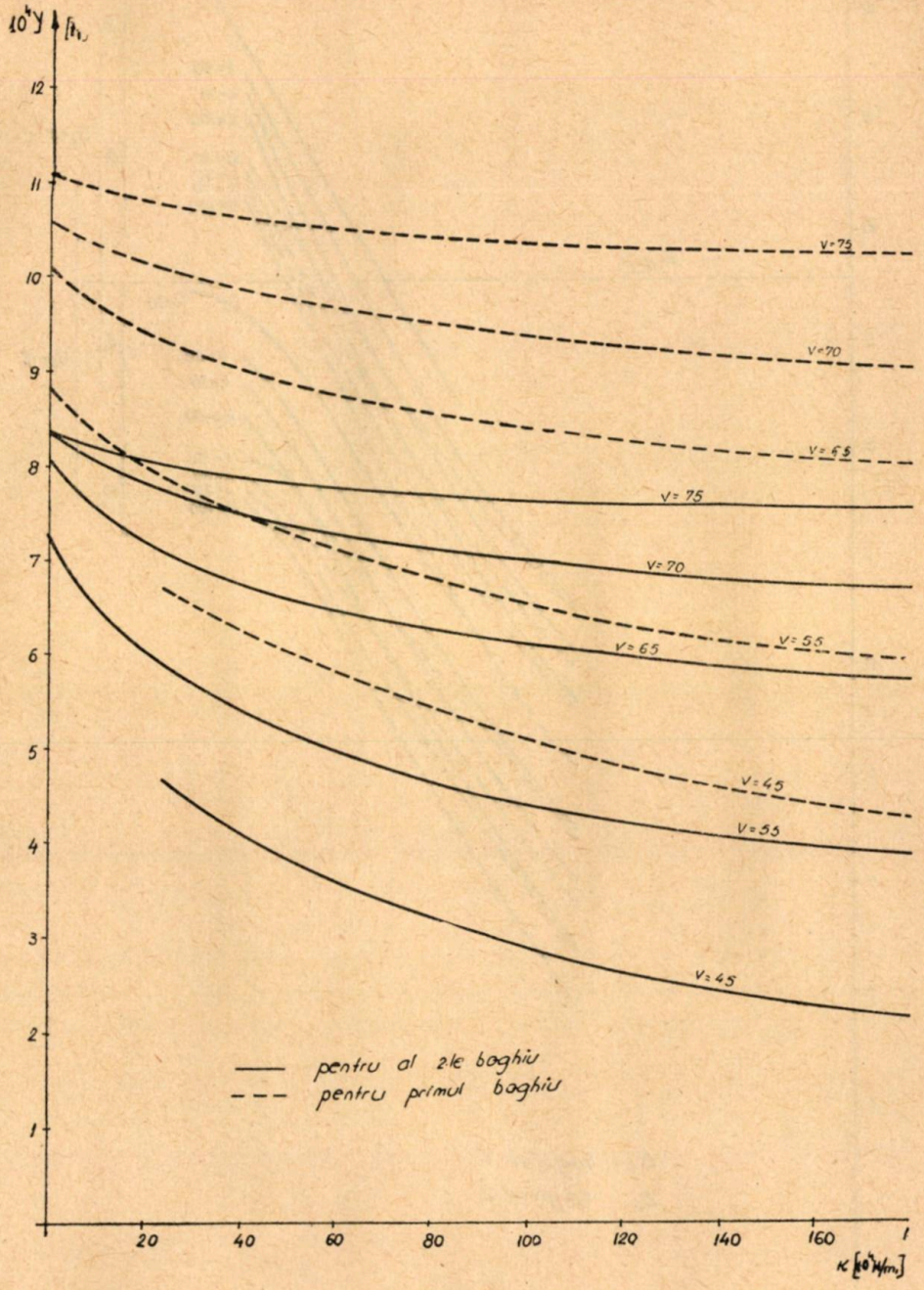

10⁴γ [N/m³]
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
V=75
V=70
V=65
V=75
V=70
V=55
V=65
V=45
V=55
V=45
pentru al 2lea baghiu
pentru primul baghiu
20
40
60
80
100
120
140
160
l
κ [10³N/m³]

Fig. 9.

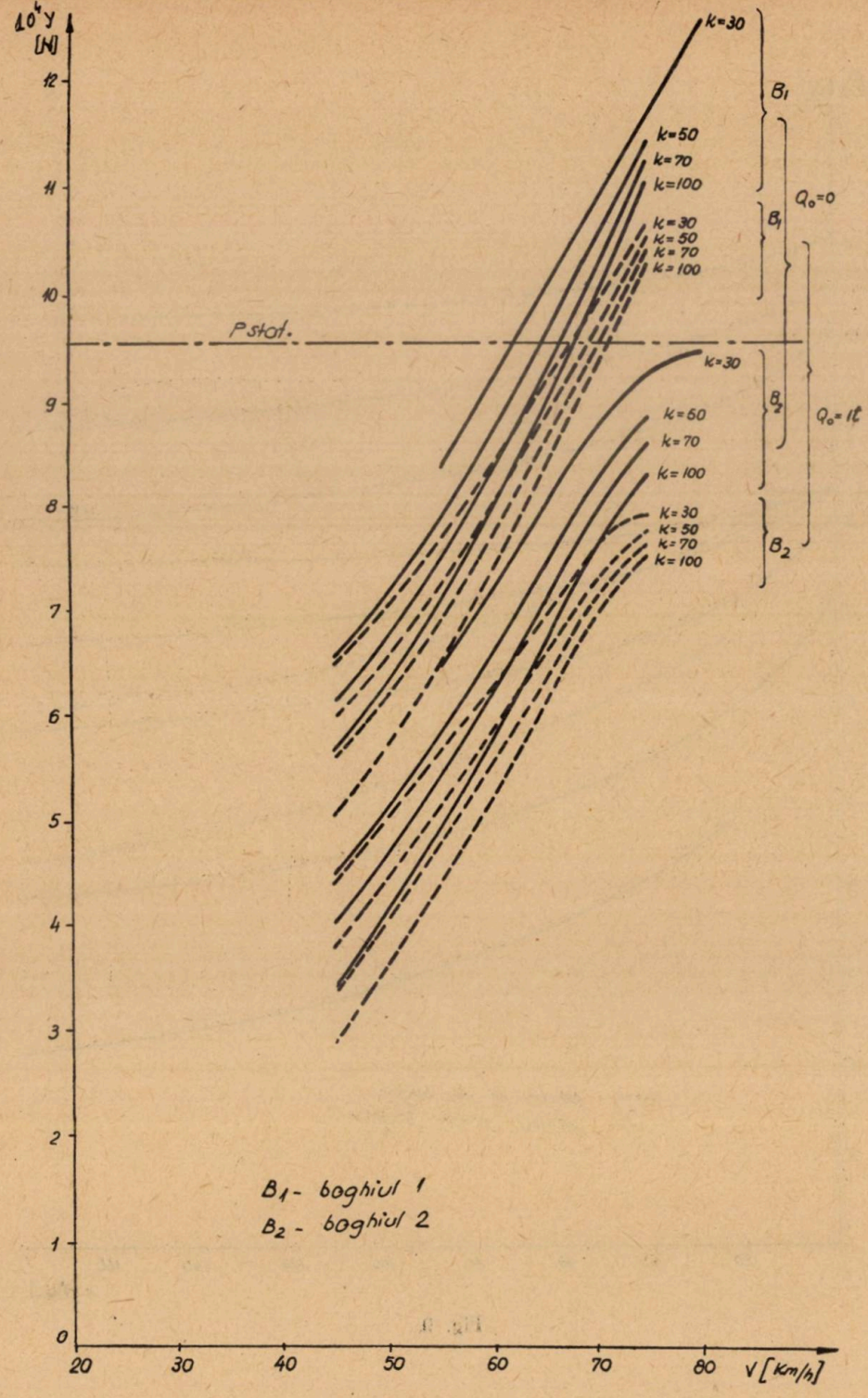

10^4 y [N]
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
20
30
40
50
60
70
80
V [km/h]
P stat.
k=30
k=50
k=70
k=100
k=30
k=50
k=70
k=100
B_1
B_1
Q_0=0
k=30
k=50
k=70
k=100
k=30
k=50
k=70
k=100
B_2
B_2
Q_0= 1t
B_1 - boghiul 1
B_2 - boghiul 2

Fig. 10.

Viteza critică de mers a locomotivei, după criteriul lui Nadal se determină prin intersectarea familiei de curbe Y_t (fig. 10) cu dreapta,

$$P_{stat} = \frac{G}{12}.$$

Din curbele trasate în diagramele de mai sus, rezultă că la proiectarea aparatului de rulare a locomotivelor de tip 30+30, va trebui să se aleagă o asemenea rigiditate și forță inițială a cuplei, încît forțele conducătoare să fie minime, rezultînd prin aceasta o viteză critică de circulație cît mai mare.

BIBLIOGRAFIE

1. A. V. Slomenski, Vpisîvanie electrovozov v crivîe. Sbornic „Sovetskie maghistralnîe electrovozî". Transjeldorizdat, 1941.
2. E. I. Grigorev, A. N. Kravcenco, O poperecinîh uprughih sviaziah mejdu telejcami electrovozov. Bestnic Nr. 8, 1959.
3. V. N. Sestacov, O znacenii cocilenenie telejec pri dvijenii electrovoza 1 crivom. Bestnic Nr. 4, 1956.
4. V. Medeli, Podvijnoi sostav electriceskih jeleznîh dorog. Transjeldorizdat 1957.
5. V. Medeli, Issledovanie dvijeniia jeleznodorojnîh echipajei v krivîh. Trudî T.E.M.N N.T. vîp. XX, 1955.

О ДИНАМИЧЕСКОМ ВПИСЫВАНИИ В КРИВУЮ ТЕПЛОВОЗА 060 D.A.

(РЕЗЮМЕ)

В этой работе рассматривается динамическое взаимодействие между тепловозом 060 DA и путем при движении по криволинейным участкам.

Установлены некоторые расчетные соотношения и приводится пример для дизел-электровоза 060. Составлены разные диаграммы в которых выявляется влияние начальной силы и жестокости поперечнего соединения на ведущие силы при различных скоростей движения.

ÜBER DAS DYNAMISCHE VERHALTEN DER LOKOMOTIVE DA 060 IN DER KURVE

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Arbeit wird die dynamische Wechselbeziehung zwischen der Lokomotive vom Typ 060 DA und der Bahn, im Kurvenverkehr, studiert.

Während man manche Berechnungsbeziehungen festlegt, wendet man sie auf die Elektrische Diesellokomotive 060 an, man zeichnet verschiedene Diagramme auf, aus denen der Einfluss der Anfangskraft und der Starrheit der Querkupplung auf die leitenden Kräfte bei verschiedenen Verkersgeschwindigkeiten hervorgeht.

STUDIUL PE MODEL AL OSCILAȚIILOR VERTICALE LA LOCOMOTIVA L.D.I. CONSTRUCȚIE UZINELE 23 AUGUST*

DE

I. ZĂGĂNESCU, C. URSU, Z. SCHLETT

1. CONSIDERAȚII GENERALE

La aprecierea calității de mers a unei locomotive, un rol important îl prezintă oscilațiile verticale ale masei construcției suspendate.

În lucrare se studiază, cu ajutorul mașinilor analogice de calcul, oscilațiile situate în planul vertical median longitudinal al locomotivei L.D.I. construcție Uzinele 23 August. S-au luat în considerare numai oscilațiile proprii disipative, deoarece, impulsurile aleatorii generate de cale pot fi simulate prin diferite condiții inițiale alese în mod arbitrar.

2. DETERMINAREA MODELULUI DINAMIC

Pentru studiul comportării dinamice a sistemelor mecanice supuse unor legături, acestea se înlocuiesc prin sisteme de puncte materiale, denumite modele mecanice.

Astfel modelul mecanic asociat locomotivei studiate este reprezentat în figura 1.

Din figura 1 se observă că modelul mecanic este compus din :

m — masa construcției suspendate a locomotivei ;

$4m_0$ — masele osiilor montate.

3. IPOTEZE DE CALCUL

Substituirea unui sistem fizic real printr-un model mecanic linear, poate fi făcut pe baza unor ipoteze simplificatoare verificate experimental.

Astfel, pentru linearizarea ecuațiilor diferențiale ale mișcării, se introduc următoarele ipoteze de calcul [1] :

— locomotiva circulă în aliniament și palier ;

---

* Lucrare comunicată în sesiunea științifică I.P.T. din mai 1968.

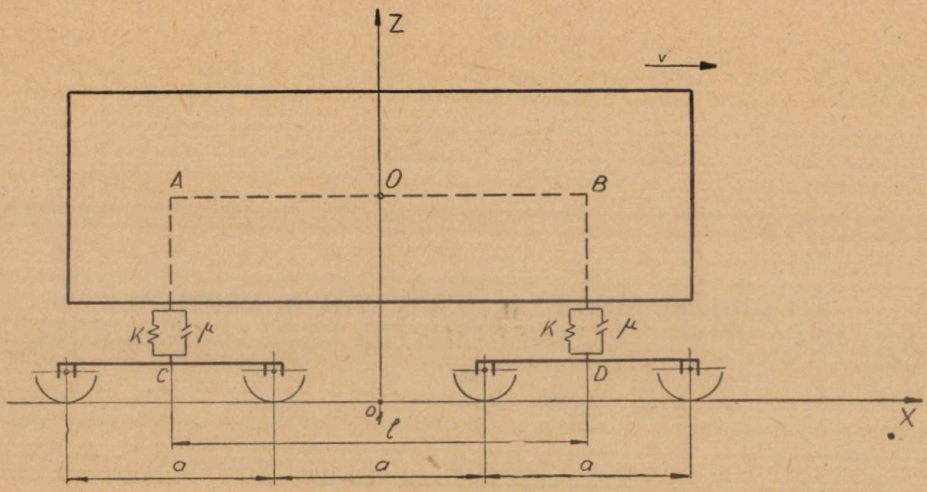


Fig. 1. Modelul mecanic al locomotivei.

— rigiditatea în plan vertical a construcției suspendate se consideră infinită;

— rigiditatea căii în plan vertical se consideră infinită;

— diametrul de rulare al roților este același, iar rularea se face fără alunecare;

— nu se iau în considerare eventualele deplasări relative, în lungul axei căii, ale osiilor montate față de șasiul locomotivei.

4. STABILIREA GRADELOR DE LIBERTATE

Ținînd seama de ipotezele de calcul enunțate la punctul 3, configurația modelului mecanic poate fi determinată cu următoarele grade de libertate (fig. 2):

Masa construcției suspendate a locomotivei are următoarele grade de libertate:

— o mișcare de translație după direcția axei căii — coordonata x;

— o mișcare de translație după o direcție perpendiculară pe axa căii — coordonata z;

— o mișcare de rotație în jurul unei axe determinată de intersecția planului vertical median transversal cu planul orizontal longitudinal care conține axele osiilor [2] — coordonata φ.

Masele osiilor montate au următoarele grade de libertate:

— o mișcare de translație în lungul axei căii — coordonatele x_i; $(x_1=x_2=x_3=x_4=x)$;

— o mișcare de rotație în jurul axelor proprii — coordonatele α_i; $(\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=\alpha)$.

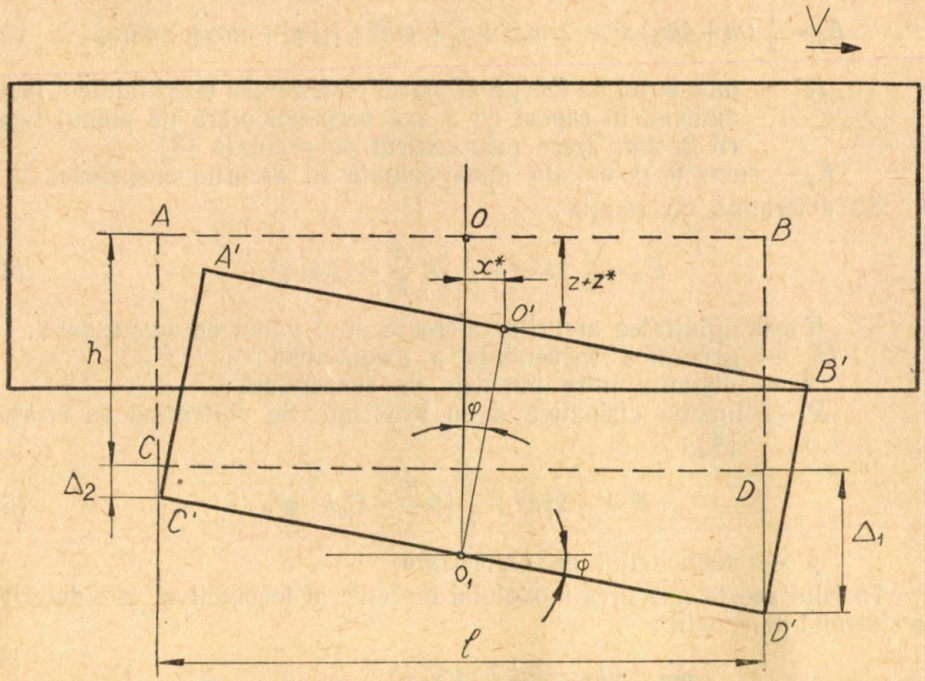


Fig. 2. Poziția modelului mecanic la momentul t.

Ca urmare a rotației masei m în jurul punctului O_1, deplasările acesteia în lungul celor două axe (fig. 2) sînt $x+x^*$ și $z+z^*$. Mărimile x^* și z^*, care apar datorită rotației cu unghiul φ, se determină cu relațiile:

$$x^*=h\varphi; \quad z^*=h(1-\cos\varphi) \simeq \frac{1}{2} h\varphi^2 \tag{1}$$

unde h reprezintă distanța dintre centrul de greutate al cutiei și centrul de oscilație.

5. ECUAȚIILE DIFERENȚIALE ALE MIȘCARII

Cunoscînd starea inițială, mișcarea unui sistem de puncte materiale, a căror poziție în spațiul figurativ a lui Lagrange este determinată de coordonatele generalizate $q_1; q_2; \ldots q_n$, este descrisă de sistemul de ecuații de speța a doua a lui Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_l}\right) + \frac{\partial E_p}{\partial q_l} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_l} = 0. \tag{2}$$

unde:

E_c este energia cinetică a sistemului. Se determină cu relația:

$$E_c = \frac{1}{2}(m+4m_0)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}(2mh^2+I_y)\dot{\varphi}^2 + mh\ddot{x}\varphi + mh\dot{z}\dot{\varphi} \qquad (3)$$

I_y — momentul de inerție al masei construcției suspendate a locomotivei, în raport cu o axă perpendiculară pe planul figurii 2, care trece prin centrul de greutate [3];

E_p — energia potențială înmagazinată în arcurile suspensiei.

Se determină cu relația:

$$E_p = \frac{1}{2}2Kz^2 + \frac{1}{2}\left(K\frac{l^2}{2} - G_0h\right)\varphi^2. \qquad (4)$$

K este rigiditatea arcurilor aferente unui punct de suspendare;

G_0 — greutatea suspendată a locomotivei;

l — distanța între punctele de suspendare;

R — funcția disipativă a lui Rayleigh. Se determină cu relația [4]:

$$R = \frac{1}{2}2\beta\dot{z}^2 + \frac{1}{2}\left(\beta\frac{l^2}{2} - G_0h\right)\dot{\varphi}^2. \qquad (5)$$

β — coeficientul de amortizare.

In felul acesta mișcarea modelului mecanic al locomotivei este descrisă de sistemul de ecuații:

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{z} + mh\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{z} + 2Kz = 0 \\ (2mh^2+I_y)\ddot{\varphi} + mh\ddot{z} + \left(\beta\frac{l^2}{2} - G_0h\right)\dot{\varphi} + \left(K\frac{l^2}{2} - G_0h\right)\varphi = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Coordonanta x fiind ciclică a fost eliminată.

6. DETERMINAREA MODELULUI ANALOGIC

Pentru transformarea sistemului de ecuații (6) în ecuații de mașină se introduc următoarele relații de proporționalitate:

$$Z = \lambda_1 z; \quad \Phi = \lambda_2 \varphi; \quad \tau = \lambda_3 t \qquad (7)$$

unde:

λ_i reprezintă factorii de scară, a căror mărimi se aleg în mod convenabil.

Sistemul de ecuații diferențiale (6) devine:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{Z} = -(A_1\ddot{\Phi} + A_2\dot{Z} + A_3 Z) \\ \ddot{\Phi} = -(B_1\ddot{Z} + B_2\dot{\Phi} + B_3\Phi) \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

unde:

A_i și B_i — reprezintă niște constante care depind de structura modelului mecanic și de factorii de scară.

Modelul analogic atașat sistemului de ecuații diferențiale (8) este reprezentat în figura 3.

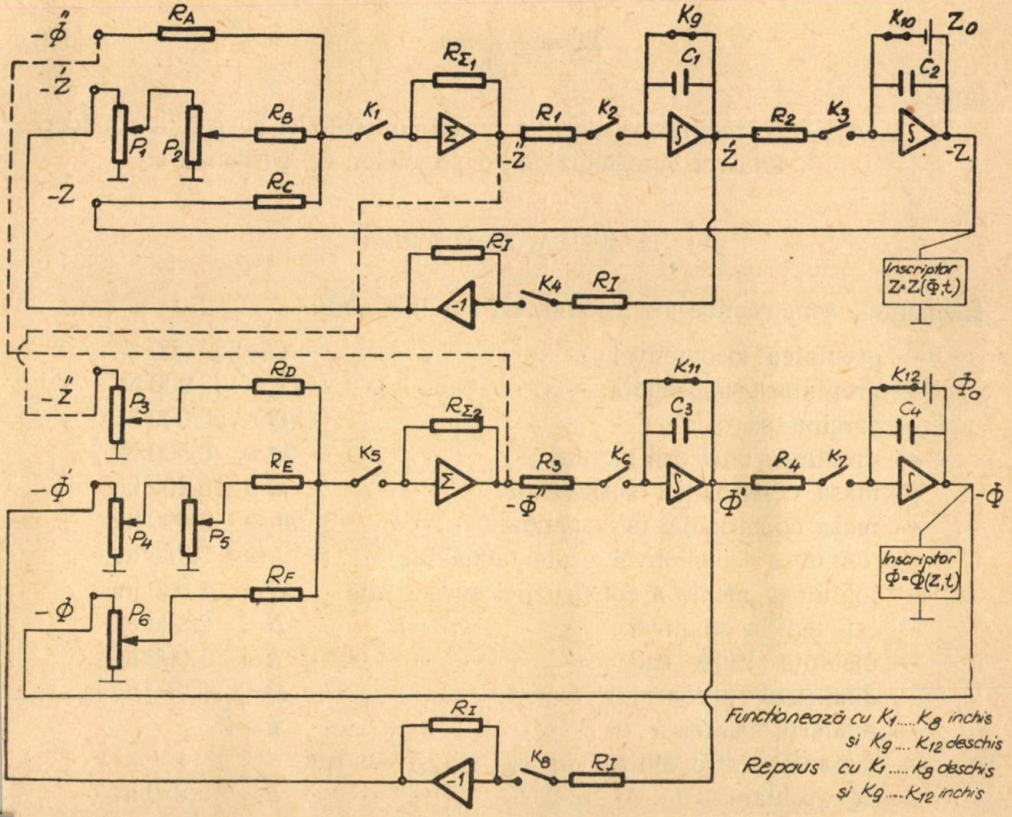


Fig. 3. Modelul analogic al locomotivei.

7. CALCULUL CALITĂȚII DE MERS

Calitatea de mers a unei locomotive se poate aprecia cu două mărimi și anume :

W_z — indicele de mers care este o mărime adimensională. Se determină cu relația :

$$W_z = 2{,}7 \sqrt[10]{A^3 \nu^5 f(\nu)} \qquad (9)$$

unde :

A este amplitudinea oscilațiilor în cm ;

ν — frecvența oscilațiilor în Hz ;

$f(v)$ — o funcție de corecție.

ΔQ — variația sarcinii pe osii. Se determină cu relația :

$$\Delta Q = \pm \frac{1}{4} ma \tag{10}$$

unde :

a — reprezintă accelerația masei construcției suspendate a locomotivei corespunzătoare punctelor de suspendare.

8. APLICAȚIE NUMERICĂ

Elementele constructive ale locomotivei studiate sînt :

— greutatea locomotivei .. .. $G = 200\,000$ N
— greutatea suspendată .. .. $G_0 = 166\,000$ N
— sarcina pe osie .. .. $2Q = 50\,000$ N
— greutatea unei osii montate .. .. $2q = 8\,500$ N
— masa construcției suspendate .. .. $m = 16\,600$ kg
— masa construcției nesuspendate .. .. $m_0 = 3\,400$ kg
— lungimea locomotivei peste tampoane .. .. $L = 7{,}225$ m
— înălțimea medie a construcției suspendate .. $H = 1{,}800$ m
— lățimea locomotivei .. .. $B = 2{,}380$ m
— distanța între osii .. .. $a = 1{,}000$ m
— diametrul roților .. .. $D = 0{,}750$ m
— numărul osiilor .. .. $n = 4$
— distanța dintre centrul de oscilații și centrul de greutate .. .. $h = 0{,}850$ m
— momentul de inerție al construcției suspendate .. .. $I_y = 1000\,800$ kgm^2

Pe baza datelor de mai sus s-au obținut, modelînd ecuațiile (8), soluțiile reprezentate în figurile 4 și 5.

9. CONCLUZII

Din analiza oscilogramelor din figura 4 și figura 5 rezultă :

— variația sarcinii pe osie este $\Delta Q = \pm 6{,}4\%$ din sarcina statică ;

— indicele de mers $W = 2{,}61$, reprezintă o valoare satisfăcătoare ;

— suspensia locomotivei este satisfăcătoare, deoarece săgeata statică exprimată în mm este aproximativ egală cu viteza maximă exprimată în km/h.

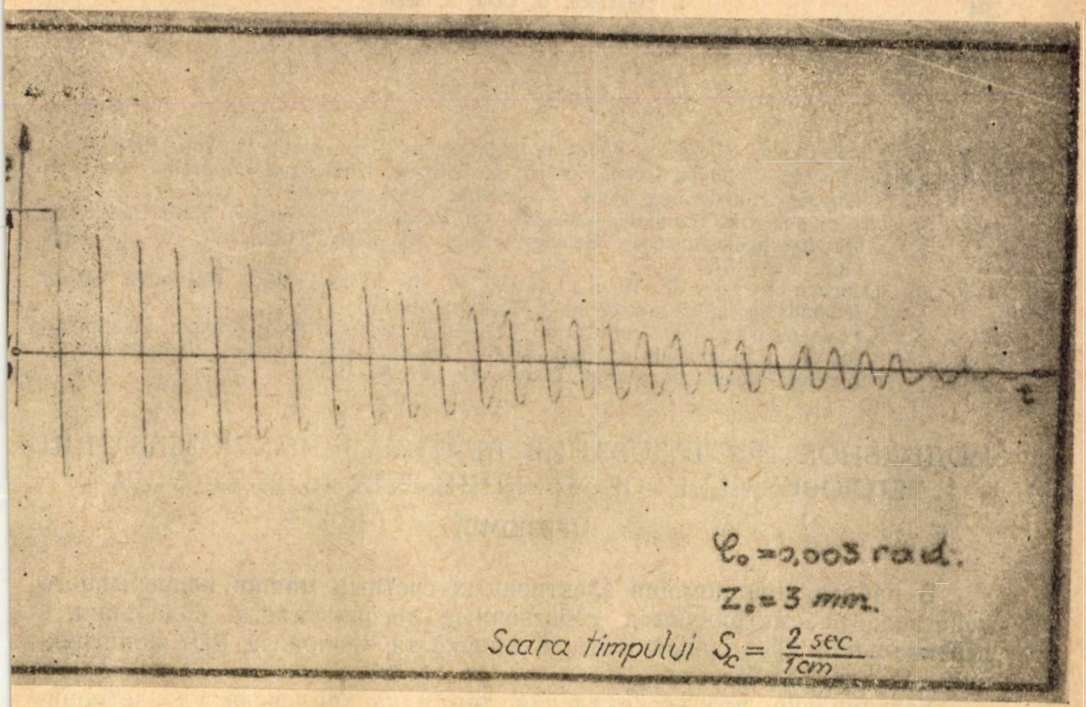


Fig. 4. Oscilograma $\varphi = \varphi(z, t)$.

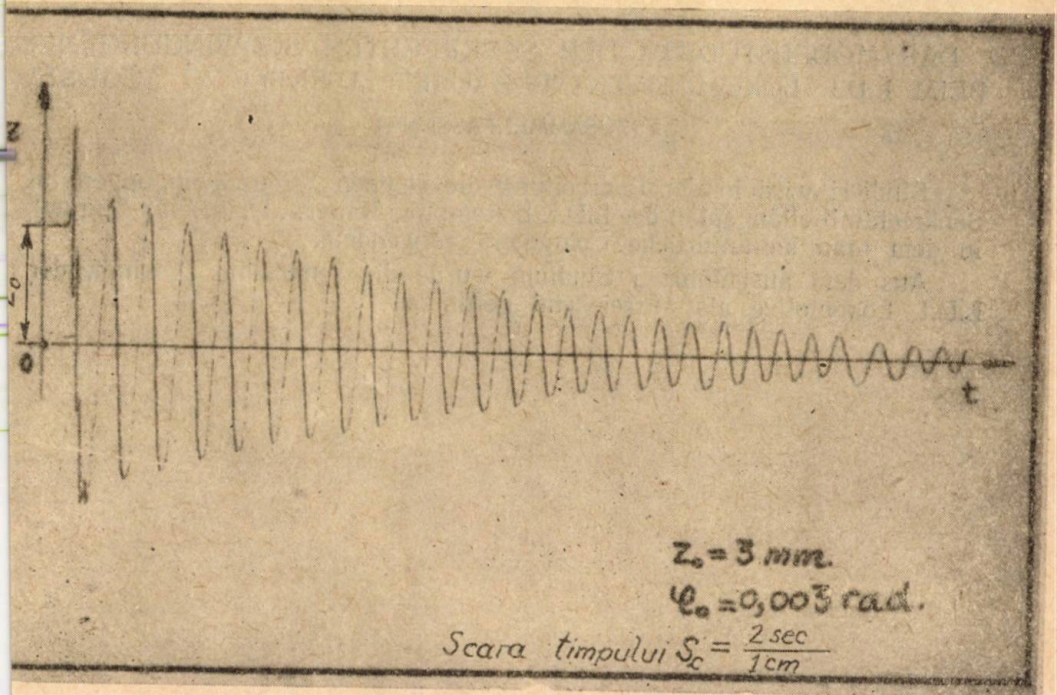


Fig. 5. Oscilograma $z = z(\varphi, t)$.

BIBLIOGRAFIE

1. V. A. Lazarian, *Dinamica vagonov*. Izdatelistvo „Transport" Moskva, 1964.
2. I. I. Nicolaev, *Dinamica locomotivelor*. Bsesoiuznoe Izdatelisvo Poligraficescoe Obedinenie Ministerstva Putei Soobscenia Moskva, 1962.
3. S. Weishaupt, Die Hauptabmessungen von Drehgestellfahrzeugen unter Beachtung schwingungstechnischer Belange. Deutsche Eisenbahntechnik Nr. 4, 1963, pag. 150—157.
4. F. M. Dimentberg, C. T. Satalov, A. A. Gusarov, *Colebania maşin*. Izdatelistvo „Maşinostroienie" Moskva, 1964.
5. S. S. Krepcogorschi, Verticalniie colebania nadressirnogo stroenia podvijnogo sostava i vliania ih na puti. Trudî Vsesaiuznogo Naucino-Issledovateliscogo Instituta Jeleznodorojnogo Transporta. Vîpusc 152.

МОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕПЛОВОЗА LDI КОНСТРУКЦИИ З-ДА им. 23 АВГУСТА

(РЕЗЮМЕ)

В работе, при помощи электронных счетных машин непрерывного действия, рассматриваются собственные диссипативные колебания в вертикальной продолньой средней плоскости тепловоза LDI конструкции з-да им. 23. Августа.

Установлено, что вертикальная динамика тепловоза удовлетворительна.

DAS MODELSTUDIUM DER SENKRECHTEN SCHWINGUNGEN BEIM L.D.I. LOKOMOTIVENTYP BAUART „UZINELE 23 AUGUST"

(ZUSAMMENFASSUNG)

Studiert wird in der Bearbeitung die eigenen Streuschwingungen im Senkrechtmittellängsplan der L.D.I. Lokomotive Bauart „Uzinele 23 August" in dem man kontinuirliche Computers verwendete.

Aus dem ausgeführten Studium wurde die senkrechte Dynamik der L.D.I. Lokomotive als ausreichend gefunden.

ANALIZA EFECTULUI PELICULAR IN CONDUCTOARE FEROMAGNETICE DE SECȚIUNE OARECARE PRINTR-O REZOLVARE NUMERICĂ A ECUAȚIILOR LUI MAXWELL

DE

GH. ATANASIU

1. INTRODUCERE

Rezolvarea analitică a ecuațiilor lui Maxwell pentru medii feromagnetice [1] e deosebit de dificilă.

In lucrarea de față se studiază efectul pelicular în medii feromagnetice, prin analiza numerică, pe baza tehnicii de calcul elaborat în [2]. Aceeași metodă a fost utilizată în studiul curenților turbionari în medii neliniare în [4].

2. IPOTEZELE DE CALCUL

a) Se consideră inducția și intensitatea cîmpului magnetic funcții sinusoidale de timp

$$\underline{H}=\underline{H}_m \cdot e^{j\omega t}, \quad \underline{E}=\underline{E}_m \cdot e^{j\omega t}. \tag{1}$$

b) Se introduce permeabilitatea magnetică complexă, sub forma

$$\underline{\mu}=\mu e^{-j\psi} \tag{2}$$

unde modulul μ se definește ca raportul dintre amplitudinile armonicilor fundamentale ale inducției și intensității cîmpului magnetic iar ψ se poate exprima în funcție de pierderile prin istereză, W_i, [1]:

$$\mu=\frac{B_1}{H_1}=f_1(H_1), \quad \sin\psi=\frac{W_i}{B_1H_1}=f_2(H_1). \tag{2a}$$

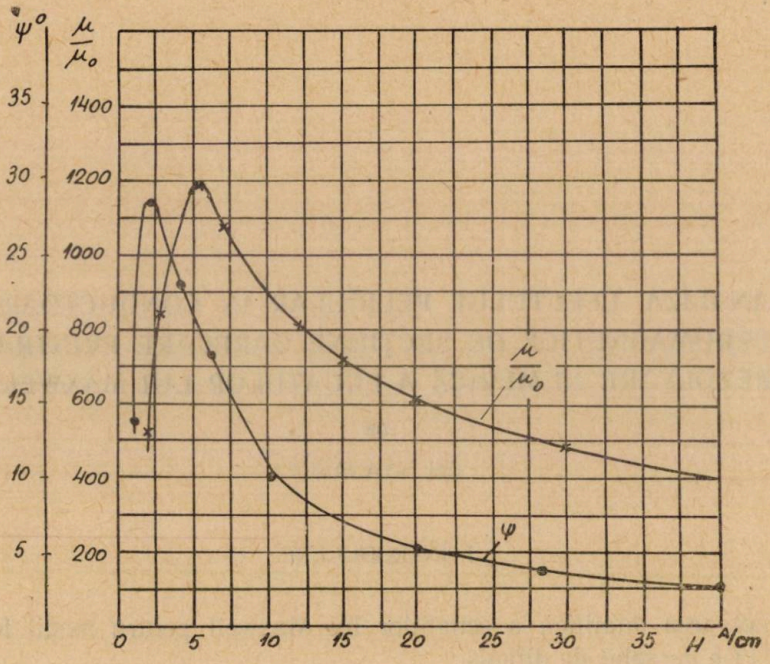


Fig. 1. Dependența permeabilității magnetice relative și a unghiului corespunzător pierderilor prin isterezis, de intensitatea cîmpului magnetic.

c) Intensitatea cîmpului magnetic este constantă și tangentă la conturul secțiunii conductorului, ipoteză cu atît mai aproape de realitate cu cît valoarea relativă a permeabilității magnetice a mediului este mai ridicată.

d) Conductorul se consideră rectiliniu, de lungime infinită.

3. METODA DE REZOLVARE NUMERICĂ

Cu acestea, în planul secțiunii conductorului, ecuațiile lui Maxwell au o formă simplificată. Pentru intensitatea cîmpului magnetic se obține, în coordonate cartiziene :

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{H}_m}{\partial y^2} = j\omega\lambda\mu e^{-j\psi} \cdot \underline{H}_m . \tag{3}$$

Ecuația (3) intră în categoria problemelor cu condiții de frontieră și anume pe periferia conductorului este satisfăcută relația :

$$\oint_C d\bar{l} \cdot \underline{H}_m = \sqrt{2} \cdot \underline{I}. \tag{4}$$

Rezolvarea ecuației (3) se face pe baza observației că secțiunea conductoarelor circulare sau rectangulare are cel puțin o axă de simetrie, de-a lungul căreia intensitatea cîmpului magnetic prezintă o singură componentă (fig. 2).

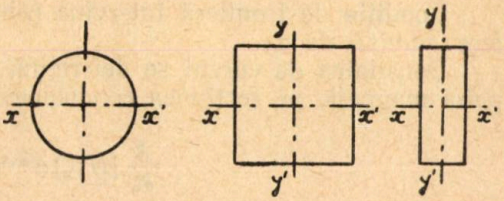


Fig. 2. Secțiuni simetrice, cu axele de simetrie.

Relația (3) obține forma:

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_m}{\partial \zeta^2} = j\omega\lambda\mu e^{-j\psi} \cdot \underline{H}_m \tag{5}$$

unde variabila ζ înlocuiește variabilele x sau y.

Pentru rezolvarea numerică a ecuației (5) utilizăm metoda diferențelor finite [5]. Intervalul în care definim funcția $\underline{H}_m$, îl împărțim în n părți egale și determinăm funcția în punctele pivot x_i (fig. 3).

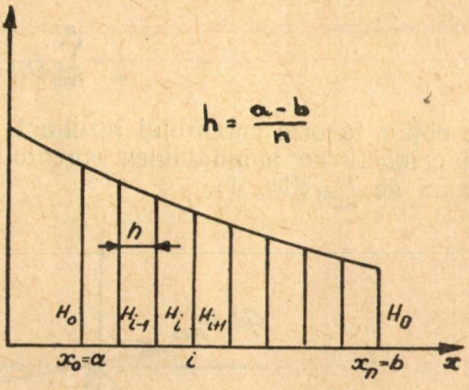


Fig. 3. Explicativă la metoda diferențelor finite.

Ecuația în diferențe finite se scrie (se renunță în continuare pentru simplificare la indicele m):

$$\frac{\underline{H}_{i+1} - 2\underline{H}_i + \underline{H}_{i-1}}{h^2} = j\omega\lambda\mu_i e^{-j\psi_i} \cdot \underline{H}_i. \tag{6}$$

Cum în centrul de simetrie $\underline{H}_0 = 0$, admițind o valoare pentru $\underline{H}_1$, deci cunoscînd permeabilitatea magnetică μ_1, se poate determina $\underline{H}_2$

$$\underline{H}_2 = h^2 (j\omega\lambda\mu_1 e^{-j\psi_1} \underline{H}_1) + 2\underline{H}_1. \tag{7}$$

Modulul lui $\underline{H}_2$ este amplitudinea intensității cîmpului magnetic iar argumentul fixează defazajul în timp față de $\underline{H}_1$, fixat arbitrar pe axa reală.

Se determină astfel pe rînd $\underline{H}_3, \underline{H}_4, \ldots \underline{H}_n$.

Argumentul lui $\underline{H}_n$, fixează poziția axei timpului, $\underline{H}_n$ fiind în fază cu fazorul curentului total ce străbate conductorul.

Condiția de frontieră intervine prin verificarea relației (4) cu o abatere admisă de ε_0.

Densitatea de curent se determină cunoscînd spectrul intensității cîmpului magnetic pe secțiunea conductorului, inițial pentru axele de simetrie.

$$\frac{\partial}{\partial \zeta}[\underline{H}(\zeta)\, e^{j\varphi(\zeta)}] = \underline{J}(\zeta) \tag{8}$$

$$\frac{\underline{H}_i - \underline{H}_{i-1}}{h} + j\underline{H}_{i,i-1}\frac{\varphi_i - \varphi_{i-1}}{h} = \underline{J}_{i,i-1}\, e^{-j\psi_{i,i-1}} \tag{9}$$

(OBS : Dublul indice indică valoarea medie a mărimii pe intervalul mărginit de punctele i și $i-1$)

Efectuînd integrala

$$\underline{I} = \int \underline{J}\, dS. \tag{10}$$

Sub forma sumei

$$\underline{I} = \sum_{i=0}^{n} \underline{J}_{i,i-1} \cdot \Delta S_{i,i-1} \tag{11}$$

se obține fazorul curentului rezultant, a cărui mărime și argument trebuie să coincidă cu amplitudinea curentului total și cu poziția axei timpului fixată de $\underline{H}_{n1}$ (fig. 4).

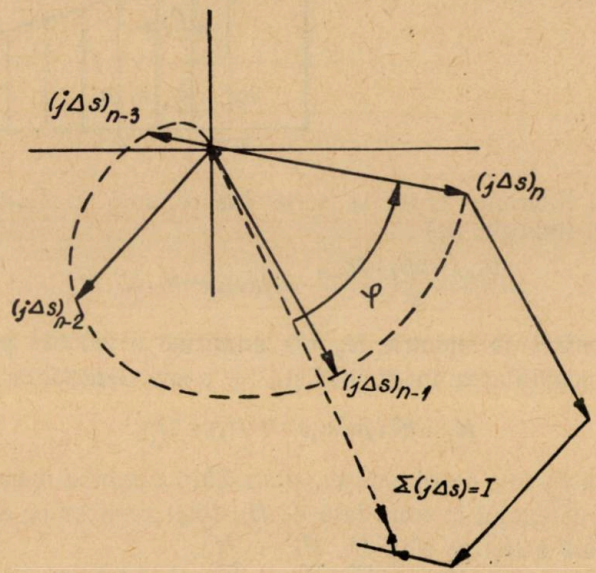


Fig. 4. Hodograful liniilor de curent pentru secțiunea unui conductor ce prezintă refularea curentului.

3.1. Determinarea factorului de creștere a rezistenței

Cunoscîndu-se repartiția densității de curent pe secțiunea conductorului, factorul de creștere a rezistenței se determină din raportul pierderilor Joule în curent alternativ față de cele în curent continuu, prin efectuarea integralei

$$K=\frac{Q_{\sim}}{Q_{-}}=\frac{S}{I^2}\cdot\int_S J^2\cdot ds \tag{12}$$

care devine în calcule numerice

$$K=\frac{S}{I^2}\sum_{i=0}^{n} J^2_{i,i-1}\cdot\Delta S_{i,i-1}\cdot \tag{13}$$

3.2. Cazul pătrunderii cîmpului electromagnetic într-un mediu feromagnetic înfinit avînd o suprafață plană ortogonală pe undele plane

În cazul mai general al pătrunderii undelor plane electromagnetice în corpuri feromagnetice masive, se aplică cu foarte bună aproximație ecuația diferențială (5) sub forma diferențelor finite din relația (6). Rezolvarea ei se reduce la o problemă cu interval infinit avînd condițiile de frontieră

$$\underline{H}(0)=H_c\,,\quad \underline{H}(\infty)=0 \tag{14}$$

3.2.1. O primă metodă de calcul este următoarea:
Admitem soluția ecuației (6) ca fiind suma a două soluții particulare:

$$\underline{H}(\zeta)=\underline{H}_p(\zeta)+K\underline{H}_q(\zeta) \tag{15}$$

date de ecuația primă

$$\frac{\partial^2\underline{H}_p}{\partial\zeta^2}=j\omega\lambda\mu e^{-j\psi}\cdot\underline{H}_p \tag{16}$$

cu condițiile inițiale

$$\zeta=0;\quad \underline{H}_p(0)=H_c;\quad \left(\frac{\partial\underline{H}_p}{\partial\zeta}\right)_{\zeta=0}=0 \tag{17}$$

și ecuația secundă

$$\frac{\partial^2\underline{H}_q}{\partial\zeta^2}=0 \tag{18}$$

cu condițiile inițiale

$$\zeta=0;\quad \underline{H}_q(0)=0;\quad \left(\frac{\partial\underline{H}_q}{\partial\zeta}\right)_{\zeta=0}=1. \tag{19}$$

Constanta K o definim astfel încît să fie îndeplinită condiția de la infinit

$$|\underline{H}(\infty)|=|\underline{H}_p(\infty)|+K|\underline{H}_q(\infty)|=0$$

deci

$$K=-\frac{|\underline{H}_p(\infty)|}{|\underline{H}_q(\infty)|}. \tag{20}$$

Ecuațiile (16) și (18) se pot rezolva prin metoda numerică Runge-Kutta [5] cu observația că *mărimile* $\underline{H}_{pq}$ *sînt numere complexe* și în tabelul de rezolvare mai trebuie introdusă o coloană pentru calculul valorilor modulu lui mărimilor $\underline{H}_1$ succesive cu care se calculează $\mu(H_{pq})$ și $\psi(H_{pq})$.

Numărul pașilor de rezolvare se alege astfel încît la rezolvarea n—a să avem:

$$|\underline{H}_{pn}|+|\underline{H}_{qn}|=|\underline{H}_n|$$

și să se verifice relația

$$\frac{|\underline{H}_n|-0{,}05\,H_c}{|\underline{H}_n|}=\varepsilon\leqslant\varepsilon_0 \tag{21}$$

unde ε_0 este eroarea impusă inițial. (Se consideră valoarea de 0,05 H_c ca suficient de mică, pentru îndeplinirea condiției $H(\zeta_n)=0$.)

Cu aceste valori, pe care le considerăm valorile de la infinit ale funcțiilor $\underline{H}_p$ și $\underline{H}_q$, calculăm pe K

$$K=-\frac{|\underline{H}_{pn}|}{|\underline{H}_{qn}|} \tag{22}$$

și obținem final

$$\underline{H}(\zeta)=\underline{H}_p(\xi)-\frac{|\underline{H}_{pn}|}{|\underline{H}_{qn}|}\cdot\underline{H}_q(\zeta). \tag{23}$$

3.2.2. Metoda descrisă permite o aproximare bună a soluției ecuației (6), dar necesită un volum mare de calcule. Pentru obținerea soluției cu o acuratețe mai mică, se poate utiliza metoda pe care o numim „a punctelor de infinit succesive" [5], care constă în următoarele:

In ecuația diferențelor finite (6), exprimăm mărimile $\underline{H}_2, \underline{H}_3 \ldots \underline{H}_n$, în funcție de mărimea $\underline{H}_1$: considerăm succesiv punctele pivot $i=2, 3 \ldots n$ ca fiind punctul unde este satisfăcută condiția de la infinit, $\underline{H}_i(\infty)=0$. Se obțin mai multe valori pentru $\underline{H}_1$, care sînt o serie convergentă spre valoarea $\underline{H}_1$ căutată, obținută prin extrapolare. In acest stadiu problema este rezolvată.

Din cauza expresiei permeabilității magnetice complexe, problema are unele particularități și anume: rezolvarea primului sistem

$$\underline{H}_2-2\underline{H}_1+H_c=H^2j\omega\lambda\mu(H_1)\cdot\underline{H}_1 \tag{24}$$

cu condiția $\underline{H}_2=0$ ne conduce la

$$H_c-2\underline{H}_1=h^2j\omega\lambda\mu(H_1)\cdot\underline{H}_1 \tag{25}$$

Deoarece, $\underline{H}_1$ este un număr complex

$$\underline{H}_1=a_1+b_1\cdot j \tag{26}$$

obținem următorul sistem

$$H_c-2a_1=-h^2\omega\lambda\mu(H_1)\cdot b_1 \tag{27}$$

$$2b_1=-h^2\omega\lambda\mu(H_1)\cdot a_1 \tag{28}$$

de unde se deduce relația

$$(H_c-2a_1)\,a_1=2b_1^2 \tag{29}$$

pe care o rezolvăm pe cale grafică

$$x=(H_c-2a_1)a_1 \tag{30}$$

$$y=2b_1^2.$$

Cu aceste mărimi, obținem prima valoare a mărimii H_1, ca modul și ca argument, $\underline{H}_1'=a+b_1j$, care este mai mică ca valoarea reală.

Dăm în continuare o variație ΔH_1, mărimii determinate de

$$\begin{aligned} a_1''&=a_1'+\Delta H_1\\ b_1''&=b_1'-\Delta H_1 \end{aligned} \tag{31}$$

și obținem o valoare

$$\underline{H}_1''=a_1''+b_1''j. \tag{32}$$

Cu această valoare vom calcula valoarea mărimii $\underline{H}_2''$. Calculăm în continuare mărimea $\underline{H}_3$. Impunînd ca de data aceasta $\underline{H}_3$ să fie zero, vom recalcula din nou pe $\underline{H}_1''$, dînd o valoare potrivită variației $\underline{H}_1$. La aceste condiții obținem o valoare apropiată pentru $\underline{H}_1''$ care corespunde mărimii $\underline{H}_3=0$. Calculul se repetă pentru $\underline{H}_4=0$.

Sub această formă vom apropia curba $\underline{H}(\zeta)$ de cea reală, pas cu pas (vezi fig. 5). Ambele metode preconizate, necesită un volum de calcul apreciabil și nu se pot face comod decît prin programarea lor la un calculator electronic.

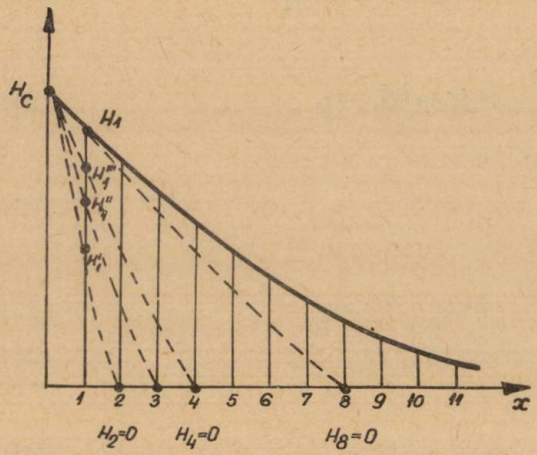


Fig. 5. Explicativă la metoda punctelor de infinit succesive.

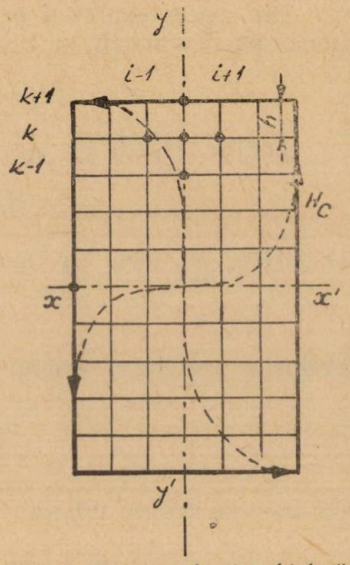


Fig. 6. Rețeaua dreptunghiulară pentru determinarea riguroasă a intensității cîmpului magnetic.

3.3. Efectul pelicular în corpuri feromagnetice masive de secțiune oarecare

Metoda de rezolvare numerică a ecuațiilor cîmpului electromagnetic, descrisă la paragraful 3, permite aprecierea efectului pelicular într-un caz special, la corpuri de secțiune oarecare și anume utilizînd aceeași ipoteză : *pe conturul secțiunii intensitatea cîmpului magnetic este constantă și cunoscută.*

Această ipoteză folosită și de alți autori [1] este cu atît mai exactă, cu cît efectul pelicular este mai net, deci în general la frecvențe ridicate ale curentului alternativ.

Singura condiție care se impune corpului este ca secțiunea lui să nu prezinte istmuri care să favorizeze apariția unui flux de dispersie. Reluctanța magnetică a istmului, dacă există, trebuie să fie mult mai mare ca cea din interiorul mediului [1].

3.4. Determinarea exactă a liniilor de cîmp magnetic pe suprafața secțiunii

Cunoscîndu-se condiția de pe frontieră (4), rezolvarea ecuațiilor diferențiale sub forma (3) permite obținerea spectrului cîmpului magnetic. Ecuația se rezolvă numeric prin introducerea unei rețele rectangulare (fig 6), care cuprinde secțiunea conductorului.

Rezolvarea ecuației se reduce la rezolvarea sistemului [5]

$$\frac{\underline{H}_{i+1,K}-2\underline{H}_{i,K}+\underline{H}_{i-1,K}}{h^2}+\frac{\underline{H}_{i,K+1}-2\underline{H}_{i,K}+\underline{H}_{i,K-1}}{h^2}=j\omega\lambda\mu_{i\cdot K}e^{j\psi_{i,K}}\cdot\underline{H}_{i,K}. \quad (33)$$

Axa de simetrie este axa de plecare deoarece permite cunoașterea în prealabil a trei necunoscute: $\underline{H}_{i+1,K}$; $\underline{H}_{1,K}$ și $\underline{H}_{i-1,K}$. Din cauza simetriei avem și condiția:

$$\underline{H}_{i,K+1}=\underline{H}_{i,K-1} \tag{34}$$

ceea ce permite să determinăm punct cu punct valoarea modulului și argumentului cîmpului magnetic în fiecare punct al rețelei.

4. APLICAȚIE NUMERICĂ

Calculele au fost efectuate pentru un conductor din mediu feromagnetic de secțiune circulară, cu diametrul de 2 cm și unul de secțiune patrată cu latura de 2 cm, cu și fără considerarea pierderilor prin isterezis.

Raza secțiunii circulare, respectiv semiaxa de simetrie s-a împărțit în 10 părți $h=0{,}1$ cm. S-a considerat în primul punct pivot $H_1=0{,}1$, ceea ce ne-a condus la obținerea pe contur a unui cîmp magnetic de amplitudine 19,2 A/cm pentru $\psi=0$ și 20 A/cm pentru $\psi\neq 0$, utilizînd o curbă de magnetizare care prezintă permeabilitatea magnetică variabilă și unghiul ψ corespunzător pierderilor prin isterezis conform tabelului 1.

Tabelul 1

μ_Y	1	280	530	860	1 200	1 200	1 060	880	800	700	620	600
ψ	0	14	29	27	23	20	16	10,5	9	7	5,7	5,5
$H\frac{As}{cm}$	0	1	2	3	4	5	7	10	12	15	18	20

Variația cîmpului magnetic de-a lungul axei de simetrie, tabelul 2, s-a obținut prin rezolvarea ecuației (6) unde $\omega=314\ \frac{rad}{sec}$, $\lambda=6{,}3\cdot 10^4$ s/cm $\mu=4\cdot\pi\cdot 10^{-9}$H/cm.

Tabelul 2

x_i		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H_i\frac{As}{cm}$	$\psi=0$	0,100	0,200	0,299	0,398	0,536	0,752	1,187	2,200	5,300	19,200
	$\psi\neq 0$	0,090	0,180	0,250	0,32	0,434	0,650	1	1,87	4,56	20
φ_i°	$\psi=0$	0	2	2	11	28	52	84	123	172	216
	$\psi\neq 0$	0	3	7	17	33	48	72	104	134	173

Prin aplicarea relației (9) s-a determinat repartiția densității de curent de-a lungul axei de simetrie, tabelul 3.

Tabelul 3

$X_{i,\,i-1}$		0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10
$J_{i,\,i-1}$ $\frac{A}{cm^2}$	$\psi=0$	1,00	1,00	1,00	1,13	1,95	3,40	7,14	15,20	43,20	161
	$\psi\neq0$	0,71	0,71	0,71	0,80	1,61	2,61	4,85	11,90	31,40	173

S-a calculat factorul de creștere a rezistenței cu relația (13) și s-a comparat cu cel calculat după [1]. În tabelul (4) sînt trecute rezultatele obținute. (Curentul a avut valoarea de 100 A).

Tabelul 4

$K=\frac{Q_\sim}{Q_-}$	Secțiunea circulară					Secțiunea pătrată				
	Neimen		C. numeric		Exp.	Neiman		C. numeric		Exp.
	$\psi=0$	$\psi=18$	$\psi=0$	$\psi\neq0$		$\psi=0$	$\psi=18$	$\psi=0$	$\psi\neq0$	
K	5,32	5,8	5,70	6,0	6	5,38	5,8	5,10	5,8	5,5

Determinarea fazei curentului total, prin efectuarea integralei densității curentului pe secțiunea conductorului, fixează defazajul curentului de pe contorul secțiunii, la 38° în avans pentru cazul $\psi=0$ și la 45° pentru cazul $\psi\neq0$.

Coincidența rezultatelor lui Neiman cu rezultatele obținute printr-o rezolvare numerică este foarte bună. Alegerea unei alte caracteristici a rezultatelor, deoarece în relația lui Neiman se ține seama numai de valoarea permeabilității magnetice pe conturul secțiunii și nu de variația ei de-a lungul axei de simetrie.

În concluzie prin metoda analizei numerice s-au putut rezolva ecuațiile lui Maxwell pentru conductoare de secțiuni oarecare și medii nelineare cu considerarea caracteristicii magnetice reale și a pierderilor prin istereză.

BIBLIOGRAFIE

1. L. R. Neiman, *Poverhnostnîi efect v feromagnetnîh telah*, G.E.I., 1949 Moscova.
2. R. S. Varga, On higher order stable implicit methods for solving parabolic partial differential equations journal of Mathematics and Physics, vol. XI, 3 oct. 1961, pg. 220.
3. V. Bunea, Soluționarea prin diferențe finite a ecuațiilor lui Maxwell în medii feromagnetice. Studii și Cercetări de electroenergetică și electrotehnică tom 16, nr. 2, București 1966, pg. 257.

4. N. Kesavamurthy, P. K. Rajagopalan V. Rao Subba, Effects of saturation on the care los of thin ferromagnetic plates subjected to alternating flux, Proceedings I.E.E. vol. 110 nr. 2, february 1963, pg. 459—473.
5. L. Collatz, *The numerical treatement of differential equations,* Springer Verlag Berlin, 1960.

АНАЛИЗ ПЛЕНОЧНОГО ЭФФЕКТА В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПРОВОДАХ НЕКОТОРОГО СЕЧЕНИЯ ПУТЕМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ МАКСВЕЛЛЕНЫХ УРАВНЕНИЙ

(РЕЗЮМЕ)

Статья разрабатывает актуальную задачу в области электротехники, разрешение проникновения электромагнитной энергии в ферромагнитные среды. В работе применяется численный метод, единственный способный учесть нон-линейную зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля, в особой задаче пленочного эффекта.

L'ANALYSE DE L'EFET PELLICULAIR DANS DES CONDUCTEURS FERROMAGNETIQUES DE SECTION QUELCONQUE PAR UNE METOD NUMERIQUE DE RESOLUTION DES EQUATIONS DE MAXWELL

(RÉSUMÉ)

L'article traite un problème actuel dans le domaine de l'électrotehnique, la résolution de la pénetration de l'énergie électromagnetique dans les milieux ferro-magnétiques. Dans le cadre de l'ouvrage on utilise la méthode numérique, la seule capable de considerer la dépendance non-linéaire de l'induction magnétique par rapport au champ magnétique, dans le problème spécial de l'effet pelliculaire.

ASUPRA RANDAMENTULUI MOTOARELOR ELECTRICE UTILIZATE IN ALTE REGIMURI DECIT CEL NOMINAL

DE

ŞT. BARTZER

1. PREZENTAREA PROBLEMEI

1.1. Prin extinderea acţionării individuale a mecanismelor de execuţie ale maşinilor de lucru se asigură premisele realizării unei acţionări raţionale, care impune, în general, utilizarea unui motor destinat prin construcţie regimului în care va funcţiona în exploatare. Prin STAS 1893-65, § 4.5 şi prin norme internaţionale [2], se clasifică regimurile de funcţionare ale motoarelor electrice în aşa numite „regimuri nominale standard", cărora le corespund diagrame de sarcină nominale sau tip şi în care trebuie să se încadreze diagramele de sarcină reale. Se deosebesc în principiu trei grupe de regimuri nominale standard, care pot fi considerate ca trei „regimuri nominale de funcţionare", şi anume : regimul continuu (*RC*), regimul intermitent (*RI*) şi regimul de scurtă durată (*RSD*). În funcţie de variaţia încărcării, în cadrul celor trei regimuri de funcţionare s-au prevăzut mai multe cazuri, care pot fi considerate ca „regimuri nominale de încărcare".

Pentru fiecare din cele trei regimuri nominale de funcţionare se fabrică motoare speciale, [1].

1.2. În practica industrială apar însă foarte frecvent cazuri cînd motoarele electrice de acţionare sînt utilizate în alte regimuri decît cel nominal pentru care au fost construite, deoarece nu totdeauna stau la dispoziţie motoare special destinate pentru regimul de funcţionare, respectiv de încărcare, impus de către mecanismul acţionat. Dintre aceste cazuri se amintesc, în ordinea importanţei lor, următoarele :

— Motoare cu *RC*, utilizate în regimul continuu cu încărcare intermitentă (*RCI*) ;

— motoare cu *RI* corespunzătoare unei durate relative de funcţionare nominale DA_N, utilizate în *RI* la o durată relativă de funcţionare reală $DA_r \neq DA_N$;

— motoare cu *RC*, utilizate în *RI* ;

— motoare cu *RI*, utilizate în *RCI* ;

— motoare cu *RI*, utilizate în *RC* ;

— motoare cu *RI*, utilizate în *RSD*;
— motoare cu *RC*, utilizate în *RSD*.

In toate aceste cazuri puterea motoarelor se alege astfel, [3],...[9], încît încălzirea maximă a motoarelor, funcţionînd în alte regimuri, să fie egală cu încălzirea maximă corespunzătoare regimului nominal. Rezultă în mod evident că puterea la care funcţionează motoarele va fi, în toate aceste cazuri, diferită de puterea nominală şi ca urmare şi randamentul va fi diferit de cel nominal.

1.3. Problema care se pune din punct de vedere energetic este aceea de a menţine pierderile de energie din motorul de acţionare la un nivel cît mai scăzut, chiar şi la utilizarea acestuia într-un regim diferit de cel nominal.

Pentru ca la alegerea motorului să se poată urmări această problemă trebuie să se răspundă mai întîi la următoarele întrebări:

— Care este legea după care se modifică valoarea randamentului motoarelor electrice de acţionare, în condiţiile în care acestea sînt utilizate în alte regimuri decît cel nominal?

— Care sînt factorii care influenţează valoarea şi legea de variaţie a randamentului?

Din punctul de vedere energetic, problema studiată în lucrarea de faţă prezintă o importanţă deosebită în cazul acţionărilor caracterizate printr-un regim de funcţionare de durată.

2. ANALIZA RANDAMENTULUI

2.1. Formula pentru calculul şi verificarea puterii motoarelor electrice utilizate în alte regimuri decît cel nominal se poate pune, în toate cazurile, sub forma:

$$p_M = \frac{P_a}{P_N} \approx \frac{I_a}{I_N} = \sqrt{(\varkappa + 1) p_t - \varkappa}, \qquad (1)$$

în care s-au notat prin:

P_N şi I_N, — puterea nominală, respectiv curentul normal, corespunzătoare regimului nominal pentru care a fost construit motorul;

P_a şi I_a, — puterea admisibilă, respectiv curentul admisibil din punctul de vedere al încălzirii în noul regim de funcţionare respectiv de încărcare;

p_M — suprasarcina relativă mecanică, [3], admisibilă din punctul de vedere al încălzirii;

p_t, — suprasarcina relativă termică, a cărei expresie este dată în literatură, [3],...[9], pentru fiecare caz în parte şi depinde de natura ambelor regimuri, atît a regimului nominal pentru care a fost construit motorul de acţionare, cît şi a noului regim în care acesta este utilizat;

$\varkappa$, — raportul pierderilor,

$$\varkappa = \frac{k}{v_N}, \tag{2}$$

unde k reprezintă suma considerată constantă, a pierderilor în fier, prin frecare și eventual, în funcție de tipul motorului, în înfășurarea de excitație în derivație, iar v_N reprezintă pierderile variabile nominale, proporționale cu patratul curentului.

Deci, pentru a putea răspunde la întrebările puse și pentru a putea trage concluzii cu caracter general, este util să se stabilească expresia randamentului sub forma :

$$\eta = f(p_M) \left| \begin{array}{l} \varkappa = \text{const.} \\ \eta_N = \text{const.} \end{array} \right. \tag{3}$$

în care $\varkappa$ și randamentul nominal η_N să apară ca parametri.

În acest scop se pleacă de la relația de definiție a randamentului unui motor electric, scrisă sub forma :

$$\eta = \frac{P_a}{P_a + Q_a} = \frac{1}{1 + \frac{Q_a}{P_a}}, \tag{4}$$

în care se fac înlocuirile arătate în continuare.

Pierderile totale admisibile din motor Q_a, se pot înlocui cu aproximație suficientă, [3], [4], [5], sub forma :

$$Q_a = k + v_a = v_N \left(\varkappa + \frac{v_a}{v_N} \right) = v_N (\varkappa + p_M^2) \tag{5}$$

în care s-a admis proporționalitatea dintre curentul și puterea la arborele motorului, adică :

$$\frac{v_a}{v_N} = \left(\frac{I_a}{I_N} \right)^2 \approx \left(\frac{P_a}{P_N} \right)^2 = p_M^2. \tag{6}$$

Puterea admisibilă P_a de la arborele motorului se poate înlocui pe baza relației (1) și a relației (4), scrisă pentru regimul nominal, cu expresia :

$$P_a = p_M P_N = p_M \frac{Q_N}{\frac{1}{\eta_N} - 1}. \tag{7}$$

Dacă se face observația că pentru regimul nominal $p_M = 1$, și deci pe baza relației (5)

$$Q_N = v_N (\varkappa + 1), \tag{8}$$

atunci relaţia (7) devine:

$$P_a = \frac{p_M v_N (\varkappa+1)}{\frac{1}{\eta_N} - 1}. \tag{9}$$

Cu aceste transformări, înlocuind expresiile (5) şi (9) în (4), se obţine în final expresia randamentului sub forma căutată:

$$\eta = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\eta_N} - 1\right) \frac{\frac{\varkappa}{p_M} + p_M}{\varkappa+1}}. \tag{10}$$

2.2. Din relaţia (10) rezultă că randamentul motoarelor utilizate în alte regimuri decît cel nominal depinde pe lîngă suprasarcina relativă mecanică p_M şi de raportul pierderilor $\varkappa$. Potrivit relaţiei (1), η depinde de $\varkappa$ atît direct, cît şi prin intermediul lui p_M.

Motoarele electrice pot funcţiona cu randamentul nominal, adică cu $\eta = \eta_N$, dacă este îndeplinită condiţia:

$$\frac{\frac{\varkappa}{p_M} + p_M}{\varkappa+1} = 1 \tag{11}$$

care, pusă sub forma:

$$p_M^2 - (\varkappa+1) p_M + \varkappa = 0, \tag{12}$$

conduce la următoarele două cazuri:

a) $p_M = \varkappa$

b) $p_M = 1$

Primul caz delimitează, din punctul de vedere energetic, domeniul de utilizare raţională a motorului dat în alte regimuri decît cel nominal, iar ultimul caz este banal deoarece corespunde la funcţionarea motorului în regimul nominal.

Pentru valorile lui p_M cuprinse între $\varkappa$ şi 1, motoarele electrice funcţionează cu un randament mai mare decît cel nominal, iar pentru valorile lui p_M situate în afara domeniului cuprins între $\varkappa$ şi 1, motoarele electrice funcţionează cu un randament mai mic decît cel nominal, deoarece în domeniul dintre $\varkappa$ şi 1 curba randamentului prezintă un maxim, aşa cum rezultă din analiza primelor două derivate ale funcţiei (3), scrisă explicit sub forma (10).

Valoarea maximă a randamentului, η_{max}, rezultă din condiția:

$$\frac{d\eta}{dp_M}=0=-\frac{\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)\frac{-\frac{\varkappa}{p'^2_M}+1}{\varkappa+1}}{\left[1+\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)\frac{\frac{\varkappa}{p'_M}+p'_M}{\varkappa+1}\right]^2} \tag{13}$$

pentru:

$$p'_M=\sqrt{\varkappa}. \tag{14}$$

Ca urmare:

$$\eta_{max}=\frac{1}{1+\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)\frac{2\sqrt{\varkappa}}{\varkappa+1}}. \tag{15}$$

Este vorba de un maxim, deoarece

$$\frac{d^2\eta}{dp_M^2}=-\frac{2\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)}{(\varkappa+1)\left[1+\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)\frac{\frac{\varkappa}{p_M}+p_M}{\varkappa+1}\right]^3}\left[\frac{\varkappa}{p_M^3}+\frac{\frac{1}{\eta_N}-1}{\varkappa+1}\left(\frac{3\varkappa}{p_M^2}-1\right)\right]<0 \tag{16}$$

pentru toate valorile

$$0<p_M<p''_M. \tag{17}$$

Valoarea limitei superioare p''_M rezultă din condiția:

$$\frac{\varkappa}{p''^3_M}+\frac{\frac{1}{\eta_N}-1}{\varkappa+1}\left(\frac{3\varkappa}{p''^2_M}-1\right)=0, \tag{18}$$

care conduce la ecuația:

$$p''^3_M-3\varkappa p''_M-\frac{\varkappa(\varkappa+1)}{\frac{1}{\eta_N}-1}=0, \tag{19}$$

a cărei rădăcină reală este de forma:

$$p''_M=\sqrt[3]{\frac{\varkappa(\varkappa+1)}{2\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)}+\sqrt{\left[\frac{\varkappa(\varkappa+1)}{2\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)}\right]^2-\varkappa^3}}+\sqrt[3]{\frac{\varkappa(\varkappa+1)}{2\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)}-\sqrt{\left[\frac{\varkappa(\varkappa+1)}{2\left(\frac{1}{\eta_N}-1\right)}\right]^2-\varkappa^3}} \tag{20}$$

și exprimă, de fapt, valoarea suprasarcinii relative mecanice pentru care curba de variație a randamentului prezintă un punct de inflexiune.

2.3. Pentru a ușura analiza calitativă și cantitativă a variației randamentului și a evidenția factorii care influențează această variație, s-au reprezentat în figura 1 curbele randamentului sub forma $\frac{\eta}{\eta_N} = f(p_M)$, pentru cîte trei valori ale parametrilor $\varkappa = 0{,}5$; 1 ; 1,5 și $\eta_N = 0{,}7$; 0,8 ; 0,9.

La reprezentarea curbelor din figura 1 s-a avut în vedere domeniul valorile uzuale, întîlnite în practică, al parametrului $\varkappa$, [3], [4], [5], [7],

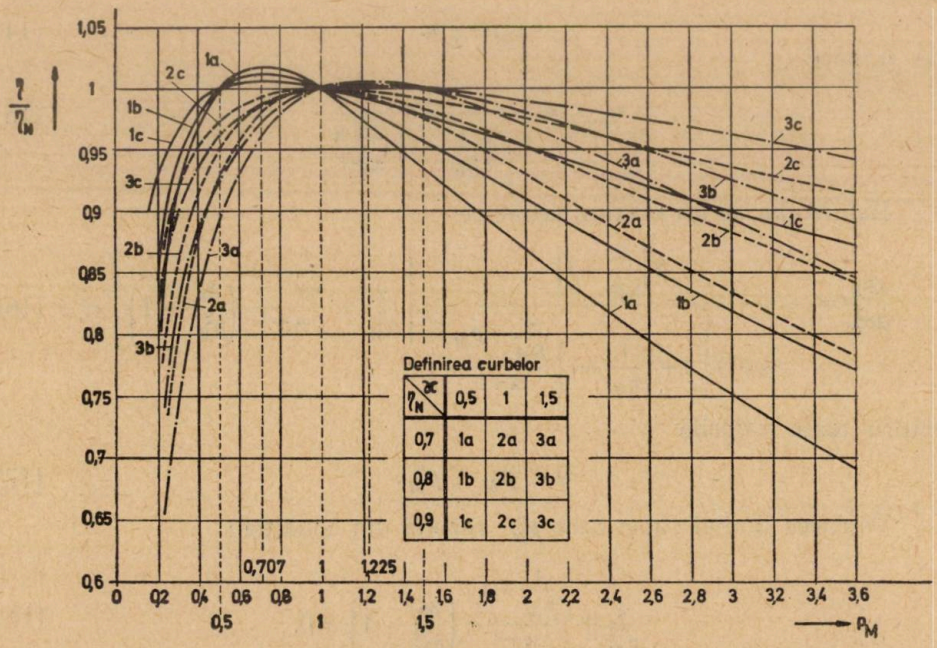


Fig. 1. Curbele de variație a randamentului $\frac{\eta}{\eta_N} = f(p_M)$ cu $\varkappa$ și η_N ca parametri.

[8], iar valorile pentru η_N s-au ales ținînd seamă de valorile randamentului nominal al motoarelor electrice cu caracteristică mecanică rigidă fabricate în țară, [10].

3. EXEMPLIFICARE

In continuare, pentru a lămuri numeric situația, se exemplifică aplicarea concretă a rezultatelor stabilite în lucrare pentru următoarele două cazuri întîlnite frecvent în practica industrială :

Cazul I. Să se aleagă motorul de acționare pentru un mecanism de execuție caracterizat prin:

— regimul de funcționare: *RI*;

— durata relativă de funcționare reală: $DA_r = 0{,}58$;

— puterea cerută la arborele motorului: $P = 20$ kW, cunoscînd că stau la dispoziție motoare de macara din seria M2, cu $DA_N = 0{,}40$.

Cazul II. Să se aleagă motorul de acționare pentru un mecanism de execuție caracterizat prin:

— regimul de funcționare: *RI*;

— durata relativă de funcționare reală: $DA_r = 0{,}36$;

— puterea cerută la arborele motorului: $P = 51$ kW, cunoscînd că stau la dispoziție motoare asincrone normale cu inele colectoare din seria AFI, construite pentru funcționare în *RC* ($DA_N = 1$).

În ambele cazuri se presupune că temperatura mediului ambiant este egală cu cea standarizată de +40 °C, iar altitudinea este sub 1 000 m.

Mai întîi se calculează puterea nominală necesară a motorului, aplicînd formula aproximativă [3], [4], [5]:

$$P_{N\sim} \geqslant P \sqrt{\frac{DA_r}{DA_N}} \tag{21}$$

În cazul I.

$$P_{N\sim} \geqslant 20 \sqrt{\frac{0{,}58}{0{,}40}} \approx 24 \text{ kW}.$$

Deci, trebuie să se folosească un motor din seria de 32 kW, aceasta fiind treapta de putere imediat superioară. Potrivit datelor din [10], se fabrică trei tipuri de motoare asincrone din seria M2 cu puterea nominală $P_N = 32$ kW.

În cazul II.

$$P_{N\sim} \geqslant 51 \sqrt{0{,}36} = 30{,}6 \text{ kW}$$

Se va folosi un motor din seria de 30 kW, deoarece treapta de putere imediat superioară este 40 kW, deci prea mare. Potrivit datelor din [10] se fabrică trei tipuri de motoare asincrone din seria AFI cu puterea nominală $P_N = 30$ kW.

Pentru a asigura alegerea corectă a motorului de acționare, în continuare se calculează, pentru ambele cazuri, următoarele mărimi:

— sarcina relativă mecanică reală

$$p_{M_r} = \frac{P}{P_N}; \tag{22}$$

— suprasarcina relativă termică p_t, folosind relația cunoscută, [3], [5]:

$$p_t = \frac{DA_N}{DA_r}; \tag{23}$$

— suprasarcina relativă mecanică admisibilă din punctul de vedere al încălzirii, p_M, folosind relația (1) și impunînd condiția:

$$p_M \geqslant p_{M_r} \tag{24}$$

— randamentul η la care funcționează motorul în regimul real, folosind relația (10).

Toate calculele sînt centralizate în tabelul 1.

Tabelul 1

Exemple de calcul

Cazul	Regimul real		Datele motorului de acționare					p_{M_r}	p_t	p_M	η	Pierderile în motor [% din P]
	P [kW]	DA_r	Tipul motorului	P_N [kW]	DA_N	η_N	* (Valoare orientativă)					
I	20	0,58	M2-71-6	32	0,40	0,85	1,45	0,625	0,69	$0,49 < p_{M_r}$	$0,825 < \eta_N$	21,1
			M2-72-8	32	0,40	0,87	0,75	0,625	0,69	$0,676 > p_{M_r}$	$0,865 < \eta_N$	15,6
			M2-91-10	32	0,40	0,88	0,40	0,625	0,69	$0,752 > p_{M_r}$	$0,891 > \eta_N$	12,2
II	51	0,36	AFI 250 S 60/4	30	1	0,885	1,75	1,70	2,78	$2,43 > p_{M_r}$	$0,886 > \eta_N$	12,8
			AFI 250 M 60/6	30	1	0,89	1,20	1,70	2,78	$2,22 > p_{M_r}$	$0,881 < \eta_N$	13,5
			AFI 280 S 70/8	30	1	0,88	1	1,70	2,78	$2,135 > p_{M_r}$	$0,865 < \eta_N$	15,6

Pe baza datelor din tabelul 1 rezultă următoarele:

În cazul I:

— motorul M2-71-6 nu poate fi utilizat deoarece din punctul de vedere termic ar fi subdimensionat;

— din punctul de vedere energetic este indicat să se folosească motorul M2-91-10, deoarece acesta funcționează cu randamentul cel mai mare și față de cazul utilizării motorului M2-72-8 se asigură reducerea pierderilor din motor cu 3,4%.

În cazul II:

— din punctul de vedere energetic este indicat să se folosească motorul AFI 250 S 60/4, deoarece acesta funcționează cu randamentul cel mai mare și față de cazul utilizării motorului AFI 280 S 70/8 se asigură reducerea pierderilor din motor cu 2,8%.

În ambele cazuri se constată că motorul cel mai indicat din punctul de vedere energetic este totodată și cel mai potrivit din punctul de vedere al sarcinii admisibile în noul regim de funcționare.

Față de cele arătate mai sus, alegerea definitivă a motorului mai este condiționată de influența transmisiei dintre motor și mecanismul acționat și de cheltuielile de investiție.

4. OBSERVAȚII FINALE

4.1. Valoarea randamentului cu care funcționează motoarele electrice, atunci cînd sînt utilizate în alte regimuri decît cel nominal, depinde de valoarea sarcinii relative $\frac{P}{P_N}$, respectiv $p_M = \frac{P_a}{P_N}$ în cazul încărcării motorului la limita admisibilă din punctul de vedere al încălzirii, de valoarea randamentului nominal η_N și a raportului pierderilor $\varkappa$.

4.2. Utilizate în alte regimuri decît cel nominal, motoarele electrice funcționează cu randamentul nominal, $\eta = \eta_N$, numai dacă $p_M = \varkappa$, sau $p_M = 1$. În toate celelalte regimuri, pentru care rezultă $p_M \neq \varkappa$ și $p_M \neq 1$, motoarele electrice funcționează cu un randament diferit de cel nominal, $\eta \neq \eta_N$, după cum urmează:

— pentru $1 < p_M < \varkappa$ în cazul $\varkappa > 1$ și pentru $\varkappa < p_M < 1$ în cazul $\varkappa < 1$, corespunde $\eta > \eta_N$;

— pentru $p_M < 1$ și $p_M > \varkappa$ în cazul $\varkappa > 1$, și pentru $p_M < \varkappa$ și $p_M > 1$, în cazul $\varkappa < 1$, corespunde $\eta < \eta_N$;

— dacă $\varkappa = 1$, atunci pentru orice valoare $p_M \neq 1$ corespunde $\eta < \eta_N$.

4.3. Valoarea maximă a randamentului, η_{max}, dată de relația (15), corespunde la valoarea $p'_M = \sqrt{\varkappa}$, care este cuprinsă totdeauna în domeniul valorilor $1 < p_M < \varkappa$, respectiv $\varkappa < p_M < 1$.

4.4. Randamentul motoarelor electrice utilizate în alte regimuri decît cel nominal se abate cu atît mai mult de la valoarea nominală η_N, respectiv variația $d\left(\frac{\eta}{\eta_N}\right)/dp_M$ este cu atît mai mare, cu cît, la o anumită valoare dată a parametrului $\varkappa$, valoarea randamentului nominal este mai mică.

4.5. La o anumită valoare η_N dată, randamentul motoarelor electrice, utilizate în alte regimuri decît cel nominal la $p_M > \varkappa > 1$ și la $p_M < \varkappa < 1$, se micșorează față de valoarea nominală η_N cu atît mai mult, cu cît valoarea lui $\varkappa$ este mai apropiată de 1 și mai diferită de valoarea lui p_M. Dacă $1 < p_M < \varkappa$, sau $\varkappa < p_M < 1$, atunci randamentul crește față de valoarea nominală η_N cu atît mai mult, cu cît, în același sens ca și p_M, valoarea lui $\varkappa$ este mai diferită de 1.

5. CONCLUZII ŞI RECOMANDĂRI

5.1. In practica industrială apar foarte frecvent cazuri cînd motoarele electrice de acţionare sînt utilizate în alte regimuri de funcţionare, respectiv de încărcare, decît cel nominal pentru care au fost construite. In aceste cazuri sarcina şi randamentul motoarelor au, în general, valori diferite de cele nominale.

5.2. La alegerea unor motoare electrice pentru utilizarea în alte regimuri decît cel nominal este necesar ca proiectantul acţionării electromecanice să ţină seama şi de considerentul energetic, analizînd modificarea valorii randamentului în funcţie de valoarea suprasarcinii relative mecanice p_M, a raportului pierderilor $\varkappa$ şi a randamentului nominal η_N.

5.3. Motoarele electrice utilizate în alte regimuri decît cel nominal funcţionează cu un randament mai mare decît cel nominal dacă valorile lui p_M sînt cuprinse între $\varkappa$ şi 1 şi funcţionează cu un randament mai mic decît cel nominal dacă valorile lui p_M sînt situate în afara domeniului cuprins între $\varkappa$ şi 1.

5.4. Din analiza influenţei parametrului η_N rezultă că şi din punctul de vedere al variaţiei randamentului cu încărcarea este indicat să se aleagă motoare cu un randament nominal η_N cît mai mare.

5.5. Din analiza influenţei parametrului $\varkappa$ rezultă că din punctul de vedere energetic este indicat să se aleagă motoare la care raportul pierderilor $\varkappa$ este cu atît mai diferit de 1, cu cît, în acelaşi sens, valoarea lui p_M diferă mai mult de 1. In cazurile $p_M > \varkappa > 1$ şi $p_M < \varkappa < 1$ este indicat ca valoarea lui $\varkappa$ să fie cît mai apropiată de valoarea lui p_M.

Bazat pe cele de mai sus se recomandă din punctul de vedere energetic ca alegerea motoarelor electrice, în vederea utilizării lor în alte regimuri decît cel nominal, să se facă după indicaţiile date în continuare.

In cazurile:

— motoare cu *RC*, utilizate în *RCI*;
— motoare cu *RI* pentru DA_N, utilizate în *RI* la $DA_r < DA_N$;
— motoare cu *RC*, utilizate în *RI*;
— motoare cu *RI*, utilizate în *RSD* cu $\frac{t_s}{T_s} < \left(\frac{t_s}{T_s}\right)_{cr}$;
— motoare cu *RC*, utilizate în *RSD*,

pentru care rezultă $p_M > 1$, [3] ... [19], se vor alege motoare cu $\varkappa > 1$ şi avînd o valoare cît mai mare.

In cazurile:

— motoare cu *RI* pentru DA_N, utilizate în *RI* la $DA_r > DA_N$;
— motoare cu *RI*, utilizate în *RCI*;
— motoare cu *RI*, utilizate în *RC*;
— motoare cu *RI*, utilizate în *RSD* cu $\frac{t_s}{T_s} > \left(\frac{t_s}{T_s}\right)_{cr}$,

pentru care rezultă $p_M<1$, [3], ... [9], se vor alege motoare cu $\varkappa<1$ și avînd o valoare cît mai mică.

Motoarele indicate pentru utilizare în regimuri cu $p_M>1$, nu sînt indicate pentru utilizare în regimuri cu $p_M<1$ și invers.

5.6. Din analiza randamentului, pe baza exemplelor de calcul prezentate în capitolul 3 și avînd în vedere concluziile și recomandările date, [3], [4], cu privire la comportarea la încălzire a unor motoare electrice utilizate în alte regimuri decît cel nominal, rezultă că, în general, acele motoare care din punctul de vedere al sarcinii admisibile sînt indicate pentru utilizare într-un anumit regim, diferit de cel nominal, corespund și din punct de vedere energetic, respectiv al valorii randamentului, pentru utilizare în acel regim. Factorul determinant în această privință este parametrul $\varkappa$, dar valoarea acestuia încă nu poate fi cunoscută din datele de catalog ale motoarelor.

Dacă s-ar cunoaște curba randamentului $\eta=f(P)$, atunci pe baza datelor din această curbă și folosind relația (10) s-ar putea determina valoarea lui $\varkappa$. Dar de cele mai multe ori nici curba randamentului nu este cunoscută de către proiectanții de acționări electromecanice.

Datorită importanței deosebite pe care o prezintă cunoașterea valorii lui $\varkappa$ pentru alegerea și verificarea motoarelor electrice de acționare, se recomandă includerea acestei mărimi în lista datelor de catalog cît mai curînd posibil.

5.7. Se apreciază că lucrarea poate fi utilă și proiectanților de mașini electrice în vederea realizării unor motoare cît mai adecvate scopului, respectiv condițiilor din exploatare.

BIBLIOGRAFIE

1. STAS 1893-65, Mașini electrice rotative. Condiții generale.
2. V.D.E. — Vorschriften. Band III. Gruppe 5. (V.D.E. 0530, § 18). 28. Auflage 1963. V.D.E.-Verlag GmbH. Berlin.
3. M. Brașovan, *Acționări electromecanice.* Editura didactică și pedagogică, București, 1967.
4. A. Leonhard, *Elektrische Antriebe,* Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart, 1959.
5. V. P. Andreev, Iu. A. Sabinin, *Osnovî elektroprivoda.* Gosudarstvennoe energeticeskoe izdatelstvo, Moskva — Leningrad, 1963.
6. * * * *Manualul inginerului electrician.* Vol. V. Editura tehnică, București, 1957.
7. * * * VEM — Handbuch. Die Technik der elektrischen Antriebe. Grundlagen. VEB Verlag Technik, Berlin, 1963.
8. E. Philippow, *Taschenbuch Elektrotechnik* Band 2. „Starkstromtechnik", VEB Verlag Technik, Berlin, 1965.
9. F. Unger, Die thermische Überlastbarkeit von Elektromotoren. Elektro-Technik, 37. Jahrgang, 1955, nr. 39, S. 341.
10. E. Nicolescu și C. Răduț, *Mașini electrice fabricate în R.P.R. Alegere, exploatare, reparare.* Editura tehnică, București, 1965.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

К.П.Д. ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ РАБОТАЮЩИХ В РЕЖИМАХ ОТЛИЧНЫХ ОТ НОМИНАЛЬНОГО.

(РЕЗЮМЕ)

Анализируется изменение к.п.д. в зависимости от допустимой нагрузки, с точки зрения нагрева. Определяются факторы влияния на величины к.п.д. и даются условия для энергетического выбора приводных электродвигателей используемых в режимах отличных от номинального.

ÜBER DEN WIRKUNGSGRAD IN ANDEREN BETRIEBSARTEN ALS DEN NENNBETRIEB ANGEWENDETER ELEKTRISCHER MOTOREN

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit werden die Änderungen des Wirkungsgrades als Funktion der thermisch zulässigen Belastung untersucht, die auf den Wert des Wirkungsgrades einflussreichen Faktoren festgelegt und, aus energetischem Standpunkt, die Bedingungen für die Wahl der in anderen Betriebsarten als den Nennbetrieb angewendeten elektrischen Motoren abgeleitet.

CONSIDERAȚII ASUPRA PROIECTĂRII MATRICILOR DE DECODIFICARE CU DIODE

DE

M. CIUGUDEAN

1. DETERMINAREA RAPORTULUI SEMNAL/ZGOMOT

Proiectarea matricilor de decodificare se poate face cu ajutorul schemei echivalente sau printr-o metodă pentru cazul cel mai defavorabil. Prima metodă este prezentată în [1], unde la obținerea schemei echivalente se fac o serie de simplificări. Rezultatele calculului sînt deci numai informative, adică nu pot fi determinate precis valorile curenților prin diode, căderilor de tensiune pe diode, curenților de intrare ai matricei.

Metoda a doua constă dintr-o combinație a calculului circuitelor SI cu diode pentru cazul cel mai defavorabil, dat în [2] și calculul curenților de intrare ai matricei pentru cazul cel mai defavorabil (adică raport semnal/zgomot minim).

În [3] raportul semnal/zgomot este definit ca raportul între tensiunea de la ieșirea selectată și tensiunea de la ieșirea neselectată a matricei. Pentru cazul cel mai defavorabil definiția trebuie pusă în forma:

$$\left[\frac{\text{semnal}}{\text{zgomot}}\right]_{\text{minim}} = \frac{\text{semnalul minim la ieșirea selectată}}{\text{semnal maxim la ieșirea neselectată}}.$$

Se vor considera însă tensiunile de la ieșire nu față de zero ci față de un nivel de referință și anume un nivel standard al semnalului de intrare al matricei. Pentru matricea în logică pozitivă se ia drept referință în lucrare nivelul inferior al semnalului de intrare:

$$\left[\frac{\text{semnal}}{\text{zgomot}}\right]_{\text{minim}} = \frac{(V_{\text{ieș. superior}})_{\text{minim}} - V_{\text{intr. inferior}}}{(V_{\text{ieș. inferior}})_{\text{maxim}} - V_{\text{maxim inferior}}}.$$

iar pentru matricea în logică negativă se ia drept referință nivelul superior al semnalului de intrare:

$$\left[\frac{\text{semnal}}{\text{zgomot}}\right]_{\text{minim}} = \frac{(V_{\text{ieș. inferior}})_{\text{maxim}} - V_{\text{intr. superior}}}{(V_{\text{ieș. superior}})_{\text{minim}} - V_{\text{intr. superior}}}$$

unde minimul și maximul sînt considerate din punct de vedere algebric iar nivelele se introduc cu semnele lor.

Lucrarea de față își propune să prezinte relații pentru calculul curenților de intrare ai matricei în cazul cel mai favorabil și considerații asupra alegerii schemei matricei și circuitelor auxiliare.

2. CALCULUL CURENTULUI MAXIM DE INTRARE AL UNEI MATRICI DE DECODIFICARE CU DIODE SEMICONDUCTOARE

Lucrarea [3] conține metodica de calcul a matricilor de decodificare cu diode luînd în considerare dispersia rezistenței directe a diodelor și cazul cel mai defavorabil ce apare din cauza acestei dispersii. Totuși în lucrarea [3] la calculul curentului de intrare al matricei nu se ia în considerare cazul cel mai defavorabil care apare din cauza abaterilor rezistențelor și tensiunilor de alimentare de la valorile nominale, neglijîndu-se de asemenea curenții inverși ai diodelor care în anumite condiții pot fi importanți.

În lucrarea de față se dau pentru curenții de intrare ai matricilor relații de calcul simple care țin cont de toleranțele rezistențelor și tensiunilor de alimentare și de existența curenților inverși ai diodelor, pentru cazul cel mai defavorabil.

a) Matrice de decodificare rectangulară (fig. 1).

Raționamentele se vor face pentru o matrice în logică pozitivă, relațiile obținute fiind valabile și pentru logica negativă.

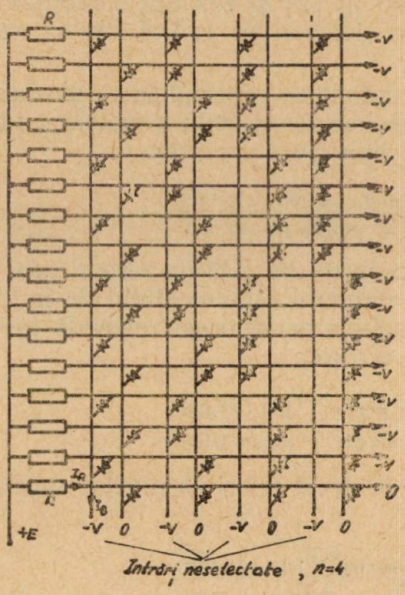


Fig. 1.

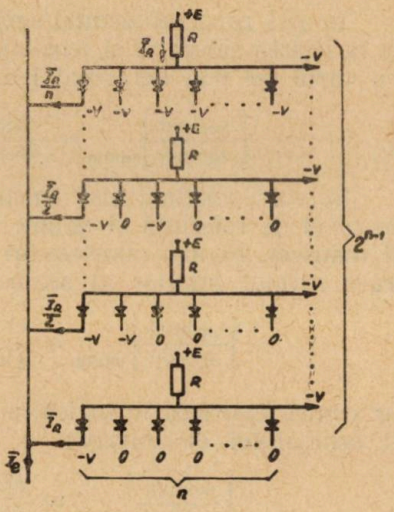


Fig. 2.

Curentul de intrare al unei bare neselectate a matricei (fig. 1) este format din două componente. Una se datorește curenților ce vin de la rezistențele circuitelor SI prin diodele conductoare iar cealaltă componentă se datorește curenților inverși ce vin de la diodele blocate ale circuitelor SI prin diodele conductoare. La o astfel de matrice cu n perechi de intrări la fiecare bară de intrare sînt legate 2^{n-1} diode, aparținînd fiecare unui circuit SI cu n intrări. Dintre cele 2^{n-1} circuite SI corespunzătoare unele au cîte o singură diodă conductoare, altele cîte două diode conductoare, altele cîte trei diode conductoare, ..., iar unele au toate cele n diode conductoare.

În fig. 2 este prezentat un circuit extras din matricea completă (fig. 1), care conține o bară neselectată și circuitele SI legate la această bară. Dacă pentru un circuit SI cu o singură diodă conductoare curentul maxim ce vine de la rezistența R prin această diodă în cazul cel mai defavorabil este $\bar{I}_R$ (calculat în [2] pentru logica pozitivă și negativă) atunci, considerînd toate diodele identice, curentul maxim ce vine de la rezistența R printr-o diodă a unui circuit SI cu 1, 2, 3, ..., i, ..., n diode conductoare va fi egal cu fracțiunea 1/1, 1/2, 1/3, ..., $1/i$, ..., $1/n$ din curentul $\bar{I}_R$. Numărul de diode legate la o bară verticală care conduce aceeași fracțiune din curentul $\bar{I}_R$ este dat în tabelul de mai jos în funcție de numărul de perechi de intrări n. Tabelul se poate obține studiind situația tuturor diodelor din matrice pentru diferite valori n. Un tabel asemănător este dat și în lucrarea [3]; el arată distribuția curenților $\bar{I}_R$ prin diodele legate la o bară neselectată.

$1/i$ \ n	2	3	4	5	6	7	8
1/1	1	1	1	1	1	1	1
1/2	1	2	3	4	5	6	7
1/3		1	3	6	10	15	21
1/4			1	4	10	20	35
1/5				1	5	15	35
1/6					1	6	21
1/7						1	7
1/8							1
2^{n-1}	2	4	8	16	32	64	128
$C_1=(2^n-1)/n$	1,5	2,33	3,75	6,2	10,5	18,14	31,88
$C_2=2^{n-1}-1$	1	3	7	15	31	63	127

Înmulțind numărul de diode cu fracțiunea corespunzătoare în fiecare linie și însumînd pe coloană se obține constanta C_1 cu care trebuie înmulțit curentul $\bar{I}_R$ pentru determinarea primei componente a curentului de intrare al unei bare neselectate a matricei.

Componenta datorită curenților inverși ai diodelor blocate se poate determina în mod asemănător din același tabel dacă în locul lui $1/i$ se pun valorile $(n—i)/i$ care arată că dacă i diode ale unui circuit SI sînt conductoare atunci $n—i$ sînt blocate iar curentul lor invers se distribuie prin cele i diode conductoare, spre barele verticale ale matricei.

Dacă se notează curentul invers maxim al unei diode cu $\bar{I}_{Di}$ atunci curentul maxim de intrare al unei bare neselectate a matricei este :

$$\bar{I}_B = C_1\bar{I}_R + C_2\bar{I}_{Di} = \frac{2^n-1}{n}\bar{I}_R + (2^{n-1}-1)\bar{I}_{Di}$$

b) Matrice de decodificare dublupiramidală (fig. 3).

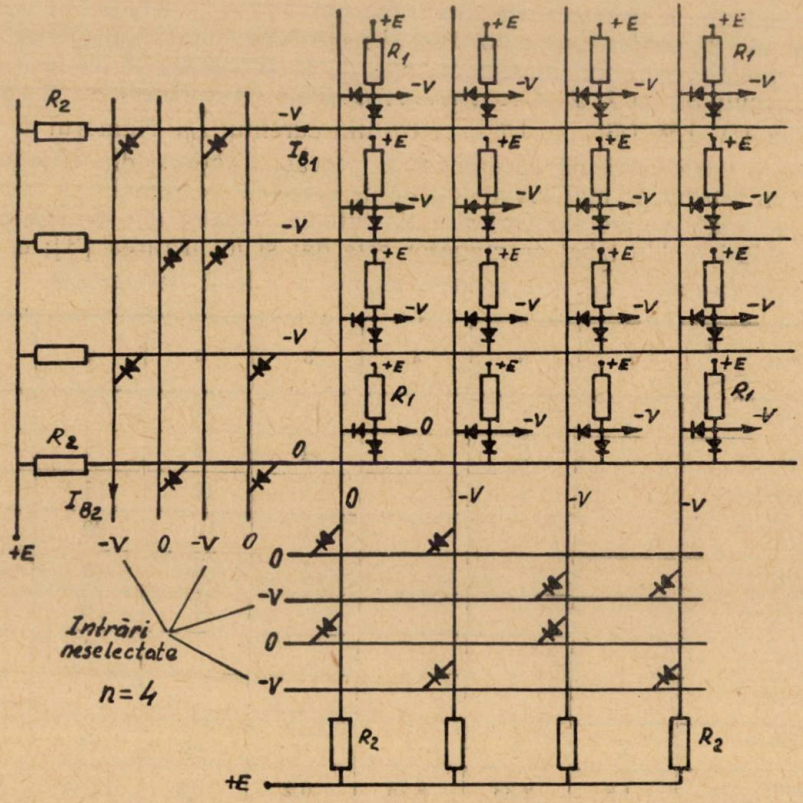


Fig. 3.

La matricea dublupiramidală numărul de perechi de intrări n se împarte în două grupe. Matricea are schema bloc de forma dată în fig. 4. Cele două matrici de preselecție sînt matrici de decodificare rectangulare dar matricea de ieșire este formată din 2^n circuite SI cu două intrări, [1].

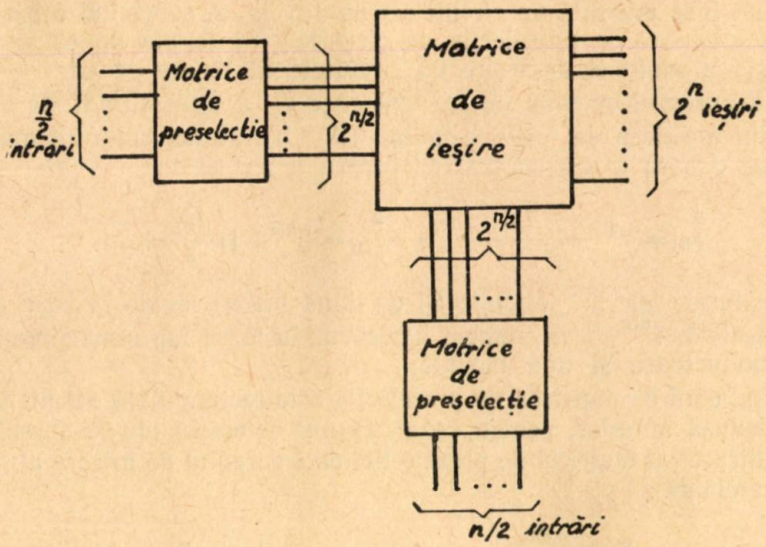

Matrice de preselectie
Matrice de ieșire
Matrice de preselectie
n/2 intrări

Fig. 4.

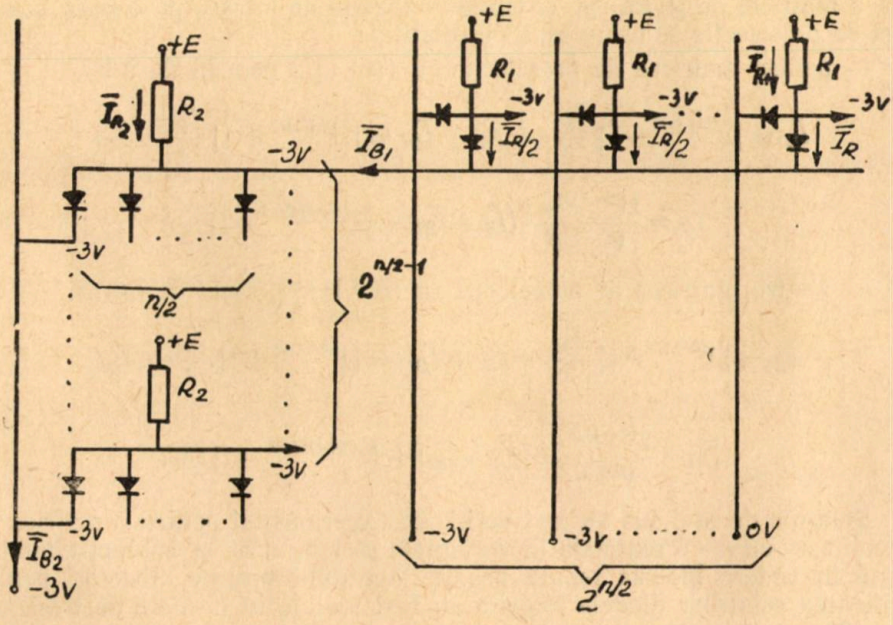

+E
R2
-3V
n/2
R1
-3V
0V

Fig. 5.

În fig. 5 se prezintă un circuit extras din fig. 2, conținînd o bară neselectată a matricei de preselecție cu circuitele SI legate de ea și o bară neselectată a matricei de ieșire cu circuitele SI legate de ea.

Dacă curentul ce vine de la rezistența R_1 a unui circuit SI cu două intrări din matricea de ieșire este $\bar{I}_{R1}$ (fig. 5), atunci curentul maxim de intrare pe o bară a acestei matrici pentru n par este:

$$\bar{I}_{B1}=(2^{n/2}-1)\frac{\bar{I}_{R1}}{2}+\bar{I}_{R1}+\bar{I}_{Dt}=(2^{n/2}+1)\frac{\bar{I}_{R1}}{2}+\bar{I}_{Dt}$$

deoarece dintre cele $2^{n/2}$ circuite SI cu două intrări legate la bara neselectată respectivă, $2^{n/2}-1$ au ambele diode conductoare iar unul singur are o diodă conductoare și una blocată.

Ținînd cont că matricea de preselecție este rectangulară se poate aplica relația dedusă anterior, pentru cazul $n=n/2$ determinîndu-se curentul maxim de intrare al matricei de preselecție, deci curentul de intrare al matricei dublupiramidală:

$$\bar{I}_{B2}=\frac{2^{n/2}-1}{n/2}(\bar{I}_{B1}+\bar{I}_{R2})+(2^{n/2-1}-1)\bar{I}_{Dt}\ .$$

Pentru n impar cele două matrici de preselecție vor avea $(n-1)/2$ respectiv $(n+1)/2$ perechi de intrări iar curentul maxim de intrare pe o bară a matricei de ieșire $\bar{I}_{B1}$ și curentul maxim de intrare pe o bară a matricei de preselecție se calculează cu relațiile:

— pentru matricea de preselecție cu $(n+1)/2$ perechi de intrări:

$$\bar{I}_{B1}=[2^{(n+1)/2}-1]\frac{\bar{I}_{R1}}{2}+\bar{I}_{R1}+\bar{I}_{Dt}=[2^{(n+1)/2}+1]\frac{\bar{I}_{R1}}{2}+\bar{I}_{Dt}$$

$$\bar{I}_{B2}=\frac{2^{(n-1)/2}-1}{(n-1)/2}(\bar{I}_{B1}+\bar{I}_{R2})+[2^{(n-1)/2-1}-1]\bar{I}_{Dt}$$

— pentru matricea de preselecție cu $(n+1)/2$ perechi de intrări:

$$\bar{I}_{B1}=[2^{(n-1/2}-1]\frac{\bar{I}_{R1}}{2}+\bar{I}_{R1}+\bar{I}_{Dt}=[2^{(n-1)/2}+1]\frac{\bar{I}_{R1}}{2}+\bar{I}_{Dt}$$

$$\bar{I}_{B2}=\frac{2^{(n+1)/2}-1}{(n+1)/2}(\bar{I}_{B1}+\bar{I}_{R2})+[2^{(n+1)/2-1}-1]\bar{I}_{Dt}\ .$$

Relațiile de mai sus au fost verificate experimental pentru o matrice de decodificare cu $n=6$ realizată în variantele rectangulară și dublupiramidală. Avînd în vedere ipoteza făcută asupra identității tuturor diodelor, pentru verificarea relațiilor diodele folosite au fost sortate în limitele de toleranță de $\pm 10\%$ pentru căderea de tensiune directă.

Curenții calculați servesc la determinarea precisă a raportului semnal/zgomot minim (prin determinarea căderilor de tensiune pe diole) și la proiectarea dispozitivelor ce comandă intrările matricei.

3. CONSIDERAȚII ASUPRA ALEGERII SCHEMEI MATRICEI DE DECODIFICARE ȘI A CIRCUITELOR AUXILIARE

În circuitele cu dispozitive semiconductoare pentru calculatoare numerice se lucrează cu semnale la care diferența între nivelul superior și inferior este de ordinul a cîțiva volți. În cazul matricelor de decodificare căderile de tensiune pe diode devin comparabile cu amplitudinea semnalului și nu pot fi neglijate. Se pune problema realizării unui raport semnal/zgomot cît mai mare posibil, fiind date: timpul de comutație al semnalului la ieșirea selectată, nivelele semnalelor de intrare și curentul de sarcină la ieșirea selectată.

În raportul semnal/zgomot definit anterior numitorul expresiei reprezintă căderea maximă de tensiune pe dioda prin care trece curentul maxim. Situația apare la un circuit SI din matrice care are o singură diodă conductoare iar calculul curentului maxim prin diodă este dat în [2]. Se poate scrie deci (pentru logica pozitivă):

$$\left[\frac{\text{semnal}}{\text{zgomot}}\right]_{\text{minim}} \frac{(V_{\text{ieș. superior}})_{\text{minim}} - V_{\text{intr. inferior}}}{U_{D\,\max}}$$

unde $V_{\text{intr. inferior}}$ este o mărime dată asupra căreia nu se poate influența. Nivelul $(V_{\text{ieș. superior}})_{\text{minim}}$ nu se poate lua mai ridicat decît $V_{\text{intr. superior}}$ deoarece atunci s-ar deschide diodele circuitului SI al matricei corespunzător ieșirii selectate și o parte din curentul destinat sarcinii este transmis spre intrările matricei (fig. 1). Pentru obținerea unui raport semnal/zgomot cît mai bun trebuie deci ca $U_{D\,\max}$ să fie redus cît se poate de mult. Astfel, în cazul semnalelor relativ reduse, este mai indicată folosirea matricei rectangulară decît dublupiramidală deoarece la prima are loc o cădere de tensiune pe un singur nivel de diode.

Pentru reducerea lui $U_{D\,\max}$ trebuie redus curentul $\overline{I}_R$. Deoarece circuitul SI cu diode se dimensionează în funcție de sarcina impusă pentru ieșirea selectată, singura soluție pentru reducerea lui $\overline{I}_R$ este adoptarea unor toleranțe mai restrînse pentru rezistențe, tensiuni de alimentare și cădere de tensiune pe diode.

Cînd intrările matricei nu pot fi acționate direct de către trighere sau cînd ieșirea matricei nu este capabilă să acționeze direct sarcina, trebuiesc utilizate amplificatoare-invertoare sau repetoare pe emiter cu tranzistoare. Alegerea între aceste două soluții se face în funcție de timpul de comutație impus pentru semnalul de la ieșirea selectată.

La matricea în logică pozitivă acționată prin repetoare raportul semnal/zgomot global este mai mic:

$$\left[\frac{\text{semnal}}{\text{zgomot}}\right]_{\text{minim}} = \frac{(V_{\text{ieș. superior}})_{\text{minim}} - V_{\text{intr. inferior}}}{U_{D\,\max} + U_{BE\,\max}}$$

unde $U_{BE\,\max}$ este căderea maximă de tensiune pe joncțuinea emiter-bază a repetorului care în acest caz este simultană și de același semn cu $U_{D\,\max}$.

La matricea în logică negativă acționată prin repetoare $U_{D\,\max}$ nu mai este simultană cu $U_{BE\,\max}$ ci cu $U_{BE\,\min}$ — cînd repetorul conduce un curent redus. In plus aceste două căderi de tensiune au semne diferite astfel că raportul semnal/zgomot crește:

$$\left[\frac{\text{semnal}}{\text{zgomot}}\right]_{\text{minim}} = \frac{(V_{\text{ieș. inferior}})_{\text{maxim}} - V_{\text{intr. superior}}}{U_{D\,\max} - U_{BE\,\min}}$$

La folosirea amplificatoarelor-invertoare între nivelele de diode ale matricei dublupiramidale se poate obține raportul semnal/zgomot global acceptabil dar rămîne să se îndeplinească și condiția timpului de comutație a semnalului de ieșire al matricei.

La ieșirile matricei se pot folosi repetoare pe emiter cu condiția de a se obține raportul semnal/zgomot impus sau amplificatoare-invertoare cu condiția de a se obține timpul de comutație impus. In cazul utilizării amplificatoare-invertoare trebuie asigurată logica necesară pentru ieșirile matricei prin folosirea, eventual, a matricei în logică negativă.

4. REALIZAREA UNEI MATRICI DE DECODIFICARE CU DIODE CU 6 PERECHI DE INTRĂRI ȘI INCERCAREA EI LA COMUTAȚIE

Principalele date impuse la proiectarea matricei au fost: nivelele și timpul de comutație ale semnalului de intrare, curentul de sarcină staționar la ieșirea selectată, capacitatea sarcinii, timpul de comutație al semnalului de ieșire, raportul semnal/zgomot al matricei, toleranțele rezistențelor, tensiunilor de alimentare și toleranța căderii de tensiune pe diode.

Proiectarea matricei și a circuitelor auxiliare s-a făcut printr-o combinație între calculul circuitelor SI pentru cazul cel mai defavorabil conform [2], calculul curenților maximi de intrare cu relațiile date în lucrarea de față, calculul amplificatoarelor-invertoare și repetoarelor pe emiter conform [2] și calculul raportului semnal/zgomot minim conform relațiilor din lucrarea de față.

Din calcule a rezultat că ieșirea selectată a matricii nu poate acționa direct sarcina din cauza căderilor mari de tensiune pe diode. S-a adoptat soluția de acționare a sarcinii printr-un amplificator-invertor.

Au fost proiectate inițial ambele variante de matrice : dublupiramidală și rectangulară dar a fost adoptată matricea rectangulară care asigură raportul semnal/zgomot minim impus. Pentru obținerea timpului de comutație impus s-au acționat intrările matricei prin repetoare pe emiter deoarece curentul de intrare al matricei a avut o valoare ridicată (35 mA).

Pentru asigurarea logicii corecte a semnalului de ieșire după amplificatorul-invertor, s-a folosit o matrice în logică negativă și în cadrul fiecărei perechi de intrări ale matricei s-a inversat semnalul cu negația lui. Astfel ieșirea selectată realizează în logică pozitivă de exemplu următoarea funcție logică :

$$f_{63}=\overline{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}=\overline{D}+\overline{E}+\overline{F}}=ABCDEF.$$

Trecerea la o matrice în logică negativă a necesitat reproiectarea acesteia și a repetoarelor pe emiter.

Realizarea practică a amplificatoarelor-invertoare și a repetoarelor pe emiter (fig. 6) s-a făcut cu tranzistoare *E F T* 307.

Matricea s-a realizat cu diode *E F D* 110. Rezistențele și diodele au fost sortate pentru a se încadra în toleranțele impuse.

Incercarea la comutație a matricei s-a făcut ținînd cont de cazul cel mai defavorabil : trecerea în stare blocată a unei diode a circuitului SI corespunzător unei ieșiri neselectate, dioda ce conduce curentul maxim. In acest scop la cinci perechi de intrări s-au aplicat nivele constante ale semnalului iar perechea a șasea de intrări a fost comutată cu frecvența de 600 kHz cu ajutorul unui trigher (fig. 7).

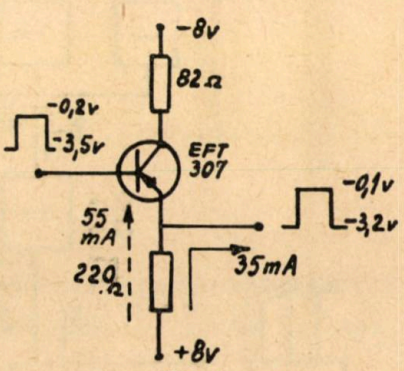


Fig. 6.

Matricea de decodificare a fost mai întîi încercată la comutație funcționînd pe o sarcină cu caracter pur rezistiv. Frontul semnalului de la ieșire rămîne practic nemodificat în acest caz, influența capacităților parazite ale matricei fiind redusă iar influența timpului de restabilire a diodelor neglijabilă.

Matricea a fost apoi încercată acționînd la ieșirea selectată un amplificator-invertor a cărui ieșire a fost încărcată cu trei circuite de sarcină identice. Acum frontul semnalului de la ieșirea selectată este modificat din cauza condensatorului de supraacționare al amplificatorului invertor (100 pF). In fig. 8 sînt prezentate formele semnalului în diferite puncte ale schemei. Fronturile notate s-au măsurat între nivelele 10% și 90% ale semnalelor.

Raportul semnal/zgomot minim global obținut a fost de 6,7.

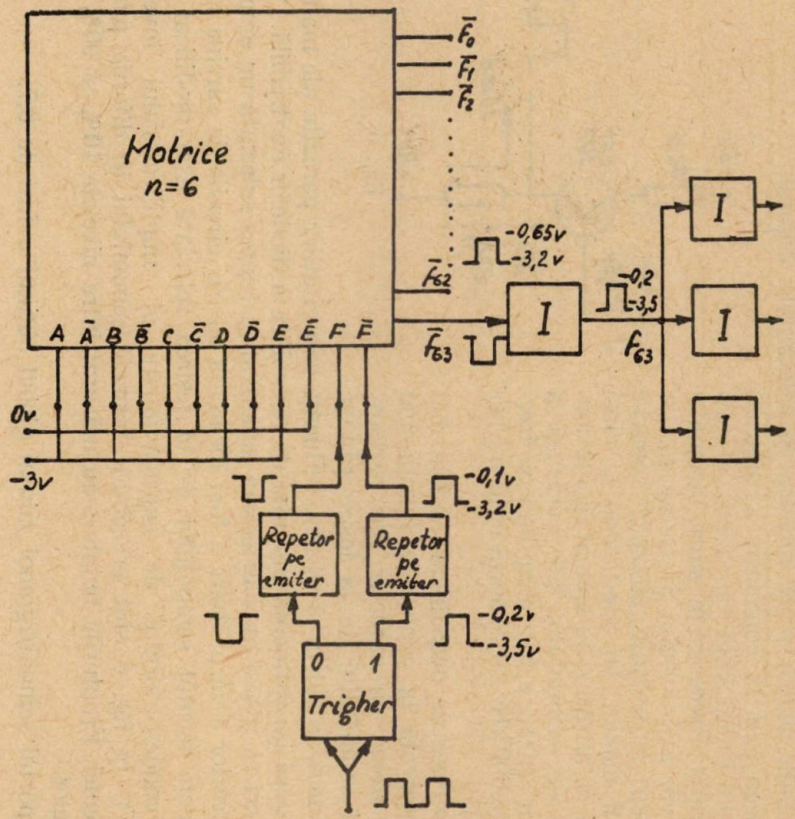

Matrice
n=6
A Ā B B̄ C C̄ D D̄ E Ē F F̄
0v
-3v
-0,65v
-3,2v
-0,2
-3,5
-0,1v
-3,2v
-0,2v
-3,5v
Repetor pe emiter
Repetor pe emiter
0 1
Tripher
I
I
I
I

Fig. 7.

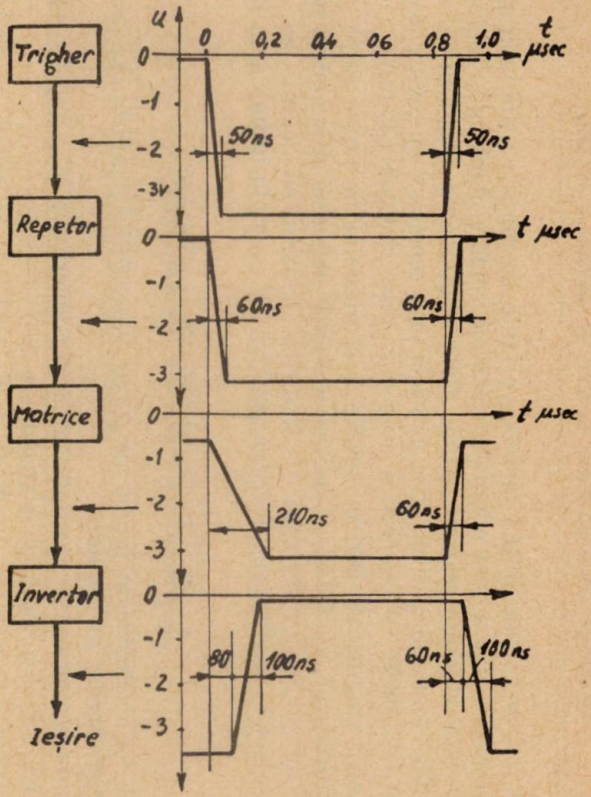

Tripher
Repetor
Matrice
Inversor
Ieșire
u
t
0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 μsec
50ns
50ns
60ns
60ns
210ns
60ns
80
100ns
60ns
100ns

Fig. 8.

BIBLIOGRAFIE

1. Chu Yaohan, Digital Computers Desing Fundamentals. Mc Graw Hill Book Company, New-York, 1962.
2. A. I. Pressman, Design of Tranzistorized Circuits for Digital Computers, J. F. Rider Publisher, New-York, 1959.
3. L. M. Golidenberg, A. S. Fainberg, Metodica rasciota diodnîh deșifratorov, Izvestia vîșih ucebnîh zavedenii, Tom X, 4, 1967.

СООБРАЖЕНИЯ О РАСЧЁТЕ ДЕКОДИРУЮЩИХ ДИОДНЫХ МАТРИЦ

(РЕЗЮМЕ)

Работа содержит некоторые соображения о расчёте декодирующих диодных матриц: расчёт матрицы для самого неблагоприятного случая, расчёт максимального входного тока матриц в функции от номера пар входов, расчёт минимального отношения сигнал/шум, выбор схемы декодирующей матрицы и вспомогательных цепей, исходные данные необходимые для проектированя.

CONSIDERATION SUR LE PROJECT DES MATRICES DE DECODAGE A DIODES

(RÉSUMÉ)

Le travail contienne quelques considérations sur le project des matrices de décodage à diodes : calcul de la matrice pour le cas le plus défavorable ; déterminaison du raport signal/bruit minime, adoption des schémas de la matrice et des circuits auxiliaires, données initielles nécessaires pour le project.

Sont déduites des relations de calcul du courant maximal d'entrée des matices de décodage — fonction du nombre des paires d'entrées.

CONSIDERAȚII ASUPRA UNOR ASPECTE ALE POLARIZĂRII DIELECTRICILOR ȘI ENERGIEI ELECTRICE A CORPURILOR SITUATE IN MEDII DIELECTRICE

DE

D. DABA

1. INTRODUCERE

In literatură, [1], se prezintă expresia energiei de polarizare a unui mediu dielectric situat într-un cîmp electric exterior. Ea se calculează ca o energie de interacțiune electrostatică a elementelor sarcinii legate a dielectricului. In lucrare se obține mai simplu această exprimare și din ea — energia proprie unei molecule polarizate. Pe această bază se dă o justificare directă ipotezei dipolului cuasielastic.

Literatura dă, deasemeni, expresiile energiei unui sistem de corpuri electrizate, atunci cînd sistemul este situat în vid, practic aer (ε_0) și respectiv într-un mediu dielectric (ε), menționînd valorile diferite ce se obțin pentru cele două situații. Nu se specifică, însă, deobicei unde se regăsește diferența dintre cele două valori [2], [3], [4], sau, dacă se afirmă, nu se dă o justificare cantitativă directă [5].

In lucrare se arată că diferența amintită se regăsește în variația energiei exteriorului, transpunerea de energie avînd loc prin intermediul lucrului mecanic al forțelor cîmpului efectuat la introducerea dielectricului în cîmpul electric al sistemului fizic considerat.

Considerațiile se vor referi la un dielectric ideal, omogen, izotrop și linear, fără polarizare permanentă.

2. EXPRIMAREA ENERGIEI DE POLARIZARE W_p IN FUNCȚIE DE VECTORII CIMPULUI

Fie un sistem de corpuri metalice încărcate cu sarcină electrică liberă, situate într-un mediu dielectric de constantă dielectrică ε și care ocupă un domeniu finit.

Energia electrică a sistemului se exprimă în funcție de vectorii cîmpului în forma cunoscută :

$$W_{e_\varepsilon} = \frac{1}{2}\int_V \overline{D}\overline{E}dv \tag{1}$$

unde

$\overline{D}$ este vectorul inducție electrică ;

$\overline{E}$ — intensitatea cîmpului electric ;

integrala extinzîndu-se asupra întregului spațiu ocupat de cîmp.

Sau, cu legea legăturii dintre $\overline{D}$, $\overline{E}$ și $\overline{P}$ în forma :

$$\overline{D} = \varepsilon\overline{E} \tag{2}$$

se obține :

$$W_{e_\varepsilon} = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon E^2 dv. \tag{3}$$

Dacă sistemul considerat ar crea același cîmp, E, ca și cel în prezența dielectricului, dar ar fi situat în vid (practic în aer), energia sa ar fi :

$$W_{e\varepsilon 0} = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon_0 E^2 dv. \tag{4}$$

Inseamnă că diferența pînă la W_{e_ε} reprezintă contribuția la energia sistemului a substanței polarizate, prin energia sa potențială de deformație W_p. Adică :

$$W_p = W_{e_\varepsilon} - W_{e_0} = \frac{1}{2}\int_V (\varepsilon - \varepsilon_0) E^2 dv = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon_0 \varkappa_e E^2 dv =$$

$$= \frac{1}{2}\int_V \overline{P}\overline{E}dv \tag{5}$$

în acord cu legea polarizației temporare. Aici $\overline{P}$ este polarizația electrică, iar $\varkappa_e$ susceptivitatea electrică a dielectricului.

Expresia obținută pentru energia de polarizare este generală, valabilă în regim staționar și nestaționar, pentru polarizarea la Q=cst. și U=cst.

Rezultatul obținut este firesc, pentru că energia electrică a sistemului fizic se definește ca sumă a echivalenților în lucru mecanic ai tuturor acțiunilor exterioare ce aduc sistemul din starea de referință (mărimi electrice de stare nule) în starea dată. Ori, polarizarea substanței este o astfel de acțiune.

3. ASUPRA IPOTEZEI DIPOLULUI CUASIELASTIC

Literatura [5, 6, 7] prezintă problema dipolului cuasielastic cum urmează : se presupune momentul electric al dipolului echivalent moleculei polarizate (fig. 1) :

$$\bar{p}=Q_{+}\bar{\Delta l} \qquad (6)$$

proporţional cu intensitatea cîmpului. Ipoteza este echivalentă cu aceea că între sarcinile dipolului acţionează o forţă cuasielastică.

Consecinţele ce decurg de aici în teoria macroscopică se verifică experimental, deci ipoteza dipolului cuasielastic este verificată.

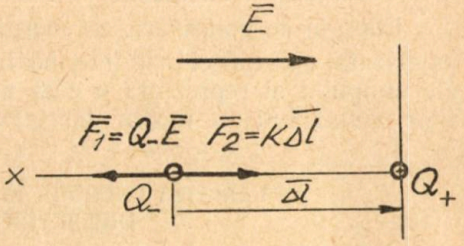


Fig. 1. Moleculă polarizată.

Arătăm că exprimînd energia de polarizare proprie unei molecule polarizate se poate introduce direct modelul dipolului cuasielastic.

Folosim expresia de polarizare W_p obţinută în forma (5).

Considerînd polarizarea într-un cîmp staţionar uniform :

$$\bar{P}=N\bar{p} \qquad (7)$$

unde N — numărul de molecule din unitatea de volum, iar

$$W_p=\frac{1}{2}PEV=\frac{1}{2}N_pEV=\frac{1}{2}Q_{+}E\Delta lNV. \qquad (8)$$

Deci energia proprie unei molecule este :

$$\Delta W_p=\frac{W_p}{NV}=\frac{1}{2}Q_{+}E\Delta l. \qquad (9)$$

Expresia ei aminteşte de energia înmagazinată într-un sistem printr-o deformare elastică. In adevăr, considerînd forţa de reţinere F_2 — în fig. 2 — de natură elastică :

$$\bar{F}_2=-KX\bar{\tau} \qquad (10)$$

pentru poziţia de echilibru $X=\Delta l$, ea va egala forţa cîmpului :

$$|Q_-|E=K\Delta l \qquad (11)$$

şi deci

$$\Delta W_p=\frac{1}{2}K\Delta l^2 \qquad (12)$$

expresie cunoscută pentru energia de deformare elastică a unui sistem.

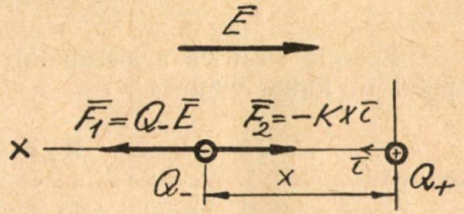


Fig. 2. Dipol electric în formare.

Rezultă direct pe această bază, că forțelor de interacțiune dintre particulele încărcate cu sarcină electrică din molecula polarizată, neelastice după natura lor, dar analoage cu cele elastice sub raport energetic, li se poate atribui caracterul de „forțe cuasielastice". Dipolul se va numi și el „cuasielastic". Constanta k se numește prin analogie constanta sau rigiditatea dipolului cuasielastic.

Energia de polarizare, ca energie potențială înmagazinată în substanța polarizată, apare deci prin intermediul lucrului mecanic al forțelor $\overline{F}_1 = Q\text{-}\overline{E}$ ale cîmpului și reprezintă o cotă parte din energia electrică a sistemului fizic situat într-un mediu dielectric.

4. VARIAȚIA ENERGIEI ELECTRICE LA INTRODUCEREA DIELECTRICULUI IN CIMP

Se vor considera cele două cazuri fundamentale: $Q = \text{cst.}$ și respectiv $U = \text{cst.}$

a) *Cazul* $Q = cst.$

In fig. 3 se consideră un sistem format din două corpuri metalice de dimensiuni finite, încărcate cu sarcinile electrice libere Q_1 și respectiv Q_2, plasate în vid (aer) și izolate față de exterior.

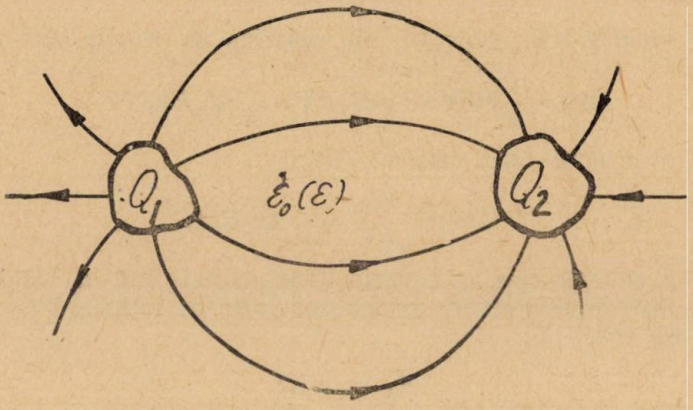


Fig. 3. Sistem izolat de corpuri încărcate.

Energia electrică a sistemului se exprimă în funcție de vectorii cîmpului în forma cunoscută:

$$W_{e_0} = \frac{1}{2}\int_V \overline{D}_0 \overline{E}_0 dv. \tag{13}$$

Dacă spațiul cîmpului este ocupat de un mediu dielectric de permitivitate ε, spectrul cîmpului inducției electrice rămîne neschimbat.

În acord cu legea legăturii dintre $\bar{D}$, $\bar{E}$ și $\bar{P}$ în formele

$$\bar{D}_0 = \varepsilon_0 \bar{E}_0 \tag{14}$$

și respectiv

$$\bar{D}_0 = \varepsilon \bar{E} \tag{15}$$

rezultă că valoarea intensității cîmpului electric a scăzut în fiecare punct de ε_r ori. Urmează că și energia electrică a sistemului în forma:

$$W_{e_\varepsilon} = \frac{1}{2} \int_V \bar{D}_0 \bar{E} dv \tag{16}$$

are o valoare de ε_r ori mai mică decît în vid (aer).

Variația energiei este deci:

$$W_{e_\varepsilon} - W_{e_0} = -\frac{1}{2} \int_V \bar{D}_0 \bar{E} (\varepsilon_r - 1) dv = -\frac{1}{2} \int_V \frac{\bar{D}_0 \bar{P}}{\varepsilon_0} dv < 0. \tag{17}$$

b) *Cazul $U = cst$.*

În fig. 4 se consideră același sistem de corpuri metalice în vid (aer), dar sub diferența de potențial dată $U = V_1 - V_2 = \text{cst}$, situație ce se obține prin legarea lor la bornele unei baterii de acumulatori.

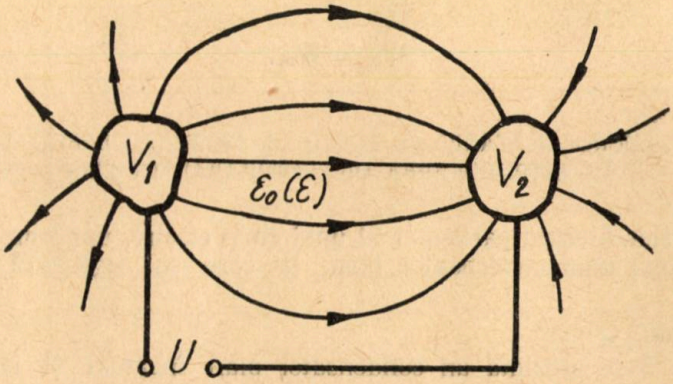


Fig. 4. Sistem de corpuri încărcate la $U = \text{cst}$.

Energia electrică a sistemului se exprimă în forma:

$$W_{e_0} = \frac{1}{2} \int_V \bar{D}_0 \bar{E}_0 dv \tag{18}$$

În prezența mediului dielectric (ε) spectrul intensității cîmpului electric este identic cu cel din lipsa sa.

Valoarea inducției electrice a crescut, însă, în fiecare punct al spațiului ocupat de cîmp de ε_r ori, fapt ce rezultă din:

$$\overline{D}_0 = \varepsilon_0 \overline{E}_0 \tag{19}$$

și

$$\overline{D} = \varepsilon \overline{E}_0 . \tag{20}$$

Deci, energia sistemului, în forma:

$$W_{e_\varepsilon} = \frac{1}{2} \int_V \overline{D}\overline{E}_0 dv \tag{21}$$

este de ε_r ori mai mare ca W_{e_0}.

Rezultă variația energiei:

$$W_{e_\varepsilon} - W_{e_0} = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon_0 \overline{E}_0 \overline{E}_0 (\varepsilon_r - 1) dv = \frac{1}{2} \int_V \overline{P}\overline{E}_0 dv > 0 . \tag{22}$$

Ținînd cont de (5), avem că:

$$W_{e_\varepsilon} - W_{e_0} = W_p \tag{23}$$

rezultat firesc, căci

$$W_{e_\varepsilon} = W_{e_{\varepsilon_0}} + W_p \tag{24}$$

unde

$$W_{e_{\varepsilon_0}} = W_{e_0} . \tag{25}$$

5. LUCRUL MECANIC AL FORȚELOR CIMPULUI EFECTUAT LA INTRODUCEREA DIELECTRICULUI IN CIMP

Se consideră cazul particular al unui cîmp electric uniform. Spre exemplu — cîmpul unui condensator plan, la care se neglijează efectul de margine.

a) *Cazul* $Q = cst.$

In fig. 5 se prezintă un condensator plan încărcat și izolat, avînd între armături aer (ε_0), iar apoi un dielectric (ε).

Pentru a se obține a doua situație ne imaginăm următoarea posibilitate: între armăturile condensatorului încărcat este introdus progresiv, fără frecare, blocul dielectric de constantă ε — fig. 6. El este tras de către forțele cîmpului, ce se manifestă în suprafața de separație dielectric — aer.

Reținem din exterior blocul cu o forță $\overline{F}_{e_x}$, opusă și egală în orice moment cu forța cîmpului $\overline{F}_x$, care, la fel ca intensitatea cîmpului $\overline{E}_x$, este funcție de poziția x a blocului.

Atunci forțele $\bar{F}_x$ și $\bar{F}_{e_x}$ sînt într-un echilibru dinamic, accelerația mișcării nulă, deci viteza constantă. Fie viteza atît de mică, încît să putem considera transformarea ca o succesiune de stări electrostatice.

Cînd blocul dielectric este complet introdus, forța cîmpului este echilibrată de o forță egală și de sens opus, care se manifestă în suprafața bazei opuse. În acest moment se suprimă și forța exterioară $\bar{F}_{e_x}$.

În poziția finală blocul dielectric ocupă complet spațiul cîmpului.

În cursul transformării de stare, forțele cîmpului au efectuat lucrul mecanic:

$$A_c = \int_0^h \bar{F}_x \tau dx \qquad (26)$$

unde $\bar{F}_x$ — forța rezultantă din suprafața de separație dielectric-aer.

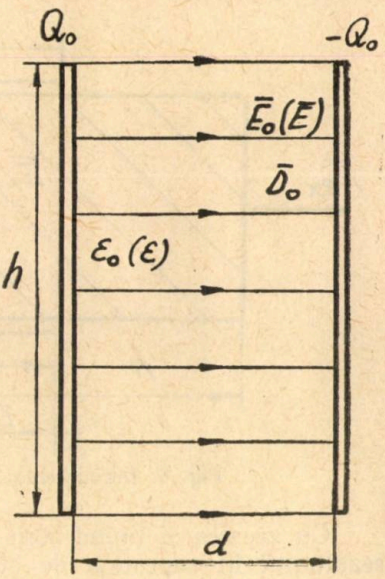


Fig. 5. Condensator izolat.

Forța specifică, pe unitatea de suprafață, ce se exercită în suprafața de separație dintre două medii dielectrice cu constantele ε_1, respectiv ε_2, se exprimă în forma cunoscută:

$$\bar{f}_s = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\left[\frac{D_{2n_2'}^2}{\varepsilon_1\varepsilon_2} + E_{2t}^2\right]\bar{n}_2' \qquad (27)$$

în care:

$\bar{n}_2'$ este vectorul unitar normal al suprafeței, îndreptat către mediul 2,

$D_{2n_2'} = \bar{D}_2 \cdot \bar{n}_2'$, $\bar{D}_2$ — vectorul inducție electrică în mediu 2, într-un punct infinit vecin suprafeței,

E_{2t} — componenta tangentă a intensității cîmpului electric în mediul 2, într-un punct infinit vecin suprafeței.

Fie mediul 1 — aerul, iar mediul 2 — dielectricul (vezi fig. 6). Deci

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_0 \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon \end{aligned} \qquad (28)$$

Din condițiile problemei mai rezultă:

$$D_{2n_2'} = 0; \quad E_{2t} = E_x. \qquad (29)$$

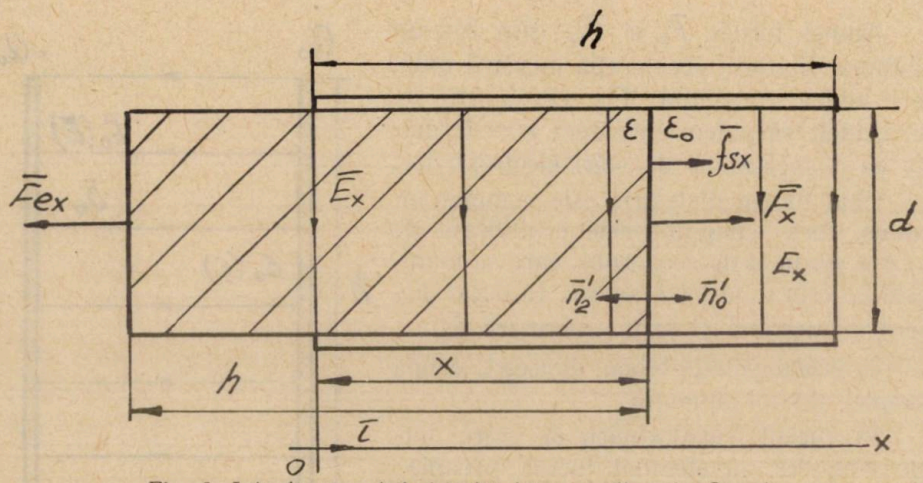


Fig. 6. Introducerea dielectricului între armături la Q=cst.

Cu acestea și ținînd cont de faptul că E_x este un cîmp uniform, forța rezultantă în suprafața de separație rezultă:

$$\bar{F}_x = f_{sx} \cdot ad = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{2} E_x^2 ad\bar{n}_0' \tag{30}$$

unde:

$\bar{n}_0' = -\bar{n}_2'$
a este lățimea armăturii,
d — distanța dintre armături.

Valoarea intensității cîmpului, E_x, se obține din

$$E_x = \frac{Q_0}{C_e \cdot d} = \frac{E_0}{1 + \frac{\varkappa_e x}{h}} \tag{31}$$

unde C_e este capacitatea echivalentă a conexiunii paralel de capacități dintre armături, iar E_0 — intensitatea cîmpului în lipsa dielectricului.

Introducînd pe E_x în (30) și calculînd lucrul mecanic (26), se obține, folosind și legea polarizației temporare:

$$A_c = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{2} E_0^2 ad \int_0^h \frac{dx}{\left(1 + \frac{\varkappa_e x}{h}\right)^2} = \frac{1}{2} \int_V \frac{\bar{D}_0 \bar{P}}{\varepsilon_0} dv \tag{32}$$

valoare ce corespunde variației energiei sistemului dată de (17).

Același rezultat se obține direct, din principiul de conservare a energiei, aplicat sistemului fizic: condensator (armături și cîmp) plus blocul dielectric

$$dW_e = \delta A_{e_x} + \delta Q + dW_r. \tag{33}$$

Mișcarea blocului fiind presupusă fără frecare și neavînd alt schimb de căldură cu exteriorul, rezultă $\delta Q=0$.

Cum transformarea are loc prin stări succesive electrostatice, rezultă că se consideră nulă și radiația de energie: $dW_r=0$.

Deci (33) devine:

$$W_{e_\varepsilon}-W_{e_0}=A_{e_x} \tag{34}$$

unde:

$A_{e_x}<0$ este lucrul mecanic al forței exterioare $\bar{F}_{e_x}$. Cum în orice moment:

$$\bar{F}_{e_x}=-\bar{F}_x \tag{35}$$

rezultă că lucrul mecanic efectuat de cele două forțe stă în aceeași legătură:

$$A_{e_x}=-A_c \tag{36}$$

și (34) devine:

$$W_{e_\varepsilon}-W_{e_0}=-A_c \tag{37}$$

rezultat identic cu (32).

Prin intermediul lucrului mecanic A_c, o parte din energia electrică a sistemului s-a transpus într-o variație (creștere) a energiei exteriorului.

b) *Cazul $U=cst.$*

În fig. 7 se consideră un condensator legat la bornele unei surse de t.e.m. dată, $U=$cst, avînd între armături aer (ε_0), apoi un dielectric (ε).

Pentru a se obține a doua stare procedăm la fel ca în cazul $Q=$cst.: între armăturile condensatorului se introduce progresiv blocul dielectric.

Condițiile în care se introduc și considerațiile referitoare la forțe sînt aceleași ca cele menționate la cazul $Q=$cst., cu deosebirea că aici forța cîmpului este constantă:

$$\bar{F}_0=\bar{f}_{s_0}\,ad=\frac{\varepsilon=\varepsilon_0}{2}E_0^2\,ad\bar{n}_0' \tag{38}$$

căci $E_0=$cst.

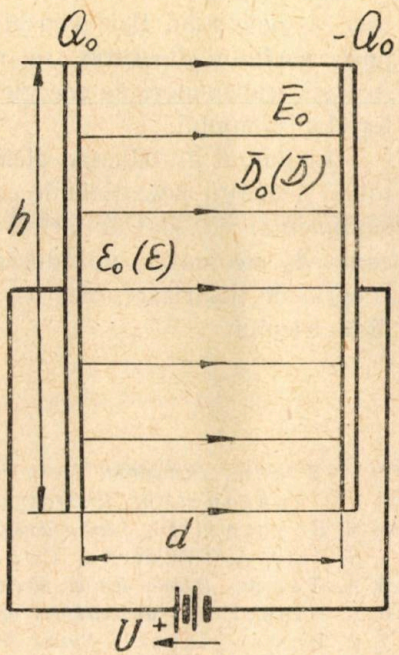


Fig. 7. Condensator legat la sursă.

Rezultă lucrul mecanic al forței cîmpului :

$$A_c = \int_0^h \overline{F}_0 \tau dx = \frac{1}{2} \varepsilon_0 x_e E_0 \cdot E_0 a d h = \frac{1}{2} \int_V \overline{P} \overline{E}_0 dv \tag{39}$$

valoare egală cu variația energiei electrice a sistemului, dată de (22).

Rezultatul se interpretează în sensul că jumătate din energia W_r furnizată de sursă în timpul transformării acoperă lucrul mecanic A_c, deci contribuie la creșterea energiei exteriorului, iar jumătate contribuie la creșterea energiei sistemului, prin energia de polarizare, dată de (22).

Acest rezultat este relevat și de principiul de conservare, în forma :

$$dW_e = \delta A_e + dW_r. \tag{40}$$

Sau, cu $\delta A_e = -\delta A_c$:

$$dW_e + \delta A_c = dW_r \tag{41}$$

unde $\delta W_e = \delta A_c$.

CONCLUZII

Din cele prezentate rezultă că diferența dintre valorile energiei electrice a sistemului fizic considerat, corespunzătoare prezenței și respectiv lipsei mediului dielectric, se regăsește în variația energiei exteriorului. Această transpunere de energie are loc prin intermediul lucrului mecanic al forțelor cîmpului.

În timpul introducerii dielectricului în cîmp, acesta se polarizează, obținînd o energie potențială de polarizare, prin intermediul unui lucru mecanic suplimentar efectuat de forțele cîmpului. Acesta este distinct de lucrul mecanic A_c efectuat la introducerea mediului dielectric, iar echivalentul său, energia de polarizare, este o cotă parte din energia sistemului în prezența dielectricului.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Braun, *Dielektriki*, Moscova, 1961.
2. Pl. Andronescu, *Electrotehnica*, Timișoara, 1948.
3. N. Bogorodițki, *Teoria dielectrikov*, Moscova, 1965.
4. S. Friș, A. Timoreva, *Curs de fizică generală*, Ed. Tehnică, 1954.
5. A. Tamm, *Bazele teoriei electricității*, Ed. Tehnică, 1957.
6. A. Hippel, *Les dielectriques et leurs applications*, Paris, 1961.
7. P. Borisoglebski, *Bazele fizice și metodele pentru încercarea preventivă a izolatiei industriale*, Ed. Energetică, 1953.

В СВЯЗИ С НЕКОТОРЫМИ ВИДАМИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ДИЭЛЕКТРИКОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ТЕЛ НАХОДЯЩИХСЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕДАХ

(РЕЗЮМЕ)

Дается выражение поляризационной энергии диэлектрика и прямое обоснование гипотезы квазиэлестичного двухполюсника. Уточняется электрическая энергия системы тел в вакууме и в диэлектрической среде.

BETRACHTUNGEN ÜBER DIE POLARISATION VON DIELEKTRIKA UND ÜBER DIE ELEKTRISCHE ENERGIE DER SICH IN DIELEKTRIKA BEFINDENDEN ELEKTRISCHEN KÖRPER

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird der Ausdruck der Polarisationsenergie eines Dielektrika berechnet und es wird die Hypothese des quasielastischen Dipols direkt begründet.

Es werden Hinweise auf die Berechnungsmethode der elektrischen Energie eines Systems von Körpern in einem homogenen Dielektrika gemacht.

ASUPRA OPTIMIZĂRII REGLĂRII FRECVENȚEI ȘI PUTERII DE SCHIMB ÎN SISTEME ENERGETICE *

DE

I. HOFFMANN

INTRODUCERE

În lucrarea de față se studiază optimizarea dinamică a comenzii frecvenței și puterii de schimb pentru preluarea variațiilor neprevizibile de sarcină activă într-un sistem format din mai multe unități producătoare („generatoare") interconectate [1]. Un calculator central realizează comanda optimă integrală (asupra tuturor unităților) prin acționarea modificatorului de turație din fiecare unitate.

Din automatică se cunosc modalitățile și limitele comenzii optime pe baza unui indice de performanță [2]. În lucrările apărute [3], [4] în care se aplică aceste modalități pentru optimizarea reglării frecvenței și puterii de schimb, se pleacă de la un model complex al sistemului și astfel nu se poate stabili dacă modelul sau metoda de comandă introduce greutăți la aplicarea practică. În lucrare se propune un model simplu al sistemului și astfel rezultă clar limitările practice pe care le introduce metoda de comandă, chiar și dacă se folosește comanda suboptimală propusă.

SISTEMUL CONSIDERAT

Pentru simplificarea expunerii modului de comandă a sistemului, se consideră un sistem simplu cu trei noduri, două producătoare și unul consumator (fig. 1). Se presupune că fenomenele electromagnetice sînt mult

---

* Lucrare comunicată le Sesiunea de comunicări științifice din 31 mai—1 iunie 1968 I. P. Timișoara.

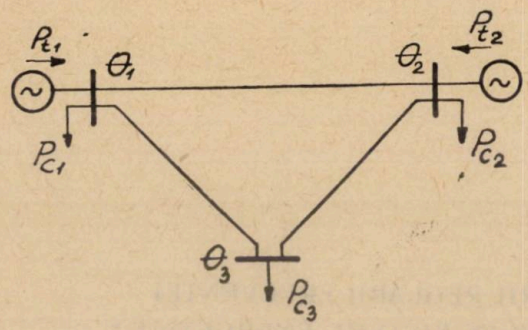


Fig. 1.

mai rapide decît cele electromecanice și deci rețeaua, inclusiv generatoarele sincrone, se pot considera în regim cuasistaționar. Modulul tensiunilor în nodurile rețelei se presupun constante.

In nodurile generatoare echilibrul puterilor se exprimă, pentru variații mici ale turației turbinei în forma :

$$M_i \frac{d\omega_i}{dt} + D_i \cdot \omega_i = P_{ti} - P_{gi}; \quad i = 1, 2 \tag{1}$$

unde :

M_i este coeficientul determinat de momentul de inerție al turbinei și generatorului i [s];

D_i — coeficientul momentului de amortizare [pu].

Variația puterii generate P_{gi} este egală cu puterea consumată local P_{ci} la care se adaugă puterea transmisă pe linie. Pe baza ipotezelor de mai sus variația puterii transmisă pe o linie este proporțională cu variația fazelor tensiunilor la capătul liniei [1], deci

$$P_{gi} = P_{ci} = \sum_j T_{ij}(\theta_i - \theta_j) \tag{2}$$

unde T_{ij} este coeficientul puterii sincronizate a liniei ij [s^{-1}].

Pentru nodul consumator există o relație asemănătoare, dar cu $P_{gi} = 0$. In relațiile de mai sus

$$\omega_i = \frac{d\theta_i}{dt} \quad \text{iar} \quad T_{ij} = T_{ji}. \tag{3}$$

Pentru simplificare se consideră numai centrale termice. La centralele hidroelectrice se obțin mărimi de stare în plus determinate și de dinamica apei din conducta forțată [1]. Schema bloc prin care se caracterizează comportarea dinamică a centralei i este reprezentată în fig. 2,

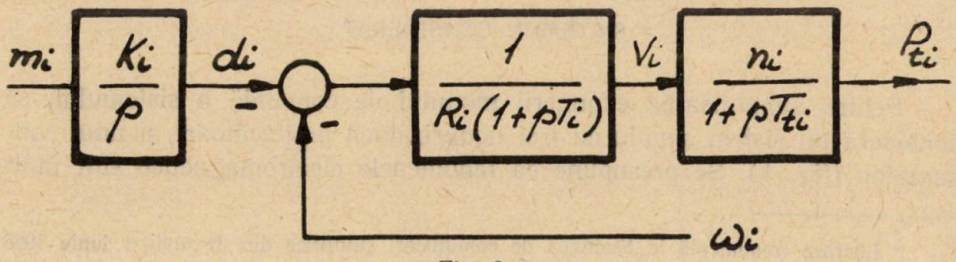


Fig. 2.

unde :

T_{ti} este constanta de timp echivalentă proceselor din turbină [S];
R_i — statismul regulatorului de viteză [pu];
T_i — constanta de timp a regulatorului de viteză [S];
K_i — coeficientul de integrare al servomotorului variator [S^{-1}];
n_i — raportul dintre puterea centralei i și puterea sistemului.

Ecuațiile de stare care rezultă din configurația reprezentată în fig. 2 sînt :

$$\frac{dP_{ti}}{dt} = -\frac{1}{T_{ti}} \cdot P_{ti} + \frac{n_i}{T_{ti}} \cdot V_i \tag{4}$$

$$\frac{dV_i}{dt} = -\frac{1}{T_i} \cdot V_i - \frac{1}{R_i \cdot T_i} \cdot \omega_i - \frac{1}{R_i \cdot T_i} \cdot d_i \tag{5}$$

$$\frac{d(d_i)}{dt} = k_i \cdot m_i. \tag{6}$$

Se aplică aceste relații sistemului din fig. 1. Variabila dependentă θ_3 se elimină funcție de θ_1, θ_2 și P_{c3}. Dacă se consideră perturbațiile P_{ci}, i = 1, 2, 3 variații treaptă (de mărimea 5—10% din puterea nominală a sistemului), se pot asimila ca mărimi de stare [2]. Rezultă astfel ecuația de stare matricială a sistemului în forma

$$X_{(t)} = A \cdot X_{(t)} + B \cdot y_{(t)} \tag{7}$$

unde $X_{(t)}$ vectorul de stare al sistemului cu componentele

$$\omega_1,\ \omega_2,\ \theta_1,\ \theta_2,\ P_{t1},\ P_{t2},\ V_1,\ V_2,\ d_1,\ d_2,\ P_{c_1},\ P_{c_2},\ P_{c_3}$$

iar $y_{(t)}$ vectorul de acționare cu componentele m_1, m_2.

COMANDA SISTEMULUI

Comanda optimă a unui astfel de sistem se poate baza pe minimizarea unui indice de performanță pătratic [2]. Dacă se consideră o comandă discretă cu intervalul de comandă de mărimea T, în care componentele vectorului de comandă m_1 și m_2 sînt constante, atunci indicele de performanță se exprimă în forma [2],

$$I = \sum_{k=1}^{N} (X'_{(KT)} \cdot Q \cdot X_{(KT)} + \lambda \cdot y_{(\overline{K-1}T)} \cdot G \cdot y_{(\overline{K-1}T)} \tag{8}$$

$X_{(KT)}$ este soluția discretă a sistemului (7) și este legată de vectorul de acționare $y_{(\overline{K-1}T)}$ din intervalul de timp $(\overline{K-1}\,T) \leqslant t < KT$ în forma

$$X_{(KT)} = \Phi_{(T)} \cdot X_{(\overline{K-1}T)} + D_{(T)} \cdot y_{(\overline{K-1}T)} \tag{9}$$

unde $\Phi_{(T)}$ matricea de tranziție (13×13) iar $D_{(T)}$ matricea de acționare (13×2) [2]. În literatură [3] se dau metode numerice de calcul a acestor matrici.

Intervalul discret de comandă trebuie ales optim. O valoare prea mare nu asigură finețea necesară comenzii, [3], [4], [5]. Pentru sistemul de față, ținînd cont de ipotezele simplificatoare admise și de constantele de timp de ordinul secundelor ale componentelor, o valoare a lui T cuprinsă între 5—10 secunde se poate considera optimă.

Matricile Q și G din [8] se aleg funcție de calitatea ce se impune sistemului de comandă. Mai jos se va arăta o alegere posibilă. Se consideră următoarele condiții impuse calității comenzii: abatere mică a frecvenței în nodurile generatoare, viteză de încărcare a centralelor limitată diferită de la o centrală la alta pierderi minime în rețea.

Viteza de încărcare a centralelor determină în general uzura acestora și este limitată datorită „acumulării limitate" de care dispun centralele termice. $\dot{P}_{t1}$ și $\dot{P}_{t2}$ pot fi considerate mărimi ce caracterizează această viteză de încărcare pentru centrala 1 respectiv 2. Aceste mărimi se exprimă funcție de vectorul de stare [4], iar prin ridicarea la pătrat se obțin formele pătratice

$$\begin{aligned} \dot{P}_{t1}^2 &= X'_{(t)} P_{t1} \cdot X_{(t)} \\ \dot{P}_{t2}^2 &= X'_{(t)} P_{t2} \cdot X_{(t)} \end{aligned} \tag{10}$$

unde P_{t1} și P_{t2} două matrici (13×13) simetrice.

Variația pierderilor în rețea se poate de asemenea exprima funcție de vectorul de stare $X_{(t)}$ (în exemplul ales funcție de θ_1, θ_2 și P_{c3}) iar prin ridicarea la pătrat se obține o formă pătratică în $X_{(t)}$

$$P_L^2 = X'_{(t)} \cdot P_L \cdot X_{(t)} \tag{11}$$

unde P_L — matrice (13×13) simetrică.

Matricea Q din (8) se alege acum în forma

$$Q = Q_1 + \alpha_1 \cdot P_{t1} + \alpha_2 \cdot P_{t2} + \gamma \cdot P_L \tag{12}$$

unde Q_1 este o matrice simetrică (13×13) care conține coeficienții de „pondere a importanței" abaterii frecvenței în nodurile generatoare. Pentru condițiile impuse (abatere mică a frecvenței) vectorul de stare fiind format din componentele ω_1, ω_2, θ_1, θ_2, ... etc., matricea Q_1 are numai două elemente nenule și anume primele două de pe diagonală β_1, β_2. Dacă coeficienții α_1, α_2 și γ sînt nuli atunci comanda se realizează fără a ține cont de viteza de încărcare a centralelor și de pierderile în rețea. Prin alegerea corespunzătoare a coeficienților β_1, β_2, α_1, α_2 și γ se poate pondera diferențiat importanța erorii frecvenței, a vitezei de încărcare și a pierderilor în rețea. Matricea G și coeficientul λ din (8) permit limitarea mărimii vectorului de comandă, deci o dozare a efortului de comandă.

COMANDA SUBOPTIMALĂ

Comanda suboptimală [3], se obține alegînd vectorul de acționare $y_{(KT)}$, în intervalul $KT \leqslant t < (\overline{K+1}\,T)$ pentru minimizarea indicelui de performanță în momentul $t=(K+1)T$.

La momentul $t=(K+1)T$ indicele de performanță va avea valoarea

$$I_{(\overline{K+1}T)}=X'_{(\overline{K+1}T)}\cdot Q\cdot X_{(\overline{K+1}T)}+\lambda\cdot y'_{(KT)}\cdot G\cdot y_{(KT)} \tag{13}$$

($t=KT$ este momentul curent).

Din $\frac{\partial I_{(\overline{K+1}T)}}{\partial y_{(KT)}}=0$ se obține [3] vectorul de comandă sub forma

$$y_{(KT)}=-[\lambda\cdot G+D'_{(T)}\cdot QD_{(T)}]^{-1}\cdot D'_{(T)}\cdot Q\cdot\Phi_{(T)}X_{(KT)} \tag{14}$$

sau

$$y_{(KT)}=K_1\cdot X_{(KT)} \qquad k=0,\ 1,\ 2\ldots \tag{15}$$

(dacă la momentul $KT=0$ a apărut perturbarea sistemului) K_1 este o matrice constantă în timp ce dimensiunea $(m\times n)$ unde n este numărul componentelor vectorului de stare iar m numărul componentelor vectorului de acționare.

Pentru a obține o comandă mai apropiată de comanda optimă, se alege vectorul de comandă în intervolul $KT \leqslant t < (\overline{K+1}\,T)$ adică $y_{(KT)}$ funcție de suma indicilor de performanță de la momentul $(\overline{K+1}\,T)$ și $(\overline{K+2}\,T)$.

Se notează $I(\overline{K+1}\,T)=I_1(X_{(KT)})$

și $I(\overline{K+1}T)+I(\overline{K+2}T)=I_2(X_{(KT)})$.

Dacă se înlocuiește relația (15) în expresia lui $I_1(X_{(KT)})$ se obține valoarea minimă a acestuia relativ la $y_{(KT)}$, adică

$$\overline{I}_1(X_{(KT)})=\min_{y_{(KT)}} I_1(X_{(KT)})=X'_{(KT)}\cdot R\cdot X_{(KT)} \tag{16}$$

unde

$$R=[\Phi_{(T)}+D_{(T)}\cdot K_1]'\cdot Q\cdot[\Phi_{(T)}+D_{(T)}\cdot K_1]+\lambda\cdot K'_1\cdot G\cdot K_1. \tag{17}$$

Valoarea minimă a indicelui $I_2(X_{(KT)})$ se obține acum în forma

$$\overline{I}_2(X_{(KT)})=\min_{y_{(KT)}}[X'_{(\overline{K+1}T)}\cdot QX_{(\overline{K+1}T)}+\lambda\cdot y'_{(KT)}\cdot G\cdot y_{1\,(KT)}+\overline{I}_1(X_{(\overline{K+1}T)})]$$

sau, înlocuind pe $I_1(X_{(\overline{K+1}T)})$ conform relației (16) se obține

$$\overline{I}_2(X_{(KT)})=\min_{y_{(KT)}}[X'_{(\overline{K+1}T)}\cdot Q\cdot X_{(\overline{K+1}T)}+\lambda\cdot y'_{(KT)}\cdot G\cdot y_{(KT)}+$$
$$+X'_{(\overline{K+1}T)}R\cdot X_{(\overline{K+1}T)}]. \tag{18}$$

Se înlocuiește $X_{(\overline{K+1}T)}$ funcție de $X_{(KT)}$ și $y_{(KT)}$, iar din

$$\frac{\partial I_2(X_{(KT)})}{\partial y_{(KT)}} = 0$$

se obține

$$y_{(KT)} = -[\lambda \cdot G + D'_{(T)}(Q+R)D_{(T)}]^{-1} \cdot D'_{(T)} \cdot (Q+R) \cdot \Phi_{(T)} \cdot X_{(KT)} \tag{19}$$

sau

$$y_{(KT)} = K_2 \cdot X_{(KT)} \tag{20}$$

Relația (20) exprimă vectorul de comandă în intervalul $KT \leqslant t < (\overline{K+1}\,T)$ funcție de starea sistemului la momentul KT, pentru un indice de performanță optim în două intervale viitoare. Comanda în continuare este „On line" adică pe baza vectorului de stare real măsurat la fiecare moment de tastare (deci $y(\overline{K+1}T) = K_2 \cdot X_{(\overline{K+1}T)}$ și la fel pentru momentele viitoare).

Prin determinarea șirului de vectori de comandă $y_{(0)}$, $y_{(T)}$, ... $y_{(\overline{N-1}T)}$ minimizînd indicele de performanță general exprimat de relația (8) se asigură o comandă optimă [2]. Această comandă duce însă la relații mult mai complicate și devine prin aceasta greoaie. Se poate demonstra că comanda suboptimală propusă (extinsă numai pe două intervale) nu introduce „penalizări" în plus în indicele de performanță față de comanda optimă, ci doar schimbă valorile acestor „penalizări". O alegere atentă a coeficienților β_1, β_2, α_1, α_2 și γ apropie suficient comanda suboptimală de cea optimală.

Comanda conform relației (20) se poate realiza dacă vectorul de stare este accesibil. În realitate nu se pot măsura toate componentele (sau se pot măsura numai mărimi care sînt o combinație liniară a acestor componente). Astfel este greu de măsurat puterea primară a turbinelor P_{t_l}, puterile consumatorilor P_{c_l} etc. Trebuie ținut cont, în plus, și de faptul că mărimile măsurate sînt contaminate cu zgomot în cazul cel mai simplu cu zgomot alb aditiv.

Se arată [2] că în acest caz comanda optimă se obține pe baza vectorului de stare estimat din vectorul de ieșire măsurabil al sistemului care se definește prin

$$Z_{(KT)} = M \cdot X_{(KT)} + W_{(KT)}$$

unde M este o matrice $(1 \times n)$, 1 fiind numărul componentelor vectorului de ieșire, iar n numărul componentelor vectorului de stare $(1 \leqslant n)$; $W_{(KT)}$ fiind vectorul zgomot alb de măsurare.

Filtrul pentru estimarea vectorului de stare se poate baza pe teoria generală a filtrelor în cazul sistemelor discrete [6]. Valoarea estimată a vectorului de stare $\hat{X}_{(KT)}$ conform teoriei lui Wiener va fi o combinație liniară

a datelor disponibile adică a vectorului de ieșire de la momentele $t=0$, T, $2T \ldots KT$

$$\hat{X}_{(KT)} = \sum_{n=0}^{K} F_{(Kx)} \cdot Z_{(KT)}$$

unde $F_{(Kx)}$ este o succesiune de matrici $(n \times l)$ care trebuie alese optim în sensul ca o formă pătratică a erorii de estimare să fie minimă.

CONCLUZII

Cu toate că modelul folosit pentru sistem și comanda suboptimală propusă sînt relativ simple, aplicarea practică a acestei comenzi se lovește de o serie de dificultăți. Astfel sînt necesare multe mărimi măsurate care apoi trebuie teletransmise la calculatorul central. Prin aceasta scade siguranța în funcționare a comenzii. Mărimile neaccesibile se estimează în calculator printr-un algoritm aparte, de asemenea schimbările parametrilor sistemului comandat impun o adaptare continuă, toate acestea ducînd la o mărire considerabilă a sarcinii calculatorului.

Sub acest aspect lucrările [3], [4] și lucrarea de față prezintă studii teoretice importante prin aceea că determină cazul limită ideal al comenzii sistemului spre care trebuie să se tindă prin orice altă modalitate de comandă.

LISTA SIMBOLURILOR FOLOSITE

P_{ti} — variația puterii primare a turbinei i [pu];
P_{gi} — variația puterii generate în nodul i [pu];
ω_i — variația turației turbinei în nodul i [pu];
θ_i — variația fazei tensiunii din modul i [s];
V_i — variația deschiderii admisiei turbinei centralei i [pu];
m_i — variația mărimii de acționare asupra centralei i [pu];
d_i — variația mărimii de ieșire a servomotorului variator [pu].

BIBLIOGRAFIE

1. Kirchmayer, L. K., *Economic operation of power systems.* Chapman and Hall, 1953.
2. Tou, I. T., *Modern control theory.* Mc Graw Hill 1964.
3. Nicholson, H., Dinamic optimisation of a boiler-turboalternator model. Proc. IEE, vol. 113 (2) 1966, p. 385.
4. Nicholson, H., Dynamic optimisation of a multimachine power system. Proc. IEE, vol. 113, Nr. 5, 1966.
5. Van Ness, I. E., Rajagopelan, R., Effect of digital sampling rate on system stability. Proc. 5 The Power Industry Computer Appl. Conf. Pittsburgh May 1967, p. 41—46.
6. Brammer, K., Zur optimalen linearen Filterung und Vorhersage instationärer Zufallsprozesse in diskreter Zeit. Regelungstechnik 3, 1968, p. 105.

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ЧАСТОТОЙ И ОБМЕННОЙ МОЩНОСТЬЮ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

(РЕЗЮМЕ)

В работе исследуется динамическая оптимизация управления частотой и обменной мощностью для восприятия непредвиденных изменений активной нагрузки в системе составленной из нескольких генераторов. Центральная вычислительная машина исполняет интегральное управление на основе квадратного показателя, качества всех станций используя преобразователь числа оборотов.

Предлагается простая модель для системы с тремя узлами из которых два производящих и один потребитель и дается альгоритм подоптимального управления приближенный к олтимальному.

Работа ценна тем, что указывает на затруднения появляющиеся при практическом применении оптимального управления даже при использовании простой модели системы и относительно простого подоптимального управления.

OPTIMISATION OF LOAD FREQUENCY CONTROL IN POWER SYSTEMS

(SUMARY)

The dynamic optimisation of the frequencies and interchange control in a multimachine power system is developed. A central computer carries out the integrated optimal control on all stations, driving the turbinegovernor valve of each station, utilizing a quadratic performance index.

A simple representation of a three nodes system, two generator nodes and one load node, is proposed and a suboptimal control algorithm near the optimal control is developed.

The difficulties are established which appear in optimal control application even in the case of a simple system representation and a simple suboptimal control.

ELEMENTE ALE UNUI DISPOZITIV NUMERIC-ANALOGIC PENTRU REGLAREA AUTOMATĂ A TURAȚIEI *

DE

T. MUREȘAN, N. BUDIȘAN, T. HENTEA

Precizia sistemelor actuale de reglare automată a turației este condiționată atît de structura lor cît și de modul de prelucrare a mărimilor ce intervin în procesele de reglare.

Comparînd sistemele analogice de reglare a turației cu cele numerice se constată următoarele:

— sistemele analogice sînt mai simple, deci și mai economice, însă precizia lor este relativ scăzută datorită erorilor introduse de generatorul tahometric și de instabilitatea tensiunii de prescriere;

— sistemele numerice sînt mult mai complexe, deci mai costisitoare dar asigură o precizie ridicată datorită folosirii traductorului de turație numeric, mărimii de prescriere numerice de înaltă stabilitate (oscilator stabilizat cu cuarț) și comparării numerice a mărimii de prescriere cu mărimea reglată.

În această lucrare se prezintă un sistem de reglare numeric-analogic a turației care caută să îmbine simplitatea sistemelor analogice cu precizia ridicată caracteristică sistemelor numerice. Sistemul propus poate asigura o precizie a reglării turației superioară celei realizate de sistemele analogice cu tahogenerator și apropiată de aceea a sistemelor numerice. Complexitatea schemei de reglare numeric-analogică este substanțial mai mică decît a sistemelor de reglare numerică a turației.

Din schema bloc a sistemului numeric-analogic, prezentată în fig. 1 se observă că tahogeneratorul folosit la sistemele de reglare analogice a fost înlocuit cu un traductor numeric de turație (F) urmat de un convertor numeric-analogic CNA. În rest schema cuprinde aceleași elemente ca și un sistem de reglare analogic: blocul mărmiii de prescriere analogice (BMP); elementul de comparare (EC), regulatorul (R), elementul de execuție (EE) și obiectul reglat (OR). Precizia unui astfel de regulator este condiționată

---

* Lucrare comunicată la Sesiunea de comunicări științifice în domeniul calculatoarelor electronice și automaticii 31 mai—1 iunie 1968 I. P. Timișoara.

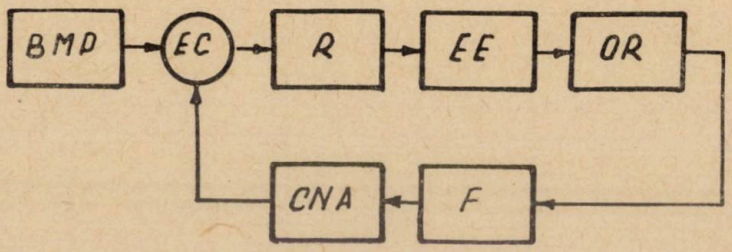


Fig. 1. Schema bloc a sistemului de reglare numeric-analogic a turaţiei.

de eroarea introdusă de convertorul numeric-analogic (*CNA*) şi de nestabilitatea sursei care alimentaează blocul mărimii de prescriere.

In continuare se prezintă schema bloc a unui traductor de turaţie numeric-analogic de mare precizie care asigură şi compensarea erorilor de reglare produse de instabilitatea sursei de alimentare a blocului tensiunii de prescriere. Funcţionarea traductorului poate fi urmărită în figurile 2 şi 3.

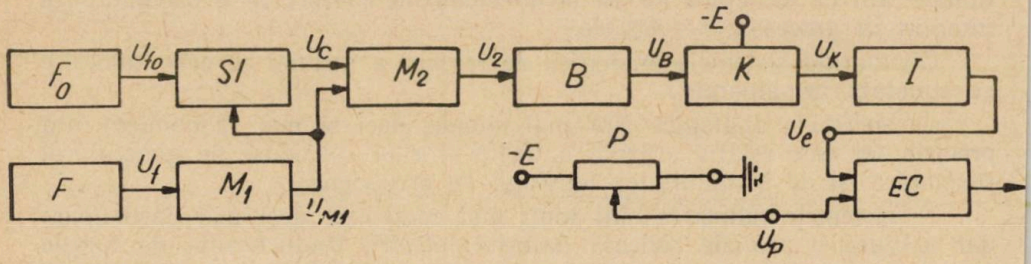


Fig. 2. Schema bloc a traductorului de turaţie.

Impulsurile U_f furnizate de traductorul de turaţie F se aplică monostabilului M_1 care condiţionează prin intermediul circuitului SI trecerea tensiunii U_{f0}, generate de un oscilator cu cuarţ (F_0), la intrarea monostabilului M_2. După limitare şi diferenţiere se obţin, din tensiunea alternativă U_{f0} impulsurile ascuţite pozitive U_c. Primul impuls pozitiv ajuns la intrarea monostabilului M_2 îl basculează. După un timp (t_2) monostabilul M_2 revine în poziţia stabilă dar după trecerea timpului de restabilire t_2' este rebasculat de proximul impuls (U_c) aplicat la intrarea lui. Readucerea lui M_2 în poziţia stabilă se forţează de către frontul de revenire al tensiunii U_{M1}, generate de monostabilul M_1 (frontul marcat cu săgeată). Fronturile marcate cu săgeţi ale tensiunii U_2, după diferenţiere, comandă basculareа bistabilului B care, la rîndul lui, comandă comutarea cheii cu tranzistor K. Tensiunea de ieşire U_e, proporţională cu turaţia, se obţine după integrarea de către circuitul I a tensiunii U_K. Valoarea medie a tensiunii la ieşirea cheii K are expresia (fig. 3):

$$U_m = -E\frac{t_u}{t_u + t_p}. \qquad (1)$$

Observînd că suma t_u+t_p reprezintă tocmai perioada T a impulsurilor obținute de la traductorul de turație, rezultă:

$$U_m=-\frac{Et_u i}{60}n; \qquad (2)$$

unde i este numărul de impulsuri furnizate de traductorul de turație la o rotație a arborelui motorului, iar n reprezintă turația motorului, în rotații pe minut. Precizia cu care se face traducerea turației în tensiune depinde de constanța mărimilor $-E$ și t_u din relația (2). Compensarea influenței pe care o are variația tensiunii $-E$ asupra preciziei reglării se obține prin alimentarea cu aceiași tensiune a potențiometrului P care asigură tensiunea de referință (fig. 2). În acest caz, la variația tensiunii $-E$, diferența dintre tensiunea U_e obținută prin integrarea tensiunii U_K și tensiunea de referință U_p rămîne constantă (se presupune $U_e=U_p$). Durata t_u a impulsurilor negative, obținute după cheia K, este riguros fixată de un număr întreg „k" de perioade ale tensiunii de frecvență constantă furnizată de generatorul stabilizat de cuarț F_0 (fig. 3). Numărul de perioade ale acestei

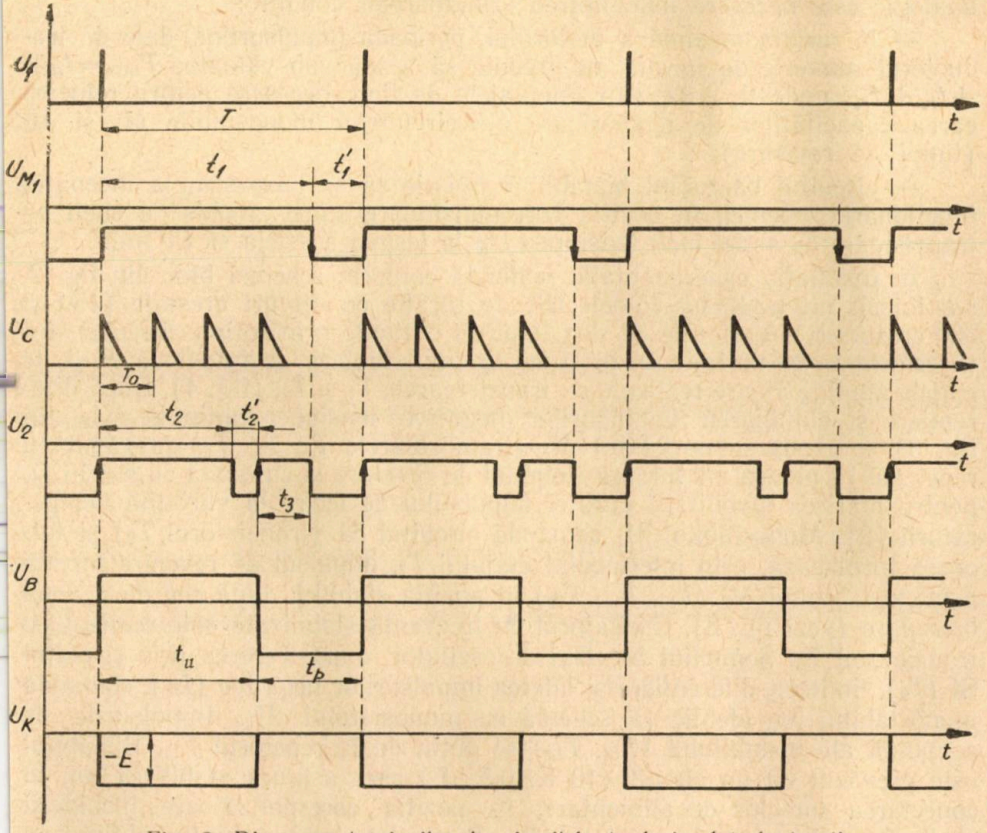


Fig. 3. Diagrama tensiunilor în circuitele traductorului de turație.

tensiuni, cuprins în intervalul de timp t_u, este determinat de durata t_2 în care monostabilul M_2 rămîne basculat (starea cvasistabilă). Intervalul de timp t_2 se poate stabiliza relativ simplu, cu o precizie $\Delta t_2 = 2\%$, la variaţii ale temperaturii de 30 °C. [2]. Pentru ca variaţiile intervalului t_2 să nu producă modificarea numărului de perioade, de durată T_0, cuprinse în intervalul t_u, este necesar să fie îndeplinită condiţia :

$$\frac{t_2 \cdot (\Delta t_2 \%)}{100} \leqslant \frac{T_0}{4}. \tag{3}$$

Înlocuind în relaţia (3) pe t_2 cu kT_0, obţinem numărul maxim de perioade ce pot fi cuprinse în intervalul t_2, în funcţie de variaţia procentuală a intervalului de timp :

$$K \leqslant \frac{100}{4 \cdot (\Delta t_2 \%)}. \tag{4}$$

Pentru funcţionarea corectă a schemei bloc a traductorului numeric-analogic este necesară îndeplinirea următoarelor condiţii :

— la turaţia maximă a motorului, perioada impulsurilor, date de traductorul numeric de turaţie, nu trebuie să scadă sub valoarea $T_{min} = t_u + t_{r_1} + t_{r_2}$, unde t_{r_1} şi t_{r_2} sînt intervalele de timp necesare pentru reîncărcarea capacităţilor de temporizare ale circuitelor monostabile M_1 şi M_2 (timpi de revenire);

— circuitul basculant bistabil B trebuie să se găsească, la începutul funcţionării schemei, în poziţia corespunzătoare stării „închis" a cheii cu tranzistoare K, astfel încît tensiunea U_K la ieşirea acesteia să fie nulă.

În instalaţia experimentală, realizată conform schemei bloc din fig. 2, s-a folosit un traductor fotoelectric de turaţie cu discuri crestate (150 şi 300 crestături). Variaţiile de flux luminos obţinute prin rotirea discului sînt transformate în variaţii de tensiune dreptunghiulare de fotodioda F şi de etajele amplificatoare realizate cu tranzistoarele T_1 şi T_2. (fig. 4). După diferenţiere şi eliminarea impulsurilor negative tensiunea obţinută (U_f din fig. 3) comandă monostabilul M_1 (tranzistoarele T_3, T_4, T_5) prevăzut cu repetorul T_4 pentru micşorarea timpului de revenire şi cu dioda cu siliciu D_2 pentru mărirea stabilităţii duratei impulsului de ieşire la variaţiile temperaturii [2]. Monostabilul M_1 comandă circuitul SI (tranzistorul T_9) şi totodată furnizează, prin intermediul etajului T_7, impulsul de revenire forţată a monostabilului M_2 (T_{10}, T_{11}, T_{12}) în poziţia stabilită după cea de a doua basculare (vezi fig. 3). Oscilatorul cu frecvenţă stabilizată este realizat cu tranzistorul T_8. Semnalul furnizat de oscilator, după trecerea prin circuitul SI (T_9), limitare, diferenţiere şi tăierea impulsurilor negative (D_3), comandă monostabilul M_2 identic ca schemă cu monostabilul M_1. Impulsurile de comandă ale bistabilului (T_{13}, T_{14}) se obţin de la repetorul T_{11}. Bistabilul este prevăzut cu un circuit (10 K, 0,5 μF) care asigură stabilirea lui, la conectarea surselor de alimentare, în poziţia corespunzătoare închiderii cheii K realizate cu tranzistorul T_{15}. Semnalul dreptunghiular obţinut la

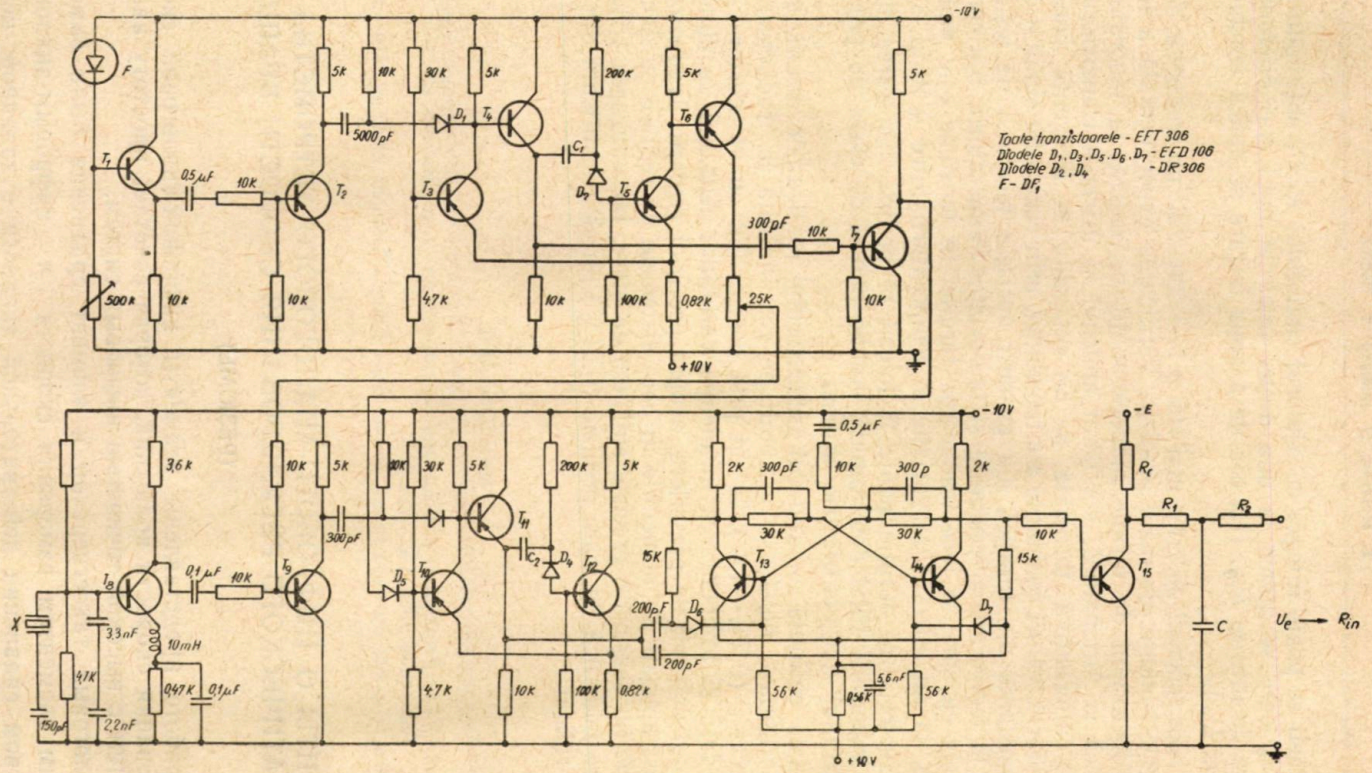


Fig. 4. Schema traductorului de turație.

ieşirea cheii se poate integra cu ajutorul circuitului R_1 C_1 obţinîndu-se tensiunea U_e care se aplică la una dintre intrările unui etaj diferenţial cu rezistenţa de intrare R_{in}. (La cea de a doua intrare se aplică tensiunea de prescriere U_p).

Pe baza schemei descrise mai sus a fost construit un traductor de turaţie numeric-analogic de mare precizie. Verificarea experimentală a funcţionării traductorului de turaţie numeric-analogic, realizat la laboratorul de Electronică şi Automatică, s-a făcut aplicînd la intrarea tranzistorului T_2 tensiunea alternativă furnizată de un generator de frecvenţă constantă. Pentru diferite valori constante ale frecvenţei, prin care s-au simulat diferite valori constante ale turaţiei, s-a urmărit variaţia tensiunii de ieşire U_e, în timp, la temperatură constantă şi la variaţia temperaturii. S-a constatat că precizia cu care se face traducerea turaţiei în tensiune este mai bună de 0,05% la un interval de variaţie al temperaturii între +10 şi +40 °C.

Traductorul de turaţie poate fi folosit şi pentru măsurarea turaţiei, precizia măsurării fiind determinată practic numai de clasa de precizie a instrumentului magnetoelectric utilizat.

Precizia obţinută cu ajutorul traductorului realizat de autori, după o schemă originală, depăşeşte cu mult pe cea întîlnită la traductoarele cu tahogenerator (0,5%—1%), la un preţ comparabil cu al acestora, asigurînd totodată şi compensarea influienţei variaţiilor tensiunii de alimentare ale blocului mărimii de prescriere, asupra preciziei reglării. Traductorul îşi poate găsi aplicaţii în domeniile în care sistemele de reglare cu generator tahometric nu asigură o precizie suficient de mare, iar utilizarea sistemelor de reglare numerică de mare precizie (0,01%) nu este justificată din cauza costului ridicat.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Damsker, *Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice*. Editura Academiei 1964, pg. 398—414.
2. I. Felea, *Circuite cu tranzistoare în industrie*. Editura Tehnică 1964, pg. 170—189.

ЭЛЕМЕНТЫ О ЦИФРОВОГО-АНАЛОГОВОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

(РЕЗЮМЕ)

В работе представлены элементы цифровой-аналоговой системы регулирования скорости вращения, которая сочетает простоту аналоговых систем с высокой точностью цифровых систем.

Аналоговый тахоегнератор и элемент сравнения были заменены цифровым элементом измерения скорости и цифровым-аналоговым устройством сравнения действительной скорости с заданной, которые обеспечивают точность порядка 0,05% благодаря компенсации измене-

ния задающего напряжения. Измерительный элемент и устройство сравнения были реализованы и экспериментированы. В работе эти элементы вели себя вполне удовлитворительно.

ELEMENTS OF A DIGITAL-ANALOG DEVICE FOR NUMBER OF ROTATIONS AUTOMATIC CONTROL

(SUMMARY)

The paper presents elements of a digital-analog system for controlling the number of rotations. The simplicity of analog systems is combined with the high precision of digital systems.

The speed indicating generator and the comparison element had been replaced by a digital number of rotation transducer and a digital-analog comparison device, which ensure a precision of 0,05% and permit the compensation of the errors produced by the reference voltage variation. The transducer and the comparison device had been realised and experimented. Their work is completely satisfactory.

STUDIUL ANALITIC AL DECONECTĂRII UNEI LINII IN GOL IN REGIM SIMETRIC *

DE

V. NEGRU

Caracterul complex al calculului analitic al supratensiunilor ce apar la deconectarea liniilor în gol, a determinat o largă răspîndire a metodelor experimentale de studiu (pe modele sau direct în rețea), în defavoarea celor analitice. Multitudinea datelor experimentale existente, nu permite însă evidențierea influenței unor parametri ai schemei asupra dezvoltării procesului tranzitoriu, evidențiere pe care o tratare analitică a fenomenului ar putea s-o precizeze.

Dintre posibilitățile de rezolvare analitică, metoda undelor călătoare este cea mai răspîndită ; prima variantă a acestei metode, aceea a reflexiilor succesive, elaborată de Bewley [1] permite determinarea separată a fiecărei unde, iar a doua, aceea a caracteristicii [2], conduce la determinarea globală a undelor de tensiune și curent. Din punct de vedere matematic ambele variante pot folosi metoda clasică sau operațională, alegerea uneia sau a alteia dintre metode fiind determinată în primul rînd de posibilitatea de reducere a volumului calculelor. Ținînd seama de acest considerent, se va folosi în continuare metoda reflexiilor succesive.

Evident că în sistemele trifazate, respectiv monofazate, procesul tranzitoriu se dezvoltă în mod diferit, modul de punere la pămînt al neutrului avînd o influență hotărîtoare din acest punct de vedere. În sistemele cu neutrul pus efectiv la pămînt, la care ne vom referi, procesul tranzitoriu este identic în toate fazele și sub acest aspect apare suficientă analizarea unei singure faze. În afară de aceasta, din punctul de vedere al evidențierii influenței unor parametri ai schemei (lungimea liniei deconectate, puterea sursei, caracterul sinusoidal al tensiunii sursei) asupra valorii supratensiunilor, schema monofazată oferă posibilitatea unor generalizări, simplificînd totodată în mod substanțial calculele.

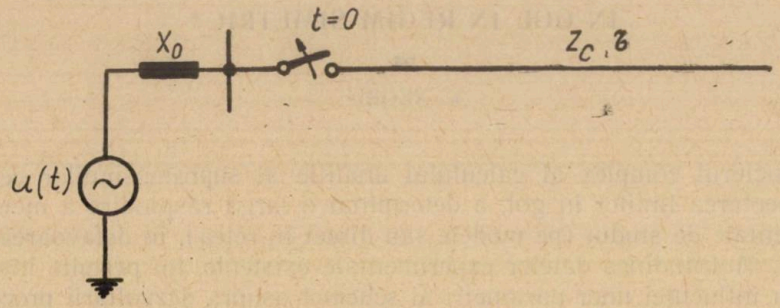
---

* Lucrare comunicată la cea de a XIII-a sesiune de comunicări științifice a cadrelor didactice din I.P.T. din 10—12 mai 1968.

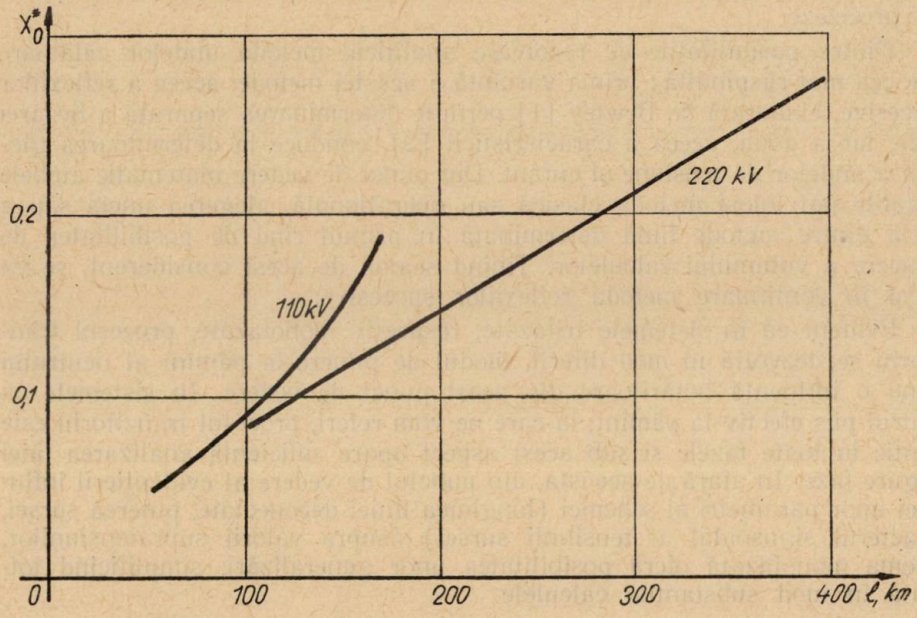
METODA DE STUDIU

Ţinînd seama de precizările anterioare şi considerînd puterea sistemului infinită, schema echivalentă de calcul este cea din fig. 1 *a*, unde X_0 reprezintă reactanţa de dispersie a transformatorului, limitele de variaţie ale căreia [3] sînt reprezentate în fig. 1 *b*.

Calculul se va efectua neglijînd conductanţa liniei, iar pentru simplificare rezistenţa activă a acesteia $R = R_0 l$, o considerăm concentrată la începutul ei [4]. Vom presupune de asemenea că stingerea arcului electric în



a)



b)

Fig. 1. *a*. Schema echivalentă de calcul. *b* Dependenţa reactanţei de dispersie a transformatorului de lungimea liniei.

întrerupător are loc în momentul în care tensiunea sursei obține valoarea maximă negativă, iar reaprinderea peste o jumătate de perioadă a tensiunii de frecvență industrială.

După separarea electrică a liniei de sursa de tensiune, apare un proces tranzitoriu de frecvență ridicată, care duce la egalizarea tensiunii în lungul liniei. După amortizarea acestui proces tranzitoriu pe linie se stabilește o tensiune :

$$U_{rem}=\frac{1}{l}\int_0^l U_x\cdot dx=\frac{1}{l}\int_0^l U_0\,\frac{Z_c\cos\omega(\tau-x/c)}{Z_c\cos\omega\tau-X_0\sin\omega\tau}\,dx. \tag{1}$$

După integrare expresia tensiunii remanente pe linie devine :

$$U_{rem}=\frac{U_0}{\omega\tau(\operatorname{ctg}\omega\tau-X_0^*)}, \tag{2}$$

iar tensiunea de restabilire la contactele întrerupătorului va avea expresia :

$$u_r(t)=U_{rem}+U_0\cos\omega t. \tag{3}$$

Avînd în vedere că în unități relative undele de tensiune și curent au expresii identice ($U^*=U/U_0=IZ_c/U_0=I/I_b=I^*$), adoptînd o notație unică pentru amîndouă, ecuația diferențială în formă operațională a undei incidente, care apare în momentul reaprinderii arcului electric, va fi :

$$V_0^*(p)=\left(\frac{V_{rem}^*}{p}+\frac{p}{p^2+\omega^2}\right)\frac{1}{pT+\delta}, \tag{4}$$

unde :

$T = L_0/Z_c$ este constanta de timp a fenomenului, iar
$\delta = 1+R/Z_c$.

Prin reflexii succesive de reactanța sursei, apar noi unde de tensiune și curent în momentele de timp $t=2k\tau$, a căror ecuații diferențiale vor fi :

$$\left.\begin{aligned}
V_1^*(p)&=\left(\frac{V_{rem}^*}{p}+\frac{p}{p^2+\omega^2}\right)\frac{1}{pT+\delta}\beta(p),\\
V_2^*(p)&=\left(\frac{V_{rem}^*}{p}+\frac{p}{p^2+\omega^2}\right)\frac{1}{pT+\delta}\beta^2(p),\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
V_k^*(p)&=\left(\frac{V_{rem}^*}{p}+\frac{p}{p^2+\omega^2}\right)\frac{1}{pT+\delta}\beta^k(p),
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

în care, înlocuind coeficientul de reflexie la începutul liniei cu valoarea sa :

$$\beta(p)=1-\frac{2}{pT+\delta}, \tag{6}$$

ecuația generală a undelor ce se formează la începutul liniei poate fi scrisă în următoarea formă :

$$V_k^*(p)=\left(\frac{V_{rem}^*}{p}+\frac{p}{p^2+\omega^2}\right)\left(1-\frac{2}{pT+\delta}\right)^k\frac{1}{pT+\delta},\quad k=0,\ 1,\ 2\ldots \tag{7}$$

Ecuația (7) poate fi scrisă sub forma unei relații de recurență între undele de ordinul k și $k-1$:

$$V_k^*(p)=V_{k-1}^*(p)-\frac{2}{pT+\delta}V_{k-1}^*(p), \quad k=1, 2... \tag{8}$$

ceea ce permite determinarea originalului cu ajutorul unei relații similare de recurență :

$$v_k^*(t)=v_{k-1}^*(t)-\frac{2}{T}e^{-\delta\frac{t}{T}}\int_0^t v_{k-1}^*(\theta)\cdot e^{\frac{\theta}{T}}\cdot d\theta, \quad k=1, 2,... \tag{9}$$

cu condiția să fie cunoscut originalul undei incidente. La rîndul său acesta poate fi calculat din relația :

$$v_0^*(t)=\frac{e^{-\delta\frac{t}{T}}}{T}\int_0^t(V_{rem}^*+\cos\omega\theta)\cdot e^{\frac{\theta}{T}}d\theta. \tag{10}$$

Ținînd seama de forma ecuației caracteristice a ecuațiilor operaționale (7), rezultă că soluția acestora va conține în mod obligatoriu trei componente : o componentă constantă, corespunzătoare rădăcinii ecuației caracteristice $p_1=0$, o componentă periodică de frecvență egală cu frecvența sursei și o componentă tranzitorie corespunzătoare celor $(k+1)$ rădăcini multiple ale ecuației caracteristice, astfel încît undele de tensiune sau curent de ordinul k vor putea fi scrise sub următoarea formă generală :

$$v_k^*(t)=(-1)^k\left[V_{rem}^*+V_{max}^*\sin(\omega r-\theta_k)-e^{-\delta\frac{t}{T}}\sum_{i=0}^{k}V_i^*\cdot t^i\right]. \tag{11}$$

Prin suprapunerea acestor unde, cu întîrzierea corespunzătoare, peste tensiunea remanentă a liniei, se obțin valorile tensiunilor la extremitățile acesteia și valoarea curentului în întrerupător. Avînd în vedere faptul că desfășurarea procesului tranzitoriu interesează în limitele intervalului de timp în care supratensiunea obține valoarea maximă, interval care nu depășește durata unui sfert de perioadă a tensiunii de frecvență industrială, pentru valorile practic posibile ale parametrilor liniei deconectate e suficientă luarea în considerare, în afara undei incidente, numai a primelor două unde reflectate. Expresiile analitice ale acestor unde sînt următoarele :

$$\left.\begin{aligned}
\delta v_0^*(t)&=V_{rem}^*+V_{max}^*\sin(\omega t-\theta_0)-V_0^*\cdot e^{-\delta\frac{t}{T}},\\
\delta v_1^*(t)&=-\left(\frac{2}{\delta}-1\right)V_{rem}^*-V_{max}^*\sin(\omega t-\theta_1)+(V_{11}^*+V_{12}^*t)\,e^{-\delta\frac{t}{T}},\\
\delta v_2^*(t)&=\left(\frac{2}{\delta}-1\right)V_{rem}^*+V_{max}^*\sin(\omega t-\theta_2)-(V_{21}^*-V_{22}^*t+V_{23}^*t^2)\,e^{-\delta\frac{t}{T}},
\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

unde :

$$\left.\begin{aligned} V^*_{max} &= \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2+\omega^2T^2}}, \quad \operatorname{tg}\theta_k = -\frac{\varphi_k(\delta/T)}{\psi_k(\delta/T)}, \\ \varphi_k(\delta/T) &= \sum_{n=0}^{k}(-1)^n \cdot C^{2n}_{2k+1} \cdot \omega^{2n} \cdot \left(\frac{\delta}{T}\right)^{(2k+1)-2n}, \\ \psi_k(\delta/T) &= \sum_{n=0}^{k}(-1)^n \cdot C^{2n}_{2k+1} \cdot \left(\frac{\delta}{T}\right)^{2n} \cdot \omega^{(2k+1)-2n} \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

$$\left.\begin{aligned} &V^*_0 = V^*_{rem} + V^{*2}_{max}, \quad V^*_{12} = \frac{2}{T}V^*_0, \\ &V^*_{11} = \left(\frac{2}{\delta}-1\right)V^*_{rem} + \frac{\varphi_1(\delta/T)}{(\delta/T)^3}V^{*4}_{max}, \quad V^*_{22} = \frac{8\omega^2}{(\delta/T)}V^{*4}_{max} + \frac{4}{T}\left(1-\frac{1}{\delta}\right)V^*_{rem}, \\ &V^*_{21} = \left(\frac{2}{\delta}-1\right)V^*_{rem} + \frac{\varphi_2(\delta/T)}{(\delta/T)^5}V^{*6}_{max}, \quad V^*_{23} = \frac{2}{T^2}V^*_0. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

În aceste relații C^{2n}_{2k+1} sînt coeficienții binomiali ai lui Newton. În cazul în care se neglijează pierderile active în linie în relațiile (12), (13) și (14) se face $\delta = 1$.

REZULTATELE CALCULELOR ȘI CONCLUZII

În fig. 2 sînt reprezentate curbele de variație în timp ale tensiunilor u^*_I și u^*_{II} la începutul și sfîrșitul liniei și a curentului i^*_I în întrerupător, pentru $l = 300$ km și $X^*_0 = 0{,}20$, cu luarea în considerare a rezistenței active a liniei ($R_0 = 0{,}04\ \Omega$/km), respectiv cu neglijarea ei. Ordinul de multiplicitate al supratensiunilor este mai mic cu 3—6% în cazul luării în considerare a pierderilor ; acestea însă nu influențează asupra momentului în care apare valoarea de vîrf a supratensiunii.

Asemenea calcule, fără luarea în considerare a pierderilor, s-au efectuat pentru lungimi ale liniei cuprinse între 100 și 400 km și pentru valori ale reactanței de dispersie variind de la 0,1 la 0,4 u.r. Pe baza acestor calcule s-au construit graficele din fig. 3 a căror analiză conduce la următoarele concluzii :

1. Prin modificarea parametrilor schemei în limitele amintite, valorile maxime ale supratensiunilor se micșorează la începutul liniei de la 2,8 U_f la 2,2 U_f și cresc la sfîrșitul ei de la 3,1 U_f la 3,4 U_f, o dată cu creșterea lungimii liniei ; modificările sînt mai evidente pentru valorile mai mari ale reactanței de dispersie a transformatorului.

2. Ordinul de multiplicitate al supratensiunilor crește la începutul liniei și se micșorează la sfîrșitul acesteia între limitele mai sus amintite, o dată

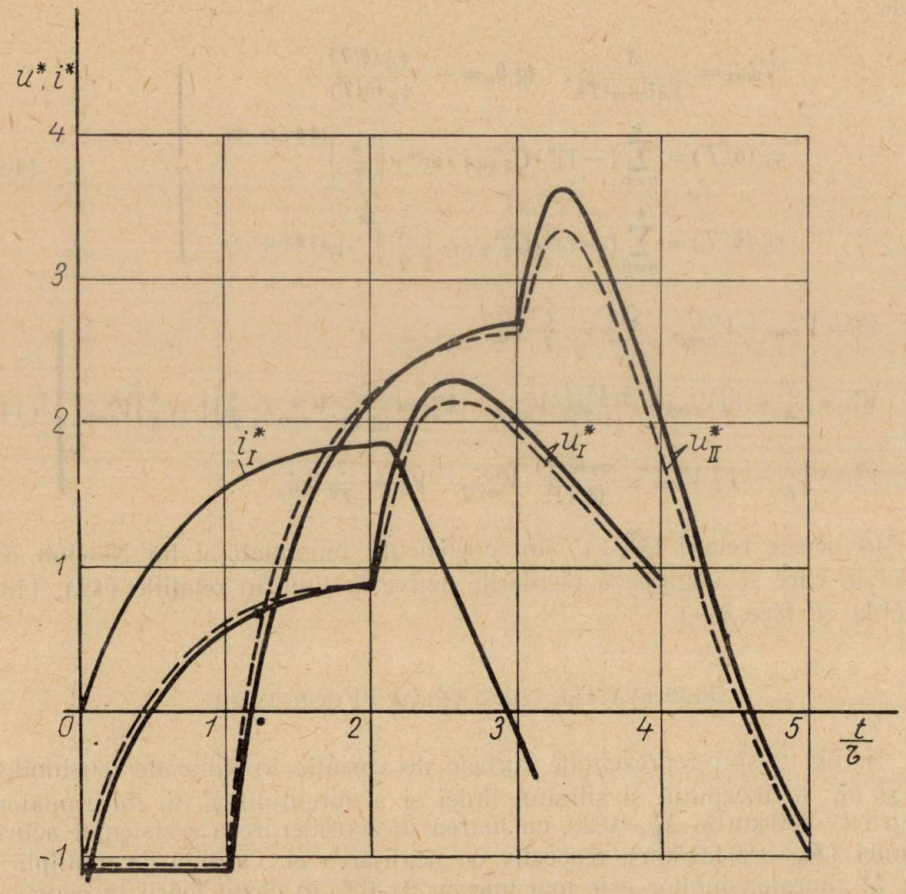
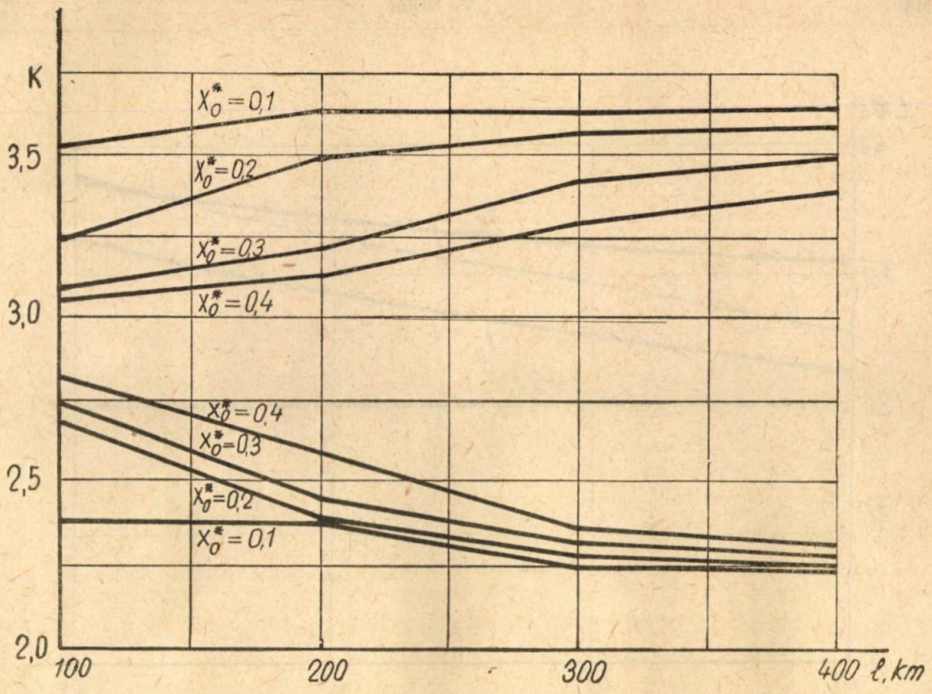


Fig. 2. Variația în timp a tensiunilor u_I^* și u_{II}^* și a curentului i_I^* în întrerupător, pentru l=300 km și X_0^*=0,2.

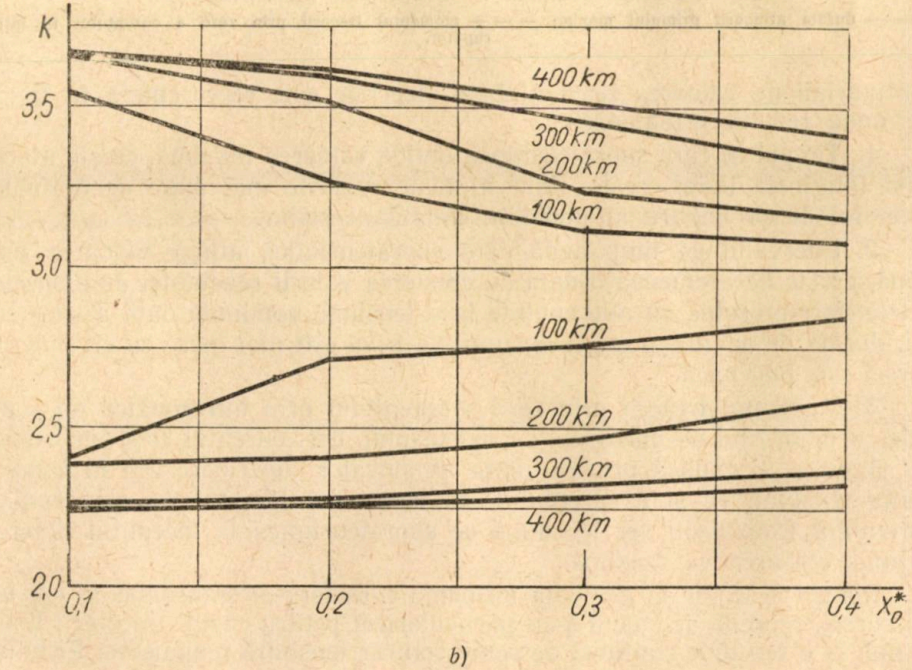
——— fără considerarea pierderilor; — — — cu considerarea pierderilor.

cu creșterea valorii reactanței de dispersie, respectiv cu micșorarea puterii transformatorului.

Din punctul de vedere al nivelului de izolație al liniei, importanță deosebită prezintă durata acțiunii supratensiunilor asupra izolației; o măsură a acestei durate o reprezintă intervalul de timp în care supratensiunea atinge valoarea sa maximă. De asemenea, din punctul de vedere al desfășurării procesului tranzitoriu, momentul trecerii prin zero a curentului în întrerupător prezintă un interes deosebit, întrucît în acest moment este posibilă ruperea arcului electric între contactele întrerupătorului. Dependența aces-



a)



b)

Fig. 3. *a*. Dependența valorilor maxime ale supratensiunilor de lungimea liniei deconectate. *b*. Dependența valorilor maxime ale supratensiunilor de valoarea reactanței de dispersie.

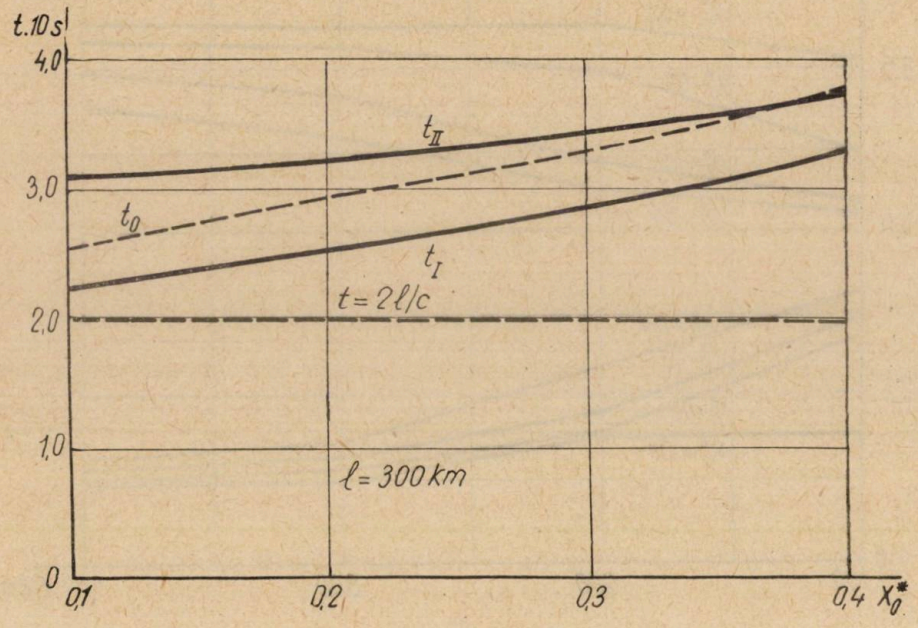


Fig. 4. Durata de acțiune a supratensiunii asupra izolației :
——— durata atingerii primului maxim; — — — momentul trecerii prin zero a curentului în întrerupător.

tor mărimi de valoarea reactanței de dispersie este reprezentată în fig. 4 de unde rezultă următoarele :

1. Timpul în care supratensiunea obține valoarea maximă, crește atunci cînd lungimea liniei crește, fiind în toate cazurile mai mare decît dublul timpului de propagare al undei în lungul acesteia.

2. Intervalul de timp după care supratensiunea atinge valoarea maximă, crește de asemenea o dată cu creșterea valorii reactanței de dispersie a transformatorului, cu alte cuvinte la o tensiune nominală dată a sistemului, durata de acțiune a supratensiunii va fi cu atît mai mare cu cît puterea sursei este mai mică.

3. Momentul trecerii prin zero a curentului prin întrerupător nu coincide cu momentul de maxim al supratensiunii, deși curentul este pur capactiv. Aceasta se explică prin prezența armonicilor superioare atît în componența tensiunii cît și a curentului. În toate cazurile trecerea prin zero a curentului tranzitoriu are loc după ce supratensiunea la începutul liniei a obținut valoarea sa maximă.

Pentru a scoate în evidență influența caracterului sinusoidal al tensiunii sursei, relațiile de calcul s-au particularizat pentru cazul conectării liniei în gol, la o tensiune continuă de semn contrar tensiunii remanente. Rezulta-

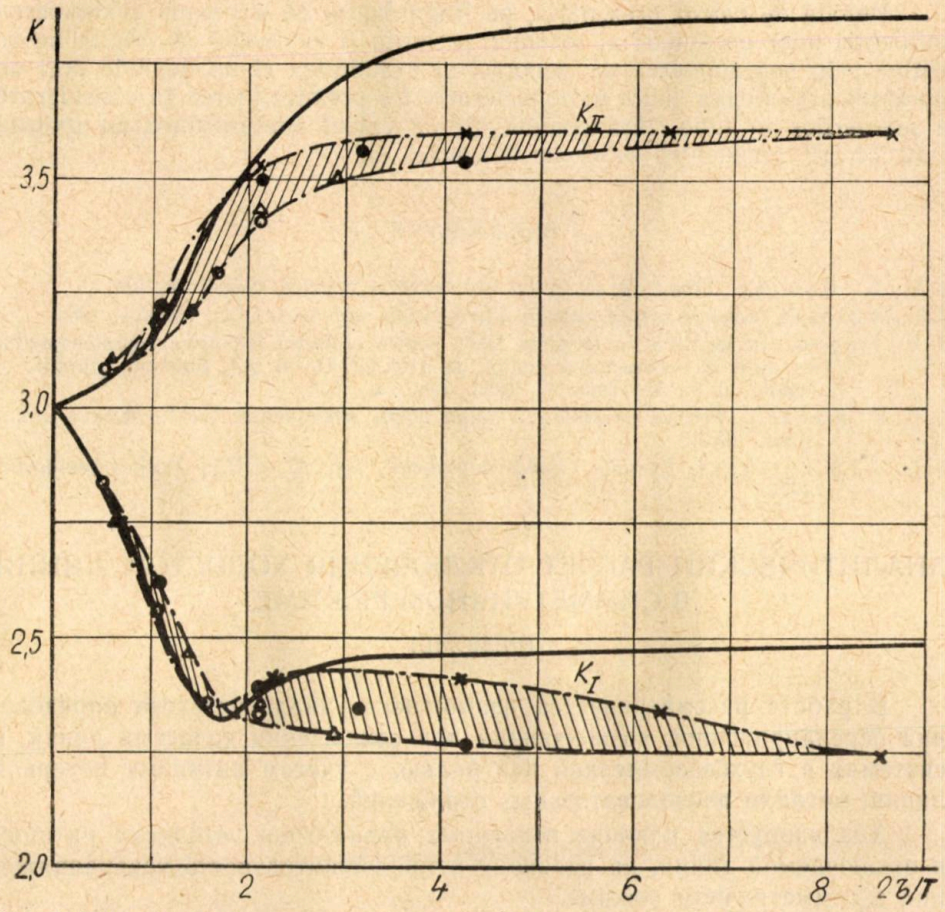


Fig. 5. Influența caracterului sinusoidal al tensiunii sursei asupra valorii supratensiunilor: ——— tensiune continuă; — — — tensiune alternativă $x-X_0^*=0{,}1$; ● — $X_0^*=0{,}2$; △ — $X_0^*=0{,}3$; ○ — $X_0^*=0{,}4$).

tele comparative sînt prezentate în fig. 5, de unde rezultă că variația sinusoidală a tensiunii sursei introduce modificări esențiale care trebuiesc luate în considerare de la o valoare $2\tau/T>1{,}65$ ($t_0=1{,}65\ T$, reprezintă momentul trecerii prin zero a curentului în întrerupător [5]). Cazul $2\tau/T\ll1{,}65$, corespunde unor linii scurte și unor valori mici ale reactanței de dispersie a transformatorului, cînd linia poate fi înlocuită cu o schemă echivalentă cu inductivitate mică și deci tensiunile la începutul și sfîrșitul liniei sînt practic egale între ele și tind către o limită comună egală cu 3 U_f.

*

* *

Metoda de calcul prezentată, pe lîngă faptul că a permis evidențierea influenței unor parametri ai schemei, prezintă și avantajul că soluția nu se obține prin suprapunerea de armonici și exactitatea ei nu depinde deci de numărul armonicilor luate în considerare. Ea permite luarea în considerare a pierderilor în linie, fără complicații de calcul suplimentare, în ipoteza concentrării rezistenței liniei la începutul ei.

BIBLIOGRAFIE

1. L. W. Bewley, *Traveling waves on transmission systems*, New-York, 1951.
2. L. Kollatt, *Cislenîe metodî reşenia diferenţialnîh uravnenii I.I.L.*, Moskva, 1953.
3. V. Negru, In legătură cu folosirea DRV pentru protecția împotriva supratensiunilor ce apar la deconectarea liniilor de 110—220 kV în gol, Buletinul științific și tehnic al I.P.T., Tom. 11 (25), fasc. 2, 1966.
4. I. R. Karaev, *Perehodnîe proţesî v liniah bolşoi protiajonosti*, G.E.I., Moskva-Leningrad, 1963.
5. L. I. Sirotinski, *Tehnika vîsokih napriajenii*, tom III, G.E.I., Moskva-Leningrad, 1959.

АНАЛИТИЧЕСКИИ РАСЧЕТ ОТКЛЮЧЕНИЯ ХОЛОСТОЙ ЛИНИИ В СИММЕТРИЧНОМ РЕЖИМЕ

(РЕЗЮМЕ)

В работе рассматривается возможность аналитического определения перенапряжений, возникающих при отключении холостых линий, в системах с глухозаземленной нейтралью, с учётом активных потерь в линии, методом последовательных отражений.

Анализируется влияние некоторых параметров источника питания и отключаемой линии, на величину и продолжительность перенапряжений в симметричном режиме.

ANALYTISCHE UNTERSUCHUNG DER ABSCHALTUNG IM LEERLAUF EINER LINIE IN SYMMETRISCHEN BETRIEB

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Arbeit zeigt man eine analytische Bestimmungsmöglichkeit der Überspannungen welche bei der Abschaltung im Leerlauf von Linien mit effektiv geerdeten Null auftreten, wobei man auch, mittels der Methode der **succesiven Wiederspiegelung**, die aktiven Verluste der Transportleitung in Betracht zieht.

Man analysiert den Einfluss einiger Parameter der Energiequelle und der Leitung, auch die Amplitüde und Dauer der Überspannungen im symmetrischen Betrieb.

INSTALAȚIE PENTRU VERIFICAREA PROGRAMATĂ A CUNOȘTINȚELOR *

DE

A. SOCENEANȚU

Descoperirea de către N. Wienner a legăturii de reacție (feedback) a influențat numeroase domenii ale activității umane, printre care și procesul de învățare.

Folosirea conștientă a legăturii de reacție a dus la fundamentarea a două metode de învățare programată : metoda de programare liniară și cea de programare ramificată.

Caracteristic pentru ambele metode este faptul că materia ce urmează a fi predată trebuie descompusă în cantități de informație elementară, înlănțuită logic, gradul de dificultate la trecerea de la o informație la următoarea fiind mic. Fiecare informație ce se dă subiectului, se verifică dacă a fost înțeleasă corect sau nu, aceasta constituind tocmai legătura de reacție. Verificarea se face punînd întrebări sau probleme în legătură cu informația dată, iar răspunsul dat de subiect se compară cu cel corect. Comparația se face chiar de către subiect, dacă acesta folosește o carte care e scrisă corespunzător modului de învățare programat, sau de către o mașină de învățat.

Bibliografiile de specialitate arată că procesul de învățare după aceste metode duce la însușirea temeinică și de durată a materiei. Astfel se poate explica faptul că în 1963 în S.U.A. peste 2 milione de elevi și studenți s-au pregătit folosind învățarea programată.

In cadrul disciplinei de Măsuri electrice, ne-a preocupat aspectul invers și anume verificarea cunoștințelor. Motivul care ne-a determinat este faptul că într-o ședință de lucrări, nu pot fi ascultați toți studenții ci se fac sondaje, în urma cărora se întîmplă ca studenții mai puțin pregătiți să participe la realizarea lucrării fără a fi notați. Lucrările fiind conduse de 4—5 asistenți, notarea studenților poate să nu fie unitară în ceea ce privește aprecierea cunoștințelor. In fine un ultim motiv ; în decursul unui an școlar în laborator se fac în medie 25 de lucrări, cca 300 de studenți, deci re-

---

* Lucrarea a fost prezentată în 1967 mai, la sesiunea de comunicări științifice, Facultatea electrotehnică, Institutul Politehnic Timișoara.

zultă că aceeași lucrare trebuie întrebată de 300 de ori. Aceasta e o muncă care poate fi automatizată.

Instalația realizată în cadrul laboratorului a fost concepută astfel încît să permită verificarea cunoștințelor cît mai rapid, la un număr cît mai mare de studenți.

Condițiile ce s-au impus sînt:

— Studentul să răspundă la 8 întrebări, răspunsurile fiind introduse simultan în mașină.

— Fiecărei întrebări să i se poate atribui un număr de puncte 1, 2, 3, sau chiar 4 la întrebările mai grele. Dacă răspunde corect, se dă numărul de puncte atribuite întrebării, dacă nu răspunde nu se dau punctele.

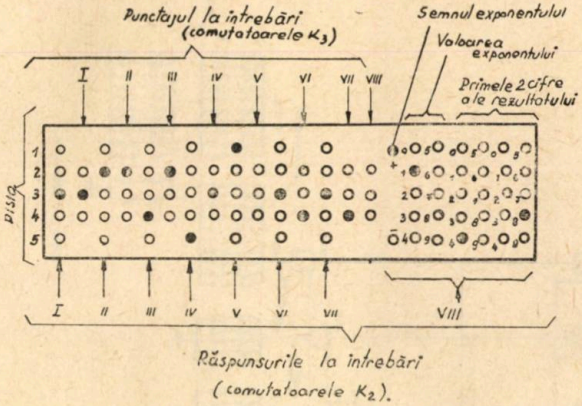
Numărul total de puncte realizate răspunzînd la cele 8 întrebări să fie acumulate într-un numărător și rezultatul să fie afișat sub formă de cifre în sistemul zecimal.

— Să se proiecteze pe un ecran răspunsurile corecte și să se indice printr-un bec la care întrebare nu s-a răspuns corect.

— Intrebarea a 8-a să fie o problemă de dimensionare, răspunsul dat de student fiind o cifră cu două zecimale cuprinse între (01.10^{-9}) (99.10^{+9}).

Instalația realizată are două părți distincte: una electronică care analizează pe rînd răspunsurile date de studenți cu cele corecte notate pe o bandă program, care afișează numărul de puncte realizat și indică la care întrebare s-a greșit, și a doua parte electromecanică care asigură deplasarea sincronă înainte și înapoi a benzii program cu filmul ce proiectează răspunsurile corecte și oprirea automată exact sub capetele de citire.

Fiecare student care se prezintă la laborator pentru a efectua lucrarea primește pe o foaie bătută la mașină o listă de 8 întrebări din cadrul lucrării, în dreptul fiecărei întrebări, fiind scrise 5 răspunsuri posibile, dintre care unul este cel adevărat. Pe lîngă listele cu întrebări, fiecare student mai primește o placă de stiplex, care are cîte 5 găuri pentru fiecare întrebare. Placa se folosește pentru pregătirea răspunsurilor în felul următor: dacă la prima întrebare, se consideră a fi corect cel de al treilea răspuns, atunci se introduce un știft în a 3-a gaură din cele 5 ce corespund primei întrebări. In mod similar se răspunde și la celelalte întrebări. Placa cu răspunsuri astfel pregătită este introdusă în mașină, și prin intermediul știfturilor se închid contactele K_1. In interiorul mașinii există o bandă program în care sînt memorate răspunsurile corecte. Pentru fiecare listă de întrebări corespunde o porțiune din bandă, această avînd 5 piste. Pentru fiecare întrebare corespunde un rînd. Dacă de exemplu la prima întrebare răspunsul al 3-lea dat studentului este cel corect atunci pe primul rînd al benzii program se află o gaură pe pista a 3-a. Fiecare gaură a benzii program, în momentul citirii permite închiderea unui contact K_2. Dacă răspunsul dat de student este corect atunci contactele K_1 și K_2 sînt conectate în serie (formează un circuit logic) închizînd un circuit. Dacă răspunsul dat nu e corect, circuitul nu se închide. Dacă circuitul e închis, se stabilește un potențial care permite schemei electronice să atribuie punctele programate pentru întrebarea respectivă, iar dacă circuitul este deschis potențialul stabilit blochează funcționarea și punctele nu se atribuie.



Întrebarea	Răspunsul corect este pe pista	Numărul de puncte.
1	3	2
2	2	1
3	4	1
4	5	2
5	1	4
6	3	3
7	3	3
8	$10^{1}.48=480$	4

Total 20 puncte → Nota 10.

Fig. 1.

În fig. 1 se vede o porțiune din bandă program corespunzătoare unei liste de întrebări. Printr-un cerc negru s-a reprezentat o gaură din bandă. După fiecare linie corespunzătoare răspunsurilor posibile la o întrebare, urmează o linie în care se înscrie punctajul pentru întrebarea respectivă. Dacă nu e făcută nici o gaură, se atribuie 4 puncte. Contactele stabilite în linia corespunzătoare punctelor sînt reprezentate în fig. 2 prin K_3.

În figura 2 se prezintă schema electronică bloc ce realizează condițiile impuse. În continuare se vor descrie principalele părți ale schemei electronice.

Multivibratorul MV_2 și MV_1 sînt sincronizate, primul avînd o frecvență de 1 KHz, al 2-lea de 10 KHz. Impulsurile date de MV_2 sînt numărate în permanență de numărătorul modulo 8 format din T_1 T_2 și T_3, iar prin intermediul matricei de decodificare e selectată una din ieșirile G_0 ... G_7. Aceste impulsuri se folosesc pentru cercetarea pe rînd a șinelor R_0 ... R_7 la care se stabilesc potențial „0" dacă la întrebare s-a dat răspunsul corect, și potențialul scăzut dacă răspunsul dat e greșit. Pentru a putea da diferite puncte la întrebări, se folosește univibratorul U_1, care prin intermediul circuitelor Si_{19} ... Si_{26} și a circuitelor Sau_2 ... Sau_{19} introduce în numărătorul modulo 4 format din T_4 și T_5 complementul față de 4 a numărului de puncte ce dorim să le atribuim răspunsului.

Funcționarea schemei este următoarea:

În momentul apăsării pe butonul B_1 primul impuls ce sosește de la șina G_0 la timpul t_0° aduce trigherul T_{p1} în starea 1 iar acesta la rîndul său aduce în starea 1 trigherul T_{p2}. Prin intermediul circuitului Si_{18}, T_{p2} fiind în starea 1, permite ca impulsul furnizat de MV_2 să aducă în starea 1 trigherul T_{p3} care comandă circuitul Si_1. Toate aceste schimbări se produc la timpul t_0° (fig. 3).

Presupunînd că s-a răspuns corect la prima întrebare, t_0—t_4 circuitul Si_2 este comandat și el permite ca impulsul produs de U_1 să introducă la momentul t_1°, prin Si_{19}, Sau_2, Sau_3, Sau_{18}, Sau_{19}, complementul punctajului

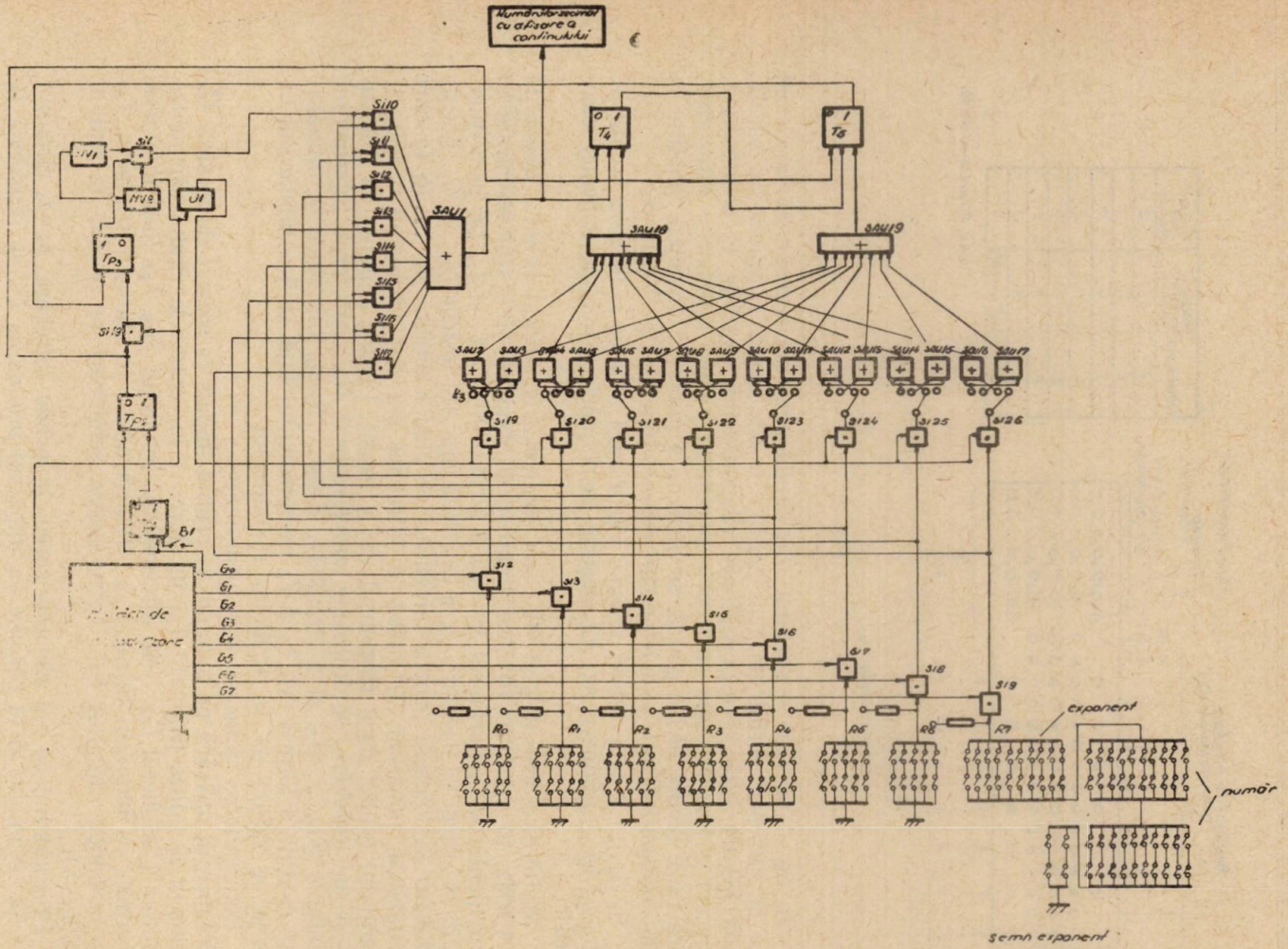


Fig. 2.

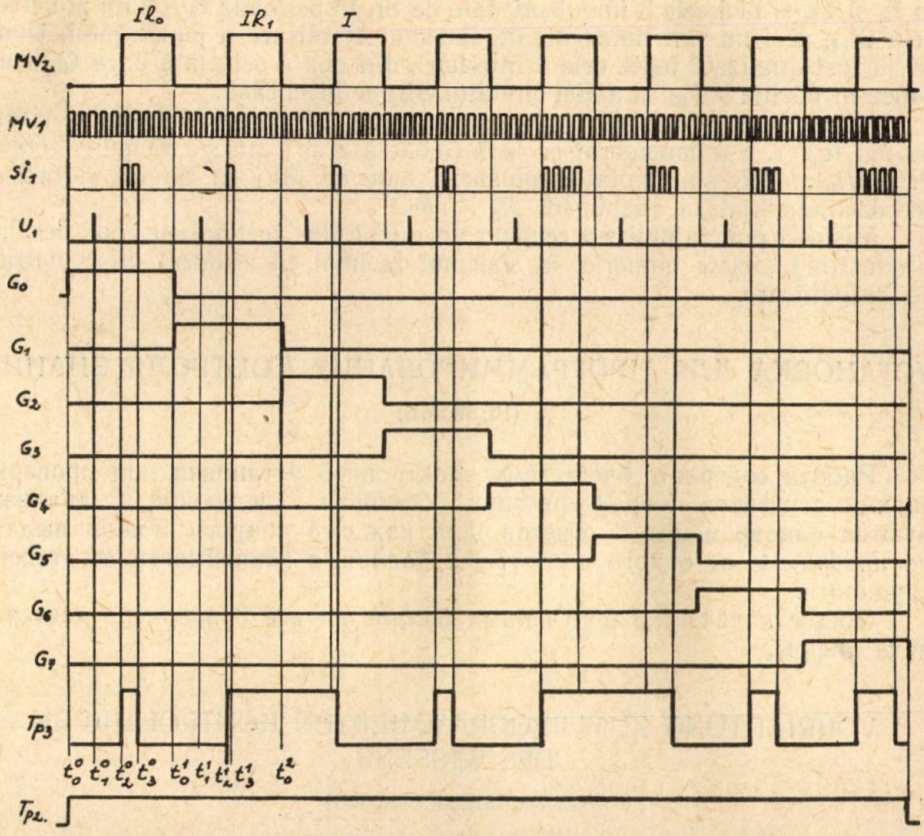


Fig. 3.

pentru prima întrebare, în următorul T_4 T_5. Dacă s-a atribuit un punct pentru aceasta întrebare, atunci U_1 va înscrie cifra 3 în numărătorul T_4 T_5, adică ambele trighere se aduc în starea 1.

În momentul t_2^0 cînd MV_2 produce un impuls, prin Si_{18} e basculat T_{p3}, iar impulsurile furnizate de MV_1 pot acum să treacă prin Si_1, ajungînd la circuitele $Si_{10} \ldots Si_{17}$, dintre care doar Si_{10} permite impulsului să treacă spre numărător prin circuitul Sau_1.

Deoarece în T_4 T_5 a fost înscrisă cifra 3, primul impuls sosit pune de 0 ambele trighere, iar T_5 va pune pe 0 și pe T_{p3}. Aceste modificări se produc la timpul t_3^0. În continuare, impulsurile date de MV_1 nu mai pot trece prin Si_1 și schema rămîne în așteptare pînă în momentul t_4^0 cînd MV_2 va produce un impuls ce va selecta bara G_1 și întregul ciclu se repetă, de data această pentru a doua întrebare.

Dacă la întrebarea a 2-a nu s-a răspuns corect, circuitul Si_3 e blocat, și rezultă că nici complementul punctajului nu se introduce prin Si_{20} la t_1

în T_4 și T_5, și nici cele 3 impulsuri date de Si_1 în perioada $t_2'-t_3'$ nu pot trece prin Si_{11}, deci nu sînt numărate de sistemul de afișare a punctajului. După ce au fost analizate toate cele 8 întrebări, din nou e selectată bara G_0 care aduce în poziția $0T_{p2}$ și astfel circuitul Si_{18} se blochează.

În fig. 3 se reprezintă diagrama de impulsuri constituită pentru situația din fig. 1. S-a considerat că la întrebarea 2 și 4 nu s-a răspuns corect. Prin $IR_0 \ldots IR_7$ s-au notat impulsurile date de MV_2 în timpul cărora se acordă punctajul la răspunsul $R_0 \ldots R_7$.

Afișarea punctajului s-a realizat un numărător zecimal cu două decade, cifrele fiind afișate numeric, în sistemul zecimal cu ajutorul unor matrice de decodificare.

УСТАНОВКА ДЛЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

(РЕЗЮМЕ)

Работа содержит блок-схему электронной установки для проверки знаний студентов. Характеристики установки следующие: анализируются одновременно 8 ответов, для каждого вопроса можно выдать по программе от одного до четырех баллов, в зависимости от степени трудности.

Общее количество полученных баллов на все 8 вопросов дается в виде цифры.

VORRICHTUNG ZUM PROGRAMMIERTEN KONTROLLIEREN DES WISSENS

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Arbeit stellt das Blockschema eines elektronischen Gerätes dar, welches eine Kontrolle des Wissens der Studenten ermöglicht. Das Gerät weist folgende Gharakteristiken auf: es werden 8 Fragen gleichzeitig analysiert; jeder Frage können 1 bis 4 Punkte zugeteilt werden, von der Schwierigkeit der Frage abhängig; die Gesamtheit der erhaltenen Punkte für die 8 Fragen wird in Form von Zahlen affischiert.

CONTRIBUȚII LA CALCULUL ACȚIONĂRII CU REGLAREA VITEZEI MOTORULUI ASINCRON PRIN ASIMETRIZAREA TENSIUNII

DE

HORTENSIA RUSU

1. PREZENTAREA PROBLEMEI

O soluție de obținere a unor caracteristici mecanice rigide, de viteză redusă, la motorul asincron trifazat, larg răspîndit la acționarea mecanismelor mașinilor de ridicat, constă în asimetrizarea tensiunii de alimentare prin introducerea unei impedanțe variabile pe una din fazele motorului.

În literatură [2], [3], [4] se indică pentru acționarea mecanismelor de ridicare schema reprezentată în fig. 1, în care impedanța de dezechilibru constă dintr-un amplificator magnetic și un condensator.

Caracteristicile mecanice care se pot obține folosind schema din fig. 1 sînt reprezentate în fig. 2.

În lucrare se propune o metodă de dimensionare a elementelor componente a schemei: rezistența exterioară din circuitul rotoric R_{2m}, condensatorul C și circuitele de sarcină ale amplificatorului magnetic AM.

2. METODA DE DIMENSIONARE

2.1. Metoda de dimensionare propusă rezultă din condițiile impuse pentru cuplul dezvoltat de motor în punctele A și B din fig. 2. Este deci suficient să se cunoască expresiile curenților, tensiunilor și cuplului dezvoltat de motor pentru cazul particular al pornirii.

Studiul regimului de pornire al motorului s-a făcut folosind metoda descompunerii sistemului asimetric în componente simetrice [4], [5], [6] considerînd schema echivalentă din fig. 3.

Ipotezele simplificatoare admise în calcul sînt următoarele: parametrii motorului se presupun constanți și procesele electromagnetice se consideră corespunzînd unui regim sinusoidal.

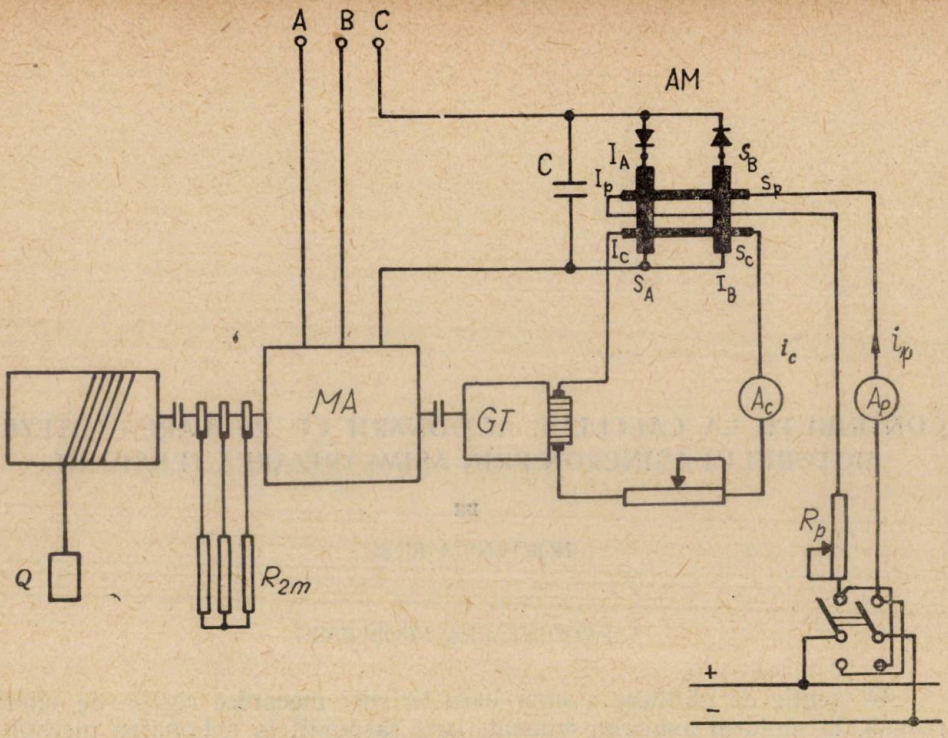


Fig. 1. Schema electrică de principiu.

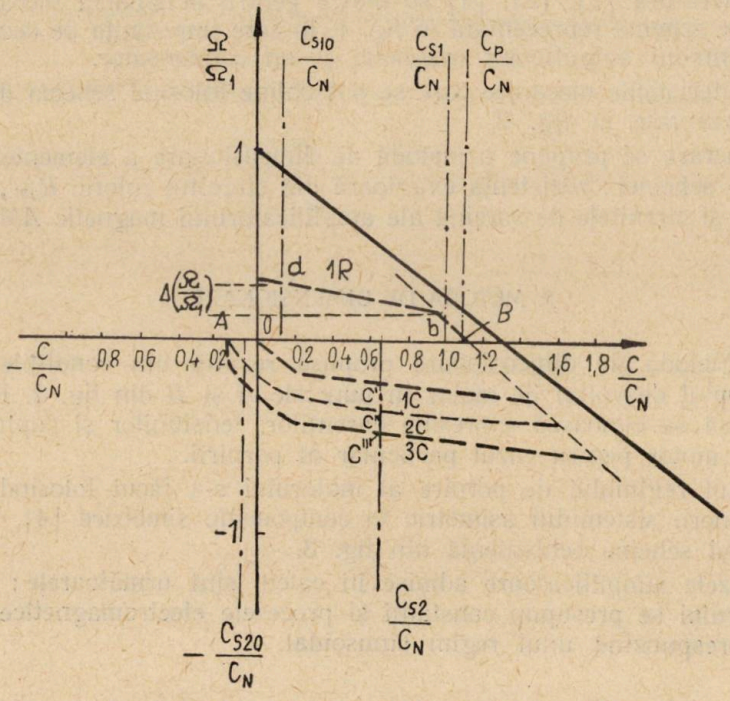


Fig. 2. Caracteristicile mecanice ale motorului: — alimentare simetrică, — — alimentare asimetrică.

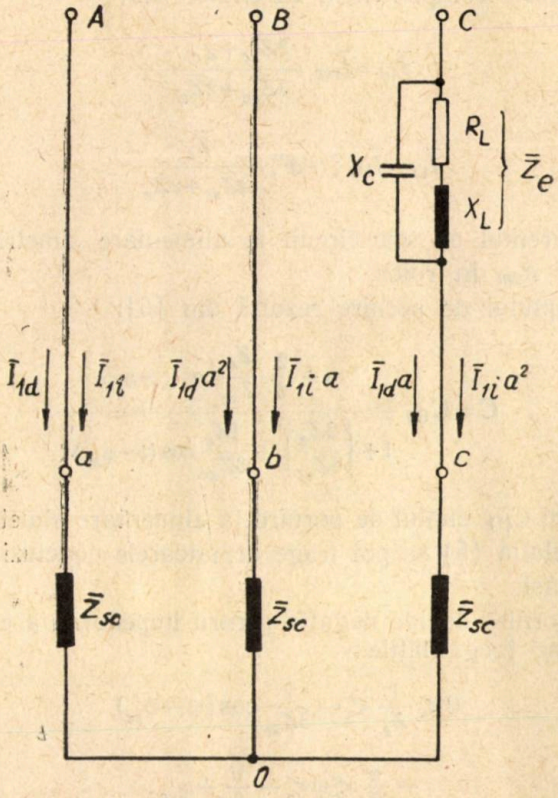


Fig. 3. Schema electrică echivalentă.

Admiterea unui regim sinusoidal este justificată avînd în vedere starea nesaturată, respectiv complet saturată, a amplificatorului magnetic corespunzătoare punctelor A și B.

Din [5] rezultă expresiile componentelor tensiunilor:

$$\bar{U}_{1d}=\bar{U}_1\frac{3\bar{Z}_{sc}+\bar{Z}_e}{3\bar{Z}_{sc}+2\bar{Z}_e} \tag{1}$$

$$\bar{U}_{1i}=\bar{U}_1(-a^2)\frac{\bar{Z}_e}{3\bar{Z}_{sc}+2\bar{Z}_e} \tag{2}$$

unde:

$\bar{U}_1$ este tensiunea pe faza A la alimentare simetrică;
$\bar{Z}_{sc}=Z_{sc}e^{j\varphi_{sc}}$ — impedanța de scurtcircuit a motorului;
$\bar{Z}_e=Z_e e^{j\psi}$ — impedanța echivalentă de dezechilibru.

Relațiile pentru componentele curenților sînt

$$\bar{I}_{1d}=\bar{I}_{1sc}\,\frac{3\bar{Z}_{sc}+\bar{Z}_e}{3\bar{Z}_{sc}+2\bar{Z}_e} \tag{3}$$

$$\bar{I}_{1i}=\bar{I}_{1sc}(-a^2)\frac{\bar{Z}_e}{3\bar{Z}_{sc}+2\bar{Z}_e} \tag{4}$$

unde $\bar{I}_{1sc}$ este curentul de scurtcircuit la alimentare simetrică, pe faza A, avînd rezistența R_{2m} în rotor.

Expresia cuplului de pornire rezultă din [5]:

$$C=C_{(1)}\frac{1+\frac{2}{3}\frac{Z_e}{Z_{sc}}\cos(\psi-\varphi_{sc})}{1+\left(\frac{2Z_e}{3Z_{sc}}\right)^2+\frac{4Z_e}{3Z_{sc}}\cos(\psi-\varphi_{sc})} \tag{5}$$

unde s-a notat cu $C_{(1)}$ cuplul de pornire la alimentare simetrică.

Analizînd relația (5) se pot trage următoarele concluzii:

a) $R_{2m}=\text{const.}$

Cuplul de pornire devine negativ pentru impedanțe a căror valoare și argument satisfac inegalitățile:

$$0<\frac{1}{Z_e}<-\frac{2}{3Z_{sc}}\cos(\psi-\varphi_{sc}) \tag{6}$$

$$-\frac{\pi}{2}\leqslant\psi<-\frac{\pi}{2}+\varphi_{sc}. \tag{7}$$

Cuplul negativ maxim, pentru un anumit argument al impedanței, $\psi=\text{constant}$, rezultă:

$$C=C_{(1)}\frac{1+\sin(\psi-\varphi_{sc})}{2\sin(\psi-\varphi_{sc})}, \tag{8}$$

pentru o impedanță de dezechilibru avînd valoarea:

$$Z_e=-\frac{3}{2}Z_{sc}\frac{\cos(\psi-\varphi_{sc})}{1+\sin(\psi-\varphi_{sc})}. \tag{9}$$

Cuplul de pornire pentru o impedanță $\bar{Z}_e$ de valoare constantă, avînd un caracter inductiv rezistiv, nu se modifică mult cu argumentul ψ.

Considerînd dependența cuplului cu argumentul la $Z_e=\text{const}$, rezultă că pentru

$$\psi-\varphi_{sc}=0 \tag{10}$$

cuplul de pornire devine maxim dacă

$$\frac{3Z_{sc}}{Z_e}<2 \tag{11}$$

și devine minim în cazul cînd

$$\frac{3Z_{sc}}{Z_c}>2 \tag{12}$$

b) R_{2m} variabil.

Expresia cuplului negativ maxim raportat la cuplul nominal pentru $\psi=-\frac{\pi}{2}$ se obține din (8):

$$\frac{C}{C_N}=-\frac{C_{(1)}}{C_N}\cdot\frac{1-\cos\varphi_{sc}}{2\cos\varphi_{sc}}=-\frac{2\lambda(1+\varepsilon)}{\frac{1}{(1+m)s_k}+(1+m)s_k+2\varepsilon}\cdot\frac{1-\cos\varphi_{sc}}{2\cos\varphi_{sc}}. \tag{13}$$

Cuplul de pornire raportat la cuplul nominal în cazul cînd relația (10) este îndeplinită se deduce din (5)

$$\frac{C}{C_N}=\frac{C_{(1)}}{C_N}\cdot\frac{1}{1+\frac{2Z_e}{3Z_{sc}}}=\frac{2\lambda(1+\varepsilon)}{\frac{1}{(1+m)s_k}+(1+m)s_k+2\varepsilon}\cdot\frac{1}{1+\frac{2Z_e}{3Z_{sc}}}. \tag{14}$$

În relațiile (13) și (14) s-a notat cu m raportul dintre rezistența exterioară din circuitul rotoric R_{2m} și rezistența rotorică a motorului R_2. Se iau în considerare numai valorile rezistenței R_{2m} pentru care cuplurile de pornire sînt pe porțiunea stabilă a caracteristicii mecanice a motorului, ceea ce înseamnă:

$$m=\frac{R_{2m}}{R_2}>\frac{1}{s_k}-1. \tag{15}$$

2.2. Concluziile trase pe baza relațiilor deduse au fost utilizate la stabilirea metodei de dimensionare a elementelor R_{2m}, C și AM, din fig. 1.

Din analiza funcționării mecanismului de ridicare rezultă pentru cuplurile C_A și C_B pe care trebuie să le dezvolte motorul în punctele A respectiv B din fig. 2, următoarele condiții [7]: la coborîre, cuplul negativ dezvoltat de motor trebuie să fie suficient de mare pentru a putea antrena cîrligul gol, iar la ridicare cuplul motorului trebuie să învingă cuplul static rezistent creiat de sarcina nominală, C_{s1}:

$$C_A\geqslant C_{s20}=(0{,}1-0{,}2)\,C_N \tag{16}$$

$$C_B\geqslant C_{s1}=C_N. \tag{17}$$

În punctul A se presupune că impedanța echivalentă se reduce la o reactanță echivalentă capacitivă ceea ce corespunde realității, dat fiind faptul

că rezistența amplificatorului magnetic nesaturat este foarte mare X_{L0}, iar rezistențele înfășurării de sarcină și a redresoarelor în sensul de conducere sînt neglijabile.

În punctul B deoarece nu se poate face o apreciere prealabilă a unghiului ψ, știind doar că impedanța are un caracter inductiv-rezistiv, se propune să se considere cazul cel mai defavorabil, pentru care cuplul este minim, conform relațiilor (10) și (12). Condiția exprimată prin (12) este îndeplinită avînd în vedere faptul că impedanța de dezechilibru trebuie să aibe o valoare relativ mică, în scopul obținerii unui grad de asimetrie cît mai mic și un cuplu C_B cît mai mare.

Metoda de dimensionare cuprinde următoarele etape:

1. Se trasează curbele de variație ale cuplurilor de pornire în funcție de rezistența din circuitul rotoric pe baza relațiilor (13) și (14). Pentru parametrul $\frac{3Z_{sc}}{Z_e}$ din (14) se indică valori cuprinse între 4—6 iar valoarea unghiului φ_{sc} se deduce fie pe cale analitică, fie din diagrama cercului, în prealabil construită.

2. Se alege treapta de rezistență care satisface condițiile impuse (16) și (17). În anumite situații poate fi avantajoasă alegerea de trepte de rezistențe diferite la ridicare și coborîre. Rezultă $C_{(1)}$, I_{1sc} și φ_{sc}.

3. Pe baza relațiilor (8) și (9) particularizate pentru $\psi = -\frac{\pi}{2}$ rezultă cuplul maxim negativ C_A și reactanța capacitivă corespunzătoare. Considerînd reactanța amplificatorului magnetic nesaturat foarte mare, se poate consdiera $Z_e = \frac{1}{\omega C}$ și se obține valoarea capacității C. Pentru capacitatea aleasă se deduce valoarea reactanței X_{L0} pentru care cuplul de reversare realizat satisface încă condiția impusă prin (16).

4. Se construiește diagrama fazorială a curenților și a tensiunilor pentru punctul A, obținîndu-se în felul acesta tensiunea maximă pentru care se dimensionează atît condensatorul cît și amplificatorul magnetic.

5. Se înlocuiește valoarea cuplului de pornire C_B din relația (17) în relația (5) pentru $\psi - \varphi_{sc} = 0$ și se obține valoarea lui Z_e, pentru care rezultă impedanța amplificatorului magnetic saturat.

6. Se construiește diagrama fazorială a curenților și a tensiunilor pentru punctul B obținîndu-se curentul de sarcină care trece prin înfășurările amplificatorului magnetic.

Se recomandă să se verifice curenții și pentru punctele C', C'' și C''' de pe caracteristicile $1C$, $2C$ și $3C$ corespunzătoare cuplului de frînare produs de motor, egal cu cuplul motor produs de sarcina nominală la coborîre.

3. EXEMPLUL NUMERIC

Metoda de dimensionare propusă a fost aplicată schemei electrice din fig. 1 corespunzînd unui motor electric $M_2$41-6 de 5 kW, 1 000 rot/min.

Impunînd condiţiile pentru cuplurile de pornire:

$$C_A \geqslant 0{,}15 C_N$$

$$C_B \geqslant C_N$$

şi folosind curbele $\frac{C}{C_N} = f(m)$ trasate pe baza relaţiilor (13) şi (14) în fig. 4 şi fig. 5, s-a ales $R_{2m} = 1{,}0\ \Omega$; $C = 60\ \mu F$ şi amplificatorul magnetic AMSU 5a/380.

S-a cercetat funcţionarea motorului în punctele A şi B. Valorile curenţilor şi tensiunilor deduse pe cale grafică din diagramele fazoriale construite sînt redate comparativ în tabelul 1 faţă de valorile măsurate. Valorile calculate pentru cuplul electromagnetic cît şi cuplul măsurat la arborele motorului rezultă din tabelul 2.

Tabelul 1

	s	i_c [A]	$\overline{Z}_e = \lvert\overline{Z}_e\rvert e^{j\psi}$ [Ω]	U_{1AB} [V]		U_{1BC} [V]		U_{1CA} [V]		U_{cC} [V]		I_{1A} [A]		I_{1B} [A]		I_{1C} [A]	
				graf.	măs.	graf.	măs.	graf.	măs.	graf.	măs.	graf.	măs.	graf.	măs.	graf.	măs.
	1		$-j52$	370		82		320		399		172		12,0		7,6	
pct. A		$-0{,}15$	$57{,}6e^{-j83°35'}$		368		81		309		389		17,5		11,0		6,75
		—	$7{,}92e^{j89°}$	380		298		298		100		16,8		17,2		12,8	
pct. B		0,4	$7{,}76e^{j52°36'}$	385	372	316	324	292	294	96	84,2	16,4	15,5	17	16,5	13,2	10,85

Tabelul 2

	s	i_c [A]	$\overline{U}_{1cC1}$ [V]	$\overline{I}_{1C1}$ [A]	$\overline{Z}_e = \lvert\overline{Z}_e\rvert e^{j\psi}$ [Ω]	Cuplul [Nm]	
						calculat	măsurat
pct. A	1,0	$-0{,}15$	$389e^{-j91°25'}$	$6{,}75e^{-7°30'}$	$67{,}6e^{-j83°55'}$	$-7{,}6$	$-8{,}3$
pct. A			—	—	$-j52$	$-10{,}18$	—
pct. B		0,4	$84{,}2e^{-j86°30'}$	$10{,}85e^{-j146°06'}$	$7{,}76e^{j52°35'}$	52,3	53,5
pct. B		—	—	—	$7{,}92e^{j39°}$	51,8	—

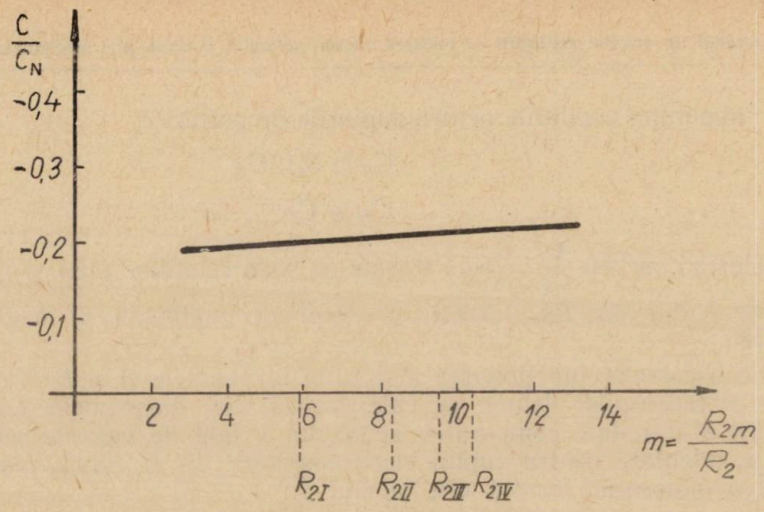


Fig. 4. Variația cuplului de pornire negativ maxim cu rezistența rotorică, $\frac{C}{C_N} = f(m)$ pentru motorul de 5 kW, 1 000 $\frac{\text{rot}}{\text{min}}$.

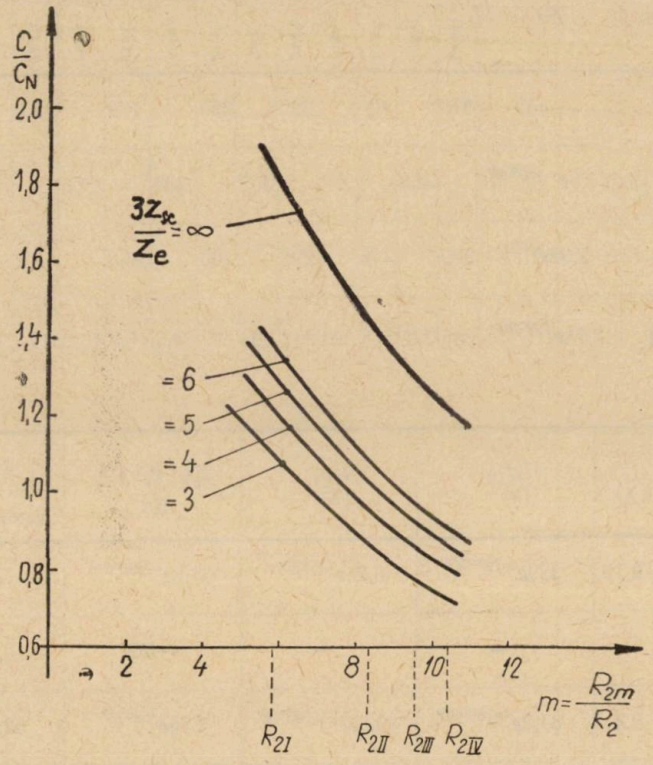


Fig. 5. Variația cuplului de pornire cu rezistența rotorică, $\frac{C}{C_N} = f(m)$, pentru motorul de 5 kW, 1 000 $\frac{\text{rot}}{\text{min}}$, parametru fiind $\frac{3Z_{sc}}{Z_e}$, la $\psi - \varphi_{sc} = 0$.

Cuplul la arbore s-a măsurat folosind ca maşină de încărcare un generator de curent continuu cu stator basculant prevăzut cu o balanţă. Pentru toate măsurătorile efectuate abaterea dintre valorile măsurate şi calculate ale cuplului a fost în limitele admisibile în calculele de proiectare.

Analizînd influenţa elementelor componente ale schemei se pot trage următoarele concluzii :

Dacă cuplul impus C_A rezultă mai mic decît cuplul de pornire negativ maxim, reactanţa capacitivă va trebui aleasă corespunzător mai mică. Cu cît reactanţa amplificatorului magnetic în stare nemagnetizată este mai mare, cu atît valoarea capacităţii C poate fi aleasă mai mică pentru aceeaşi reactanţă capacitivă în punctul A.

Dacă rezistenţa în circuitul rotoric este mai mare, curenţii care apar în motor pentru toate regimurile de funcţionare rezultă mai mici. Valoarea minimă a impedanţei de dezechilibru, determinată de amplificatorul magnetic saturat, limitează însă valoarea rezistenţei rotorice la valoarea la care încă se mai poate obţine cuplul C_B necesar.

CONCLUZIE

Ideea folosirii celor două cupluri de pornire corespunzătoare stărilor limită de magnetizare ale amplificatorului magnetic poate fi folosită şi pentru proiectarea schemelor de acţionare ale mecanismelor de ridicare şi translaţie în cazul cînd impedanţa de dezechilibru este constituită numai dintr-un amplificator magnetic.

BIBLIOGRAFIE

1. Braşovan M., *Acţionări electromecanice*, EDPB, 1967.
2. Sreenivasan T. V., Application of a Variable Reactor Capacitor Combination for Reversing and Controlling the Speed of Polyphase Induction Motors. Proc. I.E.E. 1958, nr. 23, vol. 105, p. 522.
3. Sreenivasan T. V., Dynamic Braking of 3-phase Motors by Capacitors. Proc. I.E.E. 1959, nr. 27, vol. 106 p. 279.
4. Cilikin M. T., Sokolov M. M., Şinianschi A. V., *Asinhronîi electroprivod s droseliami nasîşcenia*. Ed. Energhia, Moscova/Leningrad. 1964.
5. Kovács K. Pál, *Symmetrische Komponenten in Wechselstrommaschinen*, Birkenhausen Verlag Basel u. Stuttgard, 1962.
6. Jordan H., Anwendung der Methode der symmetrischen Komponenten auf unsymmetrische Ständerschaltungen von Drehstromasynchronmotoren A.f.E., 1936, nr. 12, vol. 30, p. 812.
7. Rusu Hortensia, Îndrumător de proiectare pentru acţionarea electromecanică a maşinilor de ridicat, IPT, 1966.

К РАСЧЕТУ ПРИВОДОВ С РЕГУЛИРОВАНИЕМ СКОРОСТИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ НЕСИММЕТРИЗАЦИЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ

(РЕЗЮМЕ)

Получение жестких механических характеристик приведенной скорости состоит из несимметризации напряжения питающего асинхронный трехфазный двигатель с кольцами при помощи переменного импеданса состоящего из магнитного усилителя и конденсатора, монтированного на одной из фаз двигателя.

В работе установливается метод размерности составляющих элементов привода: параметров якорного сопротивления R_{2m}, конденсатора C и нагрузочных цепей магнитного усилителя в случае привода подъемного механизма принадлежащего подъемной установке.

BEITRAG ZUR BERECHNUNG ELEKTRISCHER ANTRIEBE MIT DREHZAHLREGELUNG DES ASYNCHRONMOTORS DURCH ASYMETRISIEREN DER SPEISESPANNUNGEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Eine Methode um starre mechanische Kennlinien für kleine Drehzahlen beim Drehstrommotor zu erhalten ist, die Asymetrisierung der Speisespannungen mittels einer veränderlichen Impedanz, aus einem magnetischen Verstärker und einem Kondensator bestehend, die auf einer Motorphase eingeschaltet ist. In der Arbeit wird eine Methode zur Bestimmung der Glieder des elektrischen Antriebes: der Läuferwiderstand R_{2m}, der Kondensator C und der magnetische Verstärker AM, für den Antrieb eines Hubwerkes gegeben.

APLICAȚII ALE TRADUCTORULUI DERIVATOR IN PROBLEME DE ACȚIONĂRI ELECTROMECANICE

DE

I. ȘORA, HORTENSIA RUSU

1. PROBLEME GENERALE

Acționările electromecanice s-au extins în multiple domenii ale problemelor micro- și macro-industriale, odată cu creșterea gradului de mecanizare și automatizare. Complexitatea proceselor tehnologice efectuate de către mașinile de lucru impun în funcționarea motorului electric de acționare diferite regimuri staționare și tranzitorii. Regimurile tranzitorii apar în situațiile cînd are loc variația energiei cinetice a maselor din acționarea considerată, adică la pornirea, frînarea, reversarea, reglarea și modificarea vitezei motorului electric.

Studiul dinamicii acționărilor electromecanice are la bază ecuația mișcării [1],

$$\pm C \mp C_s = \theta \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\Omega^2}{2} \frac{d\theta}{d\alpha} \qquad (1)$$

unde :

C este cuplul motor ;

C_s — cuplul static rezistent ;

θ — momentul de inerție al tuturor maselor în mișcare, dependent de unghiul de rotație α ;

$\frac{d\Omega}{dt}$ — derivata vitezei unghiulare în raport cu timpul.

Rezolvarea pe cale analitică a ecuației mișcării nu oferă în majoritatea situațiilor o precizie satisfăcătoare, datorită ipotezelor simplificatoare de care se face uz [1], [2], [6], [8]. În literatură se indică diferite metode experimentale pentru studiul regimurilor de funcționare ale acționărilor electromecanice [1], [8], [10], [11], [12].

Multe lucrări din literatura de specialitate fac de exemplu, referiri la determinarea pe cale experimentală a caracteristicii mecanice dinamice $C=f(\Omega)$ la pornirea în gol, ceea ce nu asigură cunoașterea reală a evoluției

proceselor din acţionare, în regimul tranzitoriu al pornirii, atunci cînd motorul respectiv acţionează o anumită maşină de lucru care-i stabileşte un anumit regim tranzitoriu, diferit de cel al pornirii în gol.

2. PREZENTAREA TRADUCTORULUI DERIVATOR $\frac{d\Omega}{dt}$

Traductorul derivator $\frac{d\Omega}{dt}$, realizează derivarea pe cale electrică a curbei vitezei unghiulare Ω, folosind o capacitate de derivare. In 1912 A. Ytterberg a fost primul care a utilizat acest traductor în probleme de maşini electrice [3].

Lucrarea prezintă sub o formă unitară unele aplicaţii ale traductorului derivator în probleme legate de sutdiul comportării motorului electric în exploatare.

In fig. 1 se redă schema principială a unei acţionări electromecanice indicîndu-se şi cîteva detalii ale traductorului derivator. Maşina de lucru L este cuplată mecanic cu motorul electric de acţionare M. Masele în mişcare, din acţionarea considerată, raportate la arborele motorului electric, apar concretizate prin volantul V. Utilizarea generatorului tahometric omopolar GTO în locul unui generator tahometric clasic de curent continuu cu colector, cuplat mecanic cu motorul electric de acţionare, oferă avantajul că în curba tensiunii sale de borne nu apar pulsaţii datorită colectorului şi crestăturilor rotorice, pulsaţii cu caracter parazit care ar apare în mod amplificat în curba curentului din ramura de derivare $i_2=f_2(t)$. Buclele unui oscilograf mecanic BO_1 şi BO_2 servesc la înregistrarea curenţilor $i_1=f_1(t)$ şi $i_2=f_2(t)$, iar C este capacitatea de derivare.

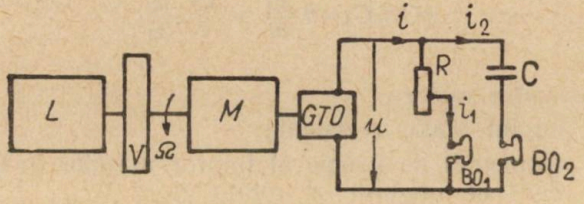


Fig. 1. Schema montajului experimental.

Fluxul de excitaţie al generatorului tahometric omopolar fiind constant, tensiunea la bornele acestuia, în ipoteza că se poate neglija căderea de tensiune interioară, este proporţională cu viteza Ω, adică

$$u=k\cdot\Omega. \tag{2}$$

Pentru curentul i_1 se poate scrie relaţia

$$i_1=k_1\cdot\Omega. \tag{3}$$

În cazul regimurilor tranzitorii de funcționare ale motorului electric de acționare, viteza unghiulară Ω se modifică în timp și ca urmare și tensiunea de la bornele generatorului tahometric omopolar u urmărește aceeași variație. Dacă tensiunea de la bornele buclei BO_2 este neglijabilă, față de cea de la bornele condensatorului C, atunci pentru curentul i_2 se poate scrie relația

$$i_2 = \pm C \frac{du}{dt} = \pm C \cdot k \cdot \frac{d\Omega}{dt} = \pm k_2 \frac{d\Omega}{dt} \cdot \quad (4)$$

Relațiile (3) și (4) exprimă faptul că în orice moment, curenții i_1 și i_2 sînt o măsură a vitezei unghiulare, respectiv a derivatei vitezei unghiulare în raport cu timpul.

La multe acționări momentul de inerție al maselor în mișcare $\theta = \text{const.}$ și ca urmare ecuația mișcării devine,

$$\pm C \mp C_s = \pm C_d = \theta \frac{d\Omega}{dt} \quad (5)$$

unde C_d este cuplul dinamic, ca o expresie a inegalității dintre cuplul motor și cel static rezistent, situație specifică numai regimurilor tranzitorii de funcționare ale acționărilor electromecanice caracterizate prin $\Omega \neq \text{const.}$

Din relațiile (4) și (5) rezultă,

$$C_d = \pm \theta \frac{d\Omega}{dt} = \frac{\theta}{k_2} \cdot i_2 = k_3 \cdot i_2 \quad (6)$$

adică curentul i_2 din ramura de derivare a traductorului, este o măsură a cuplului dinamic. Dacă procesul tranzitoriu din acționarea considerată corespunde unei accelerări $\frac{d\Omega}{dt} > 0$, cuplul dinamic este pozitiv $C_d > 0$, iar în cazul unei încetiniri $\frac{d\Omega}{dt} < 0$ și cuplul dinamic este negativ $C_d < 0$. Curentul i_2 din perioada de accelerare și încetinire a acționării corespunde la faza de încărcare respectiv descărcare a capacității de derivare C.

La funcționarea unei acționări electromecanice în regimul tranzitoriu și staționar se manifestă procese electromagnetice, electromecanice și termice.

Traductorul folosit în studiul acționărilor electromecanice va trebui să nu influențeze viteza de evoluție a regimurilor tranzitorii, motiv pentru care momentul de inerție al rotorului generatorului tahometric omopolar și al cuplei să fie neglijabile față de momentul de inerție al tuturor maselor din acționare raportate la arborele motorului. Prin aceasta constanta electromecanică de timp rămîne aceeași.

La alegerea parametrilor celor două circuite electrice de la bornele generatorului tahometric omopolar, în vederea unor minime erori ale schemei, se au în vedere indicațiile din literatură. De asemenea este cunoscută metodologia etalonării oscilogramelor [3], [5], [12].

3. PROBLEME ANALIZATE CU AJUTORUL TRADUCTORULUI DERIVATOR

Aplicaţiile traductorului derivator în studiul unor regimuri tranzitorii ale acţionărilor electromecanice se bazează pe ecuaţia mişcării.

a) În vederea determinării pe cale experimentală a caracteristicii mecanice dinamice a motorului de acţionare, se oscilografiază pe baza montajului din fig. 1 curenţii i_1 şi i_2 la pornirea în gol a motorului M, adică $C_s \approx 0$. Ca urmare ecuaţia mişcării devine,

$$C = C_d = \theta \frac{d\Omega}{dt}. \tag{7}$$

Ţinînd seamă de relaţia (6) rezultă $C = k_3 i_2$, adică în orice moment curentul i_2 este o măsură a cuplului motor.

În vederea unor studii, pentru a mări durata regimului tranzitoriu se pot aplica pe arborele motorului mase suplimentare, sau se efectuează pornirea motorului la o tensiune de alimentare scăzută. Rezultă o modificare a vitezei proceselor

$$t = \theta \int_0^{\Omega} \frac{d\Omega}{C} \tag{8}$$

regimului tranzitoriu, se schimbă forma caracteristicei mecanice dinamice care tinde spre caracteristica mecanică statică.

Determinarea caracteristicii mecanice dinamice $C = f(\Omega)$ se face prin compunerea oscilogramelor $i_1(\Omega) = f_1(t)$ şi $i_2(C) = f_2(t)$ înregistrate simultan [4], [12].

b) Determinarea curbei cuplului static al acţionării se poate efectua pe baza montajului din fig. 1, considerînd cuplul motor $C = 0$. În acest caz ecuaţia mişcării devine

$$\mp C_s = \mp C_d = \theta \frac{d\Omega}{dt} \tag{9}$$

sau pentru puterea statică se scrie relaţia,

$$P_s = C_s \Omega = \mp \theta \Omega \frac{d\Omega}{dt}. \tag{10}$$

Starea energetică a maselor din acţionarea considerată imprimă caracterul mişcării. Astfel dacă masele posedă o energie cinetică are loc o încetinire, cuplul static fiind un cuplu rezistent, iar dacă masele posedă o energie potenţială se produce o accelerare.

Oscilografiind simultan curenţii i_1 şi i_2 în decursul regimului tranzitoriu şi ţinînd seamă de relaţiile (6), (9) şi (10) se poate construi curba cuplului static $C_s = f(\Omega)$ şi curba puterii statice $P_s = f(\Omega)$, care include şi pierderile din maşina de acţionare.

Un caz particular se referă la separarea şi determinarea pierderilor de putere din maşinile electrice. În acest caz maşina de analizat nu este cuplată cu maşina de lucru. Regimul tranzitoriu are un caracter de încetinire,

iar puterea statică P_s reprezintă pierderile de putere din mașină, mecanice, în fier sau datorită ventilației, după caz [7].

Dacă se urmărește separarea unor categorii de puteri statice aceasta se face prin diferența dintre curbele puterilor statice ridicate cu și fără prezența cauzelor analizate [3], [7].

c) Momentul de inerție echivalent θ=const. a tuturor maselor în mișcare din acționare se evaluează cu relația:

$$\theta = \mp \frac{P_s}{\Omega \frac{d\Omega}{dt}}. \tag{11}$$

Determinarea momentului de inerție necesită cunoașterea curbei $P_s = f(\Omega)$ în decursul regimului tranzitoriu și a oscilogramelor curenților i_1 și i_2 înregistrate simultan. Valorile ce se introduc în relația (11) se citesc din fig. 2 considerînd un moment oarecare t.

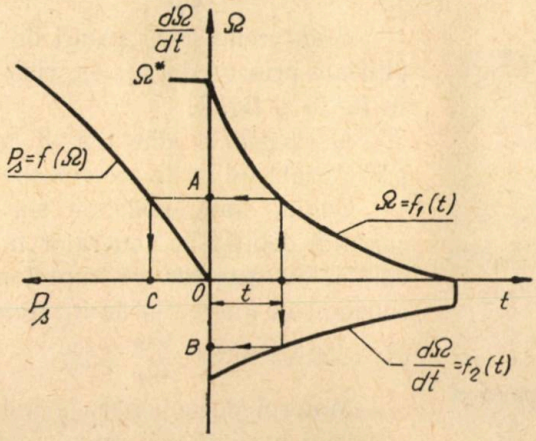


Fig. 2. Oscilogramele curenților $i=f_1(t)$, $i_2=f_2(t)$ și curba puterii statice $P_s=f(\Omega)$.

Momentul de inerție al rotorului motorului de acționare se poate determina pe baza unei probe de încetinire efectuată asupra motorului decuplat de mașina de lucru.

Cunoașterea curbei puterii statice P_s implică o măsurătoare suplimentară [13].

d) Cazul general al regimurilor tranzitorii din acționările electromecanice presupune existența simultană a cuplului motor C, cuplului static C_s și a cuplului dinamic C_d.

Oricare dintre cele trei mărimi se poate determina experimental pe baza montajului din fig. 1, ținînd seamă de ecuația mișcării, dacă se cunosc celelalte două.

Problema de bază a acționărilor electromecanice se referă la alegerea corectă a puterii motoarelor de acționare. Una din metode se bazează pe

evaluarea cuplului echivalent dacă se cunoaște variația în timp a cuplului motor C pentru un ciclu de funcționare.

Pe cale experimentală s-a urmărit comportarea motorului de acționare într-un regim de funcționare continuă cu șocuri de sarcină C_s care au valori ce depășesc de 5—6 ori cuplul nominal. Motorul analizat a fost un motor de inducție trifazat cu inele avînd următoarele date nominale: 3 kW, 1 000 $\frac{\text{rot}}{\text{min}}$, 380 V λ/60 V λ, capacitatea de supraîncărcare $\lambda=3$.

Cuplul static rezistent s-a realizat cu ajutorul unui generator de curent continuu cu excitație separată.

S-a determinat momentul de inerție total al acționării prin metode indicate la punctul 3 c, obținîndu-se valoarea $\theta=0{,}57$ kgm². Raportul dintre momentul de inerție total și cel al rotorului motorului este de 5,7. Constanta electromecanică a acționării a fost de $T_m \frac{\theta \cdot \Omega_1 S_n}{C_N}=0{,}15$ s.

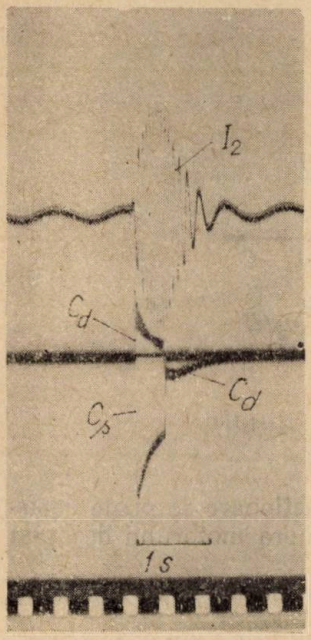


Fig. 3. Oscilograma curbei cuplului static rezistent C_s, a cuplului dinamic C_d și a curentului rotoric al motorului I_2, pentru $t_t=0{,}4$ s și $\frac{C_{sm}}{C_N}=5{,}1$.

S-au creiat două șocuri de încărcare, exemplificate prin oscilogramele ridicate experimental în fig. 3 și fig. 5.

Oscilograma din fig. 3 se caracterizează prin durata de încărcare $t_t=0{,}4$ s.

Cuplul static rezistent s-a determinat prin curentul debitat de generator la o excitație constantă. Se constată că cuplul rezistent nu este constant în intervalul de încărcare, valoarea medie relativă fiind $\frac{C_{sm}}{C_N}=5{,}1$.

Motorul de acționare avînd rotorul bobinat a existat posibilitatea înregistrării curentului rotoric I_2 care pentru alunecări mici este o măsură a cuplului motor.

Cuplul dinamic s-a înregistrat prin curentul i_2 al traductorului din fig. 1.

Cu ajutorul mărimilor oscilografiate în fig. 3 s-a verificat cuplul motor obținut prin utilizarea traductorului față de valoarea obținută din expresia curentului rotoric. Făcîndu-se calculele pe baza datelor din oscilogramă s-au reprezentat la scară cuplul static rezistent, cuplul dinamic și a rezultat curba cuplului motor, prin suma algebrică a cuplului static rezistent și a cuplului dinamic, fig. 4.

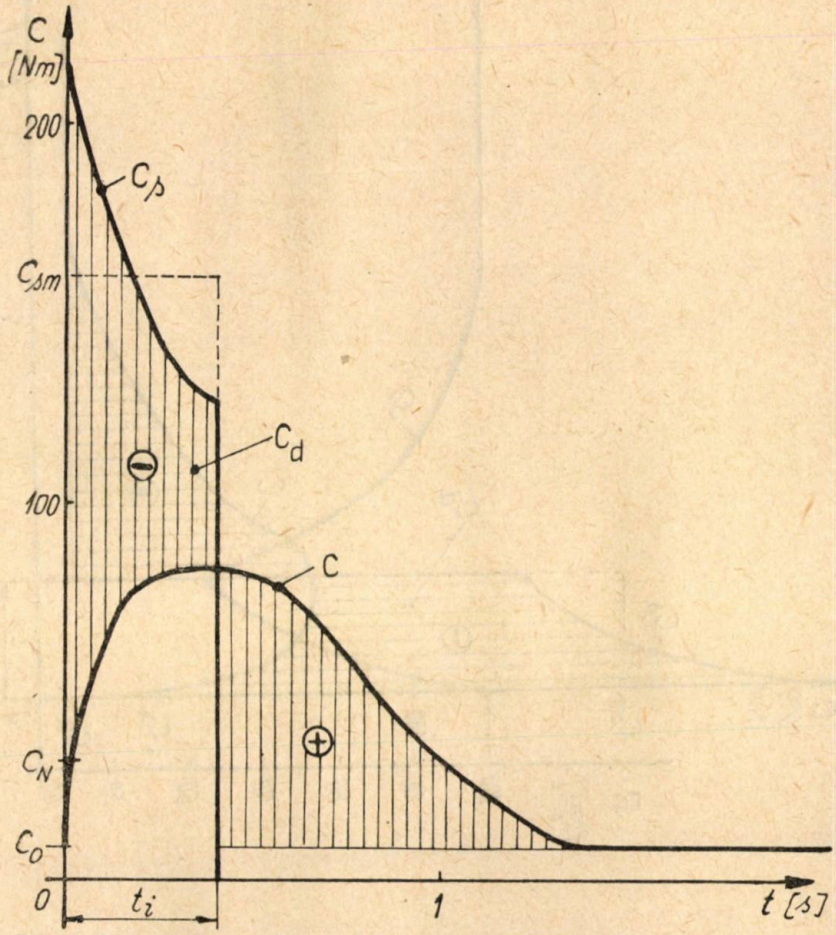


Fig. 4. Determinarea curbei cuplului motor pe baza oscilogramei din fig. 3.

Din analiza curbei cuplului motor se constată că evoluția acesteia în timp nu se face după curbe exponențiale. Cauzele trebuiesc căutate în caracterul nelinear al dependenței cuplului cu alunecarea în apropierea cuplului de răsturnare, a formei curbei cuplului static și variației unor parametri ai motorului. Avînd în vedere cauzele menționate, calculul analitic al curbei cuplului motor cu luarea în considerare a acestora este deosebit de complex.

Oscilograma din fig. 5 se referă la același motor de inducție supus la un șoc de încărcare caracterizat prin durata $t_i = 0{,}3$ s și o valoare medie relativă a încărcării $\frac{C_{sm}}{C_N} = 5$.

În fig. 6 s-au reprezentat la scară, folosind curbele din fig. 5, printr-un procedeu analog, cuplul static rezistent, cuplul dinamic și viteza unghiu-

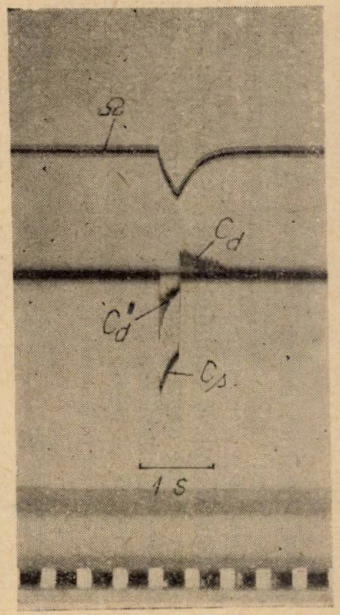


Fig. 5. Oscilograma curbei cuplului static rezistent C_s, a cuplului dinamic C_d și a vitezei Ω, pentru t_i=0,3 s și $\frac{C_{sm}}{C_N}$=5.

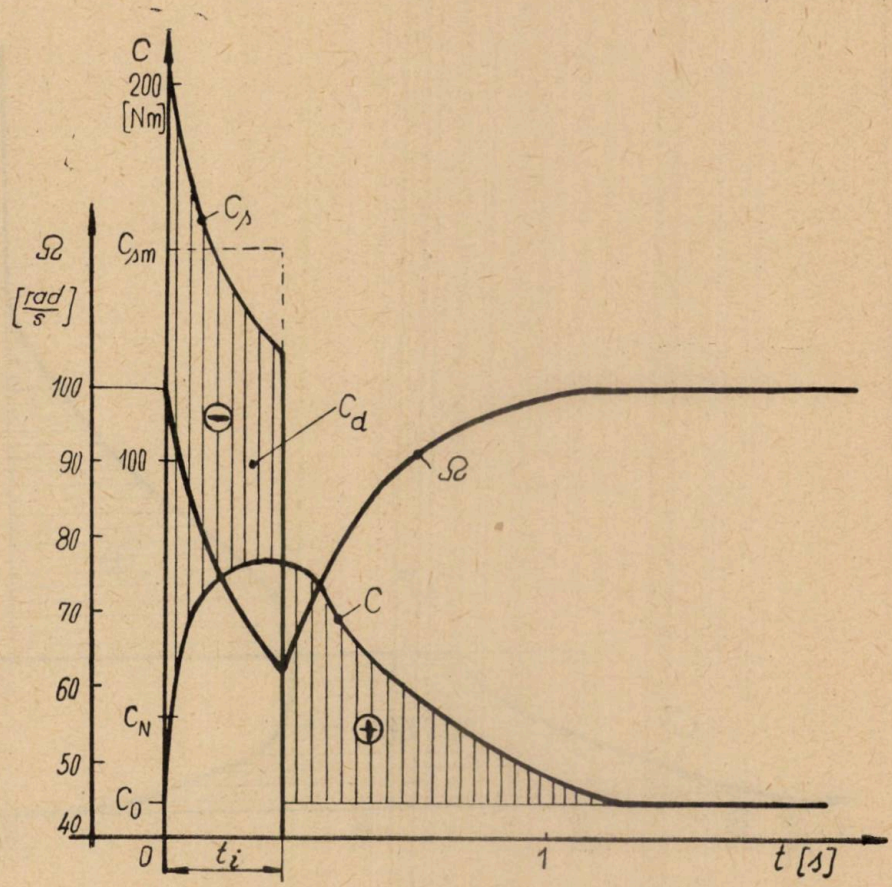


Fig. 6. Determinarea curbei cuplului motor pe baza oscilogramei din fig. 5.

lară. Cuplul motor a rezultat din suma algebrică a cuplului static rezistent și a cuplului dinamic. Urmărind variația vitezei se constată că după îndepărtarea șocului de sarcină pentru scurt timp viteza variază linear în timp și ca urmare derivata acesteia este constantă, lucru ce se verifică în oscilograma din fig. 5.

CONCLUZII

Metoda constituie o posibilitate de investigație pe cale experimentală a proceselor din acționările electromecanice în regimurile tranzitorii de funcționare ale acestora.

Metoda are un caracter general fiind aplicabilă independent de tipul motorului de acționare.

BIBLIOGRAFIE

1. Brașovan M., *Acționări electromecanice*, EDPB, 1967.
2. Dordea T., *Mașini electrice*, vol. I, II, IPT, 1967.
3. Ytterberg A., *Eine neue Methode zur Bestimmung der Leerlaufsverluste einer Maschine*, ETZ, 1912, p. 1159.
4. Șora I., Determinarea pe cale experimentală a caracteristicii cuplului la motoarele asincrone cu rotorul în scurtcircuit, Electrotehnica, 1957, 12, p. 424.
5. Șora I., Contribuții privind etalonarea oscilogramelor obținute la ridicarea experimentală a caracteristicii cuplului la motoarele asincrone cu rotorul în scurtcircuit, Electrotehnica, 1958, 4, p. 138.
6. Leonard A., Elektrische Antriebe, FEVS, 1959.
7. Șora I., Determinarea pierderilor în mașini electrice prin efectuarea încercării de lansare, Electrotehnica, 1962, 11, p. 408.
8. Andreev V. P., Sabinin Iu. A., Osnovî electroprivoda, GEI, 1963.
9. Fritzsch W., Zeitkonstanten und dynamische Auslegung von Gleichstrommotoren, Elektrie, 1963, 10, p. 321.
10. Ungruh F., Iordan H., Gleichlaufschaftungen von Asynchronmotoren, 1964.
11. Leonhard A., Periodisch schwankende Belastung von Asynchronmaschinen, EuM, 1964, H 21, p. 581.
— Die Asynchronmaschine bei Laständerungen, EuM, 1965, H 1.
— Die Asynchronmaschine bei periodischen und sprungartigen Belastungsänderung, EuM, 1966, H 6, p. 357.
12. Oprendek B., Contribuții la controlul industrial al caracteristicii mecanice și al parametrilor nominali ai mașinilor de inducție, autoreferat, IPT, 1966.
13. Șora I., Determinarea momentului de inerție al rotoarelor mașinilor electrice prin efectuarea încercării de lansare, Lucrările ICPE, 18, 1967, p. 121.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОГО ДАТЧИКА В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРИВОДАХ

(РЕЗЮМЕ)

Исследование динамики электромеханических приводов необходимо проверить опытным путем. Таким образом в настоящей работе приводятся некоторые применения производного датчика $\frac{d\Omega}{dt}$ в задачах связанных с анализом переходных режимов электромеханических приводов.

ANWENDUNGEN DES DIFFERENTIATORUMWANDLERS IN ELEKTROMECHANISCHEN ANTRIEBSPROBLEMEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Bei der Forschung der dynamischen Vorgänge der elektromechanischen Antriebe erfordert man auch deren experimentelle Prüfung. Deshalb werden in dieser Arbeit einige Anwendungen des Differentiatorumwandlers $\frac{d\Omega}{dt}$ bei der Untersuchung der nichtstationären Betriebe der elektromechanischen Antriebe in einer einheitlichen Form angegeben.

SERVOMOTORUL FEROREZONANT MONOFAZAT *

DE

D. TEODORESCU

Utilizarea în sistemele automate a elementelor multifuncționale conduce la simplificarea acestor sisteme și la creșterea siguranței lor în funcționare. Unul din aceste elemente este servomotorul amplificator cu poli ecranați. Deși avantajele acestui servomotor sînt nete față de servomotoarele bifazate comandate cu amplificatori, s-a căutat realizarea unui alt tip de servomotor care să prezinte o mai mare simplitate constructivă și un gabarit mai redus la aceeași putere utilă.

Elementul multifuncțional care îndeplinește condițiile de mai sus este servomotorul ferorezonant propus de autor și caracterizat invenție [1]. Lucrarea de față își propune să analizeze funcționarea cu motor monofazat a acestui nou element de execuție, care este totodată amplificator și convertor c.c. — c.a., putînd fi comandat cu semnale de c.c. de putere foarte mică (0,1—12 mW), sensul de rotație al rotorului fiind univoc dependent de sensul curentului de comandă.

Figura 1 redă o schemă a unui servomotor ferorezonant monofazat, cu două trepte de amplificare în care s-au notat cu *1—1* și *2—2* polii statorici, cu *3, 4, 5, 6,* bobinele polare, cu *7, 8, 9, 10* bobinele de comandă principale și cu *11, 12, 13, 14* bobinele de comandă auxiliare.

La acest servomotor modificarea turației și reversarea sensului de rotire se obțin prin variația fazei curenților polari ca urmare a saturării coloanelor polare în contul solenației de comandă. Această saturație determină o scădere pronunțată a permeanței polilor, ceea ce provoacă modificarea regimului în circuitele ferorezonante din care fac parte bobinele polare și determină redistribuirea componentelor directe și inverse ale cuplului [2].

Făcînd abstracție de cea de a 2-a treaptă de amplificare (determinată de conectarea bobinelor de comandă ca la amplificatorii magnetici), să pre-

---

* Rezultatele comunicate la sesiunea cadrelor didactice de la I.P.T. la data de 12 mai 1968.

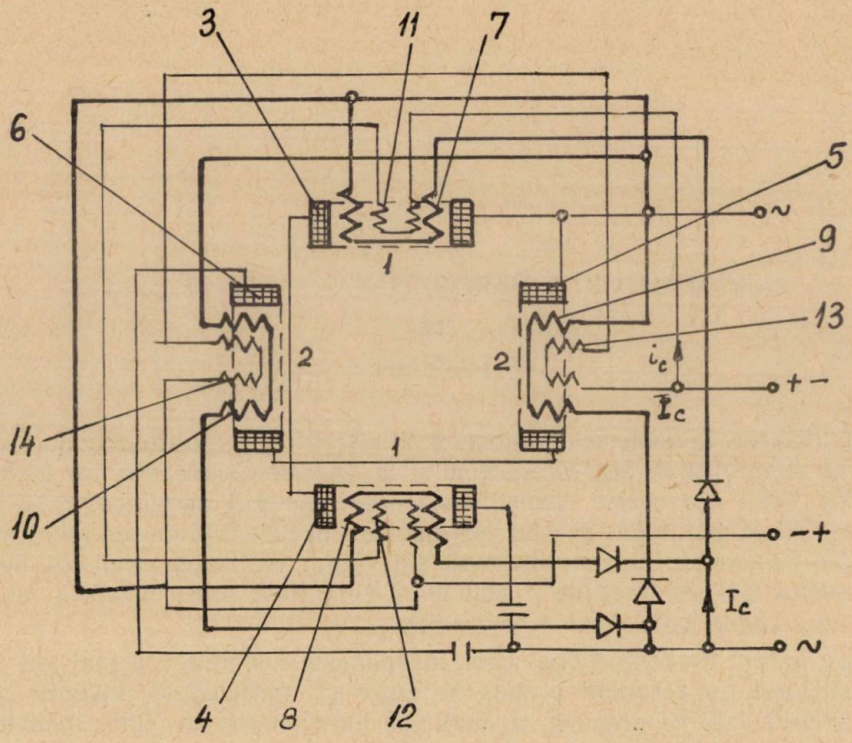


Fig. 1.

supunem curentul prin toate bobinele de comandă principale nul. Dacă la tensiunea nominală, printr-o dimensionare potrivită a parametrilor, ambele circuite ferorezonante sînt de exemplu capacitive, atunci curenții polari și fluxurile corespunzătoare vor fi aproximativ egali și în fază deci cuplul de pornire va fi nul.

Existența curentului de comandă duce însă la saturarea coloanelor unei perechi de poli ceea ce determină defazarea curenților polari și ai fluxurilor astfel:

— dacă rotorul e blocat circuitul cu poli saturați devine mai pronunțat capacitiv, creșterea defazajului este cvasiliniară cu creșterea curentului de comandă, principal, ceea ce determină o variație asemănătoare a cuplului de pornire;

— dacă rotorul se rotește în gol defazajul dintre curenții polari crește aproximativ liniar pînă la o valoare critică a curentului de comandă (respectiv a turației rotorului). Peste această valoare se produce un salt brusc

al fazei curentului în bobinele polilor nesaturați, circuitul respectiv devenind pronunțat inductiv. Concomitent crește brusc turația.

În considerațiile de mai sus curentul de comandă principală I_c s-a presupus continuu. Ne interesează însă un caz mai general și mai important sub raport practic, acela în care I_c este alternativ și menținut constant la o valoare efectivă egală cu curentul nominal din cazul comenzii cu curent continuu. Tensiunea de comandă U_c de la bornele circuitelor ferorezonante e defazată față de U_s cu φ_{cs}

Dacă rotorul mașinii este blocat se obțin în acest caz curbele din fig. 2, care înfățișează în funcție de defazajul φ_{cs}, fazele și amplitudinile fluxurilor polare. Amplitudinile fluxului sînt raportate la Φ_{1s} adică la amplitudinea fluxului Φ_1 — corespunzător semnalului de comandă nul.

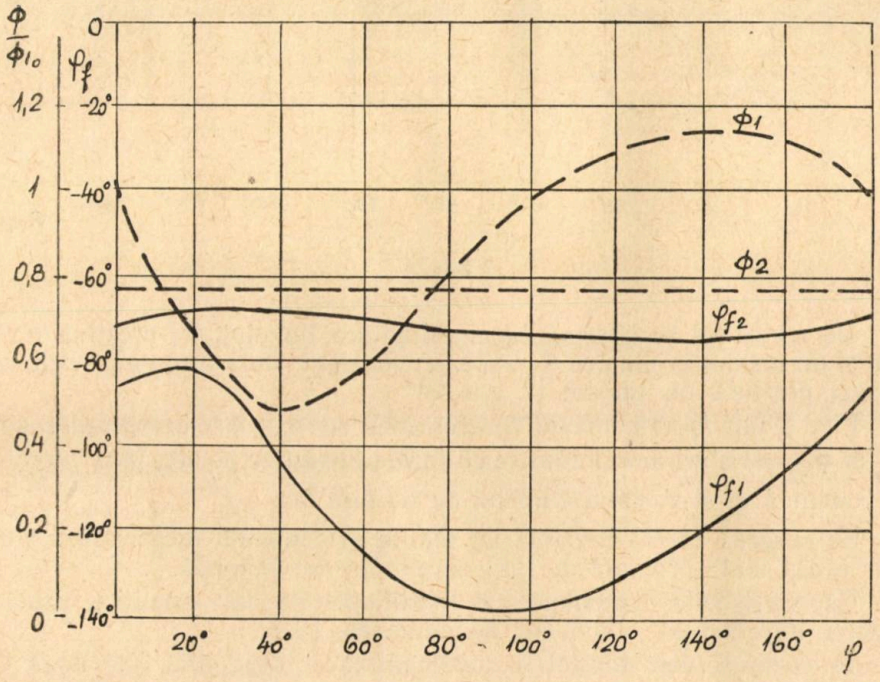


Fig. 2.

Se observă variația mare a amplitudinii și fazei fluxului polilor comandați și variațiile reduse ale acelorași mărimi corespunzătoare polilor necomandați, acestea din urmă datorîndu-se cuplajului celor două circuite polare prin rotor.

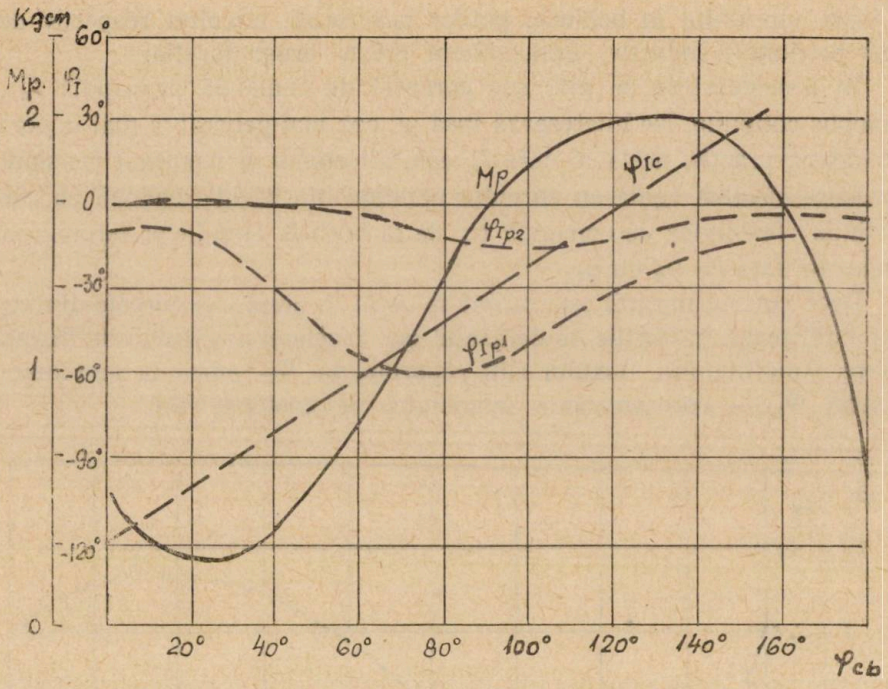


Fig. 3.

De asemenea se observă că amplitudinea fluxului Φ_1 prezintă un minim și un maxim în timp ce Φ_2 e practic constant. Defazajul dintre cele două fluxuri prezintă un maxim la cca 90°.

Fig. 3 înfățișează funcție de asemenea de φ_{cs} fazele curenților polari $\varphi_{I_{p1}}$ și $\varphi_{I_{p2}}$ cu aluri asemănătoare cu fazele fluxurilor polare, faza curentului de comandă φ_{I_c} și variația cuplului de pornire M_p.

Se observă că M_p prezintă un minim în domeniul în care faza curenților e cea mai apropiată de faza curentului de comandă.

Caracteristicile prezentate pot fi obținute pe cale analitică uzînd de metoda întrefierului echivalent de comandă [3].

În cazul servomotorului ferorezonant monofazat cînd cele două bare și circuitul de comandă se alimentează în paralel de la o sursă unică ca în fig. 1, ne situăm în condiția $\varphi_{cs}=0$ deci valorile fluxurilor, curenților și cuplului se citesc pe diagramele prezentate, ca ordonate la origine.

Pentru acest caz intrefierul echivalent efectiv de comandă este [4]

$$\delta_{ee}=\delta+\mu_0 l_c \frac{a}{a_c}\frac{H_{II_{ef}}\cdot H_{III_{ef}}}{B_{I_{ef}}H_{III_{ef}}+B_{II_{ef}}\cdot H_{II_{ef}}} \qquad (1)$$

unde δ este intrefierul real, l_c și a_c sînt lungimea și lățimea coloanei polilor, iar pentru $\varphi_{cb}=0$

$$B_{\mathrm{I,\,II}\,ef_0}=\sqrt{\frac{B_m^2}{2}+\frac{B_{cm}^2}{2}\pm B_m B_{cm}} \tag{2}$$

Intrefierul echivalent efectiv de comandă va fi așadar dependent de φ_{cb} prin $H_{\mathrm{II,\,II}\,ef}$. Dar pentru $\varphi_{cb}=0$ avem în coloanele I și II ale polilor

$$|H_{\mathrm{II}}|_0=-2j\alpha I_1 j(b+c)\sin\omega t \tag{3}$$

și

$$|H_{\mathrm{III}}|_0=-2j\alpha I_1 j(b-c)\sin\omega t \tag{4}$$

unde $b=\beta B_m$, $c=\beta B_{cm}$.

Cu ajutorul funcțiilor Bessel de speța întîi modificate, expresiile (3) și (4) se pot însă scrie

$$|H_{\mathrm{II}}|_0=2\alpha I_1(b+c)\sin\omega t \tag{5}$$

și

$$|H_{\mathrm{III}}|_0=2\alpha I_1(b-c)\sin\omega t \tag{6}$$

Expresiile (5), (6) și (1) permit să se obțină expresia intrefierului echivalent efectiv de comandă pentru cazul servomotorului monofazat, sub forma

$$\delta_{ee_0}=\delta+\sqrt{2}\alpha\mu_0 l_c\frac{a}{a_c}\frac{I_1(b+c)I_1(b-c)}{B_{\mathrm{I}\,ef_0}I_1(b-c)+B_{\mathrm{II}\,ef_0}I_1(b+c)} \tag{7}$$

cu ajutorul expresiei (7) și cu ajutorul expresiei cuplului stabilită în [5], care pentru fundamentală devine:

$$M_1=\frac{2Dpa(\gamma_1+\gamma_2)}{9{,}81\cdot10^{-3}}k_{c_1}^2k_1^2\,Re\,[\underline{\theta}_{d_1}^*\underline{\theta}_{bd}-\underline{\theta}_{e_1}^*\underline{\theta}_{b_1}] \tag{8}$$

se poate determina punct cu punct caracteristica mecanică a servomotorului ferorezonant monofazat.

În fig. 4 se prezintă o aplicație a servomotorului ferorezonant monofazat la reglarea temperaturii unui cuptor cu gaz. Se observă traductorul de temperatură *1*, elementul de comparație format din potențiometrele *2* și *3*, și servomotorul *4* care acționează prin intermediul reductorului *5* robinetul *6*. Servomotorul este comandat direct de la elementul de comparație prin bobina sa de comandă auxiliară *7*, fără amplificatori și fără relee de comandă.

În general se poate trage concluzia că avînd avantajul unei alimentări mai simple, servomotorul ferorezonant monofazat are în schimb un cuplu

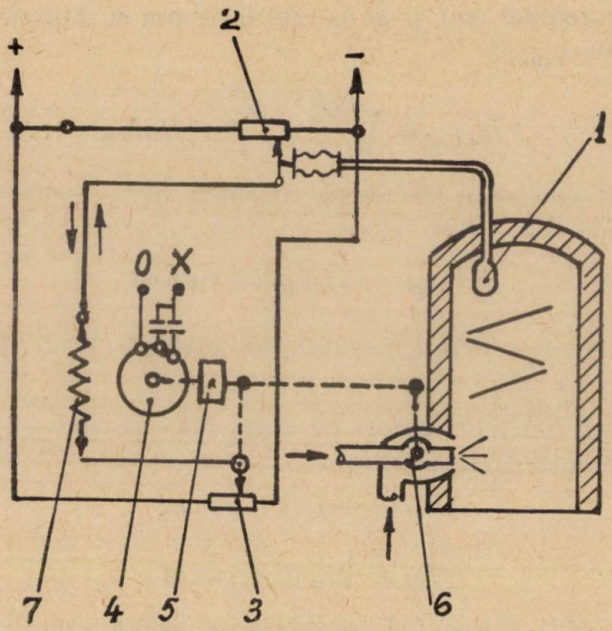


Fig. 4.

de pornire mai mic decît servomotorul ferorezonant bifazat cu $\varphi_{cb} = 90°$, fapt de care trebuie să se țină cont în aplicații.

Acest dezavantaj este însă pe deplin compensat de avantajul simplificării și ieftinirii sistemului automat prin eliminarea amplificatorului, a convertorului și a blocurilor de alimentare. De asemeni performanțele sistemului sînt ridicate, abaterea maximă obținută de exemplu la sistemul din fig. 4 fiind de 0,5%. Eliminarea contactelor mobile constitue de asemeni un avantaj, permițînd creșterea siguranței în exploatare.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Teodorescu, Servomotor ferorezonant. Certificat de autor Nr. 45832.
2. D. Teodorescu, Le regime de démarrage du servomoteur ferrorezonant Rev. Gen de l'Electr. tome 77 nr. 4 — 1968.
3. D. Teodorescu, Analysis of the amplifier servomotor by a grapho analitical method Proc. I.E.E. vol. 144 nr. 6 — 1967.
4. D. Teodorescu, *Servomotorul amplificator și aplicațiile lui în automatizări*. Ed. Acad. R.S.R. — 1968.
5. D. Teodorescu, Ferroresonant servomotor Proc. I.E.E. vol. 115 nr. 7 — 1968.
6. W. Geiger, Nonliniar magnetic control devices. Mc Graw Hill B C.

ОДНОФАЗНЫЙ ФЕРРОРЕЗОНАНТНЫЙ СЕРВОДВИГАТЕЛЬ

(РЕЗЮМЕ)

Работа содержит анализ работы однофазного феррорезонантного серводвигателя. Определяется выражение эквивалентного зазора команды для данного серводвигателя — усилителя, затем дается представление о примемении его в установке для управления температурой.

SERVOMOTEUR FERRORESONNANT MONOPHASÉ

(RÉSUMÉ)

L'etude concerne l'analyse du fonctionnement du servomoteur ferroresonnant monophasé. On etablit l'expression de l'entrefer equivalent de commande pour ce servomoteur amplificateur, puis on presente une application de celui-ci a un asservissement industriel pour le réglage de la temperature.

O TEOREMĂ DE MINIM PRIVIND PIERDERILE DE ENERGIE DE NATURA VISCOASĂ IN CURGEREA LAMINARĂ A LICHIDELOR NEWTONIENE IN CANALE

DE

MARIA ARSENIE, D. ARSENIE

Intre curgerea staționară a lichidelor newtoniene în conducte circulare rectilinii (mișcare axial simetrică) și curgerea în canale cu pereți paraleli (mișcare plană) există o asemănare izbitoare în ceea ce privește legile de distribuție a vitezelor în secțiune.

Deduse din considerente teoretice prin integrarea ecuațiilor Navier-Stokes, legile de distribuție a vitezelor în secțiune transversală au fost verificate prin laborioase experimente, astăzi fiind acceptate unanim următoarele relații: [1], [2], [3], [5],

$$u = -\frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial x}(h^2 - y^2) \tag{1}$$

valabilă în cazul a doi pereți plani paraleli situați la distanța $2h$, cu axa x orientată în sensul mișcării $\left(\frac{\partial p}{\partial x} < 0\right)$;

$$u = -\frac{1}{4\eta}\frac{\partial p}{\partial x}(R^2 - r^2) \tag{2}$$

valabilă în cazul unei conducte circulare rectilinii de rază R, cu axa x orientată în sensul mișcării. Se observă că în ambele cazuri avem o reprezentare parabolică: în cazul pereților paraleli viteza este distribuită după o suprafață cilindrică cu directoarea o parabolă, iar în cazul conductei viteza este distribuită după un paraboloid de revoluție.

Din cele ce vor urma se va vedea că această asemănare a celor două relații se explică și prin faptul că ambele realizează un același rezultat și anume conduc la un minim al pierderilor de energie de natură vîscoasă.

In lucrarea [7] am studiat din punct de vedere al pierderilor de energie relația (2) și am ajuns la următorul rezultat, ce se poate interpreta în următoarele două moduri:

a) în ipoteza valabilității ecuațiilor Navier-Stokes, pierderea de energie în unitatea de timp, calculată ținînd cont de legea repartiției (2) a vitezelor, este minimă cu ipoteza că suprafețele de curent între care are loc frecarea vîscoasă sînt cilindrii concentrici.

Acest minim este condiționat de realizarea unui debit dat și reprezintă nu numai un minim în raport cu mișcarea turbulentă ci un minim absolut, în sensul că nu mai există o altă repartiție posibilă a vitezei, reprezentată printr-o funcție continuă și cu derivată continuă și care să asigure un debit dat și totuși să conducă la o pierdere de energie mai mică.

b) în ipoteza valabilității legii de frecare vîscoasă a lui Newton, considerînd suprafețele de curent între care are loc frecarea vîscoasă ca fiind cilindrii concentrici și căutînd acea distribuție a vitezelor care conduce la un minim al pierderilor de energie, obținem ca rezultat tocmai relația (2). Acest rezultat, cunoscut de la interpretarea „a" confirmă justețea ipotezelor din „b" și echivalența ipotezelor din „b" cu cele admise la „a".

In lucrarea de față se urmărește obținerea aceloraşi rezultate și în cazul curgerii între doi pereți plan paraleli ca un al doilea pas în demonstrarea unui adevăr mai general, anume că rezultatele obținute în lucrarea [7] nu constituie un rezultat izolat, ci că ele sînt generale pentru curgerea laminară a lichidelor, indiferent de forma secțiunii transversale a curentului.

In ceea ce privește minimul energiei la fluidele perfecte (fără frecare), există celebra teoremă a lui W. Thomson (lord Kelvin) [6], [8] care demonstrează că în mișcarea lichidelor perfecte, energia mișcării este minimă atunci cînd mișcarea este potențială (nu un minim absolut, ci un minim în comparație cu situația mișcării rotaționale). In cazul fluidelor vîscoase autorii nu cunosc nici o teoremă privind minimul pierderilor de energie sau privind minimul energiei totale a mișcării. Se menține în lucrarea de față în linii generale metodica folosită în lucrarea [7] și [4].

Să demonstrăm interpretarea „a".

In această situație prin ipoteză considerăm valabile ecuațiile Navier-Stokes cu legea de distribuție a vitezei (1) care rezultă din integrarea lor. De asemenea prin ipoteză considerăm că suprafețele de curent între care considerăm frecarea vîscoasă sînt plane paralele cu planele ce reprezintă frontiera mișcării.

In acest caz între două straturi plane vecine paralele, situate la distanța dy, forța de frecare vîscoasă calculată pe o lungime unitară de curen (după axa ox) și pe o lățime unitară de curent, este

$$F_x = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \qquad (3$$

Deplasarea relativă a straturilor în unitatea de timp fiind $\frac{\partial u}{\partial y} dy$ rezultă că lucrul mecanic pe unitatea de lungime și pe unitatea de timp însumat pe întreaga suprafață va fi:

$$P=\int_{-h}^{h} \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dy. \tag{4}$$

Condiția ca distribuția vitezei pe secțiunea de lățime unitară să conducă la un debit dat, constant, se exprimă sub forma:

$$Q=\int_{-h}^{h} u dy. \tag{5}$$

Acea distribuție a vitezei care este extremală condiționată pentru funcționala (4) cu condiția (5) trebuie să fie extremală necondiționată pentru funcționala

$$H=P-\lambda Q=\int_{-h}^{h}\left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 - \lambda u\right] dy. \tag{6}$$

Pentru a arăta că (1), dată prin ipoteză este extremală necondiționată pentru funcționala H este necesar și suficient să arătăm că ea verifică ecuația lui Euler atașată lui (6), ecuație ce trebuie să fie satisfăcută în orice punct de-a lungul extremalei:

$$-\lambda-2\eta \frac{d}{dy}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0. \tag{7}$$

Se vede ușor că ecuația (7) e verificată de (1) dacă luăm pentru constanta λ, expresia:

$$\lambda=-2\frac{\partial p}{\partial x}. \tag{8}$$

Rezultă că în ipoteza valabilității ecuațiilor Navier-Stokes și în ipoteza că suprafețele de curent între care se produce frecarea vîscoasă sînt plane paralele cu planele de frontieră distribuția dată de (1) a vitezei de secțiunea transversală conduce la o pierdere minimă de energie prin frecarea vîscoasă la un debit constant dat.

Să demonstrăm acum interpretarea „b".

In acest caz considerăm, prin ipoteză, valabilă legea de frecare a lui Newton și, tot prin ipoteză, considerăm că straturile de curent între care se produce frecarea vîscoasă sînt plane paralele cu planele de frontieră. Să găsim care este distribuția vitezei pe secțiune fără a utiliza ecuațiile Navier-Stokes, ci doar făcînd ipoteza că distribuția vitezei realizează acel minim condiționat al pierderilor de energie de care a fost vorba mai sus.

Se cere deci rezolvarea efectivă a ecuației (7) în care se ține cont că $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{du}{dy}$.

Conform teoremei de existență și unicitate Cauchy-Lipschitz soluția există și este continuă pe tot intervalul pe care-s continue funcțiile ce înmulțesc derivatele lui u, în cazul de față aceste funcții fiind chiar constante, rezultă că ecuația nu are punte singulare, soluția deci există și este unică în tot domeniul de definiție al funcției u adică pentru $y \in (-h+h)$.

Pentru a determina natura extremului aplicăm condiția lui Legendre funcționalei (6), derivînd parțial de două ori expresia de sub semnul integral în raport cu $\frac{\partial u}{\partial y}$. Deoarece se obține $2\eta > 0$ pe întreg domeniul de definiție rezultă că avem de a face cu un minim.

Să rezolvăm acum ecuația diferențială (7) și să determinăm soluția ce satisface evident următoarele condiții:

$$y=0 \quad \text{implică} \quad u=u_{max} \quad \text{și} \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0 \tag{10}$$

$$y=\pm h \quad \text{implică} \quad u=0 \tag{11}$$

Integrînd de două ori ecuația (7) se obține soluția generală cu două constante de integrare:

$$u=-\frac{\lambda}{4\eta}y^2+c_1 \cdot y+c_2. \tag{12}$$

Din condiția (10) se obține $c_1=0$ și $c_2=u_{max}$ iar din condiția (11) se obține $\lambda=2\frac{2\eta u_{max}}{h^2}$.

Cu aceste valori soluția (12) se poate pune sub forma:

$$u=u_{max}\left(1-\frac{y^2}{h^2}\right). \tag{13}$$

Pentru a elimina și pe u_{max} din expresia (13) și a obține o expresie a lui u în care să apară și $\frac{\partial p}{\partial x}$ ținem cont de faptul că:

$$\gamma J=-\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{P}{Q}. \tag{14}$$

în care J este panta piezometrică, egală în acest tip de curgere cu panta energetică,

$$Q=\int_{-h}^{h} u dy=\int_{-h}^{h} u_{max}\left(1-\frac{y^2}{h^2}\right)dy=\frac{4}{3}hu_{max} \tag{15}$$

$$P=\int_{-h}^{h}\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dy=\eta\int_{-h}^{h}\frac{4u_{max}^2}{h^4}y^2 dy=\frac{8}{3}\eta\frac{u_{max}^2}{h}. \tag{16}$$

Explicitînd cu ajutorul relațiilor (15) și (16) relația (14) se obține:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=+\frac{2\eta u_{max}}{h^2}. \tag{17}$$

Cu ajutorul relației (17) se poate rescrie relația (13) sub forma:

$$u=-\frac{1}{2\eta}\frac{\partial p}{\partial x}(h^2-y^2)$$

adică tocmai relația (1).

Să vedem ce valoare are λ, exprimat cu ajutorul lui $\frac{\partial p}{\partial x}$:

$$\lambda=2\frac{2\eta u_{max}}{h^2}=-2\frac{\partial p}{\partial x}$$

adică tocmai expresia (8), care acolo nu era însă dedusă riguros.

Rezultă deci că se poate obține expresia distribuției vitezei în secțiunea transversală direct din legea frecării a lui Newton, fără a mai apela la ecuațiile Navier-Stokes ci înlocuindu-le cu o ipoteză privind forma straturilor între care se produce frecarea și o ipoteză privind minimul condiționat al disipației de natură vîscoasă.

CONCLUZII

Considerînd atît cazul mișcării în conducta rectilinie circulară (studiat în [7]) cît și cazul mișcării în canal (mișcare plană între doi pereți plani paraleli) se obțin următoarele rezultate:

a) relația de distribuție a vitezelor obținută prin integrarea ecuațiilor Navier-Stokes, în secțiunea transversală, conduce la o disipație de natură vîscoasă minimă, la un debit dat;

b) ipoteza valabilității ecuațiilor Navier-Stokes este echivalentă cu ipoteza că viteza are o astfel de distribuție pe secțiunea transversală încît conduce la un minim de pierderi de energie prin frecare vîscoasă. În acest fel, pe baza noii ipoteze, se poate determina distribuția vitezei pe secțiunea transversală.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Ghermani, *Hidraulica teoretică și aplicată*, București 1945.
2. T. Oroveanu, *Mecanica fluidelor vîscoase*, București 1967.
3. Cr. Mateescu, *Hidraulica*, București 1963.
4. Fl. Iorgulescu, Metodă de calcul a pierderilor de sarcină în mișcarea laminară, Revista Hidrotehnical, 1 1953.
5. H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, Karlsruhe 1960.
6. L. M. Milne-Thomson, *Theoretical Hydrodynamis*, London-New-York, 1960.
7. M. Arsenie, D. Arsenie, Considerații variaționale asupra pierderilor de energie în curgerea laminară a lichidelor newtoniene în conducte rectilinii de secțiune circulară. Revista „Studii și cercetări de mecanică aplicată" Nr. 4, 1968.

8. N. E. Kocin, I. A. Kibel şi N. V. Rose, *Hidromecanica teoretică*, traducere din limba rusă, Ed. tehnică 1951.
9. A. Haimovici, *Ecuaţiile fizicii matematice şi elemente de calcul variaţional*, Bucureşti 1966.
10. D. V. Ionescu, *Ecuaţii diferenţiale şi integrale*, Bucureşti 1964.
11. N. Teodorescu, *Curs de ecuaţiile fizicii matematice*, Bucureşti 1963.
12. M. Miller, *Variationsrechnung*, Leipzig, 1959.

ТЕОРЕМА О МИНИМАЛЬНОЙ ПОТЕРЕ ЭНЕРГИИ ВСЛЕДСТВИЕ ВЯЗКОСТИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ НЬЮТОНОВЫХ ЖИДКОСТЕЙ В КАНАЛАХ

(РЕЗЮМЕ)

В работе доказывается, что при ламинарном течении ньютоновых жидкостей в каналах (плоское движение между двумя плоскопараллельными стенкаи) параболическое распределение скорости по уравнениям Навиэ-Стокса приводит к минимальной потере вследствие вязкости.

Вопрос можно решить и обратным образом: принимая гипотезу минимального рассеяния вязкости, получим в результате то же параболическое распределение скорости.

Принимая во внимание прямое и обратное доказательство из этого частичного случая, вытекает экивалентность уравнений Навиэ-Стокса в проблеме минимума рассеянной энергии.

EIN MINIMUM SATZ ÜBER DIE ENERGIEVERLUSTE VON ZÄHEN NATUR IN DER LAMINARSTRÖMUNG DER NEWTONISCHEN FLÜSSIGKEITEN IN KANÄLE

(ZUSAMMENFASSUNG)

Man beweist, in dieser Arbeit das in der Laminarströmung der newtonischen Flüssigkeiten in Kanäle (die flache Bewegung zwischen zwei flache Parallelwände) die parabolische verteilung der Geschwindigkeit, die von den Navier-Stokes Gleichungen ergeben ist, zu einem minimum der Energieverluste aus zähen Natur, führt.

Die Frage kann auch gegenseitig aufgelöst werden, weil wenn man die Voraussetzung der minimalen zähe streng stellt, bekommt man als Ergebnis dieselbe parabolische Verteilung der Geschwindigkeit.

Wenn man den direkten und gegenseitigen Beweis annimmt, dann entsteht in diesem partikulären Fall der Bewegung, die Equivalent der Navier-Stokes Gleichungen mit einem minimum Problem der zerstreuten Energie.

APLICAREA METODEI MIȘCĂRII POTENȚIALE LA CINEMATICA SCURGERII ÎN ZONA PODURILOR OBLICE

DE

MARIA ARSENIE, I. DAVID, D. ARSENIE

Aplicarea metodei mișcării potențiale în special în descrierea mișcării în zona amonte a podurilor duce la rezultate care sînt în bună concordanță cu cercetările experimentale.

Astfel în [1] pe baza acestei metode se studiază cinematica scurgerii la podurile drepte, făcîndu-se și verificări experimentale. Aceste cercetări se concretizează într-o serie de diagrame necesare trasării digurilor de dirijare.

În prezenta lucrare se propune extinderea metodei menționate, la podurile oblice obținîndu-se relațiile necesare pentru trasarea digurilor de dirijare și a distribuției vitezelor. Prin particularizare se obțin relațiile utilizate în cazul podurilor drepte.

În legătură cu realizarea podurilor se menționează că se execută în general normal pe direcția albiei minore. Deoarece direcția de scurgere în albia minoră diferă în general de cea din albia majoră rezultă că, față de curentul din albia majoră, podurile vor fi în general oblice. Cum digurile de dirijare se execută în albia majoră, fiind racordări ale rampelor de acces, trasarea acestora se face funcție de condițiile de scurgere din albia majoră.

Ținînd seama că digurile de dirijare trebuie să fie paralele cu direcția curentului [1] s-a definit potențialul complex sub forma :

$$f(z)=-V_0 e^{-i\alpha}\cdot z-\frac{iV_0}{2}B\sin\alpha+$$

$$+\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\frac{\cos\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left[z+\frac{B}{2}\sin\alpha-b\right]\cos\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left[z+\frac{3B}{2}\sin\alpha+be^{i2\alpha}\right]}{\cos\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left[z+\frac{B}{2}\sin\alpha-be^{i2\alpha}\right]\cos\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left[z+\frac{3B}{2}\sin\alpha+b\right]}\cdot \qquad (1)$$

Funcția $f(z)$ s-a obținut din suprapunerea a două șiruri de perechi oblice de vîrtejuri și a unui curent plan-paralel astfel ca axele perechilor să fie normale pe direcția curentului.

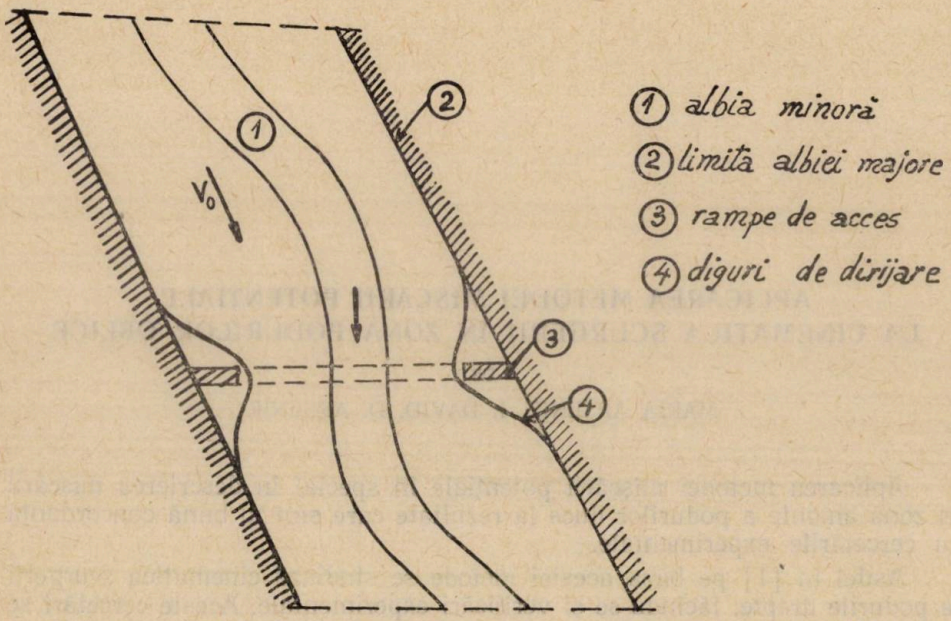


Fig. 1. Schema generală de dispunere a podurilor oblice.

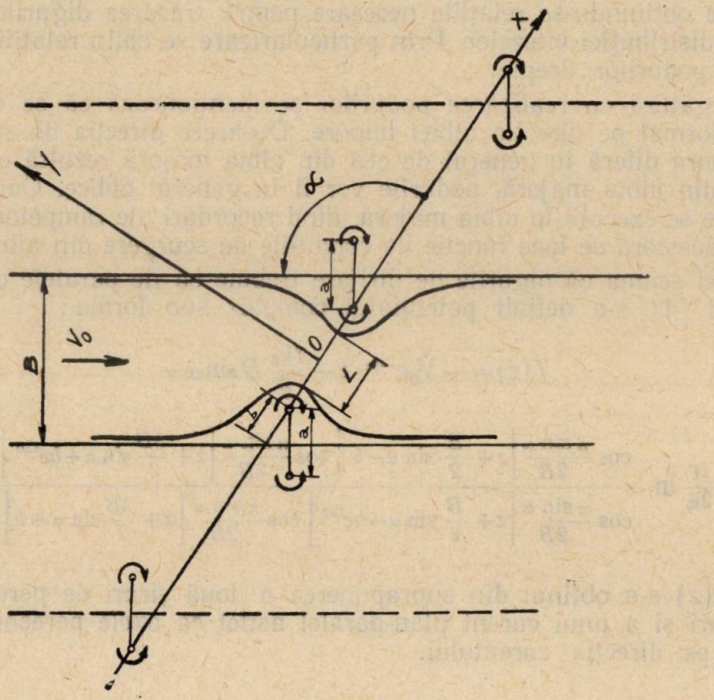


Fig. 2. Schema de calcul.

Particularizînd (1) pentru $\alpha=\frac{\pi}{2}$ adică poduri drepte se obține relația din [1].

$$f_0(z)=iV_0z-iV_0\frac{B}{2}+\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\frac{\cos\pi\frac{z-a}{B}}{\cos\pi\frac{z+a}{B}}. \tag{2}$$

Viteza complexă se obține din

$$f'(z)=V_x-iV_y=-V_0e^{-i\alpha}-\frac{i\Gamma}{4B}\sin\alpha\left[\operatorname{tg}\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left(z+\frac{B}{2}\sin\alpha-b\right)+\right.$$
$$+\operatorname{tg}\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left(z+\frac{3B}{2}\sin\alpha+be^{i2\alpha}\right)-\operatorname{tg}\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left(z+\frac{B}{2}\sin\alpha-be^{i2\alpha}\right)-$$
$$\left.-\operatorname{tg}\frac{\pi\sin\alpha}{2B}\left(z+\frac{3B}{2}\sin\alpha+b\right)\right]. \tag{3}$$

Făcînd notațiile

$$A=\frac{\pi}{2}\sin\alpha(\sin\alpha+2\beta);\qquad A_1=\frac{\pi}{2}\sin\alpha(\sin\alpha+2\beta\cos2\alpha)$$
$$C=\pi\beta\sin\alpha\sin2\alpha;\qquad X=\pi\sin\alpha(\xi+\sin\alpha) \tag{4}$$
$$\beta=\frac{b}{B};\qquad \xi=\frac{X}{B}$$

componentele vitezei în axul podului ($y=0$) se scriu sub forma

$$V_x=-V_0\cos\alpha+\frac{\Gamma}{4B}\sin\alpha\operatorname{sh}C\frac{\cos A_1\cos X-\cos A\operatorname{ch}C}{\cos^2X+\cos^2A_1+\operatorname{sh}^2C+2\cos A_1\cos X\operatorname{ch}C}$$
$$V_y=-V_0\sin\alpha+\frac{\Gamma}{4B}\sin\alpha\left[\frac{\sin A}{\cos X+\cos A}-\frac{\sin A_1\operatorname{ch}C\cos X+\sin A_1\cos A_1\operatorname{ch}2C}{\cos^2X+\cos^2A_1+\operatorname{sh}^2C+2\cos A_1\cos X\operatorname{ch}C}\right] \tag{5}$$

Și aceste expresii pentru $\alpha=\frac{\pi}{2}$ (poduri normale pe direcția curentului) devin identice cu cele din [1] (relația 7.4).

Expresia liniilor de curent se obțin tot din (1) făcînd notațiile:

$$X_1=\frac{\pi\sin\alpha}{2}\left(\xi+\frac{1}{2}\sin\alpha-\beta\right)$$
$$X_2=\frac{\pi\sin\alpha}{2}\left(\xi+\frac{3}{2}\sin\alpha+\beta\cos2\alpha\right)$$
$$X_3=\frac{\pi\sin\alpha}{2}\left(\xi+\frac{1}{2}\sin\alpha-\beta\cos2\alpha\right)$$
$$X_4=\frac{\pi\sin\alpha}{2}\left(\xi+\frac{3}{2}\sin\alpha+\beta\right) \tag{6}$$

$$Y_1=\frac{\pi\sin\alpha}{2}\eta;\qquad Y_2=\frac{\pi\sin\alpha}{2}(\eta+\beta\sin 2\alpha);$$

$$Y_3=\frac{\pi\sin\alpha}{2}(\eta-\beta\sin 2\alpha);\qquad Y_4=Y_1;\quad \eta=\frac{y}{B}$$

sub forma

$$\psi=V_0B(\xi\sin\alpha-\eta\cos\alpha)+\frac{\Gamma}{4\pi}\ln\frac{(\cos^2X_1\operatorname{ch}^2Y_1+\sin^2X_1\operatorname{sh}^2Y_1)}{(\cos^2X_3\operatorname{ch}^2Y_3+\sin^2X_3\operatorname{sh}^2Y_3)}\times$$

$$\times\frac{(\cos^2X_2\operatorname{ch}^2Y_2+\sin^2X_2\operatorname{sh}^2Y_2)}{(\cos^2X_4\operatorname{ch}^2Y_4+\sin^2X_4\operatorname{sh}^2Y_4)}-\frac{BV_0\sin\alpha}{2}. \tag{7}$$

Constantele b și Γ se determină din condițiile de margine

$$X=\frac{L}{2};\quad Y=0;\quad \psi_0=0 \tag{8}$$

și limita vitezei în zona culeii la V_a — viteza maximă admisibilă. Astfel din (7) cu condiția (8) se obține

$$(\xi_L-1)+$$

$$+\frac{\gamma}{\pi}\ln\frac{\left(\cos^2X_1^{(L)}\operatorname{ch}^2Y_1^{(L)}+\sin^2X_1^{(L)}\operatorname{sh}^2Y_1^{(L)}\right)\left(\cos^2X_2^{(L)}\operatorname{ch}^2Y_2^{(L)}+\sin^2X_2^{(L)}\operatorname{sh}^2Y_2^{(L)}\right)}{\left(\cos^2X_3^{(L)}\operatorname{ch}^2Y_3^{(L)}+\sin^2X_3^{(L)}\operatorname{sh}^2Y_3^{(L)}\right)\left(\cos^2X_4^{(L)}\operatorname{ch}^2Y_4^{(L)}+\sin^2X_4^{(L)}\operatorname{sh}^2Y_4^{(L)}\right)}=0 \tag{9}$$

iar din condiția de limitare a vitezei, făcînd notațiile

$$D=\frac{1}{2}\sin\alpha\operatorname{sh}C\,\frac{\cos A_1\cos X^{(L)}-\cos 2A\operatorname{ch}C}{\cos^2X^{(L)}+\cos^2A_1+\operatorname{sh}^2C+2\cos A_1\cos X^{(L)}\operatorname{ch}C} \tag{10}$$

$$E=\sin\alpha\left[\frac{\sin A}{\cos X^{(L)}+\cos A}-\frac{\sin A_1\operatorname{ch}C\cos X^{(L)}+\sin A_1\cos A_1\operatorname{ch}2C}{\cos^2X^{(L)}+\cos^2A_1+\operatorname{sh}^2C+2\cos A_1\cos\quad\operatorname{ch}C}\right]$$

se obține

$$\frac{V_a}{V_0}=\sqrt{\left(\frac{V_{x,L}}{V_0}\right)^2+\left(\frac{V_{y,L}}{V_0}\right)^2}=\sqrt{(D^2+E^2)\gamma^2-2\gamma(D\cos\alpha+E\sin\alpha)+1} \tag{11}$$

unde: $\gamma=\frac{\Gamma}{2BV_0}$; $\beta=\frac{b}{B}$

$V_{X,L}$ și $V_{y,L}$ sînt expresiile (5) unde ξ se înlocuiește cu $\frac{L}{2B}$ (adică condițiile (8)).

$X_i^{(L)}$ și $Y_i^{(L)}$ sînt expresiile (6) calculate în zona culeii $\left(\xi=\frac{L}{2B}\right)$.

Din (9) și (11) se pot determina cei doi parametri scriși sub forma adimensională $\beta=\frac{b}{B}$ și $\gamma=\frac{\Gamma}{2BV_0}$.

Acestea fiind cunoscute se introduc în expresia liniei de curent (7) rezultînd pentru linia de curent $\psi=0$ (adică ecuaţia digurilor de dirijare):

$$\xi-\frac{1}{2}-\eta\operatorname{ctg}\alpha+\frac{\gamma}{2\pi}\ln\frac{(\cos^2 X_1\operatorname{ch}^2 Y_1+\sin^2 X_1\operatorname{sh}^2 Y_1)(\cos^2 X_2\operatorname{ch}^2 Y_2+\sin^2 X_4\operatorname{sh}^2 Y_2)}{(\cos^2 X_3\operatorname{ch}^2 Y_3+\sin^2 X_3\operatorname{sh}^2 Y_3)(\cos^2 X_4\operatorname{ch}^2 Y_4+\sin^2 X_4\operatorname{sh}^2 Y_4)}=0 \tag{12}$$

MODUL DE LUCRU

Pentru o problemă concretă adică L, B, α, V_0, V_a, date se calculează $X_i^{(L)}$ şi $Y_i^{(L)}$ din (6) luînd $\xi=\frac{L}{2B}$, $\eta=0$.

A, A_1, C şi $X^{(L)}$ din (4) respectiv D şi E din (10). Aceste valori se introduc în (9) şi (11) care sînt de formă generală:

$$f\left(\frac{L}{B},\ \frac{\Gamma}{2V_0B},\ \alpha,\ \frac{b}{B}\right)=0 \tag{9'}$$

$$g\left(\frac{L}{B},\ \frac{V_a}{V_0},\ \frac{\Gamma}{2V_0B},\ \alpha,\ \frac{b}{A}\right)=0 \tag{11'}$$

şi permit determinarea poziţiei vîrtejurilor $\left(\frac{b}{B}\right)$ şi intensităţii lor $\left(\frac{\Gamma}{2V_0B}\right)$, funcţie de datele problemei.

In acest fel sînt cunoscute toate datele din relaţia (12), care reprezintă ecuaţia digurilor de dirijare şi permite deci trasarea lor efectivă.

Trasarea digurilor de dirijare necesită un calcul numeric laborios şi se poate efectua în mod eficient cu maşini de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Hîncu, Calculul hidraulic al podurilor. St. de hidraulică VII I.S.C.H. 1964 — Bucureşti.
2. Dan Eugen, *Regularizări de rîuri*. Ed. Didactică şi Pedagogică. 1965 — Bucureşti.
3. Laţîşencov, Ukazania po ghidravliceskomu rascetu iscusstvenno sjatîh rusel. 1959 — Moskva.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ В СЛУЧАЕ КИНЕМАТИКИ ТЕЧЕНИЯ В ОБДАСТИ КОСЫХ МОСТОВ

(РЕЗЮМЕ)

В работе применяется метод потенциального движения при гидравлическом расчете косых мостов относительно направления течения в главном русле и даются выражения необходимые для грассировки направляющих плотин.

Даются выражения распределения сокростей в оси моста.

DIE VERWENDUNG DER METHODE DER POTENTIELLEN BEWEGUNG BEI DER AUFFLUSSKINEMATIK IN DER ZONE DER SCHRÄGEN BRÜCKEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der nachsehenden Arbeit wird die Methode der potentiellen Bewegung bei der hydraulischen Berechnung der Brücken, die schräg gegenüber der Stromrichtung im majorennen Flussbett gestellt sind, verwendet.

Es werden gegeben:

— Ausdrücke, die für das Aufzeichnen der Leitdämme nötig sind,

— Ausdrücke der Geschwindigkeitsverteilung in der Achse der Brücke.

HIDRAULICA EFECTULUI DE FORMĂ IN FUNCȚIE DE GEOMETRIA SECȚIUNII DREPTUNGHIULARE *

DE

V. GHEORGHIU

Hidraulica conductelor necirculare [5] este o generalizare a hidraulicii conductelor circulare, în următoarele ipoteze:

— identitatea condițiilor marginale privind fenomenul de curgere în stratul limită și propagarea turbulenței spre curentul axial;

— linearitatea ecuației criteriale a stratului marginal;

— omotetia curbelor de egală viteză cu conturul secțiunii.

Pe baza acestor ipoteze și aplicînd concluziile analizei dimensionale și ale similitudinii hidrodinamice se stabilește expresia criterială generalizată a coeficientului de rezistență

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\frac{1}{\varkappa}\ln\left(\frac{4\sqrt{2}}{m\alpha}\cdot\frac{1}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}+\frac{2}{m\beta}K\right)+n\right] \qquad (1)$$

valabilă în toate fazele regimului turbulent la conducte cilindrice de profil circular sau poligonal.

Ecuația (1), cu notațiile:

α, β, $\varkappa$ — parametri marginali de unicitate;
δ — rugozitate absolută;
$d=2a$ — diametrul cercului înscris;
$D=4R$ — diametru hidraulic;
Eu — criteriul lui Euler;
η — coeficient dinamic de vîscozitate;
$K=\delta D^{-1}$ — rugozitate relativă;
l — lungimea conductei;
$m=dD^{-1}$ — primul parametru de formă;
$n=(u_{max}-v)\,u^{-1}$ — al doilea parametru de formă;
$\nu=\eta/\rho$ — coeficient cinematic de vîscozitate;
p — pierdere de presiune;

* Lucrare comunicată la Sesiunea cadrelor didactice din I.P.T. 10—12 mai 1968.

ρ — densitatea fluidului;
$\mathrm{Re}=vD/\nu$ — criteriul lui Reynolds;
u — viteza medie locală la distanța y de perete;
$u_*=\sqrt{\tau_0/\rho}$ — viteza dinamică;
τ_0 — tensiunea tangențială a stratului marginal;
v — viteză medie;
y — distanța de la perete;
y_0 — ordonată marginală de integrare;

poate servi la definirea modelului matematic:

$$\mathrm{Eu}=\frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2}v^2}=\lambda\frac{l}{D}\quad\text{sau}\quad\Delta p=\lambda\frac{l}{D}\frac{\rho}{2}v^2 \tag{2}$$

al unui grup de fenomene similare de curgere în conducte cilindrice, în care numărul lui Euler exprimă pierderea relativă de presiune, în condițiile asemănării geometrice și unicității valorilor pentru criteriile determinante Re și K.

Coeficientul λ, din relația (1), este funcție de:

Re și K — invarianții principali ai grupului de similitudine;
α, β, $\varkappa$ — coeficienți marginali, avînd valori bine stabilite în conformitate cu prima ipoteză;
m, n — parametri de formă, caracteristici pentru geometria și cinematica profilului considerat.

Rezultă că, în hidraulica conductelor necirculare, problema efectului de formă — cu alte cuvinte determinarea variației coeficientului λ în trecerea de la cerc la un alt profil de aceeași rază hidraulică — se rezolvă prin particularizarea parametrilor m și n în ecuația criterială (1).

In lucrare, se vor studia parametrii m și n, urmărindu-se exprimarea analitică a efectului de formă pentru profilul dreptunghiular.

1. PARAMETRII HIDRAULICI DE FORMĂ AI SECȚIUNII DREPTUNGHIULARE

Dreptunghiul $b\times h$, are parametrul

$$m=\frac{d}{D}=\frac{h(b+h)}{2b\cdot h}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{h}{b}\right). \tag{3}$$

Parametrul n se obține prin aplicarea ipotezei de omotetie a curbelor de egală viteză cu conturul.

Debitul elementar (fig. 1):

$$dQ=u(\varkappa-8y)\,dy \tag{4}$$

în care $\varkappa$ este perimetrul conturului. Rezultă:

$$Q=\int_0^{h/2}u(\varkappa-8y)\,dy=bhv \tag{5}$$

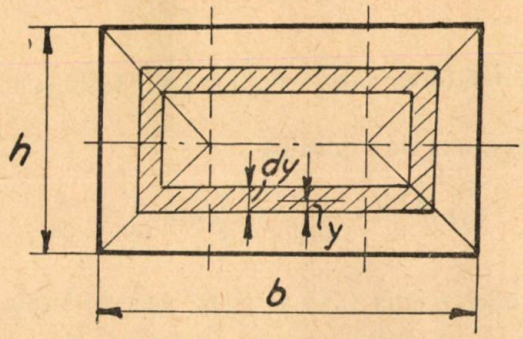


Fig. 1. Schema de calcul a debitului.

și se obține viteza medie:

$$v=\int_0^{h/2} u\left(\frac{\varkappa}{b}-8\frac{h}{b}\frac{y}{h}\right)\frac{dy}{h}=\int_0^{h/2} u\left[1+\frac{h}{b}-2\frac{h}{b}\frac{2y}{h}\right]\frac{2dy}{h}$$

sau

$$v=\int_{\varphi_0}^{1} u\left[1+\frac{h}{b}(1-2\varphi)\right]d\varphi \tag{6}$$

cu notațiile:

$\varphi=\frac{y}{\frac{h}{2}}$ — variabilă adimensională de integrare;

$\varphi_0=\frac{y_0}{\frac{h}{2}}$ — valoarea marginală a variabilei.

Integrala (6), prin aplicarea legii logaritmice de repartiție a vitezelor, se mai scrie:

$$v=\int_{\varphi_0}^{1}\left[u_{max}+\frac{u_*}{\varkappa}\ln\varphi\right]\left[1+\frac{h}{b}(1-2\varphi)\right]d\varphi \tag{7}$$

cu următoarea formă a vitezei locale:

$$u=\frac{u_*}{\varkappa}\ln\frac{y}{y_0}=\frac{u_*}{\varkappa}\ln\left|\frac{h}{2y_0}\cdot\frac{2y}{h}\right|=u_{max}+\frac{u_*}{\varkappa}\ln\varphi. \tag{8}$$

Prin efectuarea integralei (7) se obține:

$$v=(1-\varphi_0)\left[1-\varphi_0\frac{h}{b}\right]u_{max}-\frac{u_*}{\varkappa}\left\{\left(1+\frac{h}{b}\right)[1+\varphi_0(\ln\varphi_0-1)]-\right.$$
$$\left.-\frac{h}{b}\left[\frac{1}{2}+\varphi_0^2\left(\ln\varphi_0-\frac{1}{2}\right)\right]\right\} \tag{9}$$

și cunoscînd expresia:

$$v=u_{max}-nu_* \tag{10}$$

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

rezultă :

$$n=\frac{1}{\varkappa}\left\{[1+\varphi_0(\ln\varphi_0-1)]\left(1+\frac{h}{b}\right)-\left[\frac{1}{2}+\varphi_0^2\left(\ln\varphi_0-\frac{1}{2}\right)\right]\frac{h}{b}\right\}. \tag{11}$$

Dacă se ține seama de faptul că :

$$\varphi_0=\frac{4\sqrt{2}}{\alpha}\cdot\frac{1}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}+\frac{2}{\beta}k\cong\frac{4}{\mathrm{Re}}+\frac{k}{20}\cdot \tag{12}$$

are valori foarte mici, relația (11) se poate scrie în forma finală :

$$n=\frac{1}{\varkappa}\left[1+0{,}5\,\frac{h}{b}\right] \tag{13}$$

2. ECUAȚIA CRITERIALĂ A COEFICIENTULUI DARCY PENTRU PROFILUL DREPTUNGHIULAR

Pentru a se pune în evidență efectul de formă în trecerea de la cerc la dreptunghiul de aceeași rază hidraulică, ecuația criterială (1) primește expresia :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}-\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=-2\log\left[\frac{D}{d}\cdot e^{\varkappa(n-n_0)}\right]=2\log\frac{d}{D}-2\varkappa(n-n_0)\log e \tag{14}$$

stabilită într-o lucrare anterioară [6], în care λ_0 și n_0 se referă la profilul circular.

În cazul secțiunii dreptunghiulare

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}-\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=-2\log\left\{\frac{2}{1+h/b}\cdot e^{\varkappa\left[\frac{1}{\varkappa}\left(1+0{,}5\,\frac{h}{b}\right)-n_0\right]}\right\} \tag{15}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}-\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=2\log\left(1+\frac{h}{b}\right)-\left(1+\frac{h}{b}\right)\log e-(1-\varkappa n_0)\log e-2\log 2 \tag{16}$$

relație care, pentru valorile :

$$\log e=0{,}434\ ;\ \varkappa=0{,}4\ ;\ n_0=3{,}75$$

devine :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}-\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}=2\log\left(1+\frac{h}{b}\right)-0{,}434\left(1+\frac{h}{b}\right)+0{,}266, \tag{17}$$

Această ultimă relație permite studiul efectului de formă al profilului dreptunghiular în funcție de parametrul geometric al raportului laturilor.

3. REZULTATE ȘI VERIFICARI EXPERIMENTALE

Lucrările experimentale s-au efectuat în aer, cercetînd curgerea medie permanentă în regim turbulent tranzitoriu printr-o conductă demontabilă de secțiune dreptunghiulară la diferite valori ale raportului laturilor.

Conductă dreaptă și montată orizontal ($L=11{,}5$ m ; $S_{max}=10\times20$ cm^2 ; material lemnos) funcționează în circuit deschis. Debitul se măsoară printr-un ajutaj la intrare iar tronsonul final de lucru ($l=3$ m) este prevăzut la ieșire cu un tub Prandtl mobil, permițînd o explorare carteziană a vitezelor în secțiune (Foto 1, 2, 3, 4, 5 și 6).

S-a utilizat aparatură de precizie — micromanometre cu tub înclinat din clasa 0,02, termometre cu diviziuni de 0,2 °C, barometre cu vernier și corecție de zero, psihrometre cu circulație — iar la proiectarea schemelor de montaj și prelucrarea rezultatelor măsurate s-a luat în considerare teoria erorilor experimentale.

O parte din rezultatele experimentale pentru verificarea relației (17) au fost prezentate în tabelul 1, în care se pot urmări în paralel și valorile teoretice.

Tabelul 1

nr.	$\frac{h}{b}$	D mm	δ mm	10^{-5}Re	10^4K	$\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}-\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}\right)_{th}$	$\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}-\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}\right)_{ex}$	λ |—|
1	0					−0,168		
2	0,29	90	0,015	1,84	1,66	−0,073	−0,082	0,0174
3	0,29	90	0,015	0,685	1,66	−0.073	−0,065	0,0205
4	0,387	83,6	0,015	1,166	1,794	−0,052	−0,055	0,0186
5	0,387	83,6	0,015	1,56	1,794	−0,052	−0,037	0,0167
6	0,58	73,5	0,015	1,79	2,04	−0,022	−0,01	0,0174
7	1	58	0,015	1,213	2,59	0	−0,008	0,0187

Verificarea relației (17) este satisfăcătoare, după cum se poate vedea și în fig. 2.

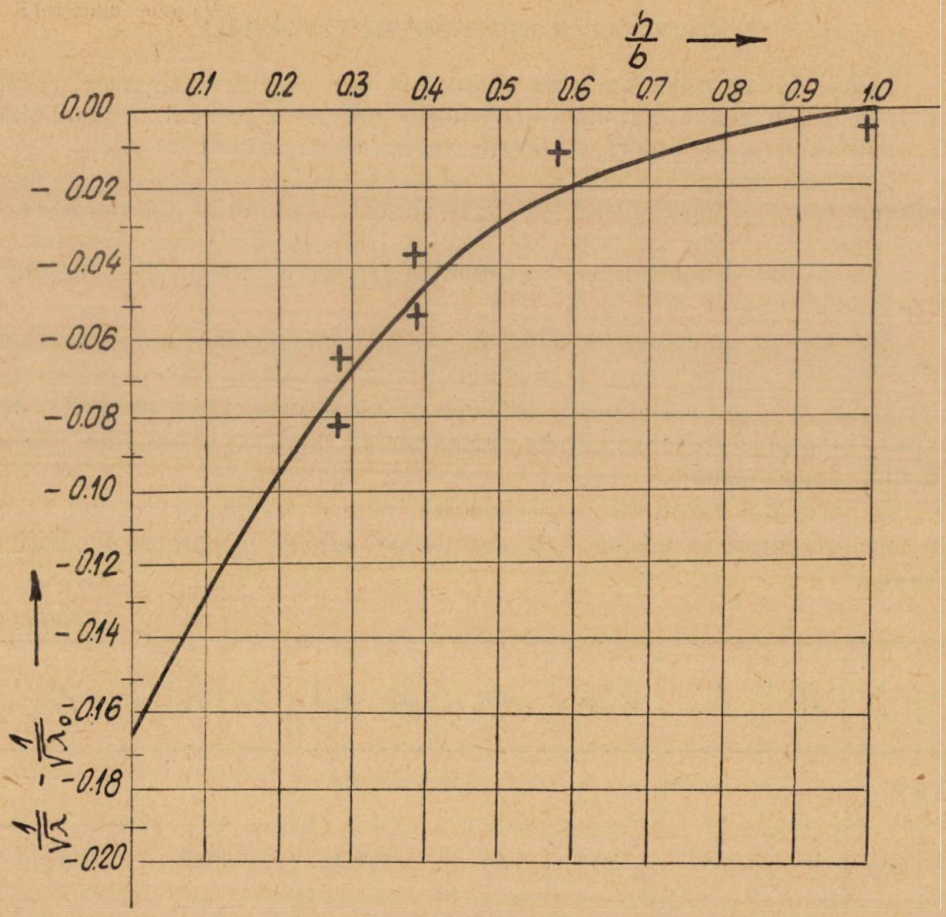


Fig. 2. Verificarea experimentală a efectului de formă.

Concordanța ipotezei a 3-a a hidraulicii necirculare cu desfășurarea fenomenului fizic se poate urmări în fig. 3 și 4 unde curbele de egală viteză au fost construite pe baza rezultatelor înregistrate cu tubul Prandtl de la ieșire.

4. CONCLUZII

Lucrarea aduce o contribuție în hidraulica conductelor necirculare prin particularizarea ecuației criteriale a coeficientului de rezistență λ în cazul profilului dreptunghiular.

Se stabilește dependența analitică a efectului de formă, exprimat prin diferența $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}$, în funcție de parametrul geometric al raportului laturilor secțiunii.

Verificările experimentale, privind evoluția efectului de formă și alura curbelor de egală viteză, sînt satisfăcătoare.

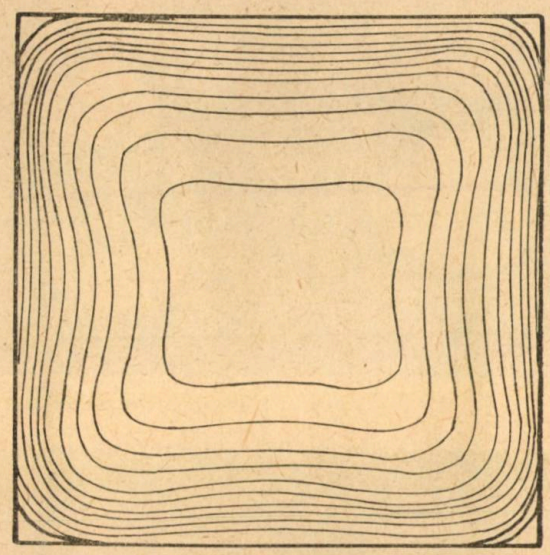


Fig. 3. Curbe de egală viteză în secțiunea pătrată.

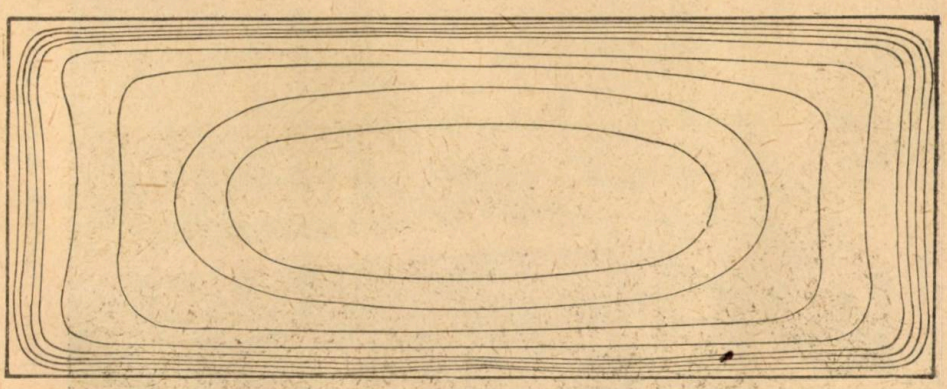


Fig. 4. Curbe de egală viteză în secțiunea dreptunghiulară.

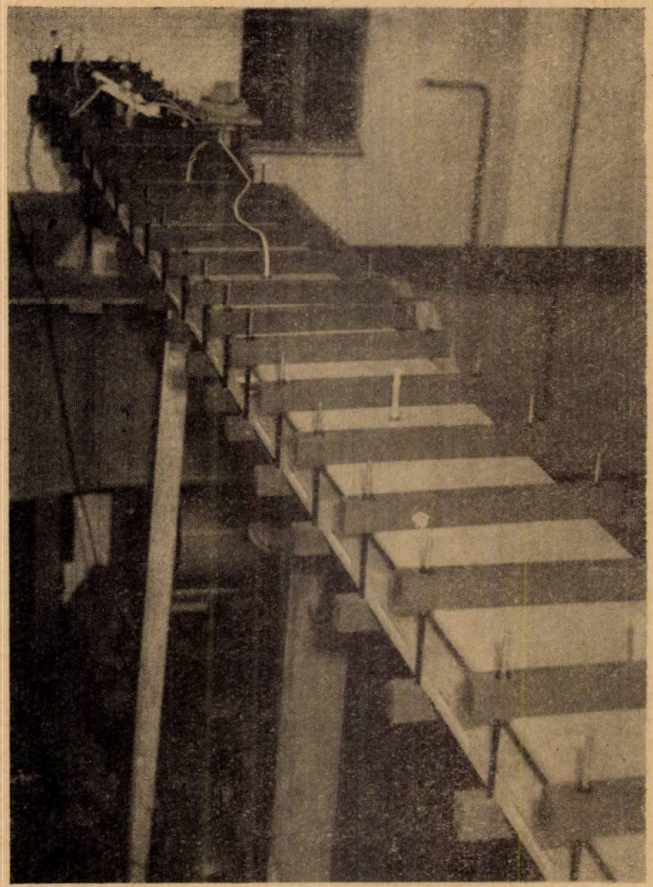


Foto 1. Conducte de secțiunea variabilă ; vedere generală.

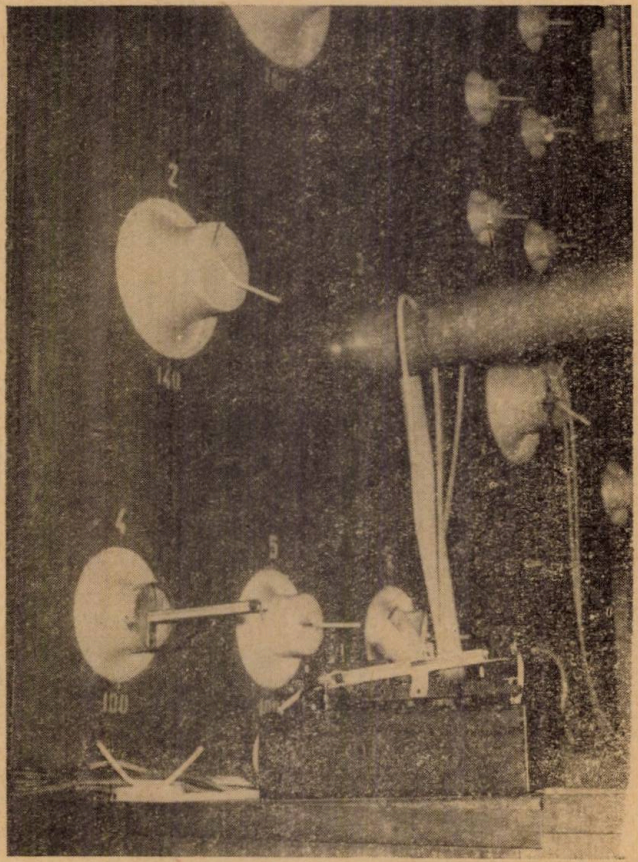


Foto 2. Instalația de măsurare a debitului prin ajutajul de la întoarcere.

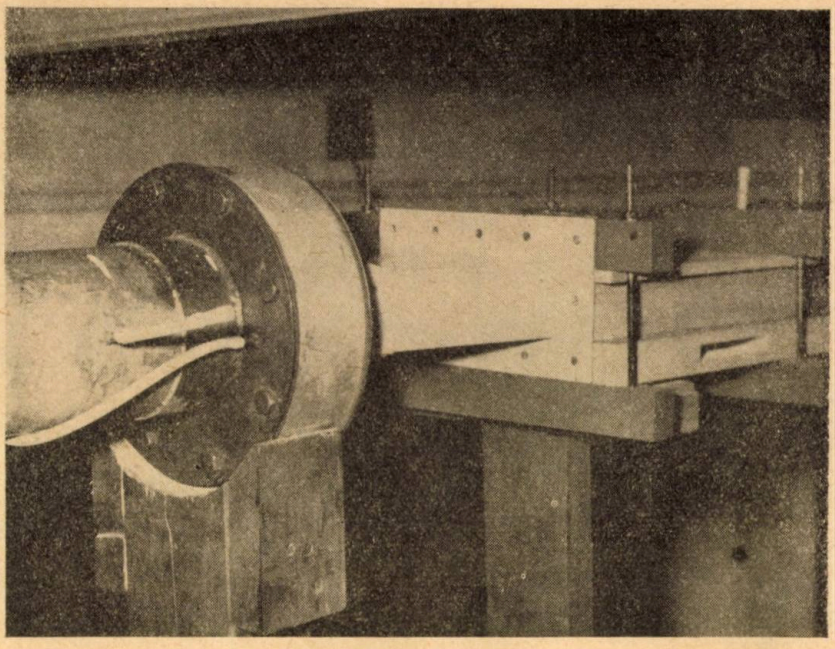


Foto 3. Ajutajul de trecere de la secțiunea circulară la secțiunea dreptunghiulară.

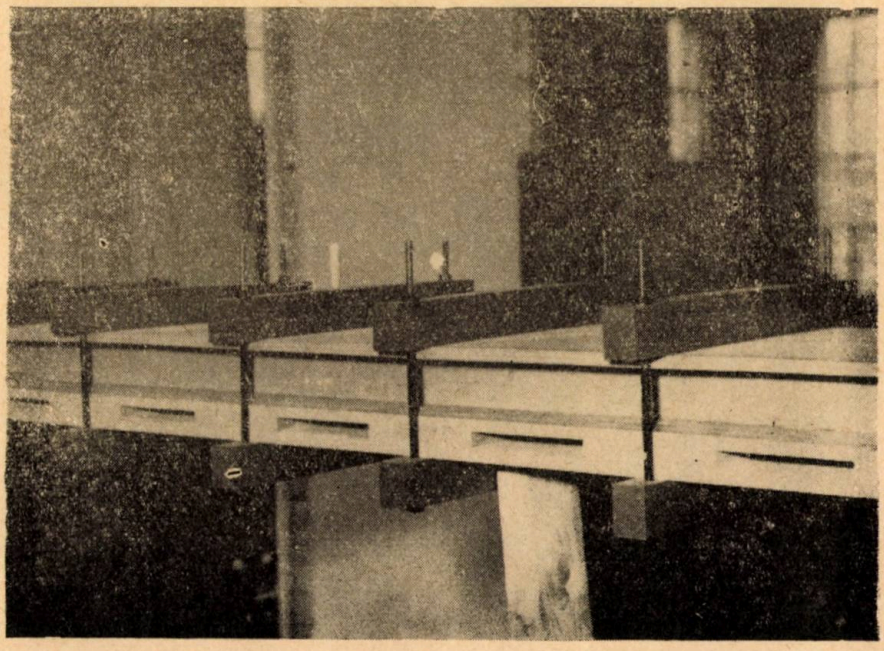


Foto 4. Conducte de secțiunea dreptunghiulară variabilă; detaliu.

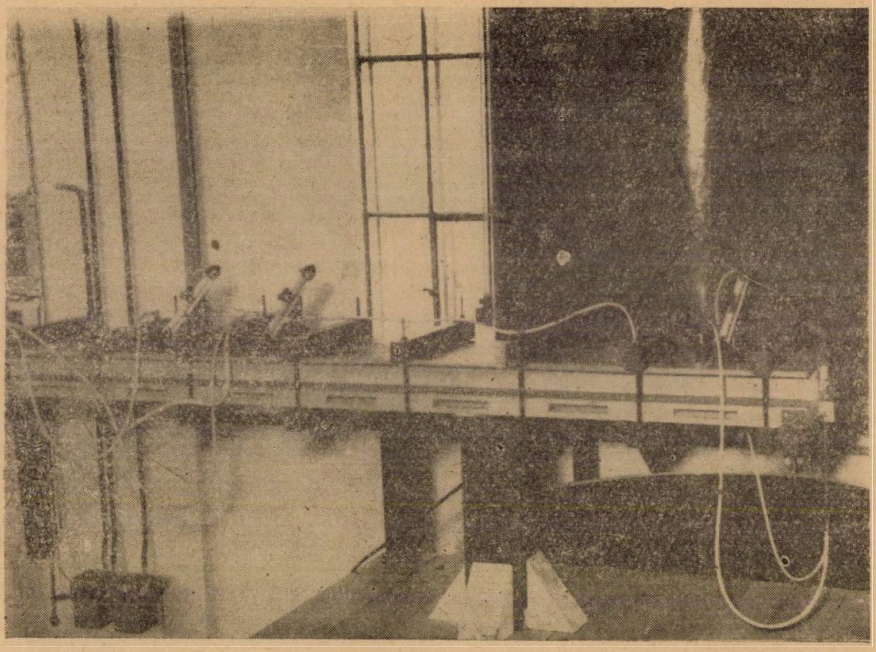


Foto 5. Montajul experimental la ieșire.

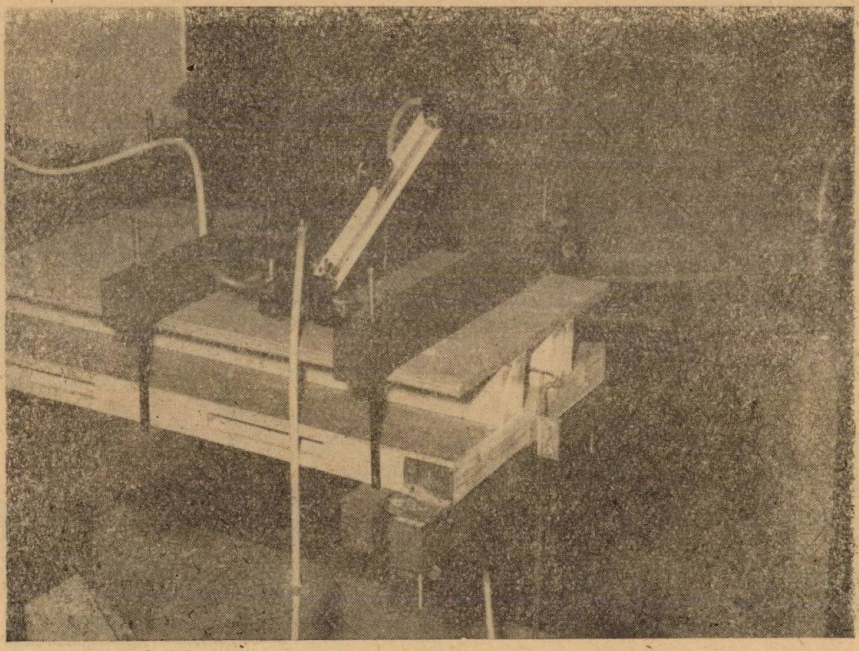


Foto 6. Instalația de explorare a vitezelor în secțiunea finală.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Gheorghiu, O contribuţie în problema efectului de formă la secţiuni cu aceeaşi rază hidraulică. Studii şi cercetări ştiinţifice. Academia R.P.R. Baza Timişoara, Tom. V., 1958, nr. 1—2.
2. V. Gheorghiu şi V. Anton, Cercetări asupra rezistenţei hidraulice la o conductă de secţiune patrată. Buletinul ştiinţific şi Tehnic al Institutului Politehnic Timişoara, Tom. 3 (17), 1958.
3. V. Gheorghiu şi Gh. Stoica, Cercetarea rezistenţei unei conducte de secţiune triunghiulară în aer. Studii şi Cercetări Ştiinţifice. Academia R.P.R. Baza Timişoara, Tom. 7, 1960, nr. 1—2.
4. V. Gheorghiu şi Gh. Stoica, Utilizarea unui ajutaj clopot la măsurarea debitului. Buletinul Ştiinţific şi Tehnic al Institutului Politehnic Timişoara, Tom. 5 (19), 1960, fasc. 1—2.
5. V. Gheorghiu, Contribuţii la hidraulica conductelor necirculare. Studii tehnice Timişoara, Tom. VIII, nr. 3—4, 1961.

ГИДРАВЛИЧЕСКА ЭФФЕКТА ФОРМЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГЕОМЕТРИИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

(РЕЗЮМЕ)

Работа способствует развитию гидравлики некруглых труб используя частный случай критерялного уравнения коэффициента сопротивления λ в случае прямоугольного профиля

Устанавливается аналитическая зависимость эффекта формы, выраженного разностью $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}$ в зависимости от геометрического параметра отношения сторон сечения. Экспериментальные проверки, касаясь эволюции эффекта формы и аспекта кривых одинаковой скорости удовлетворительны.

DIE HYDRAULIC DES FORMEFFEKTES IN ABHANGIGHEIT VOM SEITENVERHÄLTNIS DER RECHTECKIGEN QUERSCHNITTEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Diese Arbeit bringt einen Beitrag zur Hydraulik nichtkreisförmiger Rohre, durch die Partikularisierung der Kriterialegleichung des Widerstandkoefizienten λ, für den Fall des rechteckigen Querschnittes.

Es wird die analytische Abhängigkeit des Formeffektes bestimmt der durch die Differenz $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}$ ausgedrückt wird, in Abhängigkeit vom Seitenverhältnis des Querschnittes.

Die experimentellen Prüfungen im Bezug auf die Entwicklung des Formeffektes und des Verlaufs der Kurven gleicher Geschwindigkeit, sind zufriedenstellend.

STUDIUL HIDRAULIC AL UNUI DIFUZOR HIPERBOLIC DE SECȚIUNE RECTANGULARĂ

DE

V. GHEORGHIU, T. NICOARĂ

Realizarea tuburilor difuzoare ca elemente de trecere a curenților lichizi sub presiune, de la o secțiune vie mai mică la una mai mare, constituie o problemă des întîlnită în activitatea inginerului hidrotehnician. Obișnuit se adoptă forme tronconice în conducte circulare, trunchiuri de piramidă sau racordări curbe cvasi arbitrare, pentru conducte necirculare.

În lucrarea de față se face studiul unui difuzor trasat după liniile de curent a unei mișcări potențiale plane dată de o sursă liniară de lungime $2a$; difuzorul va fi deci dezvoltat în planul mișcării, iar secțiunea sa transversală rezultă rectangulară.

1. CONSIDERAȚII ANALITICE

Pentru obținerea sursei liniare se transformă conform, cu funcția de transformare Jukovski, sursa circulară de rază a.

Se introduc notațiile:

a — raza cercului de bază;
b — grosimea stratului de fluid în mișcarea plană;
θ, r — coordonate polare în planul complex z;
X, Y — coordonate carteziene în planul complex z;

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{a} + \frac{a}{r}\right); \quad \beta = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{a} - \frac{a}{r}\right);$$

$\hat{V} = V_x - iV_y$ — viteza complexă în planul Z;
v_1, v_2, v_3 — viteze medii în secțiunile $1, 2, 3$;
Q — debitul sursei pentru unitatea de grosime a stratului în mișcare plană;
q — debitul difuzorului;

* Lucrare comunicată la Sesiunea cadrelor didactice din I.P.T. 10—12 mai 1968.

s_1, s_2, s_3 — lungimile de arce pe curbele echipotențiale interceptate de profilul difuzorului ;

$s_1 \cdot b$, $s_2 \cdot b$, $s_3 \cdot b$, $s_{max} \cdot b$ — secțiunile difuzorului : la intrare, intermediare și de ieșire ;

$\sigma = \frac{s}{s_1}$ — parametrul adimensional al secțiunii ;

$D = 2\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{s}\right)^{-1}$ — „diametrul hidraulic" al secțiunii ;

θ_1, θ_2 — parametrii unghiulari ai liniilor de curent care limitează profilul cotului ;

$$\theta_m = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2);$$

$2\delta = \theta_2 - \theta_1$ — unghiul la centru al sectorului de coroană din planul z ;

$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot D}{\nu}$ — numărul Reynolds ;

p_1, p_2, p_3, p_e — presiuni statice în secțiunile *1, 2, 3* și la ieșirea difuzorului ;

$\eta_{1,3}$ — randamentul hidraulic al difuzorului pe porțiunea *1—3*;

h_r — pierderea de energie în difuzor.

Din [1] rezultă :

Potențialul complex al mișcării :

$$W = \frac{Q}{2\pi} \ln z = \frac{Q}{2\pi} \ln (Z \pm \sqrt{Z^2 - a^2}). \tag{1}$$

Funcția de transformare :

$$Z = \frac{1}{2}\left(z + \frac{a^2}{z}\right) \tag{2}$$

sau

$$X = a\,\alpha \cos\theta \tag{3}$$

$$Y = a\,\beta \sin\theta. \tag{4}$$

Liniile de curent în planul Z vor avea ecuația :

$$\frac{X^2}{\cos^2\theta} - \frac{Y^2}{\sin^2\theta} = a^2 \tag{5}$$

iar cele echipotențiale :

$$\frac{X^2}{\alpha^2} + \frac{Y^2}{\beta^2} = a^2. \tag{6}$$

Deci spectrul reodinamic este format de o familie de hiperbole de curent (5) omofocal conjugate cu elipsele echipotențiale (6).

Viteza complexă în planul Z, al sursei liniare, va fi [1]:

$$|V| = \frac{Q}{2\pi a}(\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta)^{-\frac{1}{2}} \tag{7}$$

și

$$V_X = \frac{Q}{2\pi a} \cdot \frac{\beta \cos\theta}{\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta} \tag{8}$$

$$V_Y = \frac{Q}{2\pi a} \cdot \frac{\alpha \sin\theta}{\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta}. \tag{9}$$

1.1. **Profilul difuzorului** rezultă din transformarea conformă (Jukovski) a domeniului din planul z închis de sectorul de coroană circulară (*1 2 3 4*), simetric în raport cu axa reală, în domeniul din planul Z închis de conturul (*1′ 2′ 3′ 4′*).

Teoretic, adică în ipoteza unui fluid cu vîscozitatea și frecarea la pereți nule, δ nu trebuie limitat.

Practic, la lichide reale, δ trebuie ales în așa fel încît difuzorul obținut să funcționeze fără desprinderi ale lichidului de pereți. La difuzoarele liniare apar desprinderi la un unghi de divergență de 6° [2]. Pentru evitarea des-

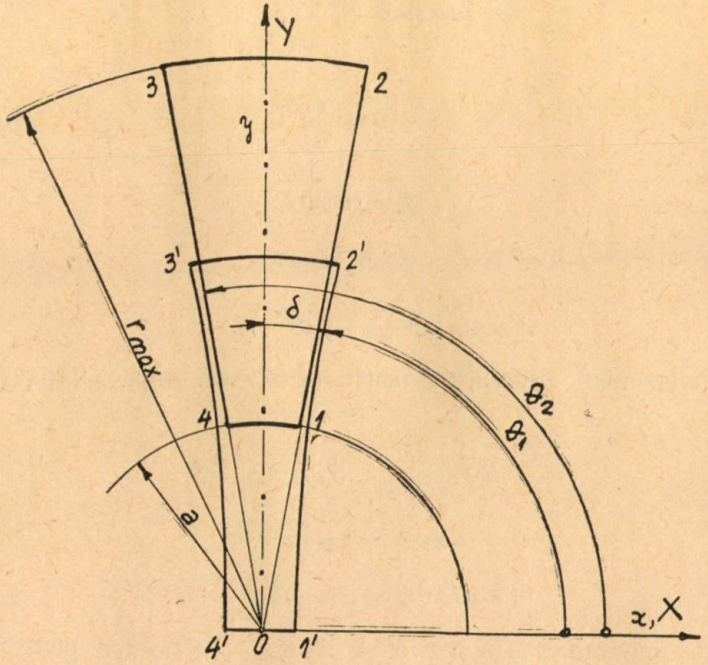


Fig. 1. Schema difuzorului hiperbolic obținut prin transformarea Jukovski.

prinderilor cercetările experimentale făcute de Polzin [3] arată că în plus este necesar ca $\sigma_{max} \leqslant 4$.

Rezultă deci pentru proiectarea difuzorului două condiții restrictive simultane: una referitoare la unghiul de divergență $2\,\delta$ și alta la raportul σ_{max}. Valorile maxime ale acestora pentru cazul difuzorului hiperbolic trebuiesc stabilite pe cale experimentală. Forma hiperbolică poate asigura depășirea valorii de 6° pentru unghiul de divergență.

Dimensionarea difuzorului hiperbolic se va face pentru valorile δ, σ_{max}, s_1 date.

Aproximînd arcul liniei echipotențiale cu coarda se poate scrie:

$$s = \sqrt{\Delta X_s^2 + \Delta Y_s^2} \tag{10}$$

și din motive de simetrie:

$$\Delta Y_s = 0$$

$$\Delta X_s = a\alpha\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right)\right] = 2a\,\alpha \sin\delta$$

$$s = 2a\,\alpha \sin\delta \tag{11}$$

și

$$\sigma = \frac{s}{s_1} \tag{12}$$

dar

$$s_1 = 2a \sin\delta$$

$$\sigma = \alpha \tag{13}$$

și

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - 1} = \sqrt{\sigma^2 - 1}$$

Deci elementele necesare trasării difuzorului după relația (5) și (6) vor fi:

$$a = \frac{s_1}{2 \sin\delta}; \quad \theta_{1,2} = \frac{\pi}{2} \mp \delta \tag{14}$$

$$\alpha = \sigma; \quad \beta = \sqrt{\sigma^2 - 1} \tag{15}$$

$$r = a(\alpha + \beta) = a(\sigma + \sqrt{\sigma^2 - 1}). \tag{16}$$

Pentru determinarea valorilor δ și σ_{max} restrictive pentru difuzorul hiperbolic s-au început cercetări experimentale. Pînă în prezent s-a studiat cazul $\delta = 10°$; $\sigma_{max} = 3{,}6$ pentru Re la intrare 32.300—143.500.

Valorile difuzorului studiat sînt:

Tabelul 1

Măsuri	a	s_1	s_{max}	σ	θ_m	δ	θ_1	θ_2
Unități	mm	mm	mm					
Valori	288	100	360	3,6	90°	10°	80°	100°

Conturul este dat de hiperbolele:

$$\frac{X^2}{0{,}0299} - \frac{Y^2}{0{,}9702} = 288^2 \tag{17}$$

limitate ieșire de elipsa:

$$\frac{X^2}{13} + \frac{Y^2}{12} = 288^2 \tag{18}$$

și la intrare de axa:

$$Y=0 \tag{19}$$

1.2. **Repartiția vitezelor în secțiunea difuzorului.** Din (7), (8) și (9) în condițiile difuzorului hiperbolic:

$$V_X = \frac{Q}{2\pi a} \cdot \frac{\beta \cos\theta}{\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta} = \frac{bQ}{2\pi ab} \cdot \frac{\beta \cos\theta}{\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta} =$$

$$= \frac{q}{2ab\delta} \cdot \frac{\beta \cos\theta}{\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta} \tag{20}$$

$$V_Y = \frac{q}{2ab\delta} \cdot \frac{\alpha \sin\theta}{\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta} \tag{21}$$

și

$$V = \frac{q}{2ab\delta} (\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta)^{-1/2} \tag{22}$$

dar:

$$q = v \cdot b \cdot s \tag{23}$$

și

$$\frac{V}{v} = \frac{s}{2a\delta} (\alpha^2 \sin^2\theta + \beta^2 \cos^2\theta)^{-1/2}. \tag{24}$$

În secțiunea de intrare a difuzorului experimentat:

$$V_{1X}=0; \quad V_{1Y}=V_1$$

$$\frac{V_1}{v_1} = \frac{s_1}{2a\delta} \sin^{-1}\theta = 0{,}997 \sin^{-1}\theta. \tag{25}$$

Variația acestui raport (viteza relativă) este dată în tabelul de mai jos.

Tabelul 2

Punct	1	2	3	4	5	6
θ	80	82	84	86	88	90
X_{mm}	50	40,1	30,1	20,1	10,05	0
$\frac{V_1}{v_1}$	1,010	1,005	1,000	0,998	9,997	0,997

În secțiunea intermediară, notată cu 2, a aceluiași difuzor : $s_2=168$ mm ; $\alpha_2=\sigma_2=1{,}68$; $\beta_2 \cong 1{,}35$ se obține pentru $\frac{V_2}{v_2}$ valorile din tabel :

Tabelul 3

Punct	1	2	3	4	5	6
θ	80	82	84	86	88	90
X_{mm}	82,7	66,2	49,7	33,1	16,6	0
Y_{mm}	372,0	374,0	376,0	377,0	377,6	378,0
$\frac{V_2}{v_2}$	1,008	1,007	1,005	1,001	0,998	0,998

În secțiunea intermediară, notată cu 3 $s_3=279$ mm ; $\alpha_3=\sigma_3=2{,}79$; $\beta_3 \cong 2{,}6$
Se obțin pentru $\frac{V_3}{v_3}$ valorile din tabel :

Tabelul 4

Punct	1	2	3	4	5	6
θ	80	82	84	86	88	90
X_{mm}	137,2	110,8	83,2	55,5	27,8	0
Y_{mm}	730,0	732,5	736,0	737,5	739,0	740,0
$\frac{V_3}{v_3}$	1,001	1,001	0,999	0,999	0,999	0,999

1.3. **Pierderea de energie,** la trecerea lichidului prin difuzor se calculează prin integrarea pierderii elementare.

$$dh_r = \frac{\lambda}{D}\frac{v^2}{2g} \cdot dl \tag{27}$$

de-a lungul axei difuzorului.

Vom exprima factorii din membrul drept: $D = \frac{2bs}{b+s} = \frac{2b}{1+\frac{b}{s}}$ și pentru o intrare de formă pătrată $b = s_1$;

$$D = \frac{2b}{1+\frac{s_1}{s}} = \frac{2\alpha b}{1+\alpha} = \frac{2\sigma b}{1+\sigma}. \tag{28}$$

Factorul cinetic al vitezei este:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{v_1^2} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{s_1}{s}\right)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{v_1^2}{2g}. \tag{29}$$

Elementul de lungime:

$$dl = dY_{\theta=\frac{\pi}{2}} = a \cdot d\beta = ad\left(\sqrt{\alpha^2-1}\right) = a\alpha(\alpha^2-1)^{-1/2} \cdot d\alpha. \tag{30}$$

Coeficientul de rezistență λ se calculează în ipoteza pereților netezi din punct de vedere hidraulic (ipoteză respectată în cercetările experimentale).

$$\lambda = (1{,}8 \log \mathrm{Re} - 1{,}5)^{-2} \tag{31}$$

Considerînd o valoare medie între extremitățile difuzorului avem:

$$\lambda_{med} = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_e)$$

unde:

$$\lambda_1 = (1{,}8 \log \mathrm{Re}_1 - 1{,}5)^{-2}; \tag{32}$$

$$\lambda_e = \left(1{,}8 \log \frac{2\mathrm{Re}_1}{1+\alpha_{max}} - 1{,}5\right)^{-2}$$

Reunind factorii pierderii elementare de energie avem:

$$dh_r = \lambda \frac{a}{2b} \cdot \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{\alpha+1}{\alpha^2\sqrt{\alpha^2-1}} d\alpha = \lambda \frac{a}{2b} \cdot \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{1+\frac{1}{\alpha}}{\alpha^2\sqrt{1-\frac{1}{\alpha^2}}} \cdot d\alpha. \tag{33}$$

Facem substituția :

$$t=\frac{1}{\alpha};\quad dt=-\frac{1}{\alpha^2}\cdot d\alpha \tag{34}$$

$$dh_r=-A\frac{1+t}{\sqrt{1-t^2}}dt=-A\sqrt{\frac{1+t}{1-t}}\,dt \tag{35}$$

unde :

$$A=\lambda\frac{a}{2b}\cdot\frac{v_1^2}{2g}$$

Pentru întreg difuzorul de lungime l_{max} considerăm $\sigma=\sigma_{max}$:

$$h_r=\int_0^{l_{max}}dh_r \quad \text{dar : pentru } l=0;\ \alpha=\sigma=1=t \tag{36}$$

$$\text{pentru } l_{max};\ \alpha=\sigma_{max};\ \frac{1}{\sigma_{max}}=t$$

$$h_r=-A_{med}\int_1^{\frac{1}{\sigma_{max}}}\sqrt{\frac{1+t}{1-t}}\cdot dt=-A_{med}\left|-\sqrt{(1+t)(1-t)}-2\arcsin\sqrt{\frac{1-t}{2}}\right|_1^{1/\sigma_{max}}=$$

$$=A_{med}\left(\frac{1}{\sigma_{max}}\sqrt{\sigma_{max}^2-1}+2\arcsin\sqrt{\frac{\sigma_{max}-1}{2\sigma_{max}}}\right) \tag{37}$$

unde am notat $A_{med}=\lambda_{med}\cdot\frac{a}{2b}\cdot\frac{v_1^2}{2g}$ și din (14) :

$$A_{med}=\lambda_{med}\cdot\frac{v_1^2}{2g}\cdot\frac{s_1}{4b}\sin^{-1}\delta \tag{38}$$

sau în ipoteza intrării pătrate :

$$A_{med}=\lambda_{med}\frac{v_1^2}{8g}\sin^{-1}\delta. \tag{39}$$

Deci :

$$h_r=\frac{1}{4}\lambda_{med}\sin^{-1}\delta\left(\frac{1}{\sigma_{max}}\sqrt{\sigma_{max}^2-1}+2\arcsin\sqrt{\frac{\sigma_{max}-1}{2\sigma_{max}}}\right)\frac{v_1^2}{2g} \tag{40}$$

sau :

$$h_r=f\left(\mathrm{Re}_1,\frac{s_1}{b},\delta,\sigma_{max}\right)\frac{v_1^2}{2g}=\zeta\cdot\frac{v_1^2}{2g} \tag{41}$$

și pentru intrare pătrată :

$$h_r=f(\mathrm{Re}_1,\delta,\sigma_{max})\frac{v_1^2}{2g}\cdot$$

1.4. **Randamentul hidraulic al difuzorului** (între secțiunile extreme) se definește prin raportul:

$$\eta = \frac{\frac{p_e - p_1}{\gamma}}{\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}}. \tag{42}$$

Considerînd cazul unui difuzor orizontal, relația lui Bernoulli scrisă pentru secțiunile extreme ale difuzorului ne va da:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} + h_r \tag{43}$$

și din (40), (41):

$$\eta = 1 - \frac{\zeta \frac{v_1^2}{2g}}{\frac{v_1^2 - v_e^2}{2g}} = 1 - \frac{\zeta \sigma_{max}^2}{\sigma_{max}^2 - 1}. \tag{44}$$

Se evidențiază deci că:

$$\eta = \left(\mathrm{Re}_1, \frac{s_1}{b}, \sigma_{max}, \delta\right) \tag{45}$$

sau în cazul intrării pătrate:

$$\eta = (\mathrm{Re}_1, \delta, \sigma_{max}). \tag{46}$$

In cazul difuzorului experimentat s-au măsurat pierderile de energie h_r între secțiunile *1—2* și *1—3*.

Din relațiile (41), (44) adoptate pentru secțiunile respective se obține:

Re_1	Porțiunea *1—2*			Porțiunea *1—3*		
	ζ	h_r mm	η	ζ	h_r mm	η
143 500	0,043	8	0,9335	0,054	10,1	0,938
32 300	0,0585	0,387	0,9100	0,076	0,5	0,913

2. CERCETARI EXPERIMENTALE

Scopul acestor cercetări constă în:

a) Stabilirea condițiilor în care se poate accepta ipoteza lichidului ideal în mișcarea potențială în vederea dimensionării hidraulice a difuzorului.

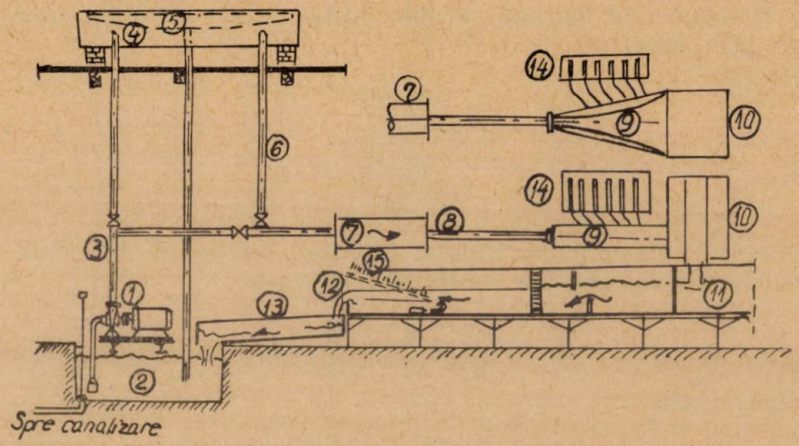


Fig. 2. Staţiunea experimentală :

1 — electropompă; *2* — bazin de beton; *3* — conductă de refulare; *4* — rezervor metalic deschis; *5* — preaplin; *6* — conductă de evacuare a rezervorului deschis; *7* — dispozitiv de liniştire; *8* — conductă metalică dreptunghiulară 100×100 mm; *9* — difuzor de studiu; *10* — rezervor de evacuare; *11* — canal dreptunghilar; *12* — deversor de măsură; *13* — canal de evacuare; *14* — pierzometre diferenţiale cu apă înclinate; *15* — piezometru simplu cu apă înclinat.

b) Verificarea relaţiilor stabilite pentru randamentul difuzorului considerînd că lichidul este vîscos şi pereţii netezi din punct de vedere hidraulic.

Pentru epuizarea punctului a) este necesar să se experimenteze un mare număr de difuzoare avînd valori diferite pentru σ_{max} şi δ urmînd a se stabili limita lor pentru evitarea fenomenului desprinderii lichidului de pereţi şi obţinerea unei repartiţii a vitezelor cît mai apropiată de cea teoretică.

Difuzorul cercetat experimental are : $\delta = 10°$; $\sigma_{max} = 3{,}6$; $l = 994$ mm ; $b = s_1 = 100$ mm şi a fost dezvoltat într-un plan orizontal.

2.1. **Staţiunea experimentală** s-a realizat în circuit închis de apă (fig. 2). Pereţii curbi ai difuzorului trasaţi după relaţia (17) s-au confecţionat din lemn lăcuit iar cei plani din plexiglas. Două rame din oţel de formă trapezoidală strînse cu şuruburi solidarizează întregul model. De aceste rame sînt prinse flanşa conductei pătrate de alimentare (8) flanşa vasului din lemn (10) în care se face evacuarea lichidului.

S-au măsurat vitezele în secţiunile : *1* (de intrare), *2* (intermediară la $l_{12} = 378$ mm), presiunile statice în secţiunile *1*, *2* şi *3* (intermediară la $l_{13} = 740$ mm), debitul curentului lichid şi temperatura apei.

Măsurătorile de viteză s-au efectuat pe axele orizontale şi verticale al secţiunilor respective din 5 în 5 mm în apropierea pereţilor şi din 10 în 10 mm în rest.

Secţiunile *2* şi *3* sînt evident suprafeţe cilindrice avînd ca directoare elipse echipotenţiale. Explorarea vitezelor s-a făcut pe coarda semiarcului de elipsă *s*. Lichidul folosit a fost apa potabilă.

2.2. **Aparate de măsură.** Pentru măsurarea vitezelor s-au utilizat sonde diferenţiale (Pitot-Prandtl), de presiune totală şi de presiune statică. Sondele de presiune totală s-au etalonat prin comparaţie cu sonda Pitot-Prandtl în curent de apă.

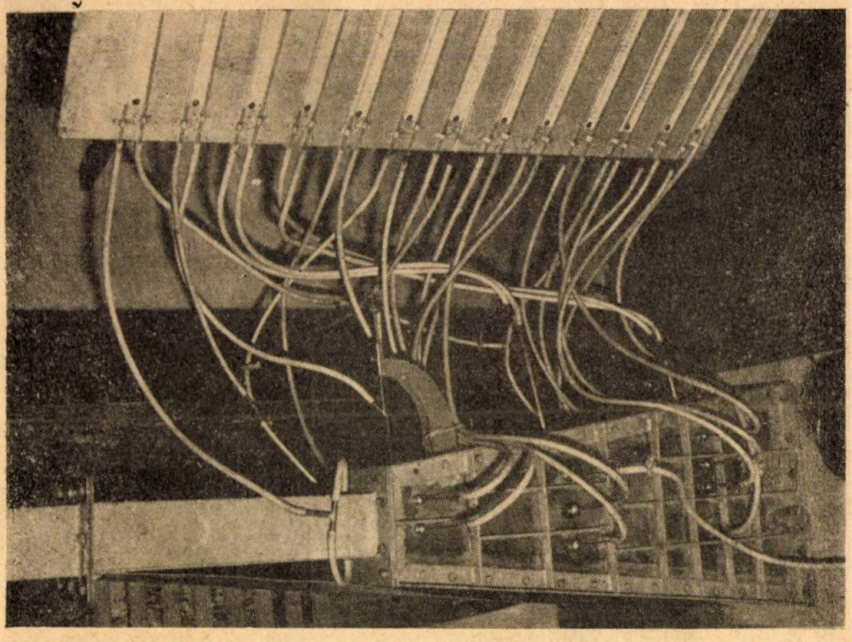
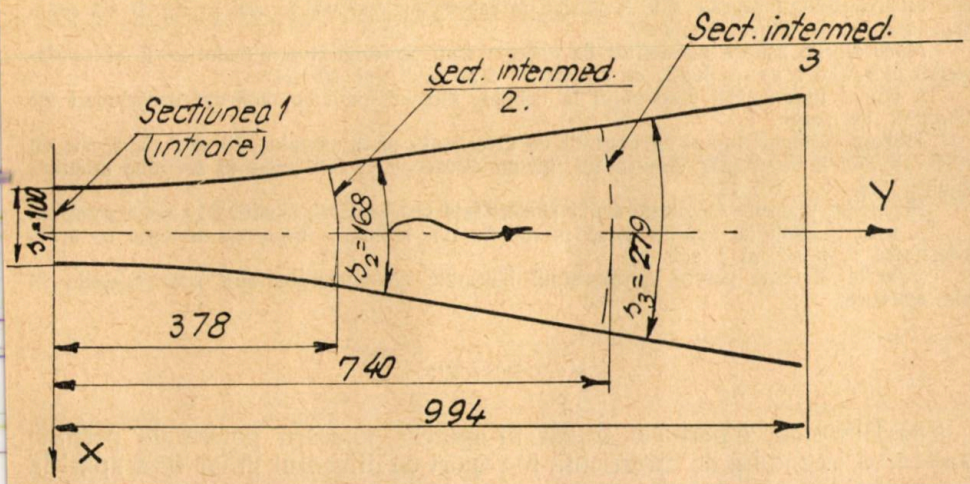


Fig. 3. Ansamblul modelului experimentat.



X mm	50	50.3	52.6	56.1	60.8	66.0	72.2	85.8	100.5	116.0	132.0	148.5	165.1	180.0
Y mm	0	50	100	150	200	250	300	400	500	600	700	800	900	994

Fig. 4. Conturul difuzorului experimentat.

La montarea sondelor în pereți s-au folosit treceri cu presetupe.

Presiunile s-au măsurat cu piezometre simple și diferențiale cu apă înclinate la ~ 50°.

Determinarea debitului s-a făcut cu un deversor de măsură cu perete subțire fără contracție laterală, liber avînd lățimea 59,1 cm și înălțimea pragului 20 cm.

Piezometrele folosite au avut următoarele clase de precizie: 0,02 la determinarea vitezelor și presiunilor și 0,002 la măsurarea debitelor. Eroarea relativă medie a rezultat 2% la determinarea vitezelor și 1% la determinarea pierderilor de energie.

2.3. **Rezultate obținute.** S-au experimentat 6 regimuri de debite cuprinse între 1,6 l/s și 16 l/s și indicate în tabelul 4.

Repartiția vitezelor măsurate în axul orizontal al secțiunii transversale s-a reprezentat în fig. 5 și 6 în sistemul de coordonate adimensionale: $\frac{x}{s}$, 0, $\frac{V}{v}$ unde am notat cu x distanța de la perete.

Tabelul 4

Regim	Sarcină la deversor m	Debit m³/s	t_1 °C	v_1 m/s	Re_1	t_2 °C	v_2 m/s	Re_2	t_3 °C	v_3 m/s	Re_3
1	0,0577	0,0160	16	1,60	143 500	17	0,947	109 000	19	0,574	81 500
2	0,0466	0,0125	18	1,25	117 800	21	0,745	99 000	21	0,448	67 000
3	0,0407	0,0100	13,5	1,01	85 000	16	0,600	67 500	17	0,362	49 000
4	0,0346	0,0082	17	0,82	75 200	17	0,488	56 200	17	0,294	39 800
5	0,0252	0,0054	17	0,54	49 600	17	0,322	37 100	17	0,194	26 300
6	0,0198	0,0036	16	0,36	32 300	16	0,214	24 100	16	0,129	17 000

În grafice s-au trecut valorile vitezelor măsurate, amplificate cu un factor de corecție ce ține cont de repartiția verticală a vitezelor. Acest factor s-a luat egal cu raportul mediei vitezelor măsurate pe axul vertical al secțiunii către viteza din mijlocul secțiunii. Deoarece repartiția vitezelor măsurate este simetrică în raport cu axul difuzorului în fig. 6 s-a redat diagrama pe jumătatea secțiunii.

Măsurătorile asupra pierderilor de energie s-au reprezentat prin valorile ζ și randamentul hidraulic η pe porțiunile de difuzor *1—2* și *1—3* (rel. 40—44).

În timpul funcționării difuzorului la debitele indicate nu s-au observat desprinderi ale lichidului de pereți.

Trebuie subliniat faptul că unghiul de divergență al difuzorului, $2\delta=20°$ depășește cu mult valoarea la care apar desprinderi într-un difuzor cu profil liniar și secțiune dreptunghiulară ($2\delta=6\ldots8°$) [3].

Repartiția vitezelor măsurate arată abateri față de repartiția teoretică în zona pereților. În sect. 2 abaterile cuprind zone însemnate din secțiunea transversală ceea ce arată necesitatea limitării lui δ sub 10°.

Valorile obținute pentru randamentul hidraulic al difuzorului sînt practic egale cu cele teoretice.

3. CONCLUZII

a) Difuzorul hiperbolic trasat în ipoteza mișcării potențiale permite majorarea unghiului de divergență în raport cu difuzorul liniar fără apariția desprinderii curentului de perete.

b) Dispozitivul asigură valori ridicate ale randamentului hidraulic.

c) Ipoteza mișcării potențiale oferă o metodă de proiectare rațională a tuburilor difuzoare.

d) Se impune continuarea cercetărilor experimentale în vederea stabilirii valorilor limită δ, σ_{max}.

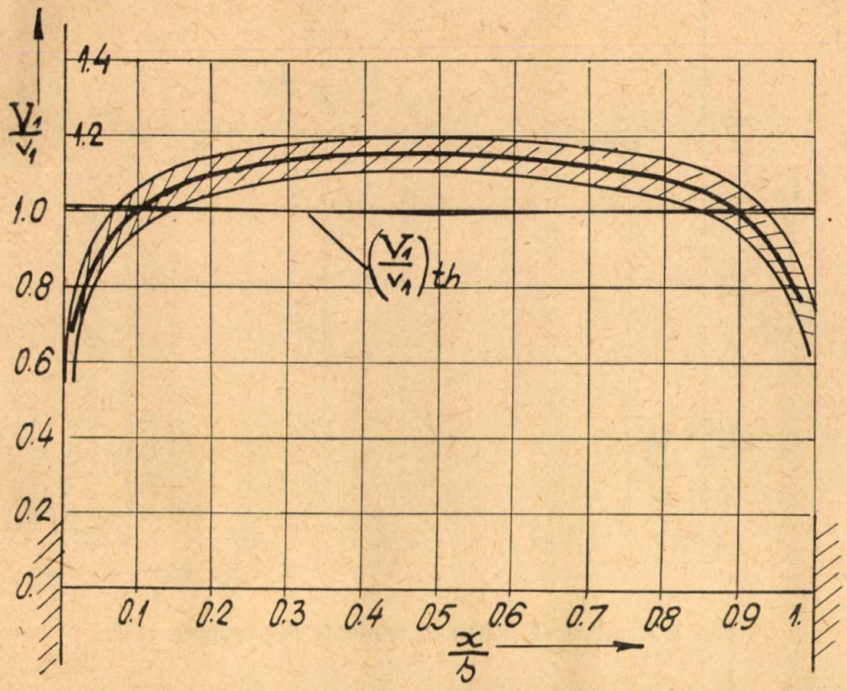


Fig. 5. Diagramele adimensionale, teoretică și experimentală în secțiunea de intrare a difuzorului.

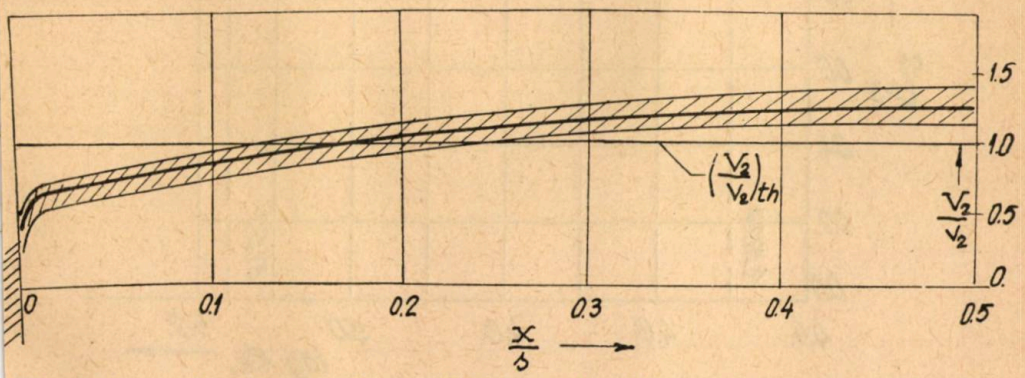


Fig. 6. Diagramele adimensionale, teoretică și experimentală în secțiunea intermediară 2 a difuzorului.

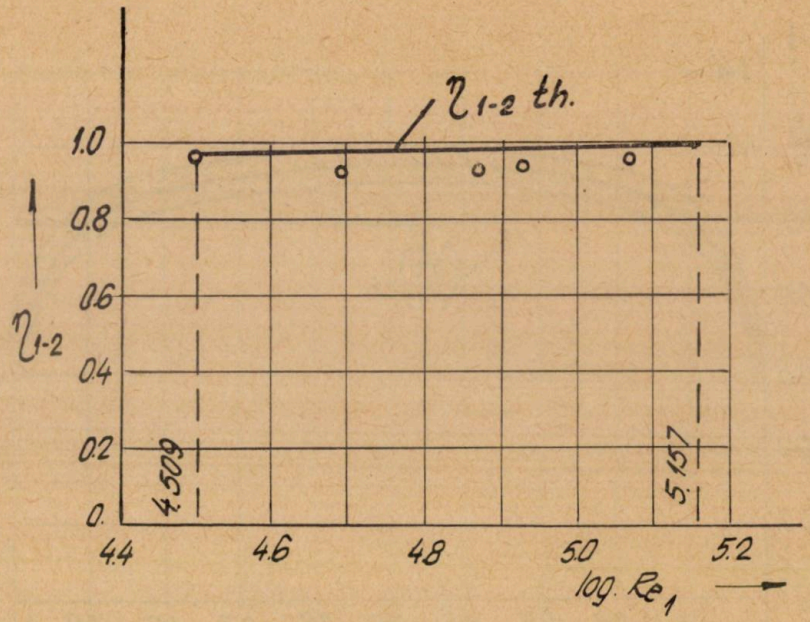


Fig. 7. Randamente hidraulice măsurate pe porțiunea *1—2*.

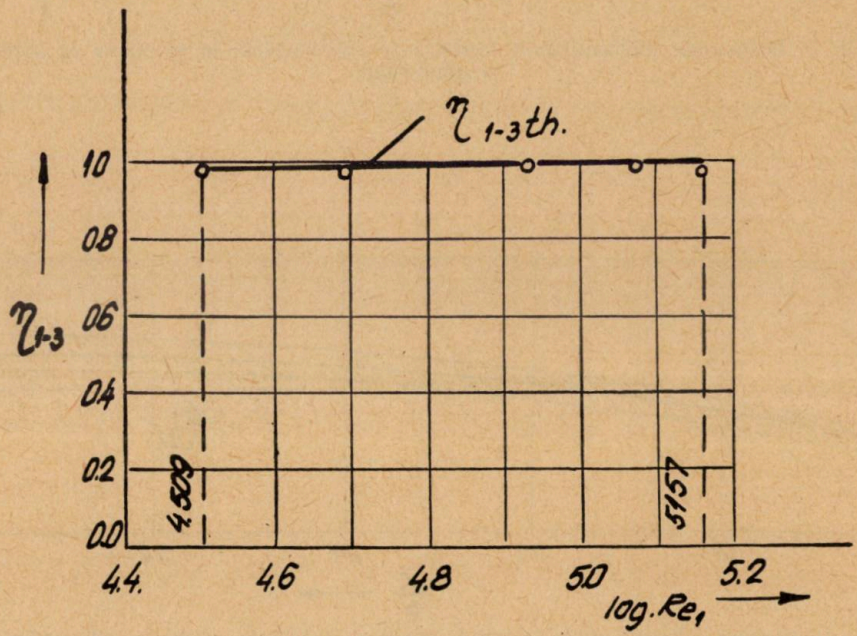


Fig. 8. Randamente hidraulice măsurate pe porțiunea *1—3*.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Gheorghiu, T. Nicoară, Studiul hidraulic al unui cot hiperbolic de secțiune dreptunghiulară. Buletin I.P.T. Tom. 11 (25) fasc. 2, 1966.
2. B. Eck, *Technische Strömungslehre*, Springer-Verlag, 1958.
3. V. Gheorghiu, T. Nicoară, Theoretische und experimentelle Beiträge zur hydraulischen Dimensionierung von Venturi-Entleerungen der Standämme, Revue roumaine des scriences Techniques, Mécanique Applique Tome 11, nr. 2, pg. 327—340 Bukarest, 1966.

ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ДИФФУЗОРА С ПРЯМОУГОЛЬНОМ СЕЧЕНИЕМ

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучается диффузорная труба с прямоугольным поперечным сечением. Даётся метод построения диффузора, при помощи преобразования Жуковского круглого источника в линейный. Устанавливается выражение потери энергии в диффузорной трубе и гидравлической к.п.д.

Экспериментальные исследования на трубе с $\delta=10°$ и $\sigma=3{,}6$ доказали высокий гидравлический к.п.д. Подтвердилось что представление о потенциальном движении представляет метод рационального проектирования диффузорных труб.

HYDRAULISCHES STUDIUM EINES HYPERBOLISCHEN DIFUSORS MIT RECHTECKIGEM QUERSCHNITT

(ZUSAMMENFASSUNG)

In dieser Arbeit wird ein difusorförmiges Rohr mit einem rechteckigen Querschnitt studiert.

Die Methode welche für die Begrenzung des Difusors angegeben wurde besteht in der Shukowski'schen Transformation einer kreisförmigen Quelle in eine lineare Quelle.

Es werden die Ausdrücke der verlorenen Energie und des hydraulischen Wirkungsgrades von difusorförmigen Rohren bestimmt.

Die experimentellen Versuche sind auf einem Rohr mit $\delta=10°$ und $\sigma=3{,}6$ durchgeführt worden, welches einen erhöten Wirkungsgrad aufgewiesen hat.

Es wurde bestätigt, das die Hypothese der Potentialbewegung eine rationelle Proiektionsmethode bietet.

MĂSURAREA INDUCTIVITĂȚII DIFERENȚIALE A MOTOARELOR SERIE DE CURENT CONTINUU CU OSCILOGRAFUL CATODIC *

DE

A. NEGREANU

1. INTRODUCERE

Calculul regimurilor tranzitorii ale motoarelor serie de curent continuu, care apar la reglarea locomotivelor electrice și Diesel-electrice și mai ales la regimurile cvasistaționare în cazul reglării prin impulsuri de tensiuni, necesită cunoașterea inductivității diferențiale.

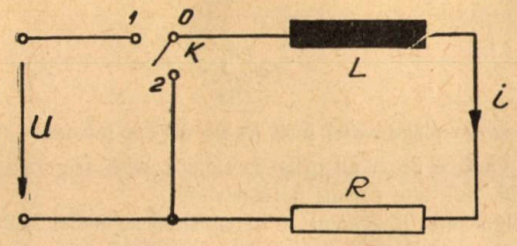


Fig. 1. Schema de principiu.

Deoarece de obicei standurile și laboratoarele posedă oscilografe catodice, o metodă care să permită determinarea ușoară a inductivității diferențiale pe cale experimentală, este foarte utilă.

2. BAZA TEORETICĂ

În regim permanent, în poziția *O1* a întrerupătorului *K* fig. 1, prin circuitul format din inductivitatea *L* și rezistența *R* trece un curent i_0. La scurtcircuitarea circuitului, în poziția

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică I.P.T. din mai 1968.

O2 a întrerupătorului *K*, t.e.m. de autoinducție, acoperă căderea de tensiune din rezistența circuitului :

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{di}{dt} = Ri \tag{1}$$

unde inductivitatea diferențială este :

$$L = \frac{d\Psi}{di}. \tag{2}$$

Rezultă expresia inductivității diferențiale utilizată pentru măsurători :

$$L = -R\frac{i}{\frac{di}{dt}} \tag{3}$$

Cu aceasta, calculul se reduce la cunoașterea curbelor $i = f_1(t)$ și $\frac{di}{dt} = f_2(t)$.

3. SCHEMA ELECTRICĂ DE RIDICARE

Variația curentului $i(t)$, la scurtcircuitarea circuitului prin întrerupătorul *K*, poziția *O2*, este dată de spotul S_1 al oscilografului (fig. 2), care înregistrează căderea de tensiune :

$$u_s = R_s i \tag{4}$$

de unde

$$i = \frac{u_s}{R_s}. \tag{5}$$

Valoarea lui R_s se va alege astfel încît să fie utilizat întregul cadran al oscilografului.

Alimentarea se va face de la un grup de sudură, care asigură curenți mari și permite întreruperea curentului, fără alte măsuri de conexiuni.

Totuși pentru siguranță, inversorul *K* se construiește astfel încît la scurtcircuitare să apară pentru moment scurtcircuitat și grupul de sudură.

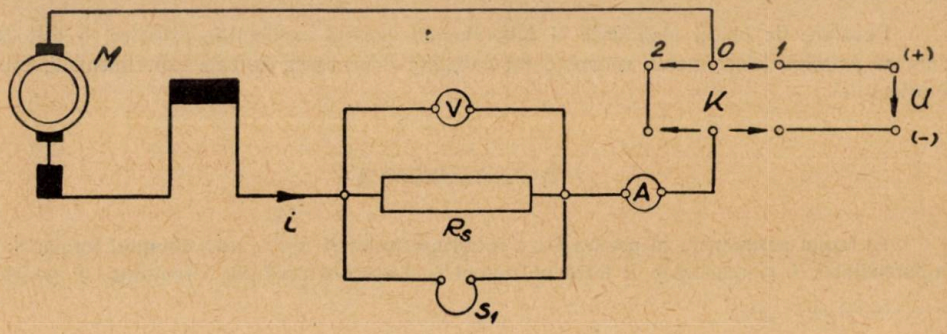


Fig. 2. Schema electrică utilizată.

4. ETALONAREA OSCILOGRAMEI

Pentru etalonarea oscilogramei curentului $i(t)$, s-a ales valoarea rezistenței R_s astfel încît la i=200 [A] (curentul maxim al motorului) să dea o cădere de tensiune $u_s = R_s i$ = =0,4 [V], ceea ce corespunde pe ecran la 40 [mm] (domeniul fără deformația spotului):

$$R_s = \frac{0{,}4}{200} = 0{,}002 \ [\Omega]. \tag{6}$$

Osciloграful se reglează la 0,1 [V/cm].

Scara timpului se alege astfel încît să se utilizeze întregul ecran. Pentru motoarele de tracțiune se poate folosi 300...30 [ms/cm].

Din oscilograma curentului $i(t)$, prin diferențiere grafică se obțin valorile di/dt.

Etalonarea oscilogramei ridicate se va face totuși după indicațiile ampermetrului A înainte de scurtcircuitare.

5. INDUCTIVITATEA DIFERENȚIALĂ A MOTORULUI DE TRACȚIUNE TN 59

Oscilograma ridicată la motorul TN 59 (fig. 3), corespunde unui curent înainte de scurtcircuitare i_0=142,4[A]. Scara timpului a fost 100 [ms/cm]. Rezistența întregului circuit scurtcircuitat: R=0,363[Ω]. Cu aceste date, în figura 4 s-au trasat diagrama variației curentului i și a derivatei $-di/dt$ în funcție de timp.

Inductivitatea diferențială $L=f(I)$, calculată cu relația (3) este trasată în figura 5.

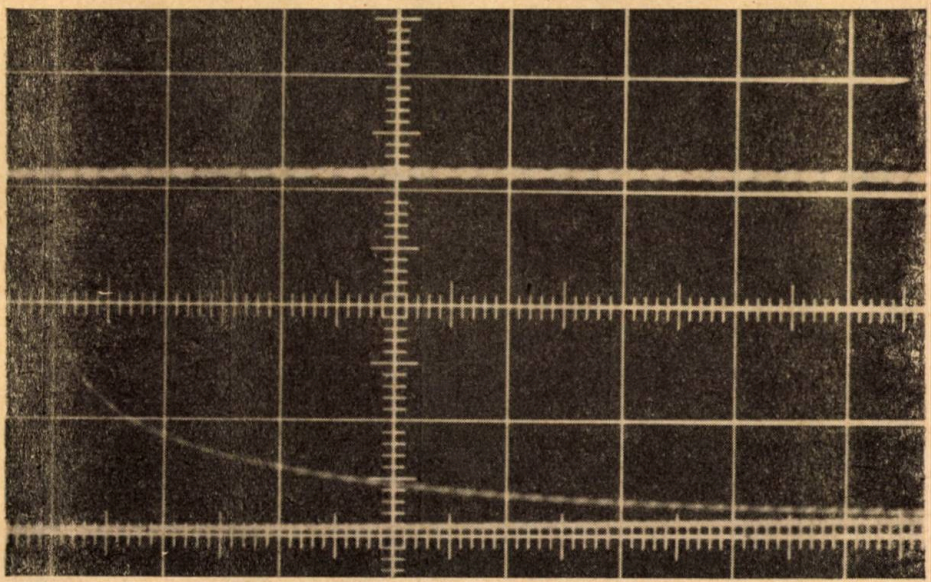


Fig. 3. Oscilograma ridicată la motorul TN 59.

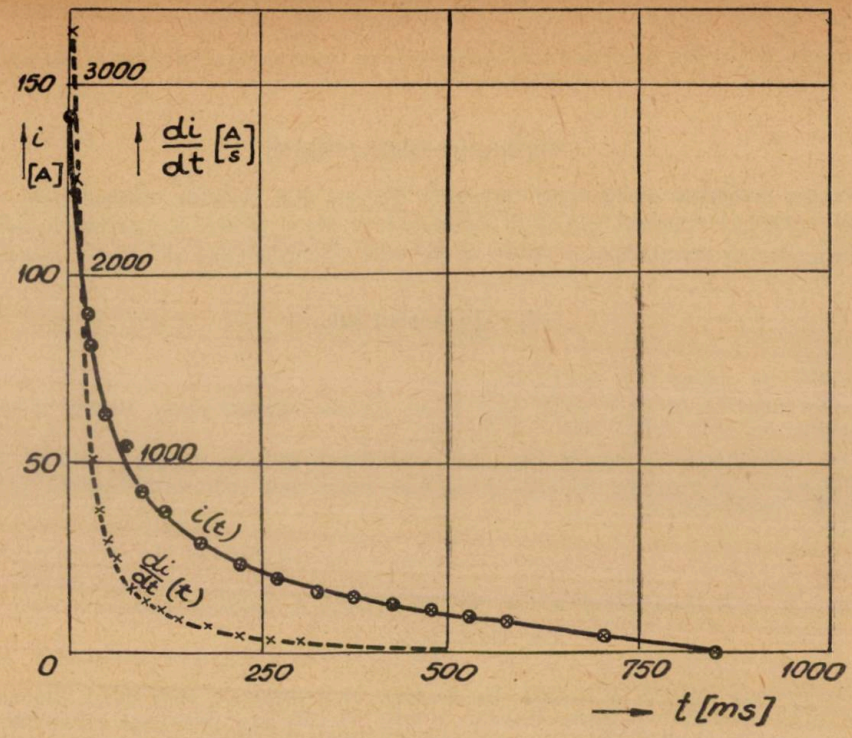


Fig. 4. Variația curentului $i(t)$ și $\frac{di}{dt}(t)$.

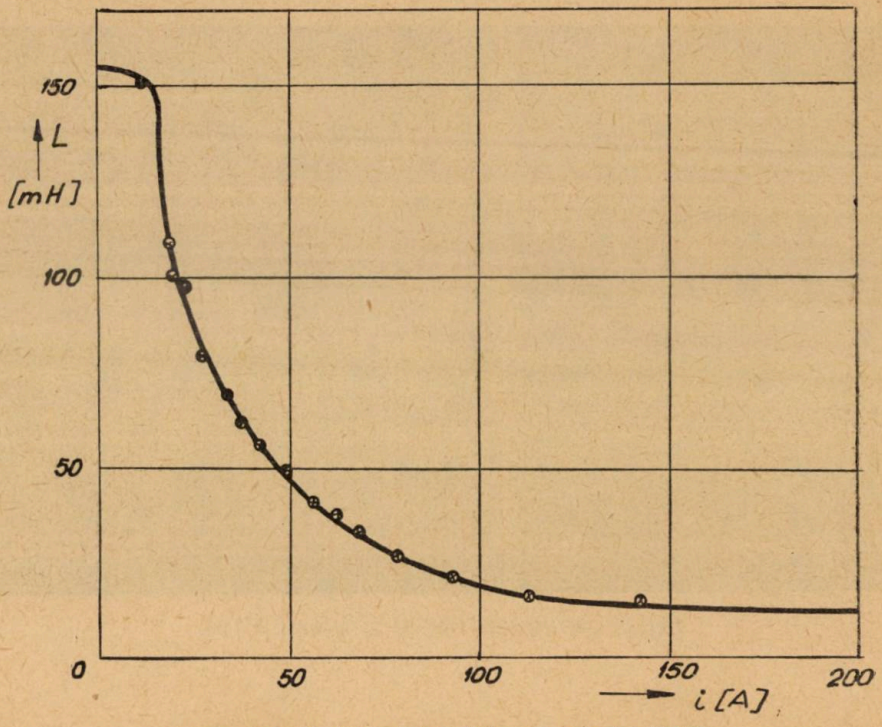


Fig. 5. Inductivitatea diferențială a motorului TN 59.

6. CONCLUZII

In lucrare se prezintă o metodă pentru determinarea experimentală a inductivității motoarelor serie utilizate în tracțiune. Folosind un oscilograf catodic, un șunt care să asigure ridicarea oscilogramei pe întregul cadran, (fără deformații), alimentînd motorul cu un grup de sudură care asigură curenți mari la tensiuni mici, iar pe de altă parte suportă întreruperea circuitului, și realizînd trecerea de la alimentare la scurtcircuit cu un întrerupător care pentru moment să scurtcircuiteze și generatorul de sudură, se pot determina inductivitățile diferențiale cu erori de circa 2%.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Brașovan, I. Sora, H. Rusu, Metodă pentru determinarea pe cale experimentală a inductivităților la mașina de curent continuu cu excitație separată. Buletinul științific și tehnic al I.P.T. ianuarie-iunie 1966, pag. 253—360.
2. L. M. Sildiner, Determinarea inductivității după oscilogramele conectării sau deconectării curentului continuu. Elektricestvo 11 — 1948, pag. 67—69.
3. Ilhami Cetin, Felddudchflutung und Feldhauptinduktivität bei Mischstrom-Treibmotoren. ETZ — august 1964, pag. 501—506.
4. Ilhami Cetin, Induktivitäten bei Gleich, Wechsel- und Mischstrom. Archiv Elektrotechnik B 50 H 2 — 1965, pag. 105—111.
5. Ilhami Cetin, Definition und Berechtnung der Induktivitäten bei Gleich- und periodischem Strom. Archiv für Elektrotechnik H. 3 1965, pag. 184—189.

ИЗМЕРЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ СЕРИЙНЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА, ПРИ ПОМОЩИ КАТОДНОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

(РЕЗЮМЕ)

Изменение дифференциальной индуктивности тяговых электродвигателей, работающих на больших токах, можно производить в хороших условиях, при помощи катодного осциллографа, используя в качестве источника тока сварочный агрегас и короткозамыкающий выключатель. По полученной осциллограмме производится расчет индуктивности используя соотношение (3).

DIFERENZIALE INDUKTIVITÄTSBEMESSUNGEN DER REIHEGLEICHSTROMMOTOREN MIT DEM KATHODENOSZILLOGRAPH

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Bemessung der differenziellen Induktivität bei Fahrmotoren, welche mit Starkströmen arbeiten, kann in guten Bedingungen mit den Kathodenoszillograph ausgeführt werden, in dem man als Stromquellen ein Schweissaggregat und ein Kurzschlusschalter verwendet. Mit dem ausgewehrteten Oszillogramm, errechnet man die Induktivität mit der Gleichung (3).

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 14 (28) Fasc. 2

IULIE — DECEMBRIE
1969

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ing. *Gh. Silaș* (redactor responsabil), prof. ing. *C-tin Avram*, membru corespondent al Academiei R.S.R., prof. dr. ing. *I. Anton*, membru corespondent al Academiei R.S.R., prof. dr. doc. *C. Drăgulescu*, membru al Academiei R.S.R., prof. ing. *V. Cocheci*, prof. dr. ing. *T. Dordea*, prof. dr. *Oct. Em. Gheorghiu*, prof. ing. *V. Gheorghiu*, prof. ing. *D. Mateescu*, prof. dr. doc. *I. Nanu*, prof. ing. *Al. Rogojan*, prof. ing. *Gh. Savii*, conf. dr. ing. *N. Bogoevici*, conf. ing. *G. Creța* și conf. dr. ing. *A. Șandru*.

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIŞOARA
Seria II, Tom 14 (28) fasc. 2 Iulie-Decembrie 1969

SUMAR:

I. *MATEMATICĂ — FIZICĂ — MECANICĂ*

Pag.

T. BANZARU, V. OIŢĂ: Influenţa a două noduri nesimetrice faţă de mijlocul unui interval asupra formulei de cuadratură 457
P. STANCIU, GH. DAVID: Asupra transformării rombice şi antirombice 463
C. I. STAICU: Legea omogenizării progresive în analiza dimensională generală 469

II. *CHIMIE*

V. BIBOLARU: Asupra modelului fizic şi a condiţiilor fluidizării 479
VIRGINIA BOBOESCU, ROZALIA RUS, I. NANU: Studiul proprietăţilor de plastifiant ale esterilor cu acizi ai 2,2-bis-*p*-(β-hidroxietoxi)fenil propanului 487
V. COCHECI, R. TAUBERT, ADRIANA MARTIN: Contribuţii la denocivizarea apelor reziduale cu conţinut de cianuri 497
V. COCHECI, R. TAUBERT, P. SAMARGHIŢAN, VIORICA DALEA: Contribuţii la purificarea apelor reziduale cu compuşi ai cromului hexavalent 503
C. DRĂGULESCU, M. LAZĂR: Complecşi metalici ai acidului perinaftilen diamino N—N, N'—' tetraacetic 509
GH. FACSKO, I. RĂDOI: Influenţa vibrării asupra pasivităţii anodice 519
I. NANU, GR. POP: Cercetări în domeniul copolimerilor acetatului de vinil cu diesterii acidului maleic. IV. Activitatea relativă a monomerilor la copolimerizarea acetatului de vinil cu unii di-izo-alchil-maleaţi 525
I. NANU, GR. POP: Cercetări în domeniul copolimerilor acetatului de vinil cu diesterii acidului maleic. V. Copolimeri ai acetatului de vinil cu dibenzil maleat 531
I. NANU: Polioxalaţi. Nota II. Contribuţii la cinetica reacţiei de policondensare dintre clorura de oxalil şi 2,2-bis-(*p*-hidroxi-fenil) propan în prezenţă de piridină 539
I. NANU: Polioxalaţi. Nota III. Studiul termogravimetric al unor polioxalaţi 545
I. PÂRVU: Studiul obţinerii stibiului de puritate înaintată prin electroliză cu catod vibrat, în medii de sulfuri alcaline 551
P. TRIBUNESCU, GH. PÂRLEA: Cinetica descompunerii termice a hexacianocobaltiaţilor de cobalt şi de nichel şi a celor micşti cu taliu (I) 561

III. *ŞTIINŢE TEHNICE*

M. BĂRGĂZAN: Proiectarea unei staţiuni pentru încercarea turbinelor hidraulice 569

G. CREȚA, A. BĂLOIU : Cercetări teoretice asupra curgerii în jurul unor ventile de formă aerodinamică 585
N. OANCEA : Eficiența termică a turnurilor de răcire 597
GH. SAVII, C. NICA : Influența vitezei de curgere a electrolitului la prelucrarea electrochimică 609
ȘT. ROSINGER : Caracteristica forței de tăiere a stanțelor cu muchii tăietoare înclinate 619
I. ZAGANESCU, P. ȘULEA, C. URSU : Influența parametrilor geometrici și inerțiali asupra confortului vagoanelor de călători 625
I. ZAGANESCU, V. HOANCA, G. TUROS : Caracteristicile de tracțiune ale locomotivei Diesel LDI ridicate pe stand la funcționarea cu unii combustibili inferiori indigeni 635
I. ZAGANESCU, C. URSU, T. GLIGOR, N. NEGUȚ : Studiul oscilațiilor orizontale ale locomotivelor Diesel hidraulice de tip B-B 645
P. ANDRONESCU : Contribuția fenomenului electromagnetic la lămurirea mișcării particulei de substanță cu aspect energetic 655
I. BRAȘOVAN : Teoria unor dispozitive de multiplicare analogice bazate pe modularea în amplitudine și durată a impulsurilor 671
I. DE SABATA, VALERIA LĂPUȘAN : Teorema superpoziției și a reciprocității în cîmpuri Hall 677
SILVIA DOBRE : Unele contribuții privind regimul tranzitoriu la circuitele electrice cu inductivitate neliniară, alimentate la tensiune nesinusoidală 691
E. MICU : Asupra caracteristicilor mecanice ale motorului serie alimentat de la un redresor monofazat cu tiristoare 701
A. SOCENEANȚU : Compararea sumatoarelor binare de tip paralel .. 709
I. SUCIU : Studiu experimental asupra cîmpului magnetic în aer din circuitele magnetice, cu întrefieruri mari 717
D. TEODORESCU : Contribuții la teoria regimului de pornire al servomotorului ferorezonant 731
D. TEODORESCU, T. WÄCHTER : Contribuții la teoria sistemelor automate neliniare discontinue 737
V. VĂZDĂUȚEANU, I. TURCU : Unele aspecte teoretice și experimentale asupra coeficienților de neuniformitate la vehicule cu tracțiune electrică 743
C. AVRAM, I. FILIMON, I. CĂDAR, I. PATCAȘ : Aspecte privind fisurarea elementelor încovoiate din beton precomprimat 755
P. BOERU, M. BARGLĂZAN : Considerații asupra măsurării conținutului de aer în apă 767
C. BOB : Influența forțelor tăietoare asupra stării de solicitare a elementelor de beton armat încovoiate 777
D. IONESCU : Asupra ecuației energiei de turbulență dintr-un curent curb 787
D. MATEESCU, M. IVAN : Asupra ocalizării conductelor circulare solicitate pe două generatoare opuse 797
F. KOVACS, D. PERJU, GH. BOGOEVICI : Influența erorii de paralelism a axelor asupra rezistenței flancurilor dinților roților cilindrice din oțel la solicitări de contact 807

NOTE

N. BUDIȘAN, T. HENTEA, I. BABUȚIA, N. BOGOEVICI : Studiul pe model electrodinamic al unui sistem de frînare și reglare automată a turației turbinelor hidraulice în stațiunile experimentale .. 821

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ
ТИМИШОРСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Серия II, Том 14 (28) Вып. 2 Июль-декабрь 1969 г.

СОДЕРЖАНИЕ

I. МАТЕМАТИКА — ФИЗИКА — МЕХАНИКА

Т. БРЫНЗАРУ, В. ОИЦА: Влияние двух несимметричных узлов относительно средней точки интервала на формулу квадратуры 457
П. СТАНЧИУ, Г. ДАВИД: К ромбическим и противоромбическим преобразованиям 463
К. И. СТАЙКУ: Закон прогрессивной однородности в общем пространственном анализе 469

II. ХИМИЯ

В. БИБОЛАРУ: О физической модели и условиях в кипящем слое . 479
ВИРЖИНИЯ БОБОЕСКУ, РОЗАЛИЯ РУСС, И. НАНУ: Исследование пластифицирующих свойств эфиров 2,2-бис-*p* (β-гидроксиэтокси) фенил пропана с алифатическими кислотами . 487
В. КОКЕЧ, Р. ТАУБЕРТ, АДРИАНА МАРТИН: К очистке синеродистых стояных вод 497
В. КОКЕЧ, Р. ТАУБЕРТ, П. САМАРГИТАН, ВИОРИКА ДАЛЯ: К очистке сточных вод с содержанием составных гексавалентного хрома 503
К. ДРЭГУЛЕСКУ, М. ЛАЗЭР: Металлургические комплексы пери нафтилен диамин тетрауксусной кислоты 509
Г. ФАЧКО, И. РЭДОЙ: Влияние вибрирования на анодную пассивность 519
И. НАНУ, Г. ПОП: Исследования в области сополимеров винилацетата с диэфирами малеиновой кислоты. IV. Относительная активность мономеров в сополимеризации винилацетата с некоторыми ди-изо-алкилмалеатами 525
И. НАНУ, Г. ПОП: Исследования в области сополимеров винилацетата с диэфирами малеиновой кислоты. V. Сополимеры винилацетата с дибензилмалеатом 531
И. НАНУ: Полиоксалаты. II. О кинетике реакции поликонденсаций между хлористым оксалилом и 2,2-бис (*p*-гидроксифенил)-пропаном в присутствии пиридина 539
И. НАНУ: Полиоксалаты. III Термогравиметрическое изучение некоторых полиоксалатов 545
И. ПЫРВУ: Исследование получения сурьмы высокой чистоты электролизом при помощи вибрирующего катода в средах сернистых щелочей 551
П. ТРИБУНЕСКУ, Г. ПЫРЛЯ: Кинетика термического разложения гексоцианокобальтиата Co^{2+} Ni^{2+} и смешанного Co^{2+} Tl^{+} и Ni^{2+} Tl^{+} 561

III. ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

М. БЭРГЛЭЗАН: Проектирование стэнда для испытания гидравлических машин 569

Г. КРЕЦА, А. БЭЛОЮ: Теоретические исследования обтекания оканов обтекаемой формы 585
Н. ОАНЧЯ: Тепловая эффективность охладительных башень . . 597
Г. САВИЙ, К. НИКЭ: Влияние скоростей течения электролита при электрохимической обработке 609
Ш. РОЗИНГЕР: Характеристика училия резки штампов со скошенными рекущими кромками 619
И. ЗЭГЭНЕСКУ, П. СУЛЯ, К. УРСУ: Влияние геометрических и инерционных параметров на комфорт пассажирских вагонов . 625
И. ЗЭГЭНЕСКУ, В. ХОАНКЭ, Г. ТУРОШ: Тяговые характеристики тепловоза построенные по стэндовым испытаниям, при работе с различными сортами местного горючего низшего качества . 635
И. ЗЭГЭНЕСКУ, К. УРСУ, Т. ГЛИГОР, Т. НЕГУЦ: Исследование горизонтальных колебаний тепловоза В-В 645
П. АНДРОНЕСКУ: Влияние электромагнетного явления на объяснение движения частицы вещества, с энергетической точки зрения 655
И. БРАШОВАН: Теория аналоговых множителей, основанных на амплитудной модуляции и продолжительности импульсов . . 671
И. ДЕ САБАТА, ВАЛЕРИЯ ЛЭПУШАН: Теорема суперпозиции и взаимности в полях Холла, в зондах поперечно расположенных в однородных и неизменных магнитных полях 677
СИЛВИЯ ДОБРЕ: В связи с переходным режимом в электрических цепях с нелинейной индуктивностью, питаемых при несинусоидальном напряжении 691
Е. МИКУ: О механических характеристиках сериесного двигателя питаемого от однофазного выпрямителя с теристорами . . . 701
А. СОЧЕНЯНЦУ: Сравнение сувмирующих бинарных устройств параллельного типа 709
И. СУЧЮ: Экспериментальное исследование магнитного поля в воздухе из магнитных неоднородных контуров с большим зазором 717
Д. ТЕОДОРЕСКУ: К вопросу режима запуска феррорезонантного серводвигателя 731
Д. ТЕОДОРЕСКУ, Т. ВЕХТНЕР: К теории нелинейных прерывистых автоматических систем 737
В. ВЭЗДЕЙЦЯНУ, И. ТУРКУ: Некоторые теоретические и экспериментальные данные о коэффициентах неравномерности экипажей с электрической тягой 743
К. АВРАМ, И. ФИЛИМОН, И. КАДАР, И. ПАТКАШ,: Об растрескивании изогнутых элементов из предварительно напряженного бетона 775
П. БОЕРУ, М. БЭРГЛЭЗАН: Об измерении содержания воздуха в воде 767
К. БОБ: Влияние разрезающих усилий на напряженное состояние изогнутых железобетонных элементов 777
Д. ИОНЕСКУ: Относительно уравнения энергии турбулентности в криволинейном потопе 787
Д. МАТЕЕСКУ, М. ИВАН: Овализация круглых трубопроводов нагружаемых по двум противоположным образующим . . . 797
Ф. КОВАЧ, Д. ПЕРЖУ, Г. БОГОЕВИЧ: Влияние погрешности в паралелизме осей на сопротивление боковых сторон зубьев стальных цилиндрических зубчатых колес при контактных нагрузках 807

ЗАМЕТКИ

Н. БУДИШАН, Т. ХЕНТЯ, И. БАБУЦЯ, Н. БОГОЕВИЧ: Исследование на электродинамической модели одной системе торможения и автоматического регулирования скорости вращения гидравлических турбин на испытательных стендах 821

BULETIN SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
DE
L'INSTITUT POLYTECHNIQUE DE TIMIŞOARA
II Série, tome 14 (28), fascicole 2 Juillet-Décembre 1969

SOMMAIRE:

I. *MATHEMATIQUE PHYSIQUE — MECANIQUE*

T. BINZARU, V. OIȚĂ: Der Einfluss zweier, in bezug auf die Mitte eines Intervalls, unsymmetrischer Knoten auf die Quadraturformel .. 457
P. STANCIU, GH. DAVID: Sur les transformations rhombique et antirombique 463
I. STAICU: La loi de l'omogénisation progressive dans l'analyse dimensionnelle générale 469

II. *CHIMIE*

V. BIBOLARU: Über das physikalische Modell und die Bedingungen des Wirbelschichtverfahrens 479
VIRGINIA BOBOESCU, ROZALIA RUS, I. NANU: Untersuchung der Weichmachereigenschaften der Ester des 2,2-Bis-[*p*-(β-hydroxyethoxy)phenyl] propan mit aliphatischen Säuren 487
V. COCHECI, R. TAUBERT, ADRIANA MARTIN: Beiträge zur Entgiftung von cyanidhaltigen Abwassern 497
V. COCHECI, R. TAUBERT, P. SAMARGHIȚAN, VIORICA DALEA: Beiträge zur Reinigung von Chrom(VI)-haltigen Abwassern 503
C. DRĂGULESCU, M. LAZĂR: Metallkomplexe der peri naphtylen diamin *N—N, N'—N'*-Tetraessigsäure (NDTA) 509
GH. FACSKO, I. RĂDOI: L'influence de la vibration sur la passivation anodique 519
I. NANU, GR. POP: Beiträge zum Studium der Copolymeren von Vinylazetat mit Maleinsäure-diestern. IV. Die relative Aktivität der Monomeren bei der Copolymerisation von Vinylazetat mit einigen Di-isoalkylmaleaten 525
I. NANU, GR. POP: Beiträge zum Studium der Copolymeren von Vinylazetat mit Maleinsäure-diestern. V. Copolymeren von Vinylazetat mit Dibenzyl-maleat 531
I. NANU: Polyoxalate. II. Beitrag. Über die Kinetik der Polycondensierungzwischen Oxalylchlorid und 2,2-Bis-(*p*-Hydroxyphenyl) Propan in Gegenwart von Pyridin 539
I. NANU: Polyoxalate. III. Beitrag. Thermogravimetrisches Studium einiger Polyoxalate 545
I. PIRVU: Untersuchungen über die Herstellung von Antimon hohen Reinheitsgrades durch Elektrolyse mit vibrierender Kathode in Alkalinsulfidmedium 551
P. TRIBUNESCU, GH. PIRLEA: La cinétique de la décomposition thermique des hexacyanocobaltiates de cobalt et de nickel et de ceux mixtes avec thallium 561

III. *SCIENCES TECHNIQUES*

M. BĂRGLĂZAN: Auslegung eines Prüfsandes zur erprobung von Wasserturbinen 569

G. CREȚA, A. BĂLOIU : Theoretical investigation of aerodynamical valves flow 585
N. OANCEA : Die thermische Leistungszahl von Kühltürmen 597
GH. SAVII, C. NICA : Der Einfluss der Geschwindigkeit des Elektrolytdurchflusses bei der Elektrochemischen Bearbeitung 609
ST. ROSINGER : Scherkraftkarakteristik von Stanzen mit schrägen Sherkanten 619
I. ZĂGĂNESCU, P. ȘULEA, C. URSU : Der Einfluss der Trägkeit und geometrischen Werten auf den Konfort der Personenwagen 625
I. ZĂGĂNESCU, V. HOANCĂ, G. TUROS : Die Fahreigenschaften der Diesellokomotive LDI am Prüfstand festgelegt im betrieb mit Minderwertigen inländischen Treibstoffen 635
I. ZĂGĂNESCU, C. URSU, T. GLIGOR, N. NEGUȚ : Studium der waagerechten Schwingungen der Dieselhidraulischen Lokomotiven des Types B-B 645
PL. ANDRONESCU : Beitrag zur Erleuterung der Substanzbewegung mit Hilfe der elektromagnetischen Erscheinung 655
I. BRAȘOVAN : Theorie der Analog-Multiplizierer mit Amplituden und Impulsbreite — Modulation 671
I. DE SABĂTA : La théorème de la superposition et de la réciprocité des champs Hall dans les sondes placés transversalement dans des champs magnétiques homogènes et invariables 677
SILVIA DOBRE : Contributions concernant le régime transitoire dans les circuits électriques à inductance nonlinéaires, alimentés a tension non-sinusoidale 691
E. MICU : Über die mechanischen Kennlinien des über Einphasenthyristorgleichrichter gespeisten Reihenschlussmotors 701
A. SOCENEANȚU : Vergleich zwischen parallelen binaren Addierschaltungen 709
I. SUCIU : Experimentelle Untersuchung des magnetischen Feldes im umgebenden Raum des Poles von magnetischen Kreisen mit grossem Luftspalt 717
D. TEODORESCU : Contributions a l'étude du régime de démarrage du servomoteur ferroresonnant 731
D. TEODORESCU, T. WĂCHTER : Contributions è la théorie des systèmes automates non-linéaires discontinués 737
V. VĂZDĂUȚEAN, I. TURCU : Einige theoretische und experimentelle Aspekte über die Ungleichformigkeitskoeffizienten bei Fahrzeugen mit elektrischer Zugförderung 743
C. AVRAM, I. FILIMON, I. CADAR, I. PATCAȘ : Aspects concernant la fissuration des éléments fléchis en beton précontraint 755
P. BOERIU, M. BĂRGLĂZAN : Consideration sur le mesurement de teneur de l'air dans l'eau 767
C. BOB, Influence of Shear on the Stress in Reinforced concrete Beams 777
D. IONESCU : Über die Gleichung der Turbulenzenergie in einer gekrummten Strömung 787
D. MATEESCU, M. IVAN : Sur l'ovalisation des tuyaux circulaires sollicités sur deux génératrices opposées 797
FR. KOVACS, D. PERJU, GH. BOGOEVICI : Der Einfluss des unparallelismus der Achsen auf die Flankenfestigkeit stahlerner Stirnreder 807

NOTES

N. BUDIȘAN, T. HENTEA, I. BABUȚIA, N. BOGOEVICI : L'étude sur un modèle electrodynamique d'un système de freinage et de reglage automat de la vitesse de rotation des turbines dans les stations experimentales 821

INFLUENȚA A DOUĂ NODURI NESIMETRICE FAȚĂ DE MIJLOCUL UNUI INTERVAL, ASUPRA FORMULEI DE CUADRATURĂ*

DE

T. BINZARU, V. OIȚĂ

I. În [1] sînt studiate formulele de cuadratură cu 4 noduri dintre care două fixe (capetele intervalului de integrare) și două variabile, simetrice față de mijlocul intervalului de integrare.

În [2] se studiază o formulă de cuadratură cu nodurile a, $a+h$, $a+2h$ și un nod variabil $a+\lambda h$ unde $0<\lambda<1$, găsindu-se influența unui nod interior asupra formulei de cuadratură.

În [3] se consideră două noduri fixe (capetele intervalului de integrare) și două noduri variabile unul interior și altul exterior intervalului de integrare.

Mergînd pe linia acestor rezultate, în lucrarea de față se studiază formule de cuadratură cu 4 noduri, două fiind variabile însă nesimetrice față de mijlocul intervalului de integrare, date de următoarea distribuție:

$$a,\ x_1=a+u,\ x_2=\frac{a+b}{2}+u,\ b \tag{1}$$

unde $0\leqslant u\leqslant\frac{h}{2}$, $h=b-a$.

II. Se consideră integrala

$$I=\int_a^b f(x)\,dx,\ b>a \tag{2}$$

unde $f(x)$ este o funcție de clasa C^5 definită în $[a, b]$.

Pentru repartiția (1), la intervalele $[a, x_1]$, $[x_1, x_2]$, $[x_2, b]$ se atașează funcțiile $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ integrale ale ecuațiilor diferențiale

$$\varphi_1^{IV}(x)=\varphi_2^{IV}(x)=\varphi_3^{IV}(x)=1. \tag{3}$$

* Primită la redacție la data de 1. III. 1969.

Integrala (2) se scrie atunci :

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^{x_1}\varphi_1^{IV}(x)f(x)\,dx+\int_{x_1}^{x_2}\varphi_2^{IV}(x)f(x)\,dx+\int_{x_2}^{b}\varphi_3^{IV}(x)f(x)\,dx \quad (4)$$

și aplicînd formula generalizată de integrare prin părți, se obține :

$$\int_a^b f(x)\,dx=[\varphi_1'''(x)f(x)-\varphi_1''(x)f'(x)+\varphi_1'(x)f''(x)-\varphi_1(x)f'''(x)]_a^{x_1}+$$

$$+\int_a^{x_1}\varphi_1(x)f^{IV}(x)\,dx+[\varphi_2(x)f(x)-\varphi_2''(x)f'(x)+\varphi_2'(x)f''(x)-\varphi_2(x)f'''(x)]_{x_1}^{x_2}+$$

$$+\int_{x_1}^{x_2}\varphi_2(x)f^{IV}(x)\,dx+[\varphi_3'''(x)f(x)-\varphi_3''(x)f'(x)+\varphi_3'(x)f''(x)-\varphi_3(x)f'''(x)]_{x_2}^{b}+$$

$$+\int_{x_2}^{b}\varphi_3(x)f^{IV}(x)\,dx. \quad (5)$$

Alegem funcțiile $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ astfel ca ele să verifice condițiile la limită :

$$\begin{cases}\varphi_1(a)=0,\ \varphi_1'(a)=0,\ \varphi''(a)=0\\ \varphi_2(x_1)=\varphi_1(x_1),\ \varphi_2'(x_1)=\varphi_1'(x_1),\ \varphi_2''(x_1)=\varphi_1''(x_1)\\ \varphi_3(x_2)=\varphi_2(x_2),\ \varphi_3'(x_2)=\varphi_2'(x_2),\ \varphi_3''(x_2)=\varphi_2''(x_2)\\ \varphi_3(b)=0,\ \varphi_3(b)=0,\ \varphi_3''(b)=0\end{cases} \quad (6)$$

și în acest caz formula (5) se reduce la :

$$\int_a^b f(x)\,dx=-\varphi_1'''(a)f(a)+[\varphi_1'''(x_1)-\varphi_2'''(x_1)]f(x_1)+$$

$$+[\varphi_2'''(x_2)-\varphi_3'''(x_2)]f(x_2)+\varphi_3'''(b)f(b)+\int_a^b\varphi(x)f^{IV}(x)\,dx \quad (7)$$

unde funcția $\varphi(x)$ coincide pe rînd cu funcțiile $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ în intervalele $[a, x_1]$, $[x_1, x_2]$, $[x_2, b]$.

III. Determinarea funcțiilor $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$.

$$\begin{cases}\varphi_1(x)=\dfrac{(x-a)^4}{4!}+\lambda\dfrac{(x-a)^3}{3!}\\ \varphi_2(x)=\dfrac{(x-a)^4}{4!}+\lambda\dfrac{(x-a)^3}{3!}+\mu\dfrac{(x-x_1)^3}{3!}\\ \varphi_3(x)=\dfrac{(b-x)^4}{4!}+\nu\dfrac{(b-x)^3}{3!}\end{cases} \quad (8)$$

unde λ, μ, ν, sînt constante arbitrare și cu aceasta condițiile din punctele a, x_1, b sînt verificate. Scriind că și condițiile din punctul x_2 sînt îndeplinite se obține:

$$\begin{cases} \lambda = -\dfrac{h(6u-h)}{6(h+2u)} \\ \mu = -\dfrac{h^2}{3(h-u)} \\ \nu = -\dfrac{h(h-3u)}{6(h-u)} \end{cases} \tag{9}$$

Se deduce că formula de cuadratură (7) ia forma definitivă

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h(6u-h)}{6(h+2u)} f(a) + \frac{h^2}{3(h-u)} f(x_1) + \frac{2h^2}{3(h+2u)} f(x_2) +$$

$$+ \frac{h(h-3u)}{6(h-u)} f(b) + \int_a^b \varphi(x) f^{IV}(x)\,dx. \tag{10}$$

IV. Graficul funcției $y=\varphi(x)$.

Studiind separat graficele funcțiilor $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$ și făcînd compunerea celor 3 grafice se obține graficul funcției φ după diferite valori ale lui u din $\left[0, \frac{h}{2}\right]$ (fig. 1)

V. Studiul restului.

Pentru $u=0$ și $u=\frac{h}{2}$ se obține ca și caz particular formula lui Simpson avînd expresia restului

$$R = -\frac{(b-a)^5}{2\,880} f^{IV}(\xi), \quad \text{unde} \quad \xi \in (a, b).$$

În prezenta lucrare, graficul funcției φ pentru acest caz nu a fost figurat, el fiind cunoscut și ca atare studiul complet este făcut numai în cazurile cînd $u \in \left(0, \frac{h}{2}\right)$.

Pentru aceste cazuri se observă din graficul funcției φ (fig. 1) că acesta taie axa Ox în unul sau două puncte interioare intervalului (a, b). Resturile se comportă la fel în cazurile:

1°. $9 < u \leqslant \frac{h}{6}$ și $\frac{h}{3} \leqslant u < \frac{h}{2}$;

2°. $\frac{h}{6} < u < u_1$ și $u_0 < u < \frac{h}{3}$;

3°. $u = u_0$ și $u = u_1$;

4°. $u_1 < u < u_0$.

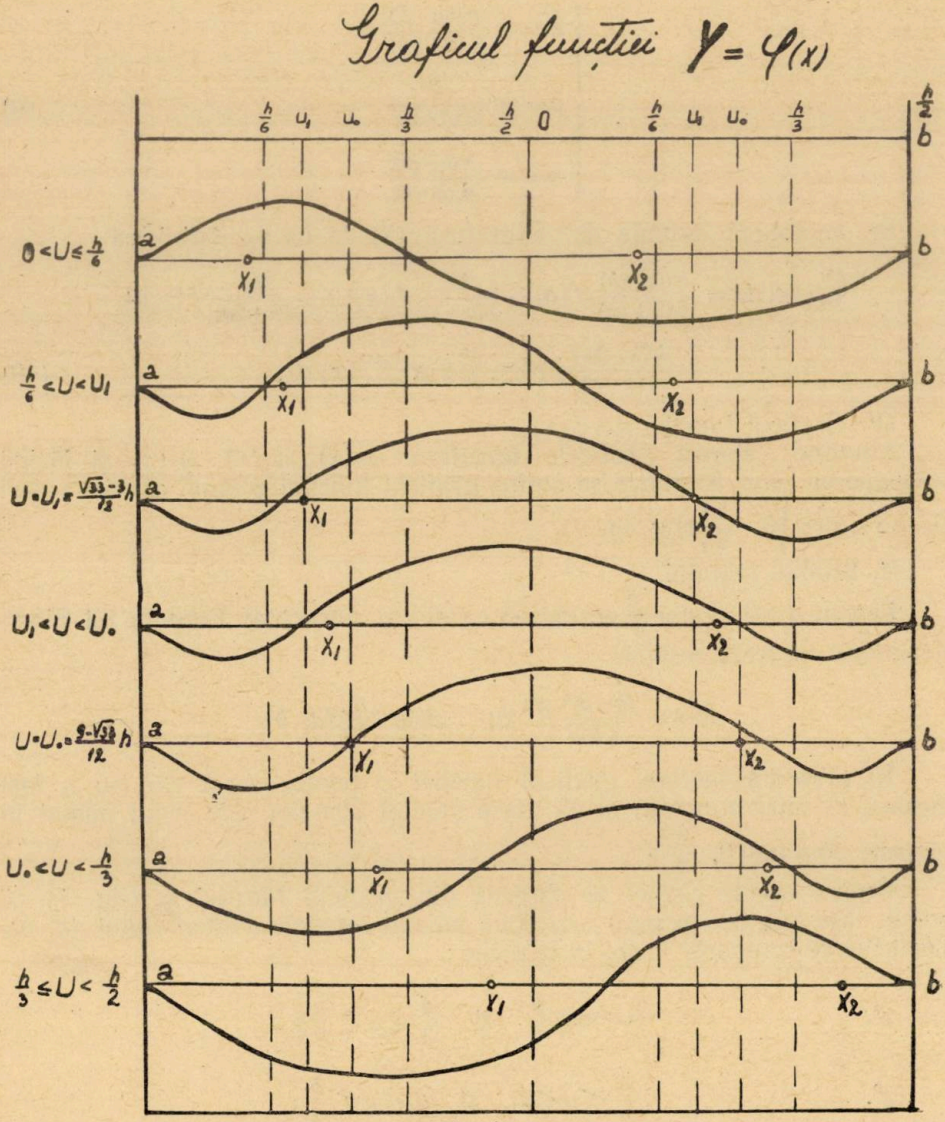

Graficul funcției $Y = \varphi(X)$
$\frac{h}{6}$ U_1 U_0 $\frac{h}{3}$ $\frac{h}{2}$ 0 $\frac{h}{6}$ U_1 U_0 $\frac{h}{3}$ $\frac{h}{2}$
$0 < U \leq \frac{h}{6}$
$\frac{h}{6} < U < U_1$
$U = U_1 = \frac{\sqrt{33}-3}{12}h$
$U_1 < U < U_0$
$U = U_0 = \frac{9-\sqrt{33}}{12}h$
$U_0 < U < \frac{h}{3}$
$\frac{h}{3} \leq U < \frac{h}{2}$
a
b
X_1
X_2

Fig. 1.

În cazul 1° cel mai mic rest este obținut pentru $u=\frac{h}{6}$ respectiv $u=\frac{h}{3}$ și anume, notînd $M=\sup_{x\in[a,\,b]}|f^{IV}(x)|$ se exprimă restul astfel:

$$|R|<\frac{0{,}34\,(b-a)^5}{2\,880}M$$

iar formula (10) se scrie:

$$\int_a^b f(x)\,dx=\frac{2h}{5}f(x_1)+\frac{h}{2}f(x_2)+\frac{h}{10}f(b)+R$$

respectiv

$$\int_a^b f(x)\,dx=\frac{h}{10}f(a)+\frac{h}{2}f(x_1)+\frac{2h}{5}f(x_2)+R.$$

Din cele de mai sus reiese că pentru restul obținut, formula are în structură doar 3 din nodurile considerate, lucru foarte important deoarece comparînd acest rest cu acelea din formulele cunoscute cu 3 noduri, acesta este restul optim. Așadar în mod indirect s-a obținut o îmbunătățire a restului în formulele cu 3 noduri.

Pentru cazul 4° restul cel mai bun este obținut pentru valoarea lui $u=\frac{h}{4}$ și se exprimă astfel:

$$|R|<\frac{0{,}26\,(b-a)^5}{2\,880}M,\ \text{unde}\ M=\sup_{x\in[a,\,b]}|f^{IV}(x)|$$

și repartiția nodurilor devine simetrică față de mijlocul intervalului, caz obținut și în [1].

Formula (10) se scrie în acest caz:

$$\int_a^b f(x)\,dx=\frac{h}{18}[f(a)+8f(x_1)+8f(x_2)+f(b)]+R.$$

În cazul 3° se obține formula de tipul (10) cu cel mai bun rest majorat prin relația:

$$|R|<\frac{0{,}25\,(b-a)^5}{2\,880}M,\quad\text{unde}\quad M=\sup_{x\in[a,\,b]}|f^{IV}(x)|$$

Cazul 2° ne conduce la o formulă de tipul (10) pentru care $\int_a^b\varphi(x)\,dx$ se scrie sub forma:

$$\int_a^b\varphi(x)\,dx=-\int_a^{x'}\varphi_1(x)\,dx+\int_{x'}^{x_1}\varphi_1(x)\,dx+\int_{x_1}^{x''}\varphi_2(x)\,dx-$$
$$-\int_{x''}^{x_2}\varphi_2(x)\,dx-\int_{x_2}^{b}\varphi_3(x)\,dx$$

pentru $\frac{h}{6} < u < u_1$ respectiv

$$\int_a^b \varphi(x)\,dx = -\int_a^{x_1} \varphi_1(x)\,dx - \int_{x_1}^{x_1'} \varphi_2(x)\,dx + \int_{x_1'}^{x_2'} \varphi_2(x)\,dx +$$

$$+ \int_{x_2}^{x_2'} \varphi_3(x)\,dx - \int_{x_2'}^{b} \varphi_3(x)\,dx$$

pentru $u_0 < u < \frac{h}{3}$, unde x', x'' respectiv x_1', x_2' sînt punctele în care graficul funcției φ taie axa Ox.

Pentru această situație $\int_a^b \varphi(x)dx$ are valori mai mari decît $\frac{0{,}26\,(b-a)^5}{2\,880}$ și din acest punct de vedere formula de tipul (10) cea mai preferată rămîne cea din cazul 3°.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Coțiu, Observare asupra formulelor de cuadratură cu 4 noduri, Gazeta Matematică și Fizică, vol. VII.
2. D. V. Ionescu, L'influence des noeuds intérieurs sur la forme de la courbe $y=\varphi(x)$. Mathematica, vol. 2 (25), fasc. 1, 1960, pp. 101—142.
3. T. Bînzaru, V. Oiță, L. Vuc, Formulă de cuadratură cu nodurile a și b și alte două noduri, unul interior și altul exterior intervalului (a, b). Bul. șt. și tehnic I.P.T., Timișoara România, 1966, tom 11 (25) fasc. 1, pp. 21—24.
4. D. V. Ionescu, *Cuadraturi numerice*, Editura Tehnică, 1957.

ВЛИЯНИЕ ДВУХ НЕСИММЕТРИЧНЫХ УЗЛОВ ОТНОСИТЕЛЬНО СРЕДНЕЙ ТОЧКИ ИНТЕРВАЛА НА ФОРМУЛУ КВАДРАТУРЫ

(РЕЗЮМЕ)

В настоящей работе рассматриваются квадратурные формулы с распределением узлов по соотношению (1). Определяется в этом случае остаток для класса функций C^5 и найлучший остаток получается для случаев $u=u_0=\frac{9-\sqrt{33}}{12}h$ и $u=u_1=\frac{\sqrt{33}-3}{12}h$.

DER EINFLUSS ZWEIER, IN BEZUG AUF DIE MITTE EINES INTERVALLS, UNSYMETRISCHER KNOTEN AUF DIE QUADRATURFORMEL

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit werden die Quadraturformeln mit Wiederholung der Knoten studiert (1).

In diesen Fällen wird der Rest für die Klasse der Funktionen C^5 bestimmt und man erhält den besten Rest in den Fällen $u=u_0=\frac{9-\sqrt{33}}{12}$ und $u=u_1=\frac{\sqrt{33}-3}{12}h$.

ASUPRA TRANSFORMĂRII ROMBICE ŞI ANTIROMBICE *)

DE

P. STANCIU, GH. DAVID

1. Transformările rombice şi antirombice plane sînt definite de V. Alaci în [1] ca o generalizare a transformării patratice şi antipatratice.

Dacă în raport cu un sistem polar, de pol O se consideră un punct $P(\rho, \theta)$ şi pe axa polară luăm un punct A, de aceeaşi parte a axei yy' ca şi punctul P, astfel ca $OA=OP$, dreapta ce trece prin A şi formează cu AO un unghi φ, $\left(0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$, taie dreapta OP într-un punct P', transformatul rombic de unghi φ, al punctului P.

Cu $P'(x', y')$ formulele de transformare devin

$$\begin{matrix} x=\rho\ \mathrm{cp}\,\alpha \\ y=k\rho\ \mathrm{sp}\,\alpha \end{matrix} \quad (k=\mathrm{tg}\,\varphi),\ \text{unde}\ \mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\mathrm{tg}\,\theta}{} \tag{1}$$

şi $\mathrm{sp}\,\alpha$, $\mathrm{cp}\,\alpha$ sînt respectiv cosinusul şi sinusul patratic al unghiului α.

Transformata rombică a curbei $\rho=f(\theta)$ este curba de ecuaţie

$$\rho=\frac{k\,\mathrm{sp}\,\alpha}{\sin\theta}f(\theta)\ \text{cu}\ \mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\mathrm{tg}\,\theta}{k},\ k=\mathrm{tg}\,\varphi. \tag{2}$$

Transformarea antirombică este inversa transformării rombice. Prin punctul $P(\rho, \theta)$ se duce o dreaptă care taie axa polară în A, astfel ca $\widehat{OAP}=\varphi$, $\left(0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$. Pe dreapta OP de aceeaşi parte a axei yy' se ia un punct P' astfel ca $OP=OA$. Punctul P' este transformatul antirombic al punctului P.

Dacă se ia $P'(\rho_1, \theta)$, transformarea e definită de relaţiile

$$\rho_1=\rho\frac{\sin\theta}{\mathrm{sp}\,\alpha}\ \text{cu}\ \mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\mathrm{tg}\,\theta}{k},\ k=\mathrm{tg}\,\varphi. \tag{3}$$

Transformata antirombică a curbei $\rho=\rho(\theta)$ are ecuaţia

$$\rho_1=\frac{\sin\theta}{k\,\mathrm{sp}\,\alpha}f(\theta)\ \text{cu}\ \mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\mathrm{tg}\,\theta}{k},\ k=\mathrm{tg}\,\varphi. \tag{4}$$

---

*) Primită la Redacţie la data de 23 aprilie 1969.

Aplicînd de n-ori transformarea rombică de unghi α unei curbe $\rho=f(\theta)$ se obține transformata rombică de ordinul n de ecuație

$$\rho=\left(\frac{k\,\mathrm{sp}\,\alpha}{\sin\theta}\right)^n f(\theta),$$

Pentru aceeași curbă, transformata antirombică de unghi de ordinul n, are ecuația

$$\rho'=\left(\frac{\sin\theta}{k\,\mathrm{sp}\,\alpha}\right)^n f(\theta)$$

și

$$\rho\rho'=f(\theta)^2. \tag{5}$$

Pentru $f(\theta)=a$ se obține proprietatea: transformata rombică și antirombică, de ordinul al n-lea a cercului $\rho=a$, sînt curbe inverse în raport cu originea [1].

Relația (5) definește o transformare punctuală care generalizează inversiunea în sensul că puterea de inversiune este o funcție de unghi polar θ. Vom studia transformările biraționale definite de relația (5).

Transformarea admite o curbă unită de ecuație

$$\rho=\pm f(\theta)$$

intersectată de o dreaptă oarecare ce trece prin O în afară de O, în 2 puncte simetrice față de origine.

Considerînd ca curba unită o curbă algebrică de ecuație

$$F(x_1, x_2, x_3)=\varphi_n(x_1, x_2)-x_3^2\varphi_{n-2}(x_1, x_2)=0 \tag{6}$$

transformarea definită de (5) care transformă $M(x_1, x_2, x_3)$ în $M'(x_1, x_2', x_3)$ este definită de relațiile

$$\begin{aligned}\sigma x_1&=x_1x_3\varphi_{n-2}(x_1, x_2)\\ \sigma x_2'&=x_2x_3\varphi_{n-2}(x_1, x_2)\\ \sigma x_3'&=\varphi_n(x_1, x_2).\end{aligned} \tag{7}$$

Transformarea inversă este de aceeași formă.

Transformata originii

$$G(x_1, x_2, x_3)=x_3\varphi_{n-2}(x_1, x_2). \tag{8}$$

Se descompune în dreapta de la infinit a planului și $n-2$ drepte, tangentele în origine la curba unită.

Transformarea admite polul ca punct de bază de ordinul $n-1$; punctele de bază simple sînt cele n puncte de la infinit ale curbei unite și $n-2$ puncte infinit vecine de O pe direcțiile tangentelor fixe la curba unită.

Transformarea poate fi scrisă sub forma

$$\begin{aligned}\sigma x_1' &= x_1 G(x_1, x_2, x_3)\\ \sigma x_2' &= x_2 G(x_1, x_2, x_3)\\ \sigma x_3' &= x_3 G(x_1, x_2, x_3) + F(x_1, x_2, x_3),\end{aligned} \tag{9}$$

tocmai forma Döehlemann a transformărilor care generalizează inversiunea în sensul [4] și curba unită este prima curbă polară a originii.

Transformatele dreptelor

$$Ax_1 + Bx_2' + Cx_3' = 0$$

de ecuații

$$(Ax_1 + Bx_2 + Cx_3)\, G(x_1 x_2 x_3) + CF(x_1, x_2, x_3) = 0 \tag{10}$$

formează un sistem omaloidic de curbe algebrice de gradul n.

Dacă

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - kx_3^2 = 0, \tag{11}$$

(7) devine transformarea prin inversiune.

Dacă se consideră ca curbă unită „punctiforma" de ecuație

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2^2 - x_3^2 (a^2 x_2^2 - b^2 x_1^2) = 0 \tag{12}$$

Transformarea (9) se poate scrie

$$\begin{aligned}\sigma x_1' &= x_1 x_3 (a^2 x_2^2 - b^2 x_1^2)\\ \sigma x_2' &= x_2 x_3 (a^2 x_2^2 - b^2 x_1^2)\\ \sigma x_3' &= x_1^2 x_2^2.\end{aligned} \tag{13}$$

Transformata hiperbolei echilatere

$$x_1 x_2 = x_3 (a x_2 - b x_1) \tag{14}$$

este hiperbola echilateră

$$x_1 x_2 = x_3 (a x_2 + b x_1) \tag{15}$$

Punctele curbei unite fiind punctele duble ale involuției determinată de punctele omoloage în transformarea (12) rezultă o nouă definiție a punctiformei: O dreaptă care trece prin punctul fix O, comun la două hiperbole echilatere care au aceeași asiptotă d și sînt simetrice față de perpendiculara δ dusă din O pe d, intersectează hiperbolele în P și Q. Locul geometric al punctelor U astfel ca $OU^2 = OP \cdot OQ$ este o „punctiformă" cu centrul în O și cu asiptotele paralele cu d și δ.

Dacă în (12) se înlocuiește b^2 cu $-b^2$ se obține transformarea birațională care păstrează curba cruce.

BIBLIOGRAFIE

1. Alaci V., Transformarea rombică și antirombică. Transformările (OA, φ). R.M.T. 1940 Timișoara, pag. 141—151.
2. Alaci V., La transformation rhombique simple et iteree — Buletin Scientifique de l'Ecole Polytechnique de Timișoara, Tome 9, 1940, pag. 1—14.
3. Alaci V., Nouveaux domaines de recherches en „Trigonometrie quadratiques" — Buletin Scientifique de l'Ecole Polytechnique de Timișoara, Tome 10, 1941, pag. 1—46.
4. Stanciu P., Tauber I., Transformări Jonquieres care generalizează inversiunea. Buletinul științific al Inst. Politehnic Timișoara, Tom, 9 (23) 1964, pag. 9—14.
5. Stanciu P., Tauber I., Asupra unei familii de transformări birationale. Analele Universității din Timișoara, seria științelor matematice-fizice, vol. III, 1965, pag. 281—287.

К РОМБИЧЕСКИМ И ПРОТИВОРОМБИЧЕСКИМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ

(РЕЗЮМЕ)

Ромбические (1) и противоромбические (3), преобразования где $\mathrm{sp}\,\alpha$ и $\mathrm{cp}\,\alpha$ соответственно являются квадратичным синусом и косинусом угла α, были определены В. Алачем [I].

Ромбические и противоромбические преобразуемые круга $\rho = a$, представляют собой две обратные кривые (5). Свойство позволяет нам определить бирациональное преобразование (9), соединенная кривая которого — (6), а преобразуемая начала имеет уравнение (8).

Форма Доэлемана (9), преобразования показывает, что преобразование (7) обобщает инверсию в смысле [4].

Если в качестве обединенной кривой принимается круг (11), преобразование становится классической инверсией.

Если обединенная кривая это «точнообразная» (12), полученное преобразование (13) присоединяет равноподобные гиперболы (14) и (15), что допускает новое определение этой кривой.

Заменяя b^2 на $-b^2$, бирациональное преобразование сохраняет крестообразную кривую.

SUR LES TRANSFORMATIONS RHOMBIQUES ET ANTIRHOMBIQUES

(RÉSUMÉ)

Les transformations rhombiques (1) et antirhombiques (3), dans les quelles $\mathrm{sp}\,\alpha$ et $\mathrm{cp}\,\alpha$ sont respectivement le sinus et le cosinus quadratique de l'angle α ont été définies par V. Alaci [1].

Les transformées rhombiques et antirhombiques du cercle $\rho = a$ sont deux courbes inverses (5). Cette propriété permet de définir une transformation birationnelle (9), dont la courbe double est (6) et la transformée de l'origine a l'equation (8).

La forme Doehlemann (9) de la transformation montre que la transformation (7) généralise l'inversion dans le sens [4].

Si l'on considère pour courbe double le cercle (11), la transformation devient l'inversion classique.

Si la courbe double est (12), la transformation obtenue (13) associe les hyperboles équilatérales (14) et (15), ce qui permet une nouvelle définition de cette courbe.

En changeant le b^2 en $-b^2$ la transformation birationnelle conserve la courbe croix.

LEGEA OMOGENIZĂRII PROGRESIVE IN ANALIZA DIMENSIONALĂ GENERALĂ

DE

C. I. STAICU

INTRODUCERE

In două lucrări publicate anterior [5], [6] am prezentat primele părți, din conținutul nou al metodei de stabilire a relațiilor raționale din fizică prin analiza dimensională generală, referitoare la forma relațiilor și la natura exponenților de mărime.

Metoda am utilizat-o în [7—9] la relații care nu pot fi stabilite cu analiza dimensională (restrînsă) cunoscută din [1—4].

In lucrarea de față prezint ultima parte în legătură cu analiza dimensională generală, referitoare la metoda de rezolvare a sistemelor diofantice, nedeterminate, de ecuații liniare, omogene care se obțin prin aplicarea principiului omogenității.

Autorul consideră că teorema fundamentală a analizei dimensionale generale [5], legea valorilor minime întregi, pozitive [6] și legea omogenizării progresive, care alcătuiesc metoda omogenizării mărimilor fundamentale, pot constitui o metodă teoretică de stabilire a relațiilor raționale din fizică; această metodă are posibilități necondiționate de numărul mărimilor utilizate la descrierea fenomenelor (numărul lor limitează posibilitățile analizei dimensionale restrînse).

1. TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ANALIZEI DIMENSIONALE GENERALE

Se demonstrează în [5] că relația de legătură dintre cele m^* mărimi fizice $A, B, C, D, \ldots$ care se folosesc la descrierea unui fenomen fizic oarecare, este necesar să fie scrisă sub forma

$$M^m N^n P^p \ldots = kA^a B^b C^c \ldots \qquad (1)$$

care reprezintă teorema fundamentală a analizei dimensionale generale, spre deosebire de forma utilizată în analiza dimensională restrînsă în care se explicitează o mărime cu exponent unitar.

Dacă se introduc în (1) ecuațiile de dimensiuni ale mărimilor

$$[A]=]L^{l_a} M^{m_a} T^{t_a} \ldots [\qquad (2)$$

.....

scrise în baza unui sistem dimensional cu d^* mărimi fundamentale, condiția impusă de principiul omogenității se exprimă prin sistemul de ecuații între exponenții de mărime

$$\sum_{i=a}^{l} x_i \cdot i = \sum_{i=m}^{z} x_i \cdot i, \qquad (3)$$

format din e^* ecuații liniare, omogene cu n^* necunoscute. În analiza dimensională generală sînt valabile relațiile $n^*=m^*$ și $e^* \leqslant d^*$. Sistemele de ecuații (3) sînt, în general, nedeterminate.

2. LEGEA VALORILOR MINIME, INTREGI, POZITIVE

Se demonstrează în [6] că distribuția prealabilă a mărimilor între cei doi membri ai relației și afectarea de exponenți necunoscuți la toate mărimile, au drept consecință faptul că exponenții de mărime admit numai valori pozitive și întregi. Sistemele de ecuații (3) sînt deci de tip diofantic.

Valorile arbitrare din cîmpul numerelor întregi, pozitive, care pot fi luate în considerare la rezolvarea unui sistem de ecuații nedeterminat (3) din analiza dimensională generală, conduc totuși la o infinitate de soluții care determină același număr de relații dimensional valabile, între care se găsește și relația, unică, fizic valabilă.

De asemenea, s-a demonstrat în [6] că din infinitatea de soluții care verifică sistemele de ecuații (3) și care se sistematizează astfel încît să fie pus în evidență faptul că determină relații echivalente, se reține pentru practică soluția cu valorile minime deoarece determină relația cea mai simplă.

3. NECESITATEA UNEI METODE SPECIFICE DE REZOLVARE A SISTEMELOR DE ECUAȚII

În vederea aplicării în practică a legii valorilor minime, întregi, pozitive este necesar deci ca sistemele de ecuații (3) să fie rezolvate, iar soluțiile să fie astfel sistematizate, încît să se pună în evidență relațiile echivalente.

În legătură cu rezolvarea lor, se știe din algebră [10] că un sistem de ecuații omogene nu este niciodată incompatibil, deoarece admite soluția banală $a=b=c=d=\ldots=m=n=p\ldots=0$. Dacă rangul r^* al determinantului principal este egal cu numărul necunoscutelor n^*, sistemul omogen nu admite decît soluția banală. Cînd numărul ecuațiilor e^* este inferior

numărului necunoscutelor, există şi soluţii diferite de zero; acest caz ($e^* < n^*$), se întîlneşte totdeauna în analiza dimensională generală. Prin urmare, condiţia necesară şi suficientă ca sistemul omogen să admită soluţii nu toate nule este ca $r^* < n^*$. În acest caz $n^*—r^*$ necunoscute rămîn arbitrare şi deci există $_\infty n^*—r^*$ soluţii.

Orice soluţie a unui sistem omogen este un vector $(a_1, b_1, c_1 \ldots)$ ale cărui componente introduse în locul necunoscutelor $a, b, c, \ldots$ verifică ecuaţiile. Pentru sistemele omogene este valabilă următoarea teoremă: soluţiile unui sistem omogen formează un modul ceea ce înseamnă că dacă $a_1, b_1, c_1 \ldots$ şi $a_2, b_2, c_2 \ldots$ sînt două soluţii ale unui sistem omogen, atunci şi $a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2 \ldots$ sînt soluţii ale aceluiaşi sistem.

Modulul format de soluţiile unui sistem omogen admite o bază; în algebră se demonstrează că pentru soluţiile unui sistem omogen există $n^*—r^*$ soluţii care formează o bază ceea ce înseamnă că dimensiunea modulului este $n^*—r^*$ iar sistemul admite $_\infty n^*—r^*$ soluţii. O bază a modulului soluţiilor unui sistem omogen se numeşte şi sistem fundamental de soluţii; soluţiile unui sistem fundamental de soluţii trebuie să fie independente.

Pentru un sistem de ecuaţii omogene cu n^* necunoscute, a cărui matrice are rangul r^*, se pot găsi $n^*—r^*$ vectori $a_1, b_1, c_1 \ldots, a_2, b_2, c_2 \ldots$ astfel încît orice vector $a, b, c, \ldots$ soluţie a sistemului omogen dat, este liniar dependent de vectorii iniţiali.

La rezolvarea unui sistem de ecuaţii liniare, omogene pot fi luate în considerare mai multe grupuri de cîte $n^*—r^*$ vectori care conduc deci la mai multe infinităţi de soluţii. În această metodă de rezolvare a sistemelor de ecuaţii liniare, omogene alegerea celor $n^*—r^*$ vectori, care alcătuiesc o bază a soluţiilor, este arbitrară.

Rezolvarea sistemelor de ecuaţii din analiza dimensională generală cu metodele clasice (reducere, substituţie, Kramer) conduce la necesitatea introducerii unui număr de $n^*—r^*$ parametri arbitrari de unde rezultă că şi cu aceste metode se obţine, pentru un sistem de ecuaţii dat, mai multe infinităţi de soluţii, în funcţie de necunoscutele alese ca parametri arbitrari.

Metodele de rezolvare a sistemelor de ecuaţii, de mai sus, nu realizează gruparea soluţiilor în şir unic din care să rezulte, în mod evident, relaţiile echivalente astfel încît să poată fi aplicată legea valorilor minime, întregi, pozitive.

Rezultă deci că pentru rezolvarea sistemelor de ecuaţii (3) este necesară o metodă proprie, care să permită aplicarea legii valorilor minime, întregi, pozitive în vederea stabilirii fără ambiguitate a soluţiei cu valorile unice ale exponenţilor de mărime din relaţia fizic valabilă.

4. CARACTERISTICA SISTEMELOR DE ECUAŢII

Pentru formularea unei metode proprii de rezolvare a sistemelor de ecuaţii din analiza dimensională generală se descrie, în cele ce urmează, o caracteristică a acestor sisteme de ecuaţii.

Ecuațiile principiului omogenității din analiza dimensională, se scriu pentru fiecare mărime fundamentală. Numărul ecuațiilor e^*, care se pot obține pentru un fenomen fizic dat, poate fi cel mult egal cu numărul mărimilor fundamentale d^* care alcătuiesc sistemul dimensional folosit la scrierea dimensiunilor mărimilor, adică $e^* \leqslant d^*$; cazul de egalitate se întîlnește cel mai des.

Datorită faptului că în unele domenii ale științei se dispune de sisteme dimensionale cu numere variabile de mărimi fundamentale (în mecanică, de exemplu, $d^*=2$, $d^*=3$ respectiv $d^*=4$), numărul ecuațiilor care se pot obține pentru același fenomen fizic, prin aplicarea principiului omogenității, este variabil.

Coeficienții din ecuațiile analizei dimensionale reprezintă exponenți de dimensiune; ei pot avea valori întregi și raționale, pozitive și negative.

Necunoscutele din ecuațiile principiului omogenității reprezintă exponenții mărimilor utilizate la descrierea fenomenului. Numărul necunoscutelor n^* este dat de numărul mărimilor utilizate la descriere. În analiza dimensională restrînsă $n^*=m^*-1$, deoarece mărimea explicitată are exponent unitar, iar în analiza dimensională generală, $n^*=m^*$.

Din faptul că în unele domenii ale fizicii se dispune de sisteme dimensionale cu numere variabile de mărimi fundamentale rezultă că diferența n^*-e^*, pe care am denumit-o „diferență caracteristică", prezintă importanță mai mare comparativ cu valorile absolute n^* și e^*.

Numărul ecuațiilor și numărul necunoscutelor din analiza dimensională verifică relația $e^* \gtrless n^*$.

Termenii ecuațiilor din analiza dimensională reprezintă totdeauna produse dintre o valoare numerică (exponentul de dimensiune) și o necunoscută (exponentul de mărime). Numărul termenilor dintr-o ecuație oarecare, este dat de numărul mărimilor fizice utilizate la descriere ale căror dimensiuni conțin mărimea fundamentală corespunzătoare ecuației considerate.

In legătură cu dimensiunile mărimilor fizice, este cunoscută clasificarea mărimilor fizice în fundamentale și secundare, [11]. Mărimile ale căror unități de măsură se variază independent alcătuiesc grupul mărimilor fundamentale, iar cele ale căror unități depind de unitățile mărimilor fundamentale alcătuiesc grupul mărimilor secundare.

Dimensiunile mărimilor secundare întrunesc numere variabile de mărimi fundamentale, după domeniul științei din care face parte mărimea secundară considerată. În geometrie este suficientă o singură mărime fundamentală, lungimea L, în cinematică apare în plus mărimea fundamentală timpul T iar pentru studiul fenomenelor din mecanică trebuie introdusă încă o mărime fundamentală, masa M etc.

În raport cu fiecare dintre mărimile fundamentale, exponenții de dimensiune pot avea valori semnificative (întregi și raționale) și zero, pozitive și negative.

Pentru descrierea fenomenelor fizice din mecanică, de exemplu, se utilizează un număr oarecare de mărimi care fac parte din speciile mărimilor geometrice, cinematice sau mecanice.

Cu mărimea fundamentală L se scriu dimensiunile tuturor mărimilor geometrice precum și dimensiunile marii majorități a mărimilor cinematice și mecanice. Mărimea fundamentală T participă la scrierea dimensiunilor pentru toate mărimile cinematice și a unor mărimi mecanice. Mărimea fundamentală M apare în dimensiunile tuturor mărimilor mecanice. Rezultă deci că în dimensiunile mărimilor fizice, mărimea fundamentală L apare de cele mai multe ori ; mărimea fundamentală T apare de mai puține ori comparativ cu mărimea fundamentală L dar de mai multe ori decît mărimea fundamentală M.

Pentru un fenomen fizic dat descris cu m^* mărimi, m_f^* reprezintă numărul mărimilor ale căror ecuații dimensionale conțin o anumită mărime fundamentală. În cazul sistemului dimensional cu $d^*=3$ mărimi fundamentale, rezultă trei numere m_L^*, m_T^*, m_M^*, care reprezintă numărul mărimilor ale căror ecuații dimensionale conțin mărimea fundamentală L, respectiv mărimile fundamentale T și M. Fiecare din aceste numere respectă relația $m_{L,\,M,\,T}^* m^*$.

Raportul $\frac{m_{Lf}^*}{\sum m_f^*}$, dintre numărul mărimilor ale căror ecuații dimensionale conțin o anumită mărime fundamentală și suma acestor numere referitoare la toate mărimile fundamentale ale sistemului dimensional adoptat, definește frecvența mărimii fundamentale considerate. Acest raport este totdeauna subunitar.

La scrierea ecuațiilor în baza principiului omogenității, exponentul zero de la o mărime fundamentală conduce la eliminarea termenului respectiv din ecuația corespunzătoare acelei mărimi fundamentale. Datorită participării variabile, în sensul arătat mai sus, a mărimilor fundamentale în dimensiunile mărimilor fizice, ecuațiile corespunzătoare mărimii fundamentale L vor avea totdeauna un număr mai mare de termeni comparativ cu numărul termenilor din ecuațiile corespunzătoare mărimilor fundamentale T și M. În general, numărul termenilor din ecuațiile corespunzătoare mărimii fundamentale T este mai mare comparativ cu numărul termenilor din ecuațiile mărimii M.

Numărul variabil de termeni din ecuațiile condiției de omogenitate, constituie o caracteristică a sistemelor de ecuații din analiza dimensională.

5. REZOLVAREA PROGRESIVĂ A SISTEMELOR DE ECUAȚII

În vederea simplificării prezentării, în cele ce urmează se consideră un fenomen fizic oarecare descris cu $m^*=5$ mărimi fizice. Dimensiunile lor se scriu în baza unui sistem dimensional cu $d^*=3$ mărimi fundamentale, L, M, T. Pentru a pune în evidență proprietatea enunțată mai sus, se consideră, de exemplu, că exponenții de mărime l_d, m_b, m_c, t_a, t_c și t_d sînt nuli.

Prin aplicarea principiului omogenității, la relația scrisă în conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensionale generale sub forma

$$P^p = A^a B^b C^c D^d \tag{4}$$

și în ipoteza că toate mărimile fundamentale conduc la ecuații distincte, se obține sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} l_a \cdot a + l_b \cdot b + l_c \cdot c &= l_p \cdot p \quad (1) \\ m_a \cdot a \quad + m_d \cdot d &= m_p \cdot p \quad (2) \\ t_b \cdot b \quad &= t_p \cdot p, \quad (3) \end{aligned} \tag{5}$$

format din $e^* = 3$ ecuații liniare, omogene cu $n^* = 5$ necunoscute.

Prin faptul că s-a adoptat o repartiție arbitrară a exponenților de dimensiune nuli, ceea ce a condus la diferențierea numărului de termeni din ecuațiile (5), concluziile care vor rezulta din examinarea acestui caz sînt general valabile.

Matricea coeficienților sistemului de ecuații (5) este de rangul $r^* = 3$, de unde rezultă că sînt necesare $n^* - r^* = 5 - 3 = 2$ variabile independente; alegerea acestora este arbitrară.

Utilizînd una din metodele generale de rezolvare a sistemelor de ecuații, cunoscută din algebră, din (5) se obțin soluțiile $a = \Delta a / \Delta s$ etc.

Aceste soluții pot fi obținute și direct, prin rezolvarea separată a fiecărei ecuații (5).

Soluția b rezultă imediat din (5.3) alcătuită din doi termeni care, pentru cazul de față, reprezintă numărul minim de termeni

$$b = \frac{t_p}{t_b} p. \tag{6}$$

Soluția a, în funcție de aceleași variabile independente d și p, se poate obține cu ușurință din (5.2) care are un număr de termeni mai mare cu o unitate decît ecuația folosită mai înainte

$$a = \frac{m_p}{m_a} p - \frac{m_d}{m_a} d. \tag{7}$$

Din (5.1), care este alcătuită cu cel mai mare număr de termeni și soluțiile deja stabilite, se obține ultima soluție

$$c = \left(\frac{l_p}{l_c} - \frac{l_a m_p}{m_a l_c} - \frac{l_a m_d}{m_a l_c} \right) p + \frac{l_a m_d}{m_a l_c} d. \tag{8}$$

Rezultă deci că la rezolvarea separată a sistemului de ecuații (5) a fost necesar ca ecuațiile să fie considerate în ordinea crescîndă a numărului de termeni. De asemenea, alegerea variabilelor independente nu este total arbitrară; soluția b, din ecuația cu cel mai mic număr de termeni, poate

fi stabilită numai dacă se adoptă necunoscuta p ca variabilă independentă. Din celelalte două ecuații, mai poate fi adoptată, ca a doua variabilă independentă, oricare dintre necunoscutele a, c sau d.

Metoda de rezolvare, a sistemelor de ecuații din analiza dimensională generală, în mod separat (ecuație cu ecuație), considerînd ecuațiile în ordinea crescîndă a numărului de termeni (frecvență crescîndă a mărimilor fundamentale) și ținînd seama de limitările pe care le implică alegerea variabilelor independente o denumesc *metoda rezolvării progresive*. Această metodă este consecința directă a faptului că sistemele sînt nedeterminate și de tip diofantic iar ecuațiile au numere variabile de termeni.

6. LEGEA OMOGENIZARII PROGRESIVE

Rezolvarea progresivă a sistemelor diofantice de ecuații nedeterminate din analiza dimensională generală (ecuație cu ecuație, în ordinea crescîndă a numărului de termeni) indică modalitatea în care se realizează omogenizarea relațiilor fizice. Se respectă o lege de formare a acestora pe care o denumesc *legea omogenizării progresive* și care se enunță astfel: În relațiile matematice din fizică, scrise în conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensionale generale, mărimile fundamentale ale sistemului dimensional adoptat se omogenizează progresiv, în ordinea crescîndă a frecvenței lor.

7. METODA OMOGENIZARII MARIMILOR FUNDAMENTALE

Se reține deci, pentru aplicațiile practice, că sistemele de ecuații din analiza dimensională generală trebuiesc rezolvate progresiv, considerînd separat fiecare ecuație.

Legea valorilor minime, întregi, pozitive se va aplica deci, în mod corespunzător, la fiecare ecuație dintre cele care alcătuiesc un sistem din acest domeniu.

Cu legea omogenizării progresive, care se aplică în cadrul metodei rezolvării progresive a ecuațiilor și cu legea valorilor minime, întregi, pozitive se pot obține, cu ușurință, valorile numerice ale exponenților de mărime care determină relații raționale, corecte, în fizică.

Pentru sistemul nedeterminat de ecuații (5) considerat anterior, în baza legii omogenizării progresive se ia în considerare ecuația (5.3) care conține cel mai mic număr de termeni. Alegerea parametrului arbitrar este determinată de valoarea raportului exponenților de dimensiune t_b și t_p. În caz că raportul t_p/t_b este supraunitar, variabila îndeplinită va fi p iar soluția $b=k_{b,p}\cdot p$ este de forma (6); ca să rezulte o valoare minimă pentru b este necesar ca p să ia valoarea unitară cînd $t_p=\text{mult.}\, t_b$ sau o valoare mai mare ca unitatea cînd $t_p\neq \text{mult.}\, t_b$. Dacă același raport este subunitar, b devine variabilă independentă iar soluția este de forma

$p=k_{b,p}\cdot b$; valorile minime se obțin ca și în cazul precedent. În acest mod rezultă valorile unice b_1 și p_1.

Din ecuația (5.2) care are un număr mai mare de termeni, rezultă soluția $a=k_{a,p}\cdot p_1-k_{a,d}\cdot d$ care este de forma (7), pentru exponentul mărimii A, sau soluția $d=k_{d,p}\cdot p_1-k_{a,d}\cdot a$ pentru exponentul mărimii D. Soluțiile se deosebesc prin parametrul arbitrar. La alegerea acestuia trebuie să se țină seama ca diferența membrului din dreapta să fie totdeauna pozitivă ; această condiție este în general eliminatorie în favoarea uneia dintre posibilități. În funcție de diversele valori numerice care se întîlnesc în cazurile din practică, se adoptă valorile arbitrare potrivite astfel încît să se obțină numai soluții minime, întregi, pozitive. Acest mod de rezolvare, care este totdeauna posibil, conduce la valorile unice a_1 și d_1.

Cu valorile unice stabilite, ecuația (5.1) care are cel mai mare număr de termeni, devine cu o necunoscută și admite deci o singură soluție pentru exponentul mărimii C. Rezultă soluția $c=k_{a,b,p}\cdot p_1-k_{a,d},\cdot d_1$, care este de forma (8) și conduce la valoarea unică c_1.

Modalitatea de stabilire pe considerente dimensionale a relațiilor matematice din fizică și tehnică bazată pe cele două legi este general valabilă și o denumesc *metoda omogenizării mărimilor fundamentale.*

8. EXEMPLU. INELUL ROTITOR LIBER

Studiul fenomenului fizic al unui inel, care se rotește liber, pune problema calculului alungirii la solicitarea prin forțe centrifuge. Mărimile fizice care descriu fenomenul sînt următoarele : raza inelului r, greutatea specifică a materialului γ, modulul de elasticitate E, viteza cu care se rotește inelul v, accelerația gravității g și alungirea în direcția razei Δr.

În sistemul dimensional cu $d^*=3$ mărimi fundamentale, ecuațiile dimensionale sînt următoarele

$$[r]=[\mathrm{L}] \qquad [v]=[\mathrm{LT}^{-1}]$$

$$[\gamma]=[\mathrm{L}^{-2}\mathrm{MT}^{-2}] \qquad [g]=[\mathrm{LT}^{-2}] \tag{9}$$

$$[E]=[\mathrm{L}^{-1}\mathrm{MT}^{-2}] \qquad [\Delta r]=[\mathrm{L}].$$

În conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensionale generale, relația se scrie sub forma

$$\Delta r^f=k\frac{r^a v^b \gamma^c}{E^d g^e} \tag{10}$$

din care, prin introducerea ecuațiilor (9) și în baza principiului omogenității, se obține sistemul

$$a+b-2c=-d+e+f \quad (1)$$

$$c=d \quad (2) \qquad (11)$$

$$b+2c=2d+2e, \quad (3)$$

format din $e^*=3$ ecuații liniare, omogene, cu $n^*=6$ necunoscute.

În conformitate cu legea omogenizării progresive, se consideră ecuația (11.2) care are cel mai mic număr de termeni. Cu legea valorilor minime, întregi, pozitive, rezultă soluțiile $c=d=1$. Ecuația (11.3) cu un număr de termeni imediat superiori, devine $b=2e$, de unde rezultă soluțiile minime $e=1$ și $b=2$. Cu aceste valori, ecuația (11.1) cu cei mai mulți termeni, devine $a=f$, care conduce la soluțiile minime $a=f=1$.

Cu soluțiile stabilite (10) conduce la relația cunoscută [12].

BIBLIOGRAFIE

1. Bridgman P. W., Dimensional Analisis, Revised edition, sixth printing, New-Haven, Yale University Pres, London, Geoffrey Cumberlege, 1949, 113 p.
2. Esnault-Pelterie R., *L'analyse dimensionnelle*, Editions F. Rouge, Lausanne, 1946, 236 p.
3. Kirpicev V. M., Analiz razmernosti, Izvestia Akademii Nauk SSSR, OTN, Nr. 9, 1953, p. 1330—1340.
4. Palacios Julio, *Analyse dimensionnelle*, traduit de l'espagnol par Jean Prévot, Gauthier-Villars, Paris, 1960, 207 p.
5. Staicu I. C., Teorema fundamentală a analizei dimensionale generale. Studii și cercetări științifice — Fizică și științe tehnice, Iași, 1962, Anul XIII, Fascicola 2, p. 159—172.
6. Staicu I. C., Legea valorilor minime, întregi, pozitive în analiza dimensională generală. Buletinul Institutului Politehnic Timișoara, 1967, Tomul 12 (26), Fascicola 2, p. 393—401.
7. Staicu I. C., Corecția temperaturii exterioare minime convenționale. Revista construcțiilor și a materialelor de construcții, București, 1958, Anul X, Nr. 12, p. 619—620.
8. Staicu I. C., Relații noi în studiul pulverizării fluidelor. Energetica, București, 1963, Vol. XI, Nr. 7, p. 292—295.
9. Staicu I. C., Diametrul armăturii de golire a conductelor de apă. Energetica, București, 1963, Vol. XI, Nr. 12, p. 628—630.
10. Onicescu O., Galbura Gh., *Algebră*, București, 1948, Vol. I, p. 129—138.
11. * * * *Lexiconul tehnic român*, Ed. tehnică, București, 1955, vol. VI, p. 226—250.
12. * * * *Manualul Inginerului*, Ed. Tehnică, București, 1951, Vol. I, p. 733.

ЗАКОН ПРОГРЕССИВНОЙ ОДНОРОДНОСТИ В ОБЩЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ АНАЛИЗЕ

(РЕЗЮМЕ)

Для обобщения пространственного метода для определения физических соотношений, ранее была предложена основная теорема общего пространственного анализа и закон минимальных, целых, положительных значений.

В работе изложен закон прогрессивной омогенизации в связи с методом решения систем неопределенных уравнений диофантового типа из общего протстранственного анализа.

Теорема и два указанных закона составляют метод омогенизации основных величин, — теоретический метод установления рациональных соотношений.

Даются примеры практического использования метода.

LA LOI DE L'OMOGÉNISATION PROGRESSIVE DANS L'ANALYSE DIMENSIONNELLE GÉNÉRALE

(RÉSUMÉ)

Pour généraliser la méthode dimensionnelle dans l'établissement des rélations physiques l'auteur a présenté anterieurement le théorème fondamental de l'analyse dimensionnelle générale ainsi que la loi des valeurs minimes, entières, positives.

Dans le présent ouvrage on demontre la loi de l'omogenisation progressive liée à la méthode de résolution des systèmes d'équation indéterminées de l'analyse dimensionnelle générale.

Le théorème fondamental et les deux lois mentionées constituent une méthode théorique d'établissement des rélations rationnelles dénnomée, par l'auteur, la méthode de l'omogenisation des grandeurs fondamentales.

On exemplifie l'utilisation de la méthode avec une application.

ASUPRA MODELULUI FIZIC ŞI A CONDIŢIILOR FLUIDIZĂRII *

DE

V. BIBOLARU

Problema transferului de căldură la fluidizare este mult cercetată sub variate aspecte. Soluţiile date de cercetători prezintă forme dintre cele mai ingenioase [1—6]. În general însă se recunoaşte că, soluţiile date nu au caracter de generalizare. Ele rezolvă cazuri particulare sau sînt limitat cuprinzătoare [5—7].

Fenomenul fluidizării este funcţie de caracteristice care nu pot fi totdeauna cunoscute şi a căror influenţă, în variate condiţii de lucru, nu poate fi prevăzută [9]. Rezolvarea problemei, în ansamblul ei, pe cale matematică, întîmpină dificultăţi, care, pentru moment, n-au putut fi depăşite [8], [10]. La verificările experimentale au fost remarcate abateri, faţă de consideraţiile teoretice sau între diverşi cercetători.

Pentru restrîngerea marelui număr de variabile, la cîteva condiţii fundamentale, măsurabile, se consideră un model fizic al fluidizării, neidealizat, fundamentat pe următoarele 3 consideraţii:

I. Stratul fluidizat este un mediu neomogen cu caracteristice nestabile.

II. El apare, variază şi dispare sub acţiunea agentului de fluidizare.

III. Neomogenitatea şi nestabilitatea sînt în funcţie de condiţiile: hidrodinamică, termodinamică, de cinetică chimică şi tehnologică ale sistemului.

Condiţiile de mai sus sînt, respectiv, satisfăcute de: viteza agentului de fluidizare, temperatura sursei calorice şi a agentului de fluidizare la intrare, concentraţia produşilor de reacţie, viteza de reacţie şi caracteristica sistemului de lucru.

Caracteristica tehnologică reprezintă efectul rezultant al influenţei şi interacţiunii anumitor factori tehnologici de bază. Această caracteristică depinde, respectiv, de: instalaţia de lucru cu toate particularităţile ei constructive [13], materialul care se fluidizează şi agentul de fluidizare cu toate caracteristicile acestora, organizarea procesului tehnologic [14] şi efectele de condiţie care apar în sistem.

Se numeşte efect de condiţie interacţiunea diferită, dintre parametri, cînd în sistem apar modificări ale condiţiilor de fluidizare. Ele pot fi de ordinul condiţiilor de fluidizare menţionate mai sus.

---

* Comunicată la Conferinţa Republicană de Chimie, Fizică Generală şi Aplicată, Bucureşti, 2—5 sept. 1968.

Nu pot fi stabilite uşor, în condiţiile fluidizării, toate caracteristicile şi interacţiunile dintre factorii care determină condiţia tehnologică. Efectul rezultant, al acţiunii acestora, poate fi însă determinat experimental.

Pe baza consideraţiilor de mai sus, coeficientul parţial de transfer de căldură la fluidizare, pentru un model fizic neidealizat, poate fi exprimat prin relaţia generală :

$$\alpha = c \cdot v \cdot \frac{T_f}{T_0} \cdot \frac{a}{r} \tag{1}$$

α — coeficientul parţial de transfer de căldură la fluidizare, $W/m^2 \cdot °C$;
c — caracteristica tehnologică a sistemului, $W/m^3 \cdot °C$;
v — viteza agentului de fluidizare, m/s ;
T_f — temperatura sursei calorice, °C ;
T_0 — temperatura iniţială (la intrare) a agentului de fluidizare, °C ;
T_f/T_0 — condiţia termodinamică ;
r — viteza de reacţie, $kg/m^3 \cdot s$;
a — concentraţia produşilor de reacţie, kg/m^3 ;
a/r — condiţia de cinetică chimică.

Relaţia (1) poate fi pusă sub forma :

$$\frac{a_a \cdot a_{T_0} \cdot a_r}{a_v \cdot a_{T_f} \cdot a_a} = i \tag{2}$$

a_a, a_{T_0}... este rapoarte ale mărimilor din relaţia (1) ;
i — raport nedimensional pentru fenomenul de fluidizare.

— Parametri de mai sus pot fi măsuraţi sau determinaţi experimental.

— Modelul fizic prezentat se apropie de modelul flacării.

— In relaţiile de mai sus, care exprimă elementele de bază ale modelului considerat, valoarea caracteristicii tehnologice este supusă, de asemenea, fluctuaţiilor sistemului.

— Modificările aduse sistemului provoacă variaţii ale valorii caracteristicii tehnologice sau compensări ale efectelor schimbărilor de condiţie.

In funcţie de condiţia tehnologică, viteza agentului de fluidizare poate varia între limitele de existenţă ale stratului fluidizat.

— Raportul T_f/T_0, condiţia termodinamică, este factor de transformare a vitezei v_f (la temperatura T_f) în vitză v (la temperatura T_0).

Din relaţia :

$$v \cdot T_f = v_f \cdot T_0 ; \quad v_f = v \cdot \frac{T_f}{T_0} \tag{3}$$

— Relaţia (1) exprimă valoarea coeficientului α într-un punct al sistemului. Inlocuind în relaţia generală (1) valori medii, cuprinse între limitele de variaţie ale parametrilor, se poate calcula α pentru condiţiile impuse.

Grafic, se prezintă date obţinute experimental, pe un sistem cu încălzire locală, considerate pe baza relaţiei (1) propuse.

Figurile 1, 2, 3, reprezintă variaţia coeficientului α în funcţie de viteza agentului de fluidizare, (α—v). Determinările au fost executate la diferite nivele ale stratului fluidizat.

H — nivel în stratul fluidizat (1, 2, ...), cm.

Coeficientul α variază cu viteza agentului de fluidizare. Cu creşterea nivelului în strat valorile scad. Variaţiile sînt mai accentuate la nivele mici şi se micşorează cu creşterea nivelului. Deasupra stratului valoarea rămîne aproximativ constantă. Valorile α mediu cresc mult în anumite intervale de viteză apoi scad brusc.

Figurile 4, 5 reprezintă variaţia coeficientului α în funcţie de caracteristica tehnologică, (α—c). Determinările au fost executate la diferite nivele în stratul fluidizat.

Coeficientul α variază cu caracteristica tehnologică. Cu creşterea nivelului în strat, valorile α scad şi domeniul de variaţie se micşorează. La anumite nivele ($H=7$ cm), stratul fluidizat poate fi considerat omogen. La aceste nivele, caracteristicile sînt relativ stabile iar variaţia (α—c) este proporţională. La nivele superioare şi deasupra stratului ($H=13$, 15, 18 cm), valorile şi limitele variaţiilor nu mai depind de fluidizare.

Figurile 6, 7 reprezintă variaţia raportului T_f/T_0 în funcţie de viteza agentului de fluidizare, (T_f/T_0—v). Determinările au fost executate la diferite nivele în stratul fluidizat.

La toate nivelele stratului fluidizat, cu creşterea vitezei, T_f/T_0 scade.

Cu creşterea nivelului în strat, valorile T_f/T_0 cresc, ating valori maxime apoi descresc pînă la o valoare constantă.

Figura 8 reprezintă variaţia caracteristicii tehnologice în funcţie de viteză, (c—v), la diferite nivele în stratul fluidizat.

Cu creşterea vitezei agentului de fluidizare valoarea c variază diferit. La nivele mici ($H=1{,}3$ cm), panta curbelor este ascendentă iar c atinge valorile maxime. Cu creşterea nivelului ($H=5$, 7, 9, 13 cm) valorile scad. La nivelele superioare şi deasupra stratului, valorile rămîn constante la viteze mici şi scad la viteze mari. Valorile c medii, în straturile considerate, cresc mult în anumite intervale de viteză apoi descresc brusc.

Figura 9 reprezintă variaţia caracteristicii tehnologice, în funcţie de nivelul considerat în strat, (c—H), la diferite viteze ale agentului de fluidizare.

La toate vitezele de lucru, c are valori considerabil mai mari la nivele mici. Treptat, cu creşterea nivelului, valorile c scad. Alura curbelor este sinuos descendentă. Cu creşterea vitezei valorile c cresc.

Din considerarea datelor experimentale rezultă că variaţiile şi modul de variaţie (α—v), (α—c), (T_f/T_0—v), (c—v) nu sînt egale la toate nivelele stratului fluidizat. Variaţiile sînt influenţate de neomogenitatea stratului iar modul de variaţie exprimă nestabilitatea caracteristicilor acestuia. La nivelele cu straturi relativ omogene caracteristicile sînt stabile şi variaţiile sînt proporţionale (fig. 5, $H=7$ cm).

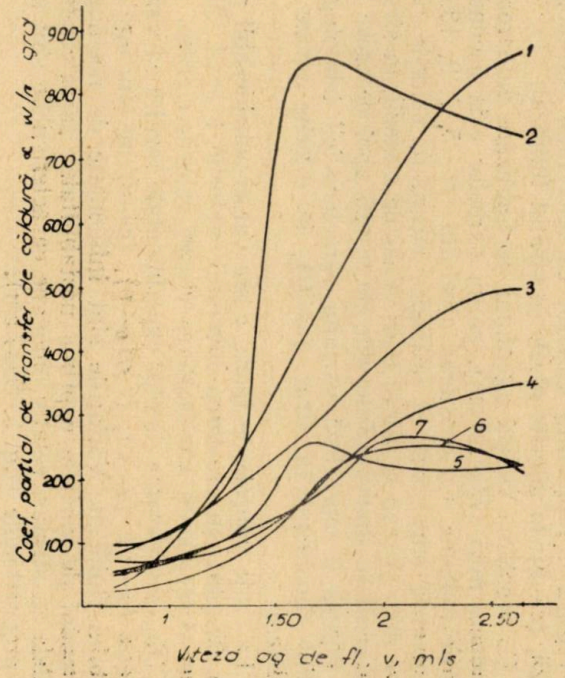


Fig. 1. Variația (α—v), 1, 2 ..., cm, nivele în stratul fluidizat

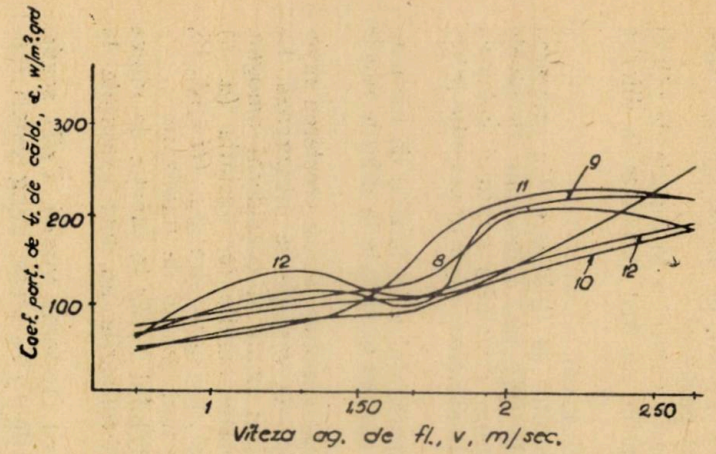


Fig. 2. Variația (α—v), 8, 9 ..., cm, nivele în stratul fluidizat.

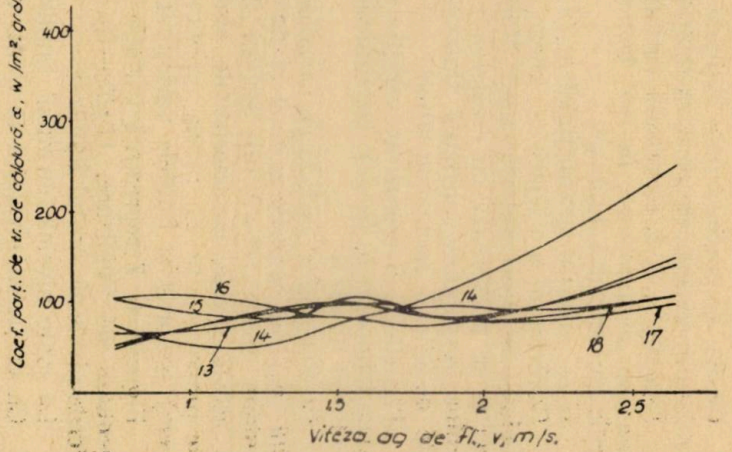


Fig. 3. Variația (α—v), 13, 18 ..., cm, nivele în stratul fluidizat.

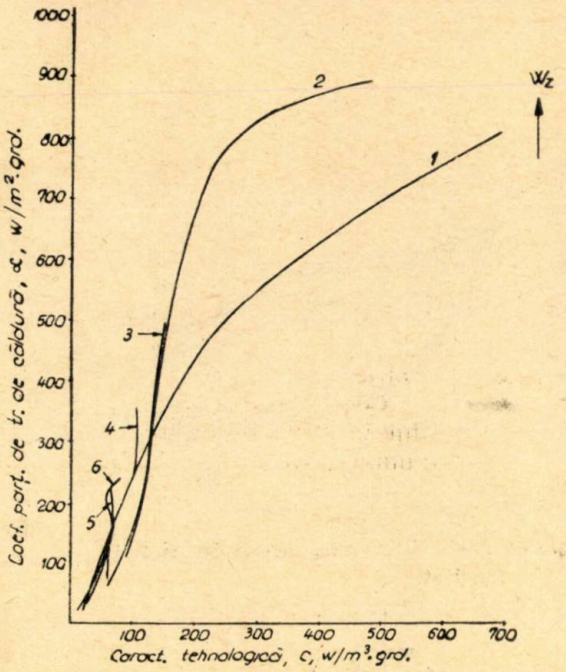


Fig. 4. Variația (α—c), 1, 2..., cm, nivele în stratul fluidizat.

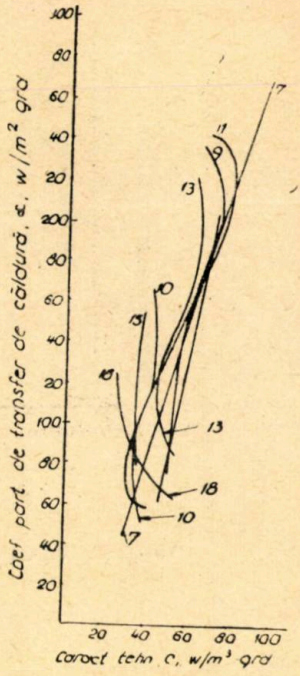


Fig. 5. Variația (α—c), 7, 9..., cm, nivele în stratul fluidizat.

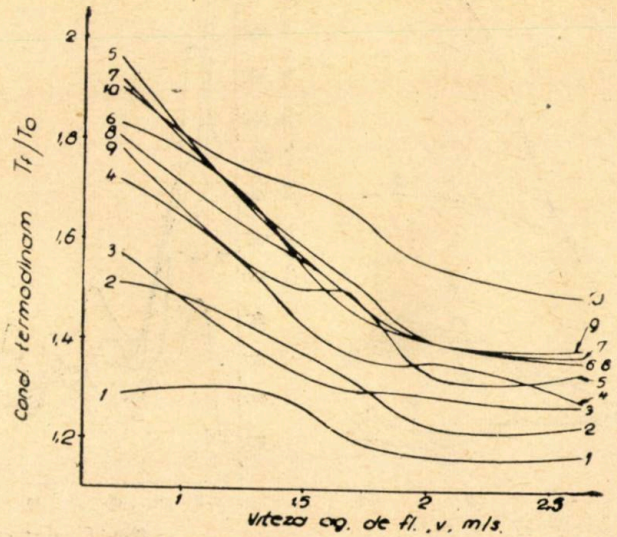


Fig. 6. Variația (T_f/T_0—v), 1, 2..., cm, nivele în stratul fluidizat.

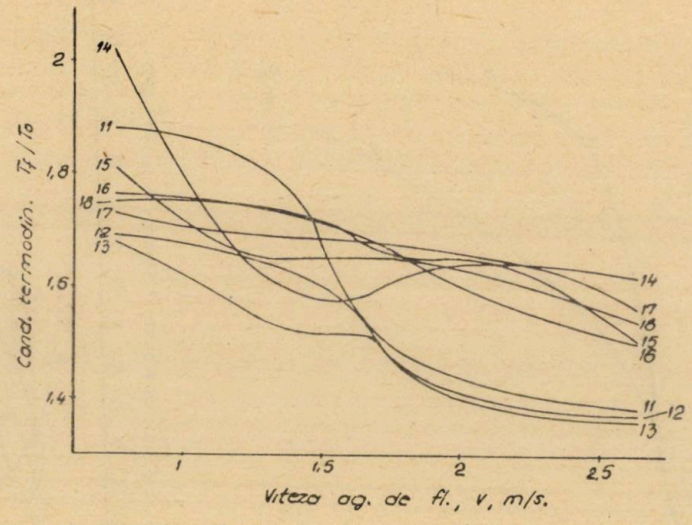


Fig. 7. Variația (T_f/T_0—v), 11, 12..., cm, nivele în stratul fluidizat.

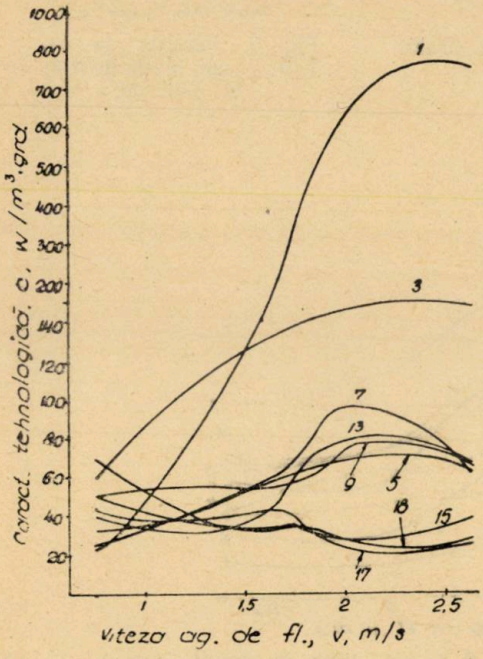


Fig. 8. Variația (c—v), 1, 3..., cm, nivele în stratul fluidizat.

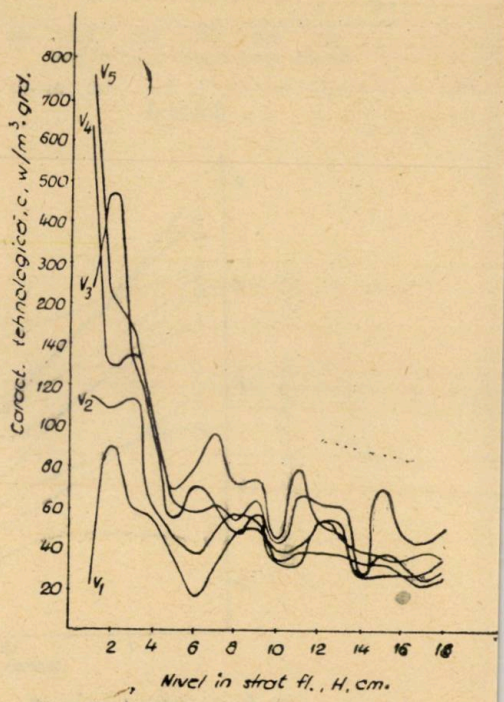


Fig. 9. Variația (c—H), la v_1, v_2... v_5.

CONCLUZII :

Se prezintă modelul fizic şi condiţiile fluidizării într-un sistem neidealizat. Pe baza condiţiilor, se stabilesc relaţii pentru calculul coeficientului α la fluidizare. Rezultatele experimentale, considerate pe baza relaţiei de calcul (1), sînt prezentate grafic.

BIBLIOGRAFIE

1. Korn A. H., Chem. Eng., 57, p. 108, 1950 ; 58, p. 158, 1951.
2. Fedorov I. M., Teoriia i rasciot proţessov suski vo vzveşennom sostoianii. Dokt. diss. MIHM, Moskva, 1950.
3. Pavel A., Revista de chimie nr. 2, Buc., p. 116, 1957. Sibirkoeotdelenie AN S.S.S.R., 1958.
4. Savvlovscaia M. S., Konvectiwnîi teploobmen v kipiascem slove. Kand. diss.
5. Harriott P., Chem. Engng. Sci., 17, p. 149, 1962.
6. Todes O. M., Bondareva A. K., Proţessi Himicescoi Tehnologii. Gidrodinamica teplo-i massoperedacia. Sbornik statei, p. 106—116, Ed. „Nauka", Moskva, 1965.
7. Pavel A., Revista de Chimie nr. 9, Buc., p. 548, 1966.
8. Ruckenstein E., Modele fizice pentru reprezentarea proceselor de transfer de căldură sau masă. Autoreferatul tezei de doctorat M.I., I.P.B., p. 11, 1966.
9. Mickley H. S., Fairbanks D. F., Amer. Inst. Chem. Engrs. J. 1, p. 374, 1955.
10. Muhlenov I. P., Traber D. G., Sarkiţ V. B. şi Bondarciuc T. P., J.P.H. 4, p. 1292, 1959.
11. Hyman D. Ph., D. thesis. M.I.T., Cambridge, 1952.
12. Razumov I. M. şi Larinova L., J. K., Him. maşinostroiene, nr. 4, p. 19, 1959.
13. Zenz F. A. şi Weill N. A., A. I. Ch. E Journal, 4, p. 472—479, 1958.
14. Bibolaru V., Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., tom. 12 (26) Fasc. 2, p. 413—418, 1967.

О ФИЗИЧЕСКОЙ МЕТОДИ И УСЛОВИЯХ В КИПЯЩЕМ СЛОЕ

(РЕЗЮМЕ)

В работе приведена физическая модель и условия в кипящем слое реальной системы. На основе полученных данных, дано уравнение для расчэта частичного коэффициента теплопередачи в кипящем слое. Экспериментальные данные приведены в графике.

ÜBER DAS PHYSIKALISCHE MODELL UND DIE BEDINGUNGEN DES WIRBELSCHICHTVERFAHRENS

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es werden die Bedingungen und das physikalische Modell für ein nichtideales Wirbelschichtsystem beschrieben. Auf Grund der Bedingungen wird eine Gleichung zur Berechnung der Wärmeübergangszahl aufgestellt. Die, auf Grund der vorgeschlagenen Gleichung erhaltenen Versuchsergebnisse, sind graphisch dargestellt.

STUDIUL PROPRIETĂȚILOR DE PLASTIFIANT ALE ESTERILOR CU ACIZI ALIFATICI AI 2,2 BIS [*p*-(β-HIDROXIETOXI)FENIL] PROPANULUI

DE

VIRGINIA BOBOESCU, ROZALIA RUS, I. NANU

Posibilitatea de utilizare a unei substanțe ca plastifiant extern, precum și aprecierea calităților sale, pot fi destul de bine caracterizate prin trei tipuri de proprietăți fundamentale: compatibilitate, eficiență și permanență, evident în relație directă cu un anumit polimer.

Pentru o înțelegere superioară a problemei plastifierii și pentru a diminua în măsura posibilului aspectele de empirism, ar fi necesară o bună cunoaștere a relațiilor între structura chimică a substanței propuse și proprietățile sale de plastifiant, cel puțin sub cele trei aspecte fundamentale. Cercetările de pînă acum nu dau decît o imagine relativ vagă despre modul în care structura chimică influențează proprietățile de plastifiant.

Dintre proprietățile fundamentale amintite, s-a încercat găsirea unor relații mai generale izvorîte din considerente fizico-chimice, în special pentru compatibilitate. Plecînd de la considerente termodinamice s-au stabilit cîteva expresii ce permit în principiu o apreciere cantitativă a compatibilității (parametrul de solubilitate δ al lui Hildebrand [1], coeficientul de interacțiune x al lui Flory [2] sau parametrul μ al lui Doty [3]). Pentru stabilirea acestor parametri sînt necesare determinări experimentale destul de laborioase și — cu toate acestea — nu îngăduie o generalizare teoretică a relației structură-proprietăți.

Small [4] a propus o metodă pentru calculul parametrului de solubilitate δ, bazată pe însumarea unor constante molare de atracție (F) caracteristice grupelor funcționale prezente în molecula plastifiantului. Această metodă prezintă, de fapt, o legătură directă între structura chimică și calitățile de compatibilitate cu polimerul ale substanței cercetate.

În cazul poli[clorurii de vinil], (pentru care s-a găsit o valoare a parametrului de solubilitate de 9,7), conform teoriei lui Hildebrand, toate substanțele ce au o valoare a parametrului δ cuprinsă în intervalul $9{,}7 \pm 1{,}2$, ar trebui să prezinte o bună compatibilitate cu aceasta. Trebuie reținut faptul că deducerea conceptului de parametru de solubilitate, se bazează pe

unele aproximări valabile în cazul substanțelor nepolare. La substanțele polare se observă totuși devieri sensibile.

De aceea în practică, un parametru de solubilitate cuprins între limitele admisibile, nu reprezintă o condiție suficientă pentru asigurarea compatibilității cu poli[clorura de venil], a cărui caracter polar nu permite neglijarea efectelor date de interacțiunile dintre dipoli.

Empiric s-a stabilit că un alt criteriu orientativ de compatibilitate este constanta dielectrică, care în cazul substanțelor compatibile este cuprinsă între 4—8. Această mărime fizică fiind chiar propusă ca posibilitate de a prevedea caracterul potențial de plastifiant pentru poli[clorura de venil], al diferitelor substanțe [5].

Tot aici — fără a avea o bază teoretică fundamentată — se poate aminti, ca o exprimare cifrică relativă a compatibilității, și „temperatura critică de solvire" a lui Thinius [6], respectiv „temperatura de gelifiere" după expresia altor cercetători [7]. Mai amintim, în ceea ce privește compatibilitatea, că din temperaturile de gonflare și de solvire Anagnostopoulos [8] a calculat valorile parametrului de interacțiune X.

În ceea ce privește proprietățile de eficiență și permanență, nu avem la îndemînă decît încercări empirice, care determină aceste comportări pe baza unor măsurători de alungire, rezistență, migrare, volatilitate, etc. efectuate în condiții standard, stabilite prin consens.

O încercare de generalizare a legăturii structură-proprietăți de plastifiant pe baza cunoștințelor calitative acumulate a fost făcută de Mouton [12] folosind aprecierea existenței în molecula unui plastifiant a 3 tipuri de grupe și anume: polare, polarizabile și nepolare. Ca grupe polare se consideră grupele ester, (inclusiv fosfat) eter, tioeter; grupele polarizabile sînt reprezentate prin sisteme aromatice, iar resturile alifatice sînt socotite ca nepolare. În funcție de existența sau absența acestor grupe în molecula unei substanțe sînt ilustrate în tabelul 1, cîteva cazuri, mai mult sau mai puțin tipice.

În general se consideră că proprietățile de eficiență sînt legate de mărimea relativă și de natura grupelor nepolare, iar cele de permanență sînt determinate printre altele de compatibilitate și de mărimea moleculei de plastifiant.

Pentru asigurarea unei bune permanențe (migrare și volatilitate scăzute, extractibilitate redusă) în practica plastifianților au fost introduși plastifianții de tip polimer, de obicei poliesteri ai acidului adipic sau sebacic. Acești plastifianți se obțin prin metodele generale ale policondensării și ca urmare produsele obținute nu prezintă indivizi chimici unitari, ci amestecuri de polimer-omologi de diferite mase moleculare. Atît masa moleculară medie cît și distribuția maselor moleculare depind de condițiile de reacție, de aceea asigurarea unui produs cu proprietăți constante cere respectarea strictă a condițiilor de sinteză, variațiile de la o șarjă la alta fiind practic inevitabile. Se pune de asemenea problema modificării convenabile a grupelor terminale.

Tabelul 1

Caracteristicile de plastifiant în funcție de elementele structurale din moleculă

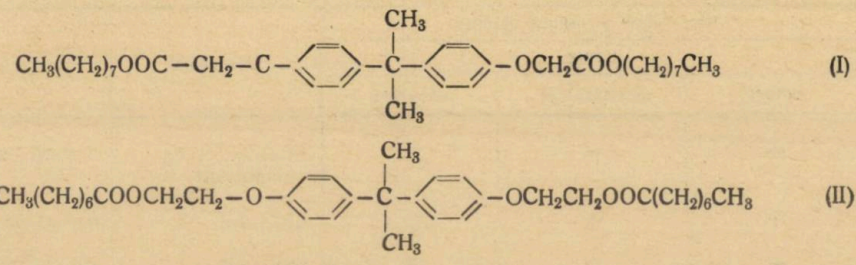
Elementele structurii chimice			Observații	Exemple
Grupe				
polare	polarizabile	nepolare		
+	−	−	inutilizabil ca plastifiant	dimetil oxalat
+	+	−	utilizabil	fosfați de aril
+	−	+	utilizabil	adipați, sebacați, acelați
+	+	+	utilizabil	ftalați de alchil
−	+	−	plastifianți secundari	benzil naftalină
−	+	+	plastifianți secundari	trifenil etan
−	−	+	neutilizabil	parafine

Pornind de la aceste observații, ne-am pus problema construirii unor molecule definite ca substanțe, cu dimensiuni relativ mari, desfășurare liniară și avînd în moleculă elementele necesare unui bun plastifiant: grupe polare, polarizabile și nepolare. Aceste produse avînd avantajul unei compoziții moleculare omogene, asigură mai ușor constanța proprietăților. Masa moleculară ceva mai mică — în comparație cu plastifianții polimeri — va influența eventual proprietățile de permanență, care ar putea fi ceva mai scăzute.

Primul grup de substanțe construit pe baza acestor raționamente au fost esterii acidului propan 2,2 bis [*p*-fenilenoxiacetic] (I) cu diverși alcooli. Într-o lucrare anterioară [9] s-a stabilit că unii din acești esteri (și mai ales cei cu alcooli C_6, C_8) au o bună compatibilitate cu poli[clorura de vinil] prezentînd unele proprietăți de plastifiant interesante, reprezentînd o clasă cu caracteristici intermediare între plastifianții de tip polimer și plastifianții uzuali de tip ester (dioctilftalat, dioctil sebacat, etc).

Rezultatele bune obținute cu esterii acidului propan 2,2 bis [*p*-fenilenoxiacetic] au sugerat ca noul termen în seria plastifianților cu molecula mare să fie un grup de substanțe cu aceeași formulă brută ca a esterului corespondent al acidului propan 2,2 bis [*p*-fenilenoxiacetic] — avînd în același timp grupe polare și polarizabile identice ca tip și număr. Aceste substanțe sînt reprezentate prin esterii acizilor alifatici cu 2,2 bis [*p*—(β hidroxietoxi)fenil]propan (II).

Formulele de mai jos ilustrează asemănarea chimică a celor două serii de compuşi studiaţi. După cum se vede singura deosebire este o inversare a poziţiei unor grupe CH_2—COO.



(I)

(II)

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Sinteza esterilor

Diolul, 2,2 bis [*p*-(β-hidroxietoxi)fenil]propan, folosit a fost sintetizat din dian şi etilen carbonat în prezenţă de NaOH [10]. După purificare a avut caracteristicile din literatură. (În continuare prescurtat „dian-diol").

Esterii au fost preparaţi prin esterificarea azeotropă a dian diolului cu acizi alifatici (folosiţi în exces de 10% faţă de teorie) în prezenţa acidului *p*-toluen sulfonic (2% faţă de acidul alifatic) şi cu toluen ca agent de antrenare. După îndepărtarea toluenului, esterii obţinuţi au fost neutralizaţi cu carbonat de sodiu sol. 10%, spălaţi cu apă şi extraşi cu eter. Soluţia eterică s-a uscat peste clorura de calciu, s-a îndepărtat eterul prin distilare şi pentru îndepărtarea volatilelor s-au menţinut la 70—80 °C şi 0,15 N/cm² timp de 3—4 ore.

În tabelul 2 se dau caracteristicile esterilor obţinuţi.

Tabelul 2

Caracteristicile esterilor dian diolului

Esterul dian diolului cu acidul	Indice de sap. mg KOH/g prod.		$n_D^{20°}$	Aspect
	calculat	găsit		
acetic	—	—	1.5448	lichid vîscos
propionic	261	261,5	1.5347	lichid vîscos
n-butiric	245,6	254,8	1.5295	lichid vîscos
izo butiric	245,6	245,5	1.5236	lichid vîscos
n-valerianic	231,4	233,5	1.5250	lichid vîscos
izo-valerianic	231,4	231,4	1.5200	lichid vîscos
capronic	218,7	220,4	1.5194	lichid vîscos
oenantic	207,4	204,8	1.5153	lichid vîscos
caprilic	197,2	199,2	1.5122	lichid vîscos
capric	179,5	176,6	1.5078	lichid vîscos
lauric	164,7	163,5	1.5039	lichid vîscos
palmitic	142,4	145,7	—	ceară

METODE ȘI APARATURA

Pentru caracterizarea esterilor ca plastifianți s-au folosit metodele și aparatura descrise în lucrările anterioare [9], [11].

REZULTATE ȘI DISCUȚII

Viscozitatea esterilor dian diolului în domeniul de temperatură de la —10 °C la 30 °C este redată în fig. 1.

Viscozitatea esterului acidului palmitic nu s-a determinat fiind solid la temperatura ambiantă. Din grafic se observă că esterii cu acizi normali peste C_5 au aproximativ aceleași valori ale vîscozităților. Esterii cu acizii C_3 și C_4 cît și izo-acizii pînă la C_5 s grupează de asemenea în jurul unor valori cu ceva mai mari decît cele corespunzătoare esterilor acizilor normali superiori. Esterul acetic este cel mai vîscos diferențiindu-se net de ceilalți esteri.

Temperatura critică de solvire s-a determinat pentru esterii ca atare și pentru amestecul de esteri cu dioctilftalat. Rezultatele pentru amestecurile cu dioctilftalat sînt redate în tabelul 3. Pentru esterii ca atare temperatura critică de solvire a fost de peste 165 °C neputîndu-se determina exact din cauza degradării termice a poli[clorurii de venil].

Tabelul 3

Temperatura critică de solvire a esterilor dian diolului în amestec cu dioctilftalat

Esterul dian diolului cu acidul	75%ester, 25% DOP**		50 % ester, 50 % DOP		25 % ester, 75 % DOP	
	PCV* emulsie	PCV suspensie	PCV emulsie	PCV suspensie	PCV emulsie	PCV suspensie
n-butiric	100—115	144—150	103—114	130—136	97—107	125—130
n-valerianic	114—120	143—150	105—115	132—140	104—112	125—132
izo-valerianic	107—130	153—164	114—122	135—145	105—112	126—132
capronic	101—113	144—155	98—105	136—146	90—102	124—130
oenantic	110—120	146—159	102—110	138—145	92—104	125—132
caprilic		154—160	—	125—127	—	136—142
capric	138—140	163	119—123	142—154	112—117	128—135
lauric	155—160	165	123—130	145—155	120—125	128—136

* Poli clorura de vinil PCV emulsie și suspensie de K=70
** dioctilftalat DOP
Observații. Pentru esterii ca atare temperatura critică de solvire a fost peste 165° C nepuîndu-se termina din cauza degradării termice a poli [clorurii de vinil].

Rezultatele obținute indică o incompatibilitate a esterilor ca atare cu poli[clorura de vinil] (TCS foarte înalt), această incompatibilitate menținîndu-se parțial și în cazul amestecului cu dioctilftalat (3 : 1).

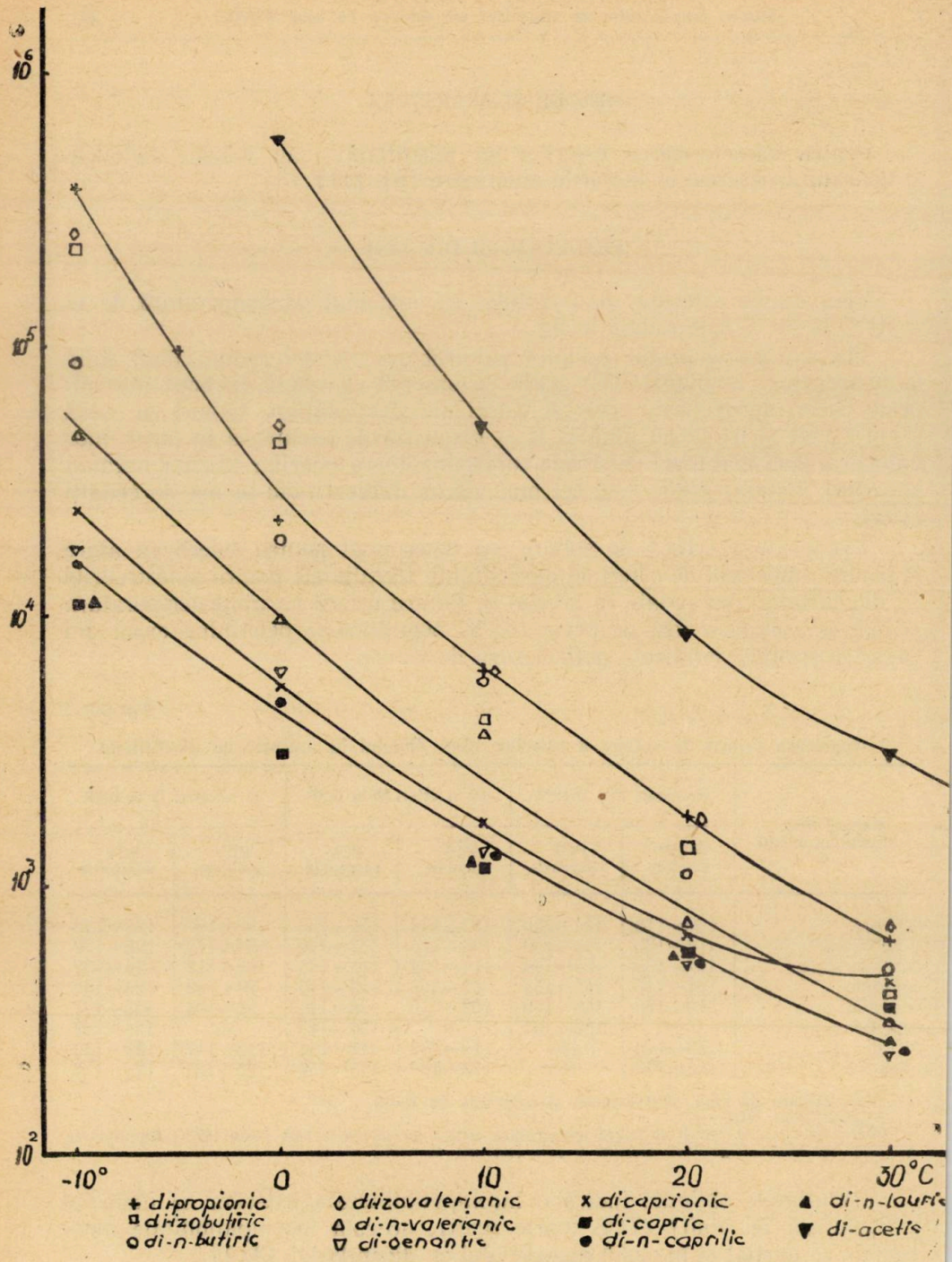


Fig. 1. Variația viscozității plastifianților în funcție de temperatură.

Din valorile pentru amestecurile cu dioctilftalat 1 : 1 respectiv 1 : 3 ester : dioctilftalat, rezultă un optim al compatibilității cu poli[clorura de vinil] pentru esterii cu acizii C_6 și C_7 (capronic, oenantic). Cu creșterea lanțului alifatic al restului acid se observă o scădere netă a compatibilității. Dacă se compară această serie cu cea a esterilor acidului D.D. [9] [propan 2,2 bis(*p*-fenilenoxiacetic)], se constată că esterii dian diolului au un caracter mai puțin polar decît cel al termenilor corespunzători din seria acidului D.D.

Concluziile ce se trag din interpretarea cifrelor temperaturii critice de solvire se confirmă și în comportarea esterilor înglobați în folii de poli[clorură de vinil]. La cîteva ore după gelifiere se observă deja o exudare a esterilor din folii. În amestec 1 : 1 cu dioctilftalat se observă o ameliorare a compatibilității esterilor cu poli[clorura de venil]. Totuși esterii dian diolului cu acidul capric și lauric exudează și în aceste condiții. Amestecurile conținînd 1 : 3 ester dian-diol : dioctilftalat nu prezintă fenomene de exudare nici după un timp mai îndelungat.

Modificarea atît de netă a proprietăților de plastifiant, survenită prin simpla inversare a poziției unor grupe caracteristice este neașteptată. Calculul parametrului de interacțiune, pe baza cifrelor lui Small, dă aceeași valoare pentru termenii analogi din cele două serii. Van Veersen și Meulenberg [12] au încercat să stabilească o serie de proprietăți ale plastifianților în dependență de raportul nepolar : polar Ap/Po. Prin această cifră autorii consideră raportul între numărul de atomi de carbon alifatici reprezentînd numărul grupelor nepolare și numărul grupelor polare indiferent că sînt grupe ester, eter, etc. (neglijînd grupele aromatice). Deosebirile între cele două serii de plastifianți cu moleculă mare, arată că conceptul de raport Ap/Po nu reprezintă decît un instrument orientativ cu valoare limitată și probabil într-o serie dată. Cele două clase create de noi, anulează posibilitatea generalizării metodei. Însăși autorii au revizuit conceptul, aducîndu-i unele corecții [13], care însă tot nu asigură o lărgire a aplicabilității metodei. Cu această ocazie autorii remarcă și faptul, că în cazul diesterilor cu restul acid marginal analog seriei esterilor 2,2 bis [*p*-(β-hidroxietoxi)fenil] propanului compatibilitatea este mai scăzută decît la izomerii pe bază de biacid central analog seriei 2,2 propan [*p*-fenilen oxiacetic] rămînînd însă numai la simpla constatare.

Comparînd constantele dielectrice, pentru cele două serii de poliesteri se observă că în seria esterilor 2,2 bis [*p*-(β-hidroxietoxi)fenil] propanului, constanta dielectrică este cu cca. 1,5 unități mai mică decît la termenii corespondenți din seria esterilor acidului propan 2,2 bis(*p*-fenilenoxiacetic) fiind totuși încă în limitele în care compatibilitatea este posibilă [5]. Și valorile δ calculate după Small satisfac condițiile de compatibilitate. Pentru comparație dioctil ftalatul are δ calc. = 9,2 și $\varepsilon = 4{,}95$.

Rămîne ca cercetările viitoare să răspundă la întrebarea care sînt factorii hotărîtori — în afară de scăderea polarității — ce duc la pierderea compatibilității.

Tabelul 4

Valorile unor parametrii, propuşi în literatură, pentru evaluarea caracterului de plastifiant. (Comparaţie între seria diesterilor acidului D.D. şi a diesterilor dian diolului)

Alcool acid	*d*	*M*	ΣF (calculat)	δ(calculat)	ε (determinat)
		Esterii acidului DD			
metilic	1,1103	384	3 198	9,2	6,2
n-butilic	1,0665	456	3 996	9,35	6,65
hexilic	1,03116	504	4 538	9,3	5,45
n-octilic	1,01744	552	5 070	9,35	5,25
		Esterii dian diolului			
acetic	1,0900	408	3 464	9,3	5,30
propionic	1,0447	432	3 730	9,0	5,30
n-butiric	1,0435	456	3 996	9,10	4,95
izo-butiric	1,06368	456	3 972	9,25	5,15
n-valerianic	1,03485	480	4 262	9,2	4,75
izo-valerianic	1,0536	480	4 238	9,35	4,9
capronic	1,0483	504	4 538	9,45	4,6
oenantic	1,0419	328	4 804	9,5	4,7
caprilic	1,0341	552	5 070	9,55	4,4
capric	1,0056	600	5 602	9,4	4,2
lauric	0,9966	648	6 134	9,4	4,1

d=densitatea relativă; *M*=greutatea moleculară; ΣF=suma constantelor molare de atracţie, caracteristice grupelor funcţionale (după [4]); δ=parametrul de solubilitate (după [4]); ε=constanta dielectrică.

Variaţia mare a temperaturii critice de solvire — care poate fi asimilată cu temperatura de gelifiere folosită în lucrarea lui van Veersen — ce se observă la cele două serii de esteri: esterii acidului DD, TCS=90—120 °C şi esterii dian diolului, TCS=peste 165 °C contravine generalizării propuse pe baza raportului Ap/Po şi atrage atenţia că nu se poate face o generalizare formală a teoriei van Veersen. Rezultatele obţinute cu aceste două serii de esteri atît de apropiaţi din punct de vedere chimic, arată că încercările de stabilire a relaţiei structură-proprietăţi de plastifiant prezintă încă serioase lacune, la aprecierea valorii unei grupe polare neputîndu-se face abstracţie de poziţia acesteia în moleculă.

CONCLUZII

Spre deosebire de esterii acidului DD, care au un caracter de plastifiant primar, esterii dian diolului nu sînt compatibili cu poli [clorura de vinil] decît în amestec cu un plastifiant primar activ: dioctilftalat. Simpla inversare a grupei — CH_2COO — din esterii celor două clase duce la o variaţie importantă a polarităţii moleculei eter-esterilor obţinuţi ducînd

în cazul esterilor dian diolului la pierderea calităților de plastifiant primar, aceştia putînd fi folosiți doar ca plastifianți secundari.

Polaritatea mai scăzută a acestor esteri este unul din factorii răspunzători pentru compatibilitatea redusă cu poli[clorura de vinil].

BIBLIOGRAFIE

1. Hildebrand J. H., and Scott R. L., Solubility of Non-Electrolytes, New York, Reinhold Publishing Corp., 1950.
2. Flory P. J., Principles of Polymer Chemistry, Ithaca N. Y., Cornell University Press, 1953.
3. Doty P. M., în Doolittle A. K., ed., Technology of Solvents and Plasticizers, pg. 797—837, New York Joker Wiley & Sons, Inc. 1954.
4. Small P. A., J. Appl. Chem. *3*, 71, (1953).
5. Darby J. R., N. W. Touchette, S.P.E. Silver Anniversary Annual Conference Cobo Hall Detroit Michigan USA, 15—19 mai 1967.
6. Thinius K., Chemie, Physik und Technologie der Weichmacher, pg. 33, Berlin 1960.
7. Luther H., Glander F. O., Schleese E., Kunststoffe 52 (1962) pg. 7.
8. Anagnostopoulos C. E., Covan A. Y. Gamrath, J. Appl. Polymer Sci. *4*, 181 (1960).
9. Nanu I., Boboescu Virginia, Bul. I.P.T. *8* (22) fasc. 1, pg. 51—59, (1963).
10. Brevet SUA, 2448767.
11. Nanu I., Boboescu Virginia, Rus Rozalia, Simon Gh., Bul. I.P.T. *11*, (25) fasc. 1, pg. 91—98 (1966).
12. van Veersen G. J., Meulenberg A. J., Kunststoffe *56* (1966) pg. 23.
13. van Veersen G. J., Meulenberg A. J., Kunststoffe *57*, 561 (1967).

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАСТИФИЦИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ЭФИРОВ 2,2-бис-[p-(β-ГИДРОКСИЭТОКСИ) ФЕНИЛ] ПРОПАНА С АЛИФАТИЧЕСКИМИ КИСЛОТАМИ

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучено поведение эфиров 2,2-бис-[*p*-(β-гидроксиэтокси) фенил] — пропана с алифатическими кислотами в качестве пластификаторов для поливинилхлорида.

Было найдено, что инверсия позиции эфирной группы в этой серии по сравнению с другой, уже изученной серией [эфиры пропан-2,2-бис *p*-фениленоксиуксусной) кислоты с моновалентными алифатическими спиртами] приводит к потере совместности с поливинилхлоридом.

Однако эфиры диан-диоля могут быть использованы в качестве пластификаторов в смеси с другими пластификаторами (например с диоктилфталатом).

UNTERSUCHUNG DER WEICHMACHEREIGENSCHAFTEN DER ESTER DES 2,2-bis-[*p*-(β-HYDROXYETHOXY)PHENYL]PROPAN MIT ALIPHATISCHEN SÄUREN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Der Beitrag verfolgt die Bewertung der Ester von 2,2-Bis-[*p*-(β-hydroxyethoxy)phenyl]propan mit aliphatischen Säuren als Weichmacher für Polyvinylchlorid.

Es wurde festgestellt, dass die Inversion der Estergruppe in der obengenannten Reihe, im Vergleich zu einer anderen untersuchten Reihe, [Ester der Propan 2,2-bis-(phenylenoxyessigsäure) mit aliphatischen Alkoholen] den Verlust der Verträglichkeit mit Polyvinylchlorid zur Folge hat.

Die „Dian-diol"-Ester können, im Gemisch mit einem primären Weichmacher (z. B. Dioctylphthalat), dennoch als Weichmacher angewendet werden.

CONTRIBUȚII LA DENOCIVIZAREA APELOR REZIDUALE CU CONȚINUT DE CIANURI *

DE

V. COCHECI, R. TAUBERT, ADRIANA MARTIN

Prezența acidului cianhidric și a cianurilor este astăzi tot mai frecventă în apele reziduale din industria siderurgică, în apele provenite de la tratarea metalelor, la extracția metalelor prețioase, în apele reziduale de la cocserii, de la flotație, în industria chimică, etc.

Aceste ape reziduale au un conținut variabil de cianuri simple sau complexe, care prezintă o acțiune toxică asupra florei și faunei acvatice, riscînd să inhibe procesele aerobe și anaerobe care au loc în stațiile orășenești de epurare.

Distrugerea acidului cianhidric și a cianurilor, prin procesul de autoepurare fiind lentă, iar pe de altă parte acțiunea toxică manifestîndu-se chiar la concentrații mici — care de obicei persistă foarte mult timp — purificarea acestor ape apare ca o necesitate.

În ceea ce privește acțiunea asupra diverselor specii acvatice, toxicitatea variază în funcție de factorii fizico-chimici ai mediului și de natura organismelor.

În literatura de specialitate se descriu o serie de procedee de denocivizare a apelor poluate cu cianuri, atît prin metode fizico-chimice cît și pe cale biologică. Importanță industrială prezintă metoda acidulării urmată de insuflarea de aer și vapori de apă, procedeele de trecere a cianurilor sub forma unor compuși insolubili și procedeele de distrugere oxidativă [1], [2].

Oxidarea se efectuează în practică de obicei cu clor gazos și cu soluții de hipoclorit de sodiu [3], [4], cînd au loc reacțiile:

$$NaCN + 2\,NaOH + Cl_2 = NaCNO + 2\,NaCl + H_2O$$

$$2\,NaCN + 4\,NaOH + 3\,Cl_2 = 2\,CO_2 + 6\,NaCl + N_2 + H_2O$$

*) Rezultatele comunicate la cea de-a XIII Sesiune Științifică a cadrelor didactice din I.P.T., din 10—12 mai 1968.

respectiv :

$$2\,NaOCN + 3\,NaOCl + H_2O = 2\,NaHCO_3 + N_2 + 3\,NaCl$$

$$NaCN + NaOCl + H_2O = CNCl + 2\,NaOH$$

În practica industrială, denocivizarea apelor cu cianuri prin metode oxidative se duce numai pînă la faza de cianat, a cărui toxicitate mai redusă permite evacuarea acestor ape. Pe de altă parte, trecerea cianaților în compuși netoxici ar necesita pe lîngă un consum suplimentar de reactiv și un timp de oxidare mai mare.

În lucrarea de față colectivul nostru a aplicat o nouă metodă de oxidare distructivă a cianurilor, folosind în acest scop un amestec de clor și bioxid de clor.

Bioxidul de clor, datorită potențialului său ridicat de oxidare asigură o viteză de reacție mărită față de ceilalți agenți de oxidare utilizați în prezent, de asemenea permite reducerea consumului de reactivi.

Din aceste motive, bioxidul de clor a fost folosit în ultimul timp în procesul de potabilizare al apelor de suprafață, pentru bunele sale calități bactericide el acționînd chiar asupra sporilor și pentru îmbunătățirea proprietăților organoleptice ale apei. De asemenea este cunoscută acțiunea sa de distrugere a virușilor poliomelitei.

În cercetările noastre bioxidul de clor necesar a fost obținut prin tratarea cu acid sulfuric concentrat a unei soluții saturate de $KClO_3$:

$$KClO_3 + H_2SO_4 = HClO_3 + KHSO_4$$

$$3\,HClO_3 = HClO_4 + 2\,ClO_2 + H_2O$$

Gazul rezultat și colectat la partea superioară a coloanei de reacție a fost absorbit în două coloane cu umplutură de sticlă, stropite cu apă.

Bioxidul de clor se descompune parțial cu formare de clor :

$$2\,ClO_2 \rightarrow Cl_2 + 2\,O_2$$

astfel că în gazul rezultat se găsește și clor alături de bioxid de clor. Utilizînd acest amestec oxidant de clor + bioxid de clor — care se obține relativ mai ușor decît bioxidul de clor, am urmărit o soluție mai economică și totodată cu un efect mult superior față de cel al folosirii clorului și hipocloritului de sodiu.

Soluția apoasă obținută prin absorbția bioxidului de clor în apă, relativ stabilă la întuneric, se descompune sub influența luminii și a temperaturii ducînd la formare de acid clorhidric și acid cloric :

$$6\,ClO_2 + 3\,H_2O = 5\,HClO_3 + HCl$$

Ținînd seama de aceste considerații s-au preparat în laborator soluții proaspete înaintea fiecărui tratament al apelor cu cianuri.

Analiza soluțiilor apoase de bioxid de clor în scopul stabilirii raportului bioxid de clor/clor s-a efectuat după metoda iodometrică.

S-au obținut soluții cu concentrații variabile, între 0,2—0,48 grame ClO_2 la dm^3, și 0,15—0,8 grame clor la dm^3.

Cu aceste soluții apoase au fost tratate apele cu o concentrație de la 5 la 400 mg CN^-/dm^3, în mediu alcalin ($pH=10$) și la temperaturi de 21—22 °C. Adăugarea oxidantului s-a făcut treptat dintr-o biuretă, sub continuă agitare, astfel că temperatura a fost menținută practic constantă.

Instalația folosită a permis un control riguros al conținutului de cianuri existent, prin măsurarea potențialului unui electrod de Ag.

Este cunoscut faptul că potențialul electrodului de argint are valori negative, în raport cu un electrod de calomel în prezența cianurilor și valori pozitive în cazul eliminărilor complete a cianurilor prin oxidare [5].

Saltul potențialului electrodului de Ag la valori pozitive corespunde îndepărtării totale a cianurilor din soluție.

Metoda permite decelarea variațiilor de potențial pentru concentrații de peste 5 mg CN^-/dm^3, așa cum rezultă și din curba variațiilor potențialului electrodului de argint, funcție de concentrația ionului cian. (fig. 1).

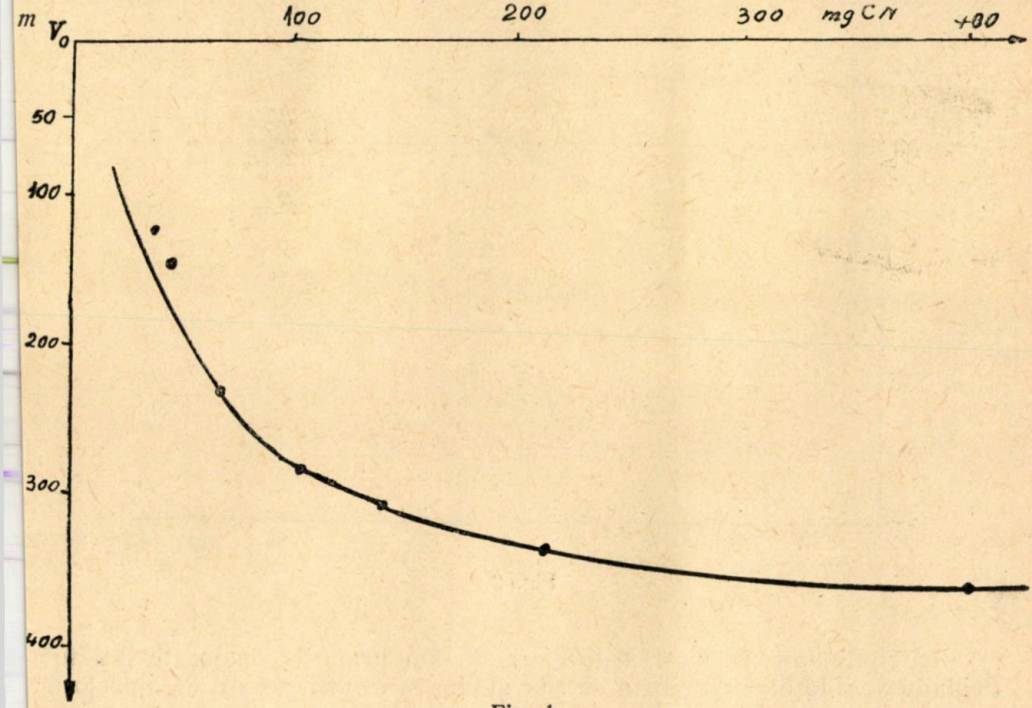


Fig. 1.

Aspectul general al curbei care redă scăderea conținutului de cianuri prin oxidare distructivă cu soluții apoase de bioxid de clor are formă de „S", indicînd la punctul de inflexiune și la saltul la valori pozitive a potențialului electrodului de argint, dispariția ionului cian din soluție.

Astfel în cazul particular al unei soluții convenționale, conținînd 0,030 g CN^-/dm^3, tratată cu o soluție apoasă conținînd 0,15 grame ClO_2/cm^3,

și 0,18 g clor activ/dm^3, rezultă o curbă tipic potențiometrică (fig. 2), care redă mersul procesului de eliminare a cianurilor din soluție și din care se vede că se ajunge prin metoda propusă de noi, la o eliminare totală a cianurilor din apă.

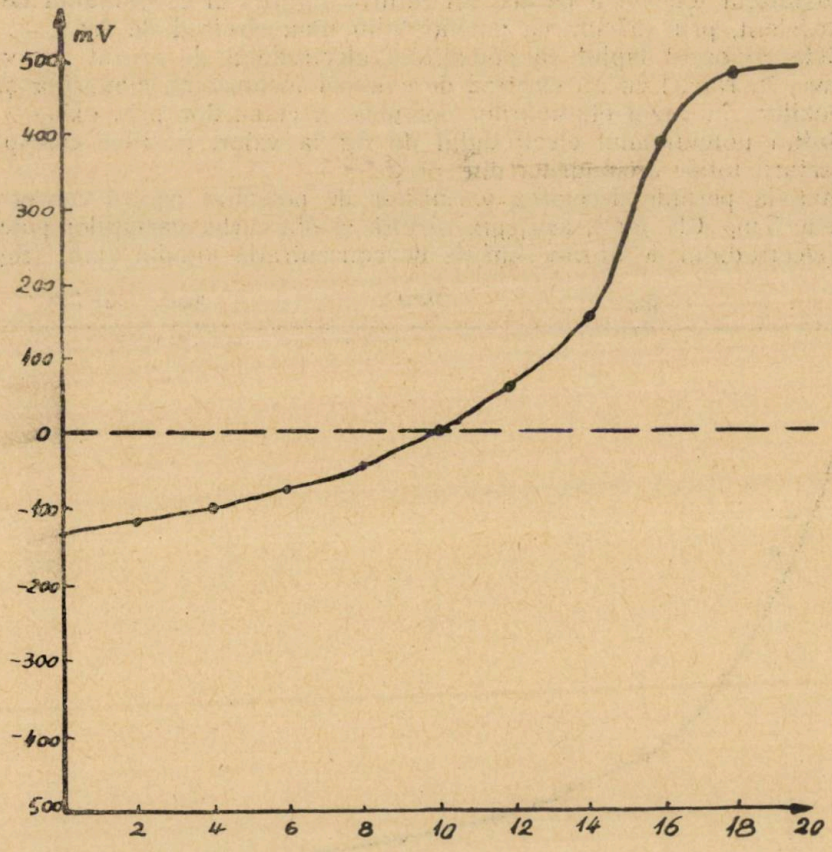


Fig. 2.

În continuare în încercările efectuate am urmărit comparativ efectul oxidativ al soluțiilor de bioxid de clor și clor și al unei soluții de hipoclorit de sodiu, asupra cianurilor în soluții de aceeași concentrație.

Determinările potențiometrice efectuate în acest scop au condus la curbe edificatoare, folosindu-se soluții apoase de bioxid de clor și hipoclorit de sodiu cu conținut egal de clor activ. (Pentru soluțiile de bioxid de clor, s-a considerat efectul oxidant al bioxidului de clor de 2,5 ori mai mare decît al clorului activ, la care s-a adăugat conținutul de clor prezent în soluție ; efectul oxidant total fiind egal cu suma efectelor celor doi componenți.)

Astfel pornind de la o soluție conținînd 0,420 g CN^-/dm³, care a fost tratată cu o soluție de bioxid de clor conținînd 438 mg ClO_2/dm³ și 358 mg clor activ/dm³ s-au obținut rezultatele ilustrate de curba (*1*) din fig. 3.

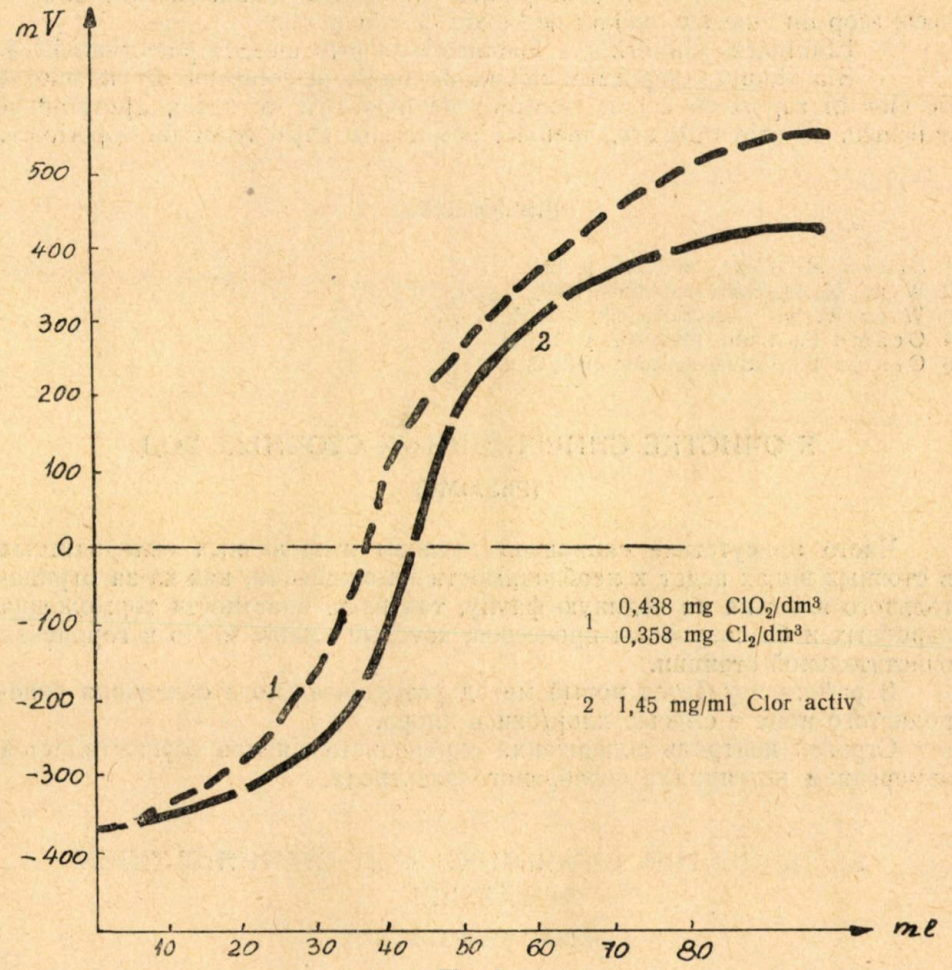


Fig. 3.

În paralel, tratînd aceeași soluție de cianură cu o soluție apoasă de hipoclorit de sodiu, care are un conținut echivalent de clor activ (respectiv un efect oxidant identic) s-a obținut curba (*2*) din aceeași figură.

După cum rezultă din cele două curbe potențiometrice, în care s-a reprezentat variația potențialului electrodului de argint în raport cu adausul de oxidant, efectul oxidativ al soluțiilor de clor și bioxid de clor — este superior efectului soluțiilor de hipoclorit de sodiu în aceleași condiții de lucru.

CONCLUZII

— S-a elaborat o metodă pentru eliminarea cianurilor utilizînd în acest scop un amestec oxidant de bioxid de clor şi clor.

— Eliminarea cianurilor a fost urmărită prin metoda potenţiometrică.

— S-a studiat comparativ efectul distructiv al soluţiilor de clor-bioxid de clor în raport cu cel al soluţiilor de hipoclorit de sodiu, ajungînd la concluzia că prin utilizarea metodei propuse se obţin rezultate superioare.

BIBLIOGRAFIE

1. Simon M., L'eau, 1966, 229, p. 17.
2. Wirz W. W., Galvanotechnik, 1960, 1, p. 1.
3. Wirz W. W., Galvanotechnik, 1964, 5, p. 47.
4. Oehme F., L'eau, 1966, 237, p. 39—41.
5. Oehme F., Galvanotechnik, 1961, 5, p. 111.

К ОЧИСТКЕ СИНЕРОДИСТЫХ СТОЧНЫХ ВОД

(РЕЗЮМЕ)

Часто присутствие синильной кислоты и щелочных синеродистых в сточных водах ведет к необходимости их очищения, как из за отрицательного влияния на водяную фауну, так из-за опастности торможения аэробных и безаэробных процессов, которые имеют место в городской очистительной станции.

В работе изучается новый метод разрушительного окисления синеродистого иона с смесью хлор/окись хлора.

Строгий контроль содержания синеродистых ионов осуществляется измерением потенциала серебряного электрода.

BEITRÄGE ZUR ENTGIFTUNG VON CYANIDHALTIGEN ABWÄSSERN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die immer häufigere Gegenwart von Blausäure und Alkalicyaniden in verschiedenen Industrieabwässern, macht ihre Entgiftung nötig, sowohl wegen der Giftwirkung auf die Tierwelt der natürlichen Gewässer, als auch wegen der Störungen der anaeroben und aeroben Vorgänge in städtischen Kläranlagen, die durch sie hervorgerufen werden.

In vorliegender Arbeit wird ein neues Verfahren zur oxydativen Zersetzung des Cyanidions mittels eines Gemenges aus Chlor und Chlordioxid, untersucht. Die genaue Kontrolle der vorhandenen Cyanide konnte durch Bestimmung des Potentials einer Silberelektrode sichergestellt werden.

CONTRIBUȚII LA PURIFICAREA APELOR REZIDUALE CU COMPUȘI AI CROMULUI HEXAVALENT *

DE

V. COCHECI, R. TAUBERT, P. SAMARGHIȚAN, VIORICA DALEA

Apele reziduale cu compuși ai cromului rezultă atît în industria chimică anorganică, cît și în industria galvanotehnică și la prelucrarea pielii. Indiferent de starea de oxidare a cromului se impune purificarea acestor ape, pe de o parte datorită acțiunii nocive a acestor compuși, iar pe de altă parte în vederea recuperării cromului.

Metodele de epurare aplicate în prezent se bazează de cele mai multe ori, fie pe precipitarea directă a cromului, fie pe o reducere urmată de precipitare [1]. În ambele cazuri nămolul obținut este impur, ceea ce creiază numeroase greutăți la prelucrarea ulterioară. Folosirea schimbătorilor de ioni anionici puternic bazici, prezintă dezavantajul că agentul de regenerare este scump și de asemenea anionitul nu suportă în timp acțiunea oxidantă a cromului hexavalent [2], [3].

În lucrarea de față, autorii au studiat posibilitatea folosirii unor ioniți cationici — de tipul cărbunelui sau rumegușului sulfonat — respectiv a unor anioniți anorganici, rezistenți la acțiunea oxidantă a bicromatului. Folosirea rășinilor cationice presupune o prealabilă reducere a bicromatului (sau cromatului), autorii folosind în acest scop fierul bivalent, fixat în prealabil pe coloana de ionit.

Pentru sulfonare s-a utilizat cărbune provenit de la exploatarea Cozla, județul Caraș-Severin. Acesta s-a sulfonat conform metodei descrise într-o lucrare anterioară [4]. Rumegușul de brad s-a sulfonat în condițiuni similare, dar cu acid sulfuric monohidrat în loc de oleum.

Cercetările s-au efectuat prin metoda dinamică, folosind o coloană cu ionit. Aplicînd premizele stabilite în prealabil, schimbătorul de ioni aflat în forma acidă, a fost tratat cu o soluție de sulfat feros, pînă la atingerea capacității de străpungere. Cantitatea de fier reținută a fost de 12 mg/cm^3

---

* Rezultatele comunicate la cea de a III-a Conferință Republicană de Chimie, Timișoara, 27—30 iunie 1966.

ionit, ceea ce teoretic ar permite reducerea a 3,74 mg crom hexavalent/cm³ cărbune sulfonat. Trecînd, după îndepărtarea prin spălare a fierului adsorbit fizic, o soluție de bicromat ($pH=6,5$) s-a constatat că rezultatele obținute depășesc considerabil valoarea teoretică a capacității de reducere (tabelul 1).

Tabelul 1

Nr. probei	Tipul ionitului	pH		Debitul cm³/h	Fe^{+2} mg/cm³	Crom redus		Obs.
		inițial	final			teor.	pract.	
						mg Cr/cmc CS		
1	Cărb. sulf.	5,6	4,9	200	12	3,72	4,47	+1,02
2	Cărb. sulf.	5,6	5,0	200	10,8	3,02	4,13	+1,11
3	Cărb. sulf.	5,5	5,0	190	10,9	3,06	4,10	+1,04
4	Cărb. sulf.	5,7	3,2	60	—	—	1,65	—
5	Cărb. sulf.	5,7	3,1	75	—	—	1,57	—
6	Cărb. sulf.	5,7	3,7	100	—	—	0,93	—
7	Cărb. sulf.	5,7	3,8	120	—	—	0,66	—
1	Rumeguș sulf.	5,6	3,2	60	—	—	1,47	—
2	Rumeguș sulf.	5,6	3,9	75	—	—	1,06	—
3	Rumeguș sulf.	5,6	3,9	120	—	—	0,67	—

Bazați pe rezultatele experimentale de mai sus, în continuare s-a trecut direct soluția de bicromat peste cărbunele sulfonat. Datele obținute și redate în tabelul 1, dovedesc că și în aceste condiții, cărbunele sulfonat prezintă o capacitate de reducere și reținere bună. Important este faptul, că și după un număr mai mare de cicluri reținere-eluare capacitatea de reducere se păstrează.

În ceea ce privește ionitul pe bază de rumeguș sulfonat, și acesta prezintă o bună capacitate de reducere-reținere, dar care scade în timp. În ambele cazuri drept agent de eluare s-a folosit o soluție de acid sulfuric 10%.

Dozarea cromului s-a efectuat cu fotocolorimetrul Pulfrich prin metoda cu difenilcarbazida, iar a fierului prin metoda cu sulfocianură.

Pentru a putea pune în evidență procesele de reducere și reținere care au loc în diferitele zone ale ionitului, s-a pornit de la metoda descrisă în literatură [5], conform căreia activitatea de schimb poate fi urmărită continuu prin variația polarității, măsurată în milivolți. În acest scop coloana de cărbune sulfonat a fost prevăzută cu electrozi de grafit, plasați la distanțe egale. Rezultatele experimentale obținute în aceste condiții au fost greu interpretabile, în cazul de față avînd loc nu numai un simplu proces de schimb ionic, ci fenomene complexe de reducere, completate cu reacții de schimb ionic.

Din motivele arătate, a fost necesară modificarea instalației în sensul introducerii unui electrod de referință — electrod de calomel (fig. 1). Pentru determinările experimentale s-a folosit un potențiometru MV 11, citirile efectuîndu-se din 15 în 15 minute, pînă la atingerea capacității de străpungere. Rezultatele obținute sînt redate în fig. 2.

Urmărind alura curbei pentru perechea de electrozi E_0—E_1, se constată că potențialul, datorită reacțiilor de reducere și reținere, atinge o valoare maximă, apoi scade pînă la o valoare constantă, corespunzătoare sfîrșitului reacției în acest strat.

Curbele pentru celelalte perechi de electrozi prezintă o formă asemănătoare, cu valorile maxime evident deplasate datorită faptului că soluția de bicromat ajunge la stratul respectiv numai după epuizarea parțială a stratului de deasupra. Forma curbelor se încadrează în relația care redă potențialul datorită procesului de reducere a cromului hexavalent.

$$\text{I} \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{RT}{F} \ln \frac{p_{O_2}^{1/4}}{a_{OH^-}}$$

$$\text{II} \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{RT}{3F} \ln \frac{a_{CrO_4^{2-}} \cdot a_{H^+}^{8}}{a_{Cr^{3+}} \cdot a_{H_2O}^{4}} \cdot$$

Atingerea unei valori constante la ultima pereche E_0—E_6, marchează apariția în filtrat a ionilor de bicromat. Folosirea acestei metode de urmărire a potențialului permite observarea continuă în diferitele straturi de ionit a proceselor de reducere și reținere, ceea ce oferă largi posibilități pentru automatizarea procedeului.

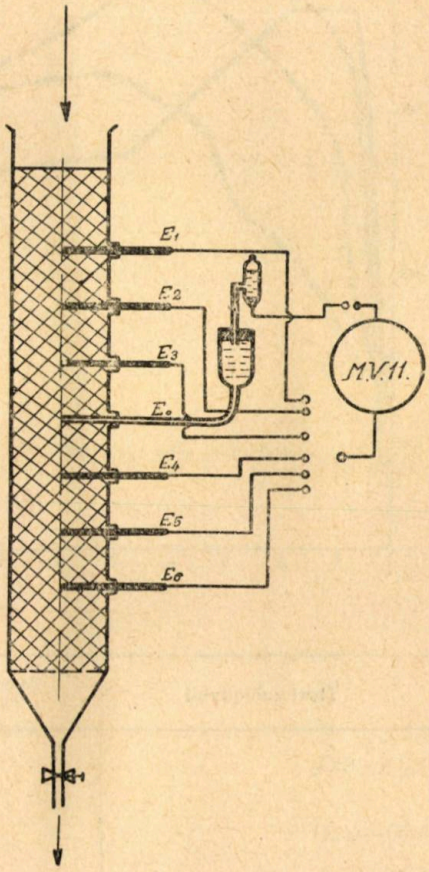


Fig. 1.

S-au întreprins de asemenea încercări pentru obținerea unui anionit anorganic, rezistent la acțiunea oxidantă. În acest sens s-au preparat anioniți pe bază de Fe_2O_3—SiO_2; Fe_2O_3—ZnO precum și Fe_2O_3—ZnO—SiO_2. Prepararea anionitului Fe_2O_3—SiO_2 a constat în amestecarea soluției de silicat de sodiu și clorură ferică în acid sulfuric 0,1 n și neutralizarea treptată cu NaOH 10% pînă la atingerea unui pH=6. Precipitatul floconos se separă prin filtrare, se usucă la 80 °C, apoi se sfarmă și se sortează. În mod similar s-au preparat și celelalte tipuri de anionit.

Rezultatele experimentale obținute la trecerea unei soluții de cromat (pH=7—8) peste acești anioniți sînt redate în tabelul 2.

Efectuînd precipitarea $Fe(OH)_3$ și a SiO_2 în prezență de rumeguș, proprietățile de trecere se îmbunătățesc, dar scade capacitatea de schimb (0,54 mg Cr/cm³ schimbător).

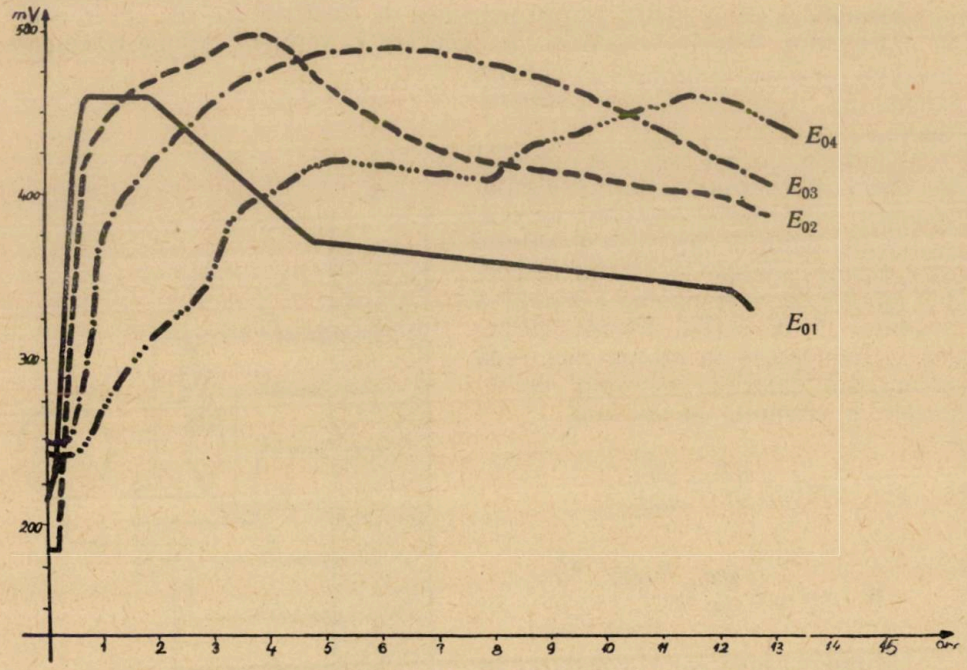


Fig. 2.

Tabelul 2

Tipul anionitului	Capacitate de schimb mg Cr/cmc ionit	Observații
Fe_2O_3—SiO_2	0,54—0,58	Nu opune rezistență sensibilă la filtrare
Fe_2O_3—ZnO	1,54—1,60	Filtrarea îngreunată
Fe_2O_3—ZnO—SiO_2	0,35—0,45	Nu opune rezistență sensibilă la filtrare

CONCLUZII

1. S-a preparat un cărbune sulfonat, care, datorită capacității sale de reducere și schimb ionic poate fi utilizat în condițiuni bune pentru epurarea unor ape reziduale cu concentrații reduse în cromați, așa cum rezultă la spălarea pieselor cromate și la fabricarea bicromaților alcalini. Capaci-

tatea de reducere pe ciclu poate fi mărită prin tratare prealabilă cu sulfat feros, cînd ionul feric rezultat prin procesul redox, este eluat progresiv, putînd fi folosit ca reactiv de coagulare — fără a avea nevoie de un agent de oxidare.

2. S-a elaborat și s-a pus la punct o metodă potențiometrică de control al procesului redox și de schimb ionic, care prin intermediul unui electrod de referință permite urmărirea continuă a fenomenelor pe coloana cu ionit.

3. S-au preparat anioniți anorganici rezistenți la oxidare, care permit purificarea apelor reziduale cu conținut redus de cromați, compusul amintit fiind recuperat chiar sub această formă.

BIBLIOGRAFIE

1. Cupps C., Water and Wastes, 1961, 6, 111.
2. Kaeding I., Triglaff K., WWT 1960, 10, 66.
3. Paulson C. F., Saunders G. H., Plating, 1953, 50, 1005.
4. Cocheci V., Taubert R., Bul. Șt. și Teh. I.P.T. tom 5(19), fasc. 1 (1959).
5. Zapan E., Constantinescu M., Coșocaru Z., Andreescu G., Titirică G., Rev. de Chimie, 1964, 9, 553.

К ОЧИСТКЕ СТОЧНЫХ ВОД С СОДЕРЖАНИЕМ СОСТАВНЫХ ГЕКСАВАЛЕНТНОГО ХРОМА

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучается возможность очистки этих вод с содержанием смеси валентного иона хрома при использований ионообменных типа сульфированого угля.

Установленно, что при работе в очень слабой кислотной среде, в начале имеет место восстановление гексавалентного хрома, затем следует адсорбция путём ионо-обмена, результирующего тривалентного хрома; оба процесса имеют место в одной и той же колонне.

Данный процесс наблюдается при изменений потенциала и применении графитовых электродов и коломельного электрода.

Авторы изготовили неорганические аниониты стойкие при окисляющем воздействии хрома и позволяющие прямую регенерацию хроматов.

BEITRÄGE ZUR REINIGUNG VON CHROM(VI)-HALTIGEN ABWÄSSERN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Abwässer mit veränderlichem Gehalt an Chromaten entstehen in einer grossen Anzahl von Betrieben der anorganisch-chemischen Industrie, sowie bei der Behandlung der Metalloberflächen. Die Reinigung dieser

Abwässer erweist sich als notwendig sowohl zur Wiedergewinnung des Chroms, als auch um den Schutz der natürlichen Gewässer zu gewährleisten.

In vorliegender Arbeit werden die Reinigungsmöglichkeiten obenerwähnter Abwässer, mittels eines Kationenaustauschers auf Grundlage von sulfonierter Kohle, untersucht. Es wurde festgestellt, dass beim Arbeiten in schwach saurer Lösung zuerst das sechswertige Chrom reduziert und dann durch Ionentausch das entstandene Chrom(-III-)ion zurückgehalten wird. Beide Vorgänge finden am Ionenaustauscher statt. Es wurde ein Verfahren ausgearbeitet, welches, beruhend auf Veränderungen des Potentials — gemessen mittels Graphitelektroden und einer Kalomelbezugselektrode — eine genaue Kontrolle der Vorgänge im Austauscher ermöglicht. Weiters wurden anorganische Austauscher hergestellt, die einerseits widerstandsfähig gegen die Oxidationswirkung des Chroms sind, andererseits eine direkte Wiedergewinnung der Chromate erlauben.

COMPLECȘI METALICI AI ACIDULUI PERI NAFTILEN DIAMINO *N—N, N′—N′* TETRAACETIC

DE

C. DRAGULESCU, M. LAZAR

Acidul peri naftilen diamino *N—N, N′—N′* tetraacetic (NDTA) se caracterizează printr-o structură foarte simplă a spectrului și anume prin existența unei singure benzi de absorbție în domeniul 200—225 mμ, pentru un domeniu foarte larg de pH.

Poziția acestei benzi este dependentă alături de pH și de grosimea cuvei, ceea ce nu permite folosirea ei pentru concluzii riguroase asupra fenomenelor de complexare. Probabil această bandă este legată de absorbția grupărilor carboxilice și în această ipoteză, variația extincției în funcție de pH poate să constituie o indicație asupra echilibrelor acid-bază, care au loc cu participarea grupărilor carboxilice ale ligandului (fig. 1).

După cum rezultă din figura 1, diagrama E-pH se caracterizează printr-un maxim mic la pH=2, apoi un palier întins pînă la pH=9 și o creștere puternică a extincțiilor în domeniu mai alcalin.

Echilibrele posibile ar fi deci :

$$LH_4 \rightleftarrows LH_3^- + H^+$$

(L=NDTA ; ipoteza este justificată de asimetria grupării LH_3^- ce poate determina un efect hipercrom slab)

$$LH_3^- \rightleftarrows LH^{3-} + 2H^+$$

(domeniu larg de pH în care E=constant, este legat de eliminarea a $2H^+$ și în sfîrșit

$$LH^{3-} \rightleftarrows L^{4-} + H^+$$

Apariția ionului L^{4-} este însoțită de o creștere a extincției într-un domeniu larg al spectrului (pînă la 300 mμ) și de asemenea de apariția unei benzi noi la 278 mμ.

Aceeași aliură a curbelor E—pH, se obține și pentru extincția maximă a fiecărei curbe de absorbție (fig. 2).

În prezența unor cationi generatori de complecși, curba spectrală a ligandului se modifică puțin, această modificare constînd în apariția unui umăr în domeniul 230—275 mμ.

Variația E—pH pentru soluțiile ligandului în prezența ionului Cu^{2+} arată o creștere a extincției pînă la pH=3, un palier în domeniul de pH=3—9, urmat de o nouă creștere a extincției la alcalinități mai ridicate.

Pentru valori de pH mai mari de aproximativ 12, apare un nou palier. Această aliură este caracteristică pentru toate lungimile de undă cuprinse în domeniul umărului (fig. 3).

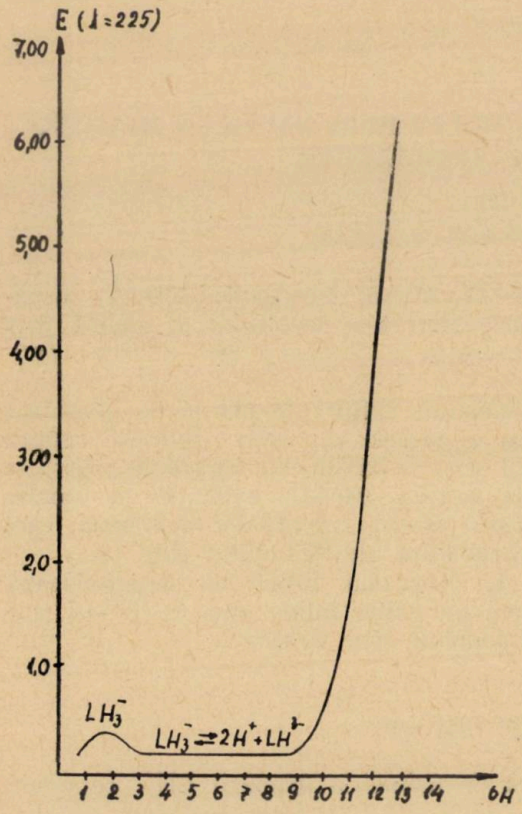


Fig. 1. Dependența extincției soluțiilor de NDTA față de *p*H.

[NDTA]=2·10^{-4}m; d=4 cm

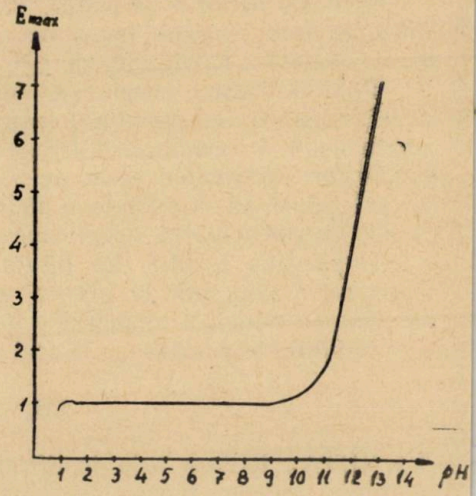


Fig. 2. Variația E_{max} cu pH la soluțiile de NDTA.

[NDTA]=2·10^{-4}m; d=4 cm

Pentru a explica această variație am urmărit curbele de absorbție ale unor serii isomolare, obținute pentru porțiunile II, III și IV ale curbei E—pH.

Aceste curbe prezentate în figurile 4, 5 și 6, arată formarea unui complex 2Cu : 1L, de stabilitate ridicată.

La pH foarte alcalin (porțiunea IV fig. 3) curba prezintă o inflexiune netă la raportul 1 : 1 ce ar sugera posibilitatea obținerii în aceste condiții și a complexului 1 : 1.

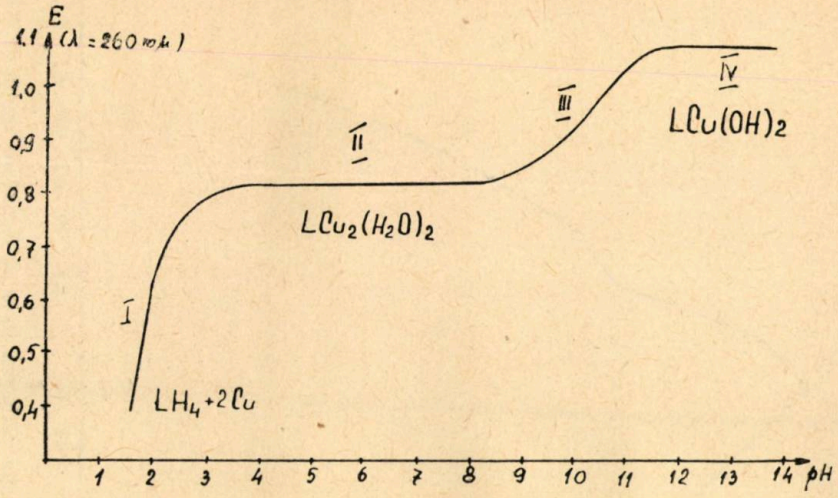


Fig. 3. Dependența extincțiilor soluțiilor conținînd NDTA și Cu în funcție de *p*H.
$[Cu_2NDTA]=2\cdot10^{-4}$m; $d=1$ cm

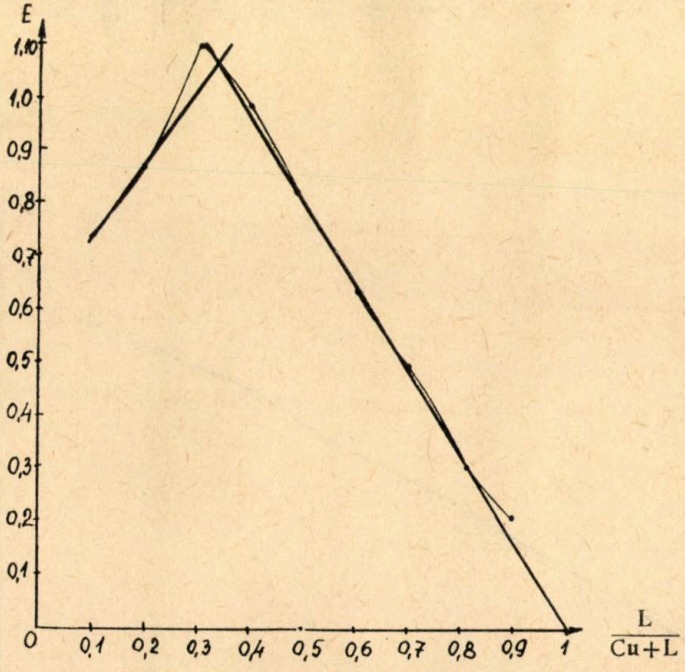


Fig. 4. Variația extincției în serii isomolare conținînd NDTA și Cu la *p*H=4—7.
$[NDTA]=[Cu^{u+}]=10^{-2}$ m; $d=1$ cm; $\lambda=260$ mμ, vol. const.=25 ml

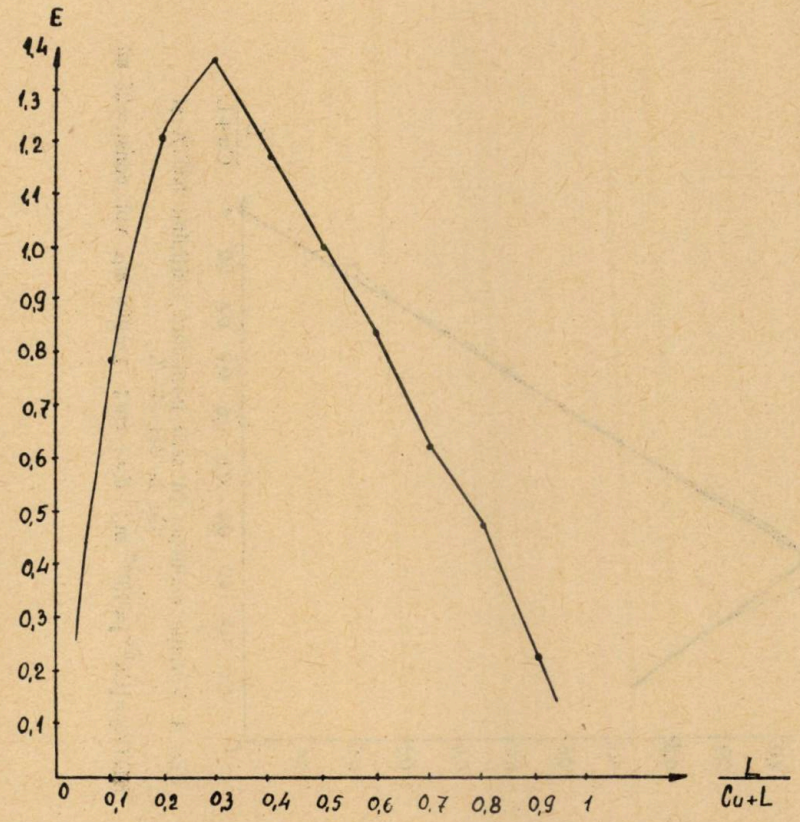


Fig. 5. Variația extincției în serii isomolare conținînd NDTA și Cu la pH=9—11,80

$[Cu^{2+}]=[NDTA]=10^{-3}$ m; $d=2$ cm

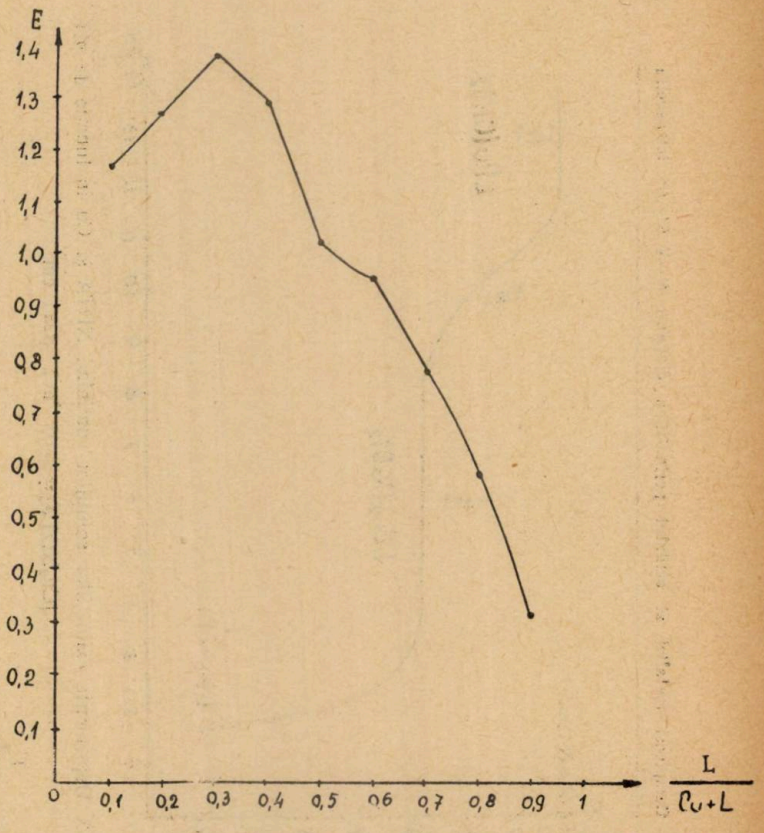


Fig. 6. Variația extincției în serii isomolare conținînd NDTA și Cu la pH=12—13.

$[Cu^{2+}]=[NDTA]=10^{-3}$ m; $d=1$ cm

Aceste date sînt în concordanţă cu stoechiometria reacţiei dintre Cu^{2+} şi ligand, obţinute pe cale complexometrică [1], cînd s-a obţinut un raport de combinare Cu—NDTA = 2 : 1.

Ţinînd cont de stoechiometria 2 : 1, evoluţia curbei E—pH din fig. 3 poate fi explicată în felul următor : porţiunea I corespunde unui echilibru între componenţii iniţiali şi complexul cupric hidratat, adică formării combinaţiei complexe ; porţiunea II este domeniul de stabilitate al acvocomplexului format care prin creşterea ulterioară a alcalinităţii trece într-un hidroxocomplex.

Determinarea stabilităţii complecşilor s-a făcut prin metoda diluţiei, iar constanta de instabilitate s-a calculat pentru reacţia :

$$Cu_2NDTA \rightleftarrows 2\,Cu + NDTA$$

Pentru domeniul palierului II constanta de instabilitate are valoarea medie $3{,}7 \cdot 10^{-13}$.

Pentru alcalinităţi mai ridicate constanta de instabilitate aparentă are valoarea medie $1{,}4 \cdot 10^{-12}$.

Această valoare care indică o stabilitate mai scăzută a complexului confirmă concluzia anterioară şi anume că creşterea de extincţie la valori mari ale pH-ului se datoreşte nu unui fenomen cantitativ (formarea în proporţii mai avansate a complexului) ci unui fenomen calitativ diferit, formarea hidroxocomplexului.

Cele semnalate sînt în concordanţă de asemenea cu existenţa unei inflexiuni la raportul 1 : 1 de pe curba Job, doar la alcalinităţi ridicate.

Nichelul reacţionează cu ligandul într-un mod asemănător cu ionul cupric (titrarea complexometrică indică un raport de combinare tot 2 : 1) [2].

Spre deosebire de Cu^{2+}, variaţiile de extincţie în spectrul ligandului sînt mult mai mici constatîndu-se însă apariţia unei benzi noi cu $\lambda_{max} = 380\ m\mu$ (fig. 7). Variaţia extincţiei într-o serie isomolară la această lungime de undă, arată un raport de combinare 2 : 1, iar constanta de echilibru calculată după datele acestor determinări este $K = 1{,}69 \cdot 10^{-11}$ (pH = 8).

Întrucît coeficientul molar de extincţie corespunzător la λ_{max}, este scăzut (43), pentru obţinerea unor date mai exacte asupra constantei şi pentru verificarea stoechiometriei reacţiei, am folosit şi metoda fotometrică cu indicator.

În acest scop s-au preparat soluţii conţinînd concentraţii egale de Ni^{2+} şi murexid la un pH constant (5) la care s-a adăugat ligandul în raporturi cuprinse între 0,2 şi 2 faţă de concentraţia cationului.

Curbele spectrale reprezentate în fig. 8 arată existenţa unui punct isosbestic indicînd un singur echilibru între murexidul liber şi complexul NiI (I = murexid).

Variaţia extincţiei la lungimile de undă corespunzător maximelor de absorbţie în funcţie de concentraţia ligandului (fig. 9) arată o inflexiune

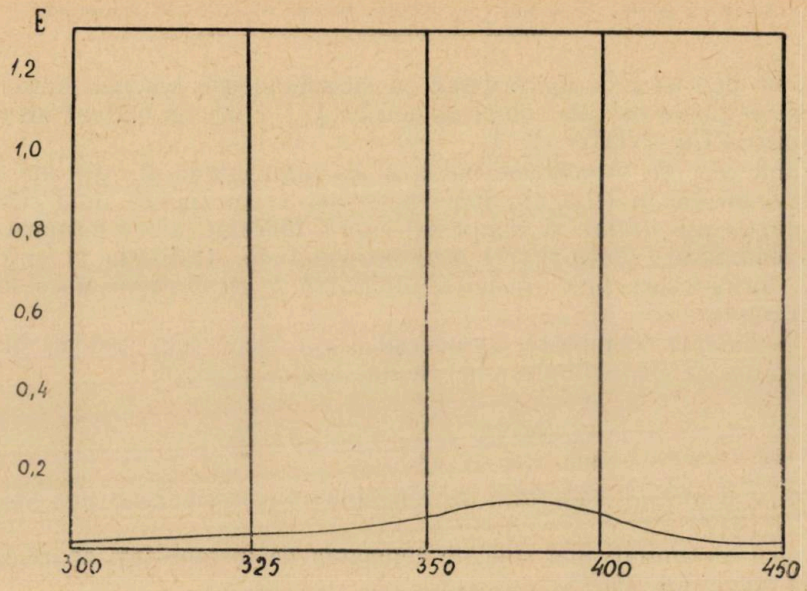


Fig. 7. Spectrul de absorbție al complexului Ni—NDTA.
$[Ni^{2+}]=[NDTA]=10^{-3}$m ; $d=4$ cm

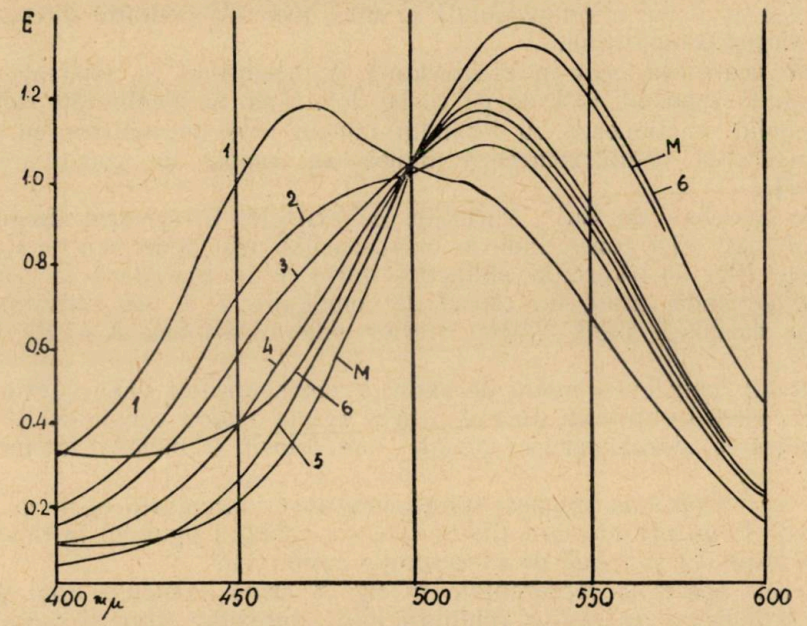


Fig. 8. Curbe spectrale ale unor soluții conținînd NDTA+Ni și murexid.
1=Ni^{2+}+Murexid ; *2—6*=Ni^{2+}+Murexid+Ligand ; *M*=Murexid.
[Ni]=$2\cdot10^{-4}$m ; $d=1$ cm

netă la raportul de combinare 2 : 1, ca la exces de ligand curba să prezinte un palier cu panta foarte mică corespunzător deplasării echilibrului :

$$2\,NiI + L \rightleftarrows Ni_2L + 2\,I$$

Din constanta de echilibru a acestei reacţii calculată pe baza determinărilor fotometrice şi a constantei de stabilitate a complexului NiI [3],

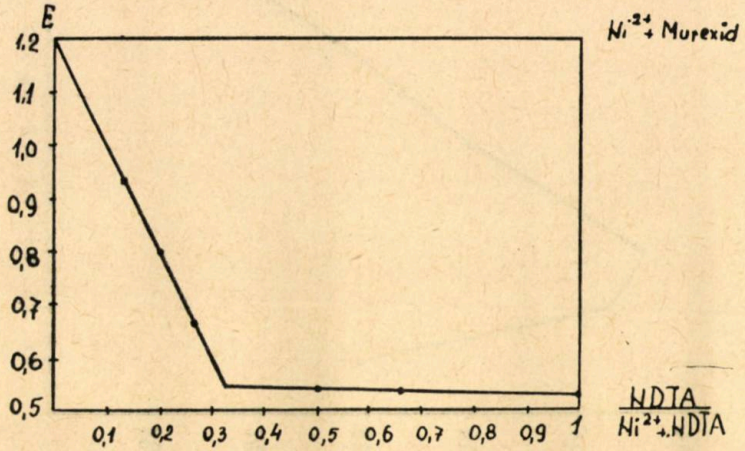


Fig. 9. Variaţia extincţiei la λ=460 mμ pentru soluţii conţinînd $[Ni^{2+}]=[Murexid]=5\cdot10^{-3}$ m şi NDTA $5\cdot10^{-3}$ m în proporţii variabile.

s-a obţinut pentru constanta aparentă de stabilitate la pH=5, valoarea de $K=6{,}5\cdot10^{-4}$.

Întrucît din datele unor titrări pH-metrice constanţa globală de aciditate a ligandului rezultă că este de $K_a=10^{-8}$, constanta de instabilitate pentru complexul Ni_2L va fi $K=6{,}5\cdot10^{-12}$.

Comparînd rezultatele obţinute pentru constanta de instabilitate prin cele două metode se constată o concordanţă satisfăcătoare ceea ce duce la concluzia că în acest sistem se formează o singură combinaţie complexă.

Studiul echilibrelor din sistemul Fe^{3+}—L s-a efectuat într-un mod identic cu cel al sistemului Cu^{2+}—L, adică urmărind variaţia extincţiei în domeniul 240—260 mμ în serii isomolare. Determinările experimentale prezentate în figurile 10 arată că spre deosebire de cazurile precedente Fe^{3+} în mediu acid (pH=2—3, fig. 10 a) formează un complex 4 : 1. Această situaţie se poate explica prin afinitatea redusă a Fe^{3+} faţă de azotul aminic, astfel încît la acest pH nu este posibil închiderea unor cicluri chelatice şi fiecare carboxil va reacţiona independent cu ionul feric.

La pH mai ridicat (5 respectiv 7, fig. 10 b şi 10 c) se formează în mod analog cu cationii precedenţi, complecşi 2 : 1.

Constantele de instabilitate ale acestor combinaţii complexe s-au obţinut prin metoda diluţiei şi prin extrapolarea datelor curbei Job [4].

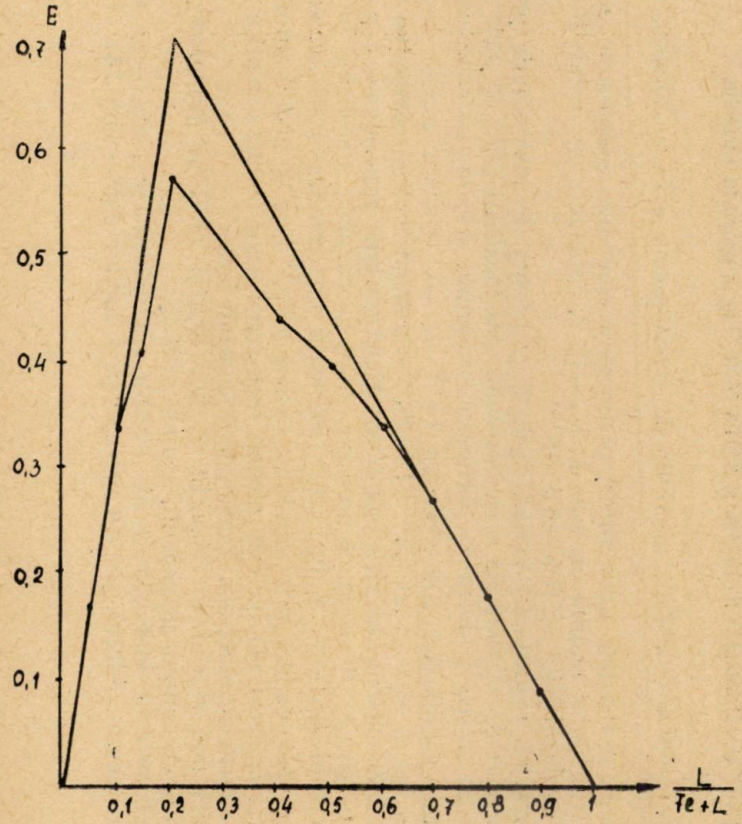


Fig. 10 a. Variația extincției în serii isomolare conținînd NDTA și Fe^{3+} la *p*H=2—3.

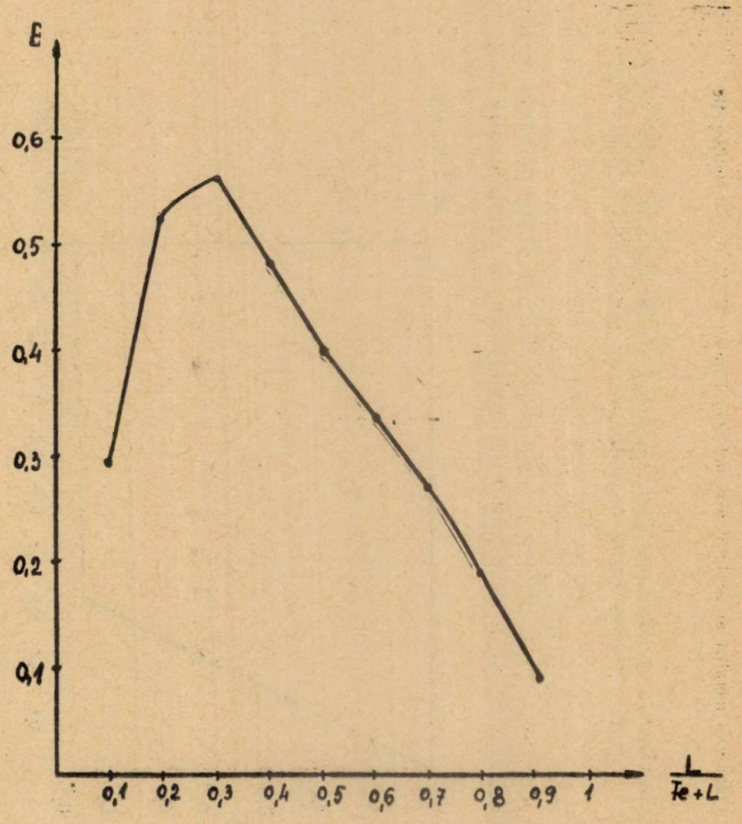


Fig. 10 b. Variația extincției în serii isomolare conținînd NDTA și Fe^{3+} la *p*H=5.

[NDTA]=[Fe^{3+}]=10^{-3} m; d=1 cm; λ=240 mμ; vol. const.=25 ml

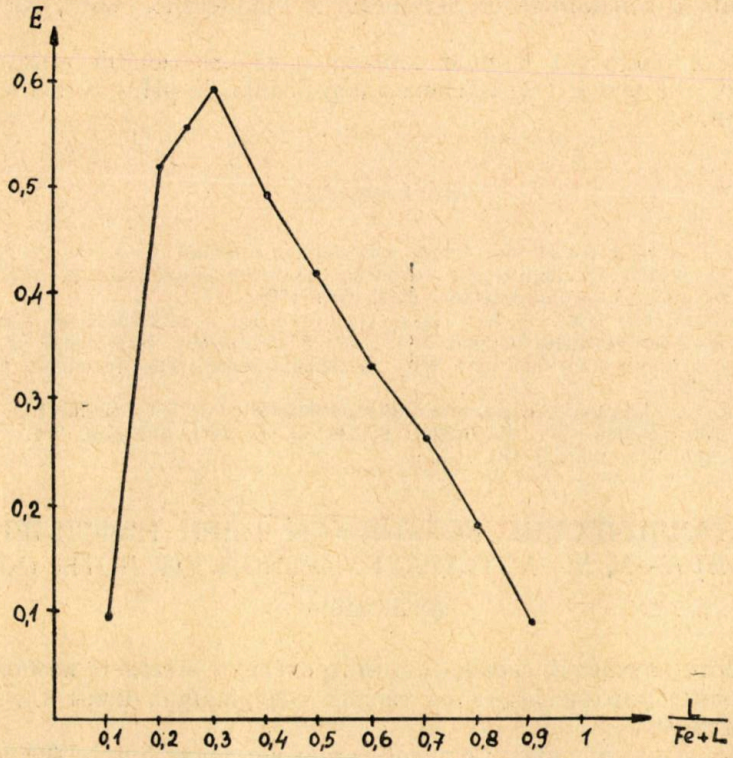


Fig. 10 c. Variaţia extincţiei în serii isomolare conţinînd NDTA şi Fe^{3+} la *p*H=7.

Valorile găsite sînt următoarele: $K_{Fe_4L}=2{,}42\cdot10^{-18}$ şi $K_{Fe_2L}=7{,}3\cdot10^{-11}$.

La valori ale pH-ului mai mare de 10 evoluţia curbelor este aproximativ liniară în funcţie de concentraţia componenţilor, ceea ce arată că nu se formează combinaţii în sistem.

Întrucît extincţiile scad odată cu scăderea concentraţiei în Fe^{3+}, considerăm că Fe^{3+} suferă un fenomen de hidroliză parţială sau totală (în cazul din urmă el se menţine în soluţie sub formă coloidală).

CONCLUZII

În lucrare se studiază pe cale spectrofotometrică echilibrele de complexare care au loc în soluţiile conţinînd ioni de Cu^{2+}, Ni^{2+}, Fe^{3+} şi acidul peri naftilen diamino *N-N, N'-N'* — tetraacetic (NDTA).

Pe această cale se stabileşte că forma dominantă în sistem este complexul Me_2NDTA, care în funcţie de *p*H poate să apară fie ca un acvocomplex, fie ca un hidroxocomplex.

BUDAPESTI MUSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Se studiază constantele de stabilitate a complecşilor Cu^{2+}, Ni^{2+}, Fe^{3+} şi ligand.

Pentru a interpreta în mod corespunzător proprietăţile spectrale ale complecşilor, s-a urmărit de asemenea dependenţa de pH a curbei spectrale a ligandului.

BIBLIOGRAFIE

1. Drăgulescu C., Lazăr M., Acidul peri naftilen diamino *N—N—N', N'* tetraacetic ca reactiv în analiza chelatometrică. (Lucrare comunicată la a III-a Conferinţă republicană de chimie Timişoara, 1966).
2. Drăgulescu C., Lazăr M., Titrări chelatometrice a nichelului şi cobaltului cu acid peri naftilen diamino *N—N, N'—N'* tetraacetic în prezenţă de murexid. (Lucrare comunicată la a III-a Conferinţă republicană de chimie Timişoara, 1966).
3. Sillen L. G., Martell A. E., Stability constants of metal-ion complexes — London : The chemical Soc. Burlington House W. 1, 1964, 654 pag. 578.
4. Job P., Ann. Chim. 1928, 9—10, 113.

МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ ПЕРИ НАФТИЛЕН ДИАМИН *N—N, N'—N'* ТЕТРАУКУСУСНОЙ КИСЛОТЫ (NDTA)

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучается спектрофотометрическим методом комплексообразовательные равновесия, в растворах содержащих ионы Cu^{2+}, Ni^{2+}, Fe^{3+} и лиганды.

Установлено что в системе преобладает комплекс Me_2 NDTA который в зависимости от *p*H может быть в виде аквокомплексов или гидроксокомплексов.

Изучаются постоянные устойчивости комплексов Cu^{2+}, Ni^{2+}, Fe^{3+}.

Для соответствующего интерпретирования спектральных свойств комплексов, изучалась зависимость спектральной кривой лиганда от *p*H.

METALLKOMPLEXE DER PERI NAPHTYLEN DIAMIN *N—N, N'—N'*— TETRAESSIGSÄURE (NDTA)

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es werden auf spektrophotometrischem Wege die Gleichgewichte untersucht, die in Lösungen stattfinden, welche Cu^{2+}, Ni^{2+} und Fe^{3+}—Ionen sowie NDTA enthalten.

Es wird festgestellt, dass die vorherrschende Form in diesem System der Komplex Me_2NDTA ist, welcher in Abhängigkeit vom *p*H entweder als ein Aquakomplex oder als ein Hydroxocomplex auftreten kann.

Es werden die Stabilitätskonstanten der Cu^{2+}, Ni^{2+} und Fe^{3+} — Komplexe mit NDTA untersucht.

INFLUENȚA VIBRĂRII ASUPRA PASIVITĂȚII ANODICE

DE

GH. FACSKO și I. RADOI

Pasivitatea anodică a fierului a constituit subiectul unui mare număr de lucrări științifice. Cu toate acestea, ipotezele exprimate nu sînt în toate privințele într-o concordanță satisfăcătoare cu rezultatele experimentale, așa că nu toate aspectele pasivității anodice a fierului pot fi considerate complet elucidate.

În orice caz majoritatea cercetărilor este de acord că pasivitatea fierului se datorește formării unei pelicule de oxid, impermeabilă pentru ioni. Pelicula pasivizatoare apare la un potențial anumit ε_p, denumit potențial de pasivizare al cărui valoare, în soluții de acid sulfuric, este dată de relația (1) :

$$\varepsilon_p = 0{,}55 - 0{,}06\, p\mathrm{H} \text{ (V față de E.N.H.)} \qquad (1)$$

Pînă la acest potențial curba de polarizare anodică a fierului nu urmărește însă o dreaptă Tafel, ci se caracterizează prin existența, înaintea potențialului de pasivizare, a unui domeniu de curent limită, denumit curent critic. Numai la depășirea valorii acestui curent critic anodul de fier trece în stare pasivă.

Existența acestui curent critic se explică de obicei prin aceea că în urma vitezei foarte mari de dizolvare a anodului, spațiul din imediata vecinătate a anodului se saturează în produși de dizolvare, în acid sulfuric cu sulfat feros, și pe suprafața anodului cristalizează acest produs. Valoarea curentului critic este determinată de viteza de dizolvare a sulfatului feros.

Deoarece se poate presupune că în acest proces difuziunea joacă un rol mai mult sau mai puțin important, este de așteptat ca o puternică agitare să influențeze apariția stării pasive.

Noi am arătat în lucrări anterioare [2], [3] că vibrarea electrodului are un efect de agitare deosebit de puternic asupra stratului din imediata vecinătate a electrodului. De aceea am considerat oportun să întreprindem un studiu asupra influenței vibrării anodului asupra apariției stării pasive. Lucrarea de față prezintă rezultatele obținute în cazul fierului, în mediu de acid sulfuric.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Curbele de polarizare au fost trasate la temperatura ambiantă, în atmosferă inertă. Concentraţiile acidului sulfuric folosit au fost 1,5 şi 10 N. Pentru a nu modifica sensibil compoziţia electrolitului în decursul unei determinări, s-a lucrat cu un volum de 250 ml soluţie.

Electrodul de lucru a fost confecţionat dintr-un oţel cu următoarea compoziţie: C=0,15% ; Mn=0,65% ; Si=0,14% ; S=0,029% ; P=0,041% şi Al=0,09%, cu o suprafaţă de lucru de 13,3 mm^2.

El a avut o secţiune circulară cu $\phi = 4{,}12$ mm şi a fost vibrat perpendicular pe suprafaţă, prin intermediul unui vibrator electromagnetic descris într-o lucrare anterioară [3]. Frecvenţa de vibrare a fost de 50 Hz şi amplitudinea de aproximativ 2 mm.

Părţile laterale ale electrodului de lucru au fost acoperite cu un strat de polietilenă. Curăţirea suprafeţei electrodului după fiecare determinare s-a făcut în acelaşi mod — prin polizare mecanică — pentru ca suprafaţa expusă să prezinte proprietăţi cît mai neproductibile.

Contraelectrodul a fost, de platină, iar electrodul de comparaţie calomel saturat. Electrozii au fost separaţi prin pereţi de sticlă fritată.

Determinările au fost făcute potenţiostatic, folosind un potenţiostat care asigură menţinerea potenţialului cu ± 5 mV.

REZULTATE ŞI DISCUŢII

Rezultatele noastre experimentale arată că vibrarea anodului de fier nu influenţează esenţial alura curbei de pasivizare. Nici valoarea potenţialului de pasivizare nu este modificată de vibrarea electrodului.

Trebuie însă menţionat că în cazul vibrării anodului curbele de polarizare anodică sînt mai bine definite, trecerea din starea activă în starea pasivă se face mai net şi domeniul de trecere este mai îngust.

Noi aducem această observaţie în legătură cu influenţa favorabilă a vibrării asupra structurii unor oxizi, fapt evidenţiat de noi în lucrări anterioare [4], [5]. Se pare că sub influenţa vibrării oxizii ce formează pelicula pasivizatoare au o compoziţie bine definită şi sînt mai compacţi.

Cercetările noastre au scos însă în evidenţă o puternică influenţă a vibrării asupra valorii curentului critic, aşa cum se vede din figura 1.

Menţionăm că toate măsurătorile noastre au constatat existenţa unui maxim pregnant la începutul domeniului curentului critic şi am observat că vibrarea anodului de fier influenţează în special valoarea acestui maxim. Astfel, după cum se vede din figura 1, în timp ce pe un anod de fier staţionar, în acid sulfuric 1 N, valorile maximului şi a curentului critic sînt 75 şi 51 mA/cm^2, pe un anod de fier vibrat cu o frecvenţă de 50 Hz şi o amplitudine de aproximativ 2 mm, valorile respective sînt 114 şi 68 mA/cm^2.

Dacă existenţa curentului critic se explică prin saturarea spaţiului din imediata vecinătate a anodului cu sulfat feros şi cristalizarea acestuia pe

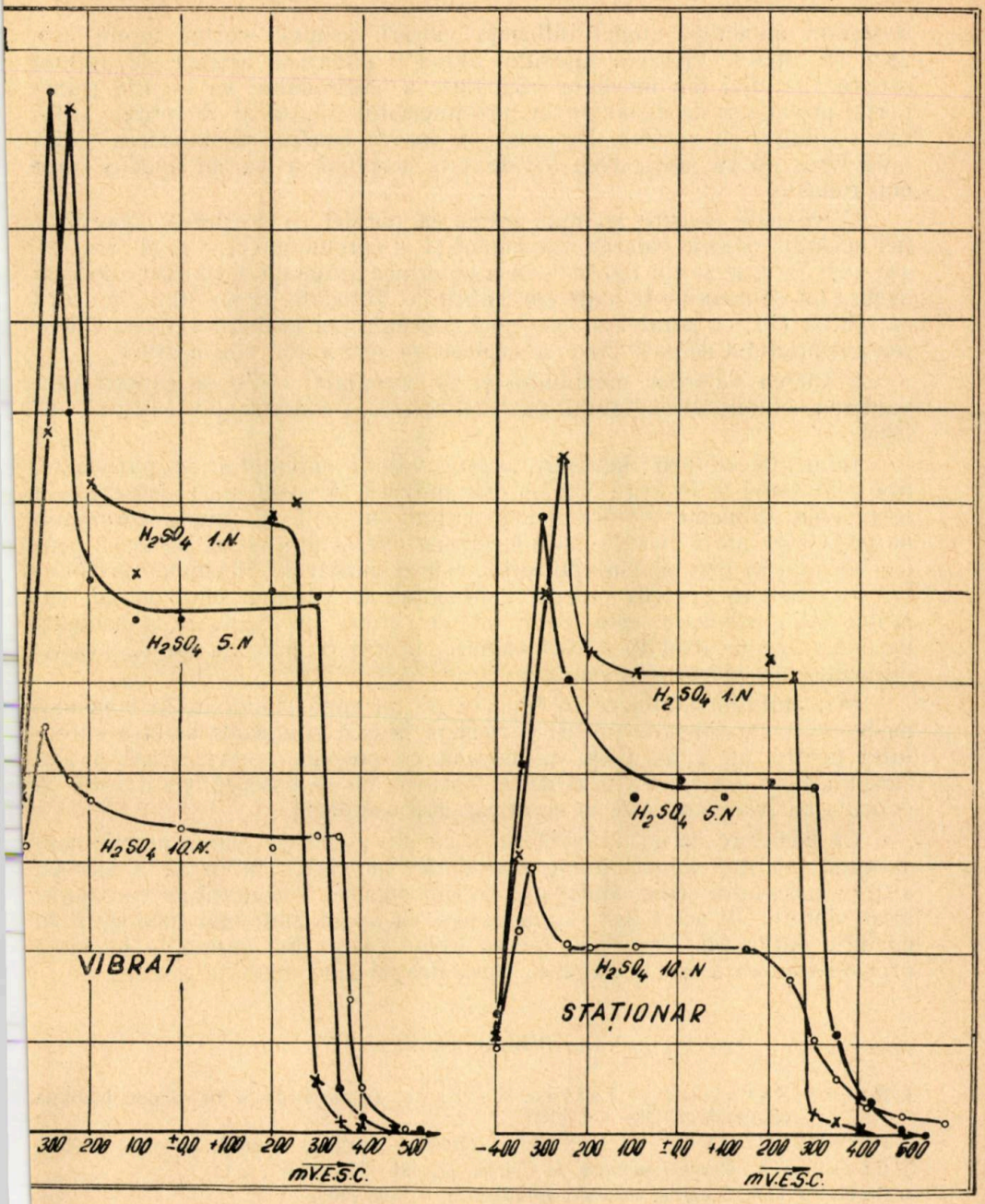

H_2SO_4 1.N.
H_2SO_4 5.N
H_2SO_4 10.N.
VIBRAT
300 200 100 ±0.0 +100 200 300 400 500
mV.E.S.C.
H_2SO_4 1.N
H_2SO_4 5.N
H_2SO_4 10.N
STATIONAR
-400 300 200 100 ±0.0 +100 200 300 400 600
mV.E.S.C.

Fig. 1.

suprafaţa anodului, atunci influenţa vibrării asupra acestui curent este uşor de înţeles. Vibrarea anodului avînd o puternică acţiune de agitare asupra spaţiului din imediata vecinătate a electrodului, va facilita transportul produşilor de dizolvare în spre interiorul soluţiei şi va întîrzia saturarea soluţiei cu acestea. De aceea în aceste condiţii cristalizarea sulfatului feros nu va putea avea loc decît la densităţi de curent anodice mult mai ridicate.

Cercetările noastre au mai arătat că paralel cu creşterea concentraţiei acidului sulfuric valorile maximului şi al curentului critic scad simţitor, aşa cum se vede şi din figura 1, însă puternica influenţă a vibrării anodului asupra lor se menţine la toate concentraţiile. Totodată, se constată, în acord cu relaţia (1), că paralel cu creşterea concentraţiei acidului sulfuric valoarea potenţialului de pasivizare se deplasează spre valori mai pozitive.

Scăderea valorilor maximului şi al curentului critic se explică prin scăderea solubilităţii sulfatului feros cu creşterea concentraţiei acidului sulfuric.

Influenţa vibrării anodului asupra valorii curentului de pasivizare, este mai slabă şi în orice caz nu este univocă. Această mare deosebire în ce priveşte influenţa vibrării asupra curentului critic şi asupra curentului de pasivizare arată că cele două fenomene diferă între ele şi pledează pentru ideia că în timp ce curentul critic este controlat de difuziunea produselor de dizolvare, proces puternic influenţat de vibrarea electrodului, curentul de pasivizare este controlat de viteza de dizolvare a peliculei pasivizatoare de oxid în acidul sulfuric, proces ce pare să nu fie practic influenţat de vibrarea anodului.

Mai amintim faptul că în timp ce pe un anod staţionar, în domeniul pasiv, se poate constata uneori o creştere bruscă şi considerabilă a curentului pentru un scurt timp, ca dovadă că pelicula pasivizatoare a fost străpunsă, pe un anod vibrat acest fenomen nu se observă, ca dovadă că pelicula pasivizatoare este în acest caz mai compactă.

Ca încheiere dorim să menţionăm că din punct de vedere practic constatarea cea mai importantă o considerăm puternica influenţă a vibrării asupra curentului critic. Multe utilaje sînt supuse, în condiţii de coroziune, unor vibraţii. În acest caz starea pasivă va apare mult mai grea decît în condiţii staţionare. De acest fapt va trebui să se ţină seamă la folosirea protecţiei anodice sau la alegerea concentraţiei unui inhibitor anodic.

BIBLIOGRAFIE

1. Nabuo Nakajima şi Tatsuo Mackava, Transactions of the Japan Institute of Metals, *7*, 280—285 (1966).
2. Facsko Gh. şi Rădoi I., Studii şi cercetări ştiinţifice, seria I, 143—151 (1955).
3. Facsko Gh. Revue Roumaine de Chimie, *11*, 191—205 (1966).
4. Facsko Gh., Studii şi cercetări ştiinţifice, *4*, 91—96 (1957).
5. Facsko Gh. şi Golumbioschi Fr. Proceedings of the Analytical Chemical Conference, Budapest, 1966, p. 346—355.

ВЛИЯНИЕ ВИБРИРОВАНИЯ НА АНОДНУЮ ПАССИВНОСТЬ

(РЕЗЮМЕ)

В работе исследуется влияние вибрирования электрода на анодную пассивизацию. Исследуется влияние на потенциал пассивизации, а так же и на критический ток и ток пассивизации.

Ввиду того, что вибрирование электрода обеспечивает существенный перенос массы к поверхности и от поверхности электрода, не влияя на термодинамическую сторону явления, предвидится что путем вибрирования изменяются лишь величины связанные с переносом массы.

Экспериментальные результаты в соответствии с этим, показывают что вибрирование анода ведет к существенному росту критической плотности тока, не влияя на значение потенциала пассивизации.

L'INFLUENCE DE LA VIBRATION SUR LA PASSIVATION ANODIQUE

(RÉSUMÉ)

L'ouvrage presente l'influence de la vibration de l'électrode sur la passivation anodique. L'influence sur le potentiel de passivation, aussi que sur le courant critique et de passivation, a été étudiée.

Parce que la vibration de l'électrode assure un intens transfert de masse vers et de la surface de l'électrode, sans affecter les aspects thermodynamiques du phénomène, seulement un changement des grandeurs liées au transfert de masse, est à prévoir.

En concordance, les données expérimentaux montrent un considérable accroissement du courant critique, sans avoir influence sur le potentiel de passivation.

CERCETĂRI IN DOMENIUL COPOLIMERILOR ACETATULUI DE VINIL CU DIESTERII ACIDULUI MALEIC. IV. ACTIVITATEA RELATIVĂ A MONOMERILOR LA COPOLIMERIZAREA ACETATULUI DE VINIL CU UNII DI-IZO-ALCHILMALEAȚI

DE

I. NANU, GR. POP

Într-o notă anterioară [1] am arătat că în seria copolimerilor acetatului de vinil M_1 cu di-*n*-alchilmaleați M_2, activitatea la copolimerizare a esterilor maleici, respectiv constantele de copolimerizare r_1 și parametrii Q_2 și e_2 depind de natura radicalului alchilic pînă la radical *n*-butil, după care rămîn constante. Aceste rezultate au fost atribuite de noi unor fenomene de împiedecare sterică.

În prezenta lucrare este cercetată influența ramificării radicalului alchilic din gruparea esterică a unor di-izo-alchilmaleați asupra constantelor de copolimerizare pentru sistemele acetat de vinil M_1 di-izo-alchilmaleați M_2. S-au cercetat procesele de copolimerizare ale acetatului de vinil cu di-izo-butil-, di-izo-amil- și di-2-etil-*n*-hexil maleați.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Caracteristicile monomerilor utilizați sînt prezentate în tabelul 1. Acetatul de vinil provine din producția Uzinei Chimice Rîșnov. Sinteza și proprietățile diesterilor acidului maleic utilizați au fost descrise anterior [2], [3].

Modul de realizare a procesului de copolimerizare, separarea, purificarea și analiza copolimerilor, au fost cele arătate în lucrarea [1]. Nesolvenții utilizați pentru precipitarea din soluție a copolimerilor sînt cei utilizați pentru termenii normali corespunzători și anume eterul de petrol pentru di-izo-butil- și di-izo-amil-maleați și metanolul pentru di-2-etil-*n*-hexil-maleat. În ultimul caz adausurile de eter de petrol la metanol sînt necesare pentru compozițiile în care predomină acetatul de vinil.

Tabelul 1

Proprietățile fizice ale monomerilor

Monomer	Densitatea (la 20°C)	Indice de refracție (la 20°C)	Indice de saponificare mg KOH/g
Acetat de vinil	0,932	1,3958	650,2
Di-izo-butil-maleat	0,992	1,4421	500,9
Di-izo-amil-maleat	0,980	1,4468	443,2
Di-2-etil-*n*-hexil-maleat	0,944	1,4543	336,2

REZULTATE EXPERIMENTALE ȘI DISCUȚII

Rezultatele obținute la copolimerizarea acetatului de vinil cu di-izo-butil-maleat, di-izo-amil-maleat și di-2-etil-*n*-hexil-maleat sînt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Copolimerizarea acetatului de vinil (M_1) cu diesteri ai acidului maleic (M_2), la 62 °C și 1% greut. peroxid de benzoil

Copolimer acetat de vinil cu	Diester maleic în amestecul inițial de monomeri (M_2)° % Mol	Indicele de refracție al amestecului inițial de monomeri (la 20 °C)	Timp de reacție (min)	Conversia monomerilor % Greut.	Analiza copolimerilor		
					Indice de saponificare mgKOH g	CH_3COOH în copolimer % Greut.	Ester maleic în copolimer (m_2) % Mol
Di-izo-butil-maleat	16,9	1,4129	35	10,1	573,0	29,8	33,4
	28,7	1,4198	45	10,5	541,2	25,1	40,2
	36,7	1,4241	54	9,1	529,6	23,0	43,5
	44,3	1,4272	65	8,9	521,8	21,7	45,5
	61,4	1,4334	94	9,9	519,2	20,7	47,2
Di-izo-amil-maleat	18,1	1,4163	35	8,4	548,6	26,6	35,2
	28,1	1,4239	42	9,8	524,0	23,0	40,5
	39,1	1,4295	55	8,9	516,1	20,6	44,3
	48,3	1,4338	70	9,0	511,2	19,6	46,2
	59,6	1,4376	90	8,7	484,4	18,7	47,7
Di-2-etil-*n*-hexil--maleat	12,4	1,4167	46	8,8	480,1	28,4	26,9
	25,5	1,4301	52	9,8	438,5	20,8	37,3
	38,9	1,4376	60	10,4	416,6	17,9	42,3
	52,3	1,4433	72	9,6	406,3	16,3	45,4
	61,5	1,4461	80	9,9	399,2	15,5	46,9

Reacțiile de copolimerizare au fost oprite la conversii mai mici de 10% ceea ce a permis utilizarea ecuației diferențiale a copolimerizării pentru calculul constantelor r_1 și r_2 [4].

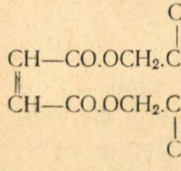
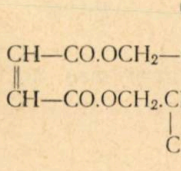
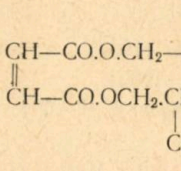
Din valorile constantelor de copolimerizare obținute s-au calculat cu ajutorul formulelor lui Alfrey și Price [5] activitățile relative Q_2 și polari-

tățile e_2 a dublei legături din moleculele diesterilor maleici. Pentru acetat de vinil s-a luat $Q_1 = 0{,}026$ și $e_1 = 0{,}22$ [6]. Mărimile numerice ale parametrilor de copolimerizare pentru sistemele cercetate și produsele $r_1 r_2$ sînt arătate în tabelul 3.

Sistemele de copolimeri cercetate prezintă compoziții azeotrope, a căror valori sînt arătate de asemenea în tabelul 3.

Tabelul 3

Parametrii de copolimerizare pentru sistemele acetat de vinil (M_1)-di-izo-alchil-maleați (M_2)
$t = 62$ °C

Monomerul M_2	Compoziția azeotropă % Mol	r_1	r_2	$r_1 r_2$	Q_2	e_2
	46,2	0,205±0,025	0,08±0,05	0,0164	0,081	1,81
	46,3	0,195±0,025	0,06±0,05	0,0117	0,084	1,89
	44,3	0,245±0,020	0,05±0,04	0,0122	0,067	1,88

Din datele prezentate în tabelul 3 rezultă că în limita erorilor experimentale, parametrii de copolimerizare r_1, r_2, Q_2 și e_2 sînt mărimi constante pentru sistemele de copolimeri cercetate, dar diferite de ale termenilor normali corespunzători [1]. Aceste rezultate confirmă ipoteza că în cazul sistemelor de copolimeri acetat de vinil — diesteri maleici — valorile parametrilor de copolimerizare depind de natura radicalului alcoolic din moleculele diesterilor maleici și întărește ipoteza că această influență este de natură sterică.

Dacă se exclud termenii inferiori C_1—C_3 și se consideră diesterii maleici normali și ramificați ca serii omoloage distincte, ipoteza lui Alfrey și colab. [7] se poate extinde și în seria copolimerilor acetatului de vinil cu diesterii maleici. Considerăm însă că rezultatele noastre confirmă pe cele ale lui Cameron și colab. [8] de asemenea ale lui Szo-Kwei și Chen Ho [9], care au arătat că în seria copolimerilor metacrilici parametrii de copolimerizare se schimbă prin trecerea de la un termen la altul în cadrul aceleiași serii omoloage.

În toate cazurile cercetate, constanta r_2 este apropiată de zero. Avem de-a face deci cu reacții de heteropolimerizare, în care tendința de alternare a monomerilor în catena copolimeră este dominantă și explică consumul ridicat al acetatului de vinil, chiar în amestecurile inițiale de monomeri cu conținut ridicat de diester maleic.

CONCLUZII

1. Studiul proceselor de copolimerizare ale acetatului de vinil cu dizo-alchil-maleați, în care ramificația în catena radicalului alcoolic din moleculele diesterilor maleici este în poziția 2 față de gruparea —OH, a arătat că, în condițiile de lucru indicate, au loc procese de heteropolimerizare.

2. Sistemele cercetate prezintă copolimeri azeotropi, cu compoziții apropiate.

3. În limita erorilor experimentale, parametrii de copolimerizare au valori constante în seria de copolimeri cercetată.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Nanu, Gr. Pop, Bul. Șt. Tehnic al I. Polit. Timișoara, *12* (26), 431 (1967).
2. I. Nanu, Gr. Pop, Bul. Șt. Tehnic al I. Polit. Timișoara, *11* (25), 99 (1966).
3. I. Nanu, Gr. Pop, R. Bacaloglu, Bul. Șt. Tehnic al I. Polit. Timișoara, *12* (26), 55 (1967).
4. T. Alfrey, D. Borer, G. Mark, Sopolimerizația, Izd. Inostr. Lit., Moscova, 1953, p. 17.
5. T. Alfrey, J. Price, J. Polymer Sci., *2*, 101 (1947).
6. L. L. Young, J. Polymer Sci., *54*, 411 (1961).
7. P. Agron, T. A. Alfrey, J. Bohrer, H. Haas, H. Wechsler, J. Polymer Sci., *3*, 157 (1948).
8. G. G. Cameron, D. H. Grant, N. Grassie, J. E. Lamb., I. G. Mc Neill, J. Polymer Sci., *36*, 173 (1959).
9. Szo-Kwei, Chen Ho, Chu-Hua Hsueh Pao, *23*, 212 (1957).

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ СОПОЛИМЕРОВ ВИНИЛАЦЕТАТА С ДИЭФИРАМИ МАЛЕИНОВОЙ КИСЛОТЫ IV. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ АКТИВНОСТЬ МОНОМЕРОВ В СОПОЛИМЕРИЗАЦИИ ВИНИЛАЦЕТАТА С НЕКОТОРЫМИ ДИ-ИЗО-АЛКИЛМАЛЕАТАМИ

(РЕЗЮМЕ)

В работе исследовано сополимеризация винилацетата (M_1) с ди--изо-бутил, ди-изо-амил и ди-2 этил-*н*-гексил малеатами при 62 °С, в растворе ацетона и в присутствии 1% перекеси бензола (по отношению к весу мономеров).

Константы сополимеризации r_2 близкие к нулю, показывая, что в данных условиях процессы являются реакциями гетеросополимеризации.

В пределах экспериментальных ошибок, константы r_1, Q_2, e_2 равны для всех изученных систем.

BEITRÄGE ZUM STUDIUM DER COPOLYMEREN VON VINYLAZETAT MIT MALEINSÄURE-DIESTERN. IV. DIE RELATIVE AKTIVITÄT DER MONOMEREN BEI DER COPOLYMERISATION VON VINYLAZETAT MIT EINIGEN DI-ISO-ALKYLMALEATEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird die Copolymerisation von Vinylazetat (M_1) mit Di-iso-butyl-, Di-iso-amyl- und Di-2-äthyl-*n*-hexylmaleat untersucht. Die Reaktion verläuft bei 62 °C, in Azetonlösung und in Gegenwart von 1 Gew.% Benzoylperoxyd, bezogen auf die Monomeren.

Die Copolymerisationskonstanten r_2 nähern sich Null. Das zeigt, dass die Vorgänge unter den genannten Bedingungen Heteropolymerisationsreaktionen sind.

Die Konstanten r_1, Q_2 und e_2 sind innerhalb der Bestimmungsfehlergrenzen für alle untersuchten Systeme gleich.

CERCETĂRI IN DOMENIUL COPOLIMERILOR ACETATULUI DE VINIL CU DIESTERII ACIDULUI MALEIC. V. COPOLIMERI AI ACETATULUI DE VINIL CU DIBENZIL MALEAT

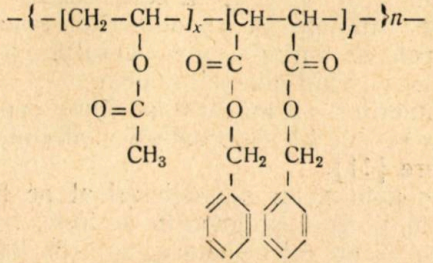
DE

I. NANU, GR. POP

Radicalul benzilic a fost introdus în ultimul timp cu rezultate bune în moleculele plastifianților externi, sub forma butil-benzil, ftalatului [1], dar interes teoretic și practic prezintă posibilitatea obținerii de copolimeri, care să posede acest element structural. La sinteza de copolimeri, cu cicluri aromatice în macromolecule, există dificultăți în cazul acetatului de vinil. Se știe că prin copolimerizarea acetatului de vinil cu stiren, din cauza activităților la copolimerizare mult diferite ale celor doi monomeri [2], nu se obțin copolimeri.

În prezenta lucrare este cercetată reacția de copolimerizare a acetatului de vinil cu dibenzil maleat și se determină principalele proprietăți ale copolimerilor rezultați. Studiul completează cercetările noastre anterioare asupra cineticii proceselor de copolimerizare ale acetatului de vinil cu di-*n*-alchil maleați [3] și di-izo-alchil-maleați [4].

Structura copolimerilor acetat de vinil-dibenzil maleat, reprezentată schematic sub forma :



(I)

arată că în macromolecula acestor polimeri intră elemente structurale variate și anume nuclee benzenice, punți metilenice și grupări polare caracteristice esterice. Este de așteptat ca această constituție să influențeze în

mare măsură proprietățile materialelor și prin aceasta să permită desprinderea de concluzii cu privire la relația constituție-proprietăți, în seria copolimerilor acetatului de vinil cu diesterii maleici.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Caracteristicile monomerilor utilizați sînt prezentate în tabelul 1. Acetatul de vinil provine din producția Uzinei Chimice Rîșnov. Sinteza și proprietățile di-benzil-maleatului au fost descrise anterior [5], [6] de asemenea spectrul de absorbție în I. R. al dibenzil-maleatului [7] și copolimerului acetat de vinil-dibenzil-maleat [8] au fost măsurate și interpretate de noi în notele citate.

Tabelul 1

Proprietățile fizice ale monomerilor

Monomer	Densitate (la 20 °C)	Indice de refracție (la 20 °C)	Indice de saponificare mg KOH/g
Acetat de vinil	0,932	1,3958	650,2
Dibenzil-maleat	1,157	1,5532	371,7

Modul de realizare a procesului de copolimerizare, separarea, purificarea și analiza copolimerilor, au fost cele arătate în lucrarea [3]. Precipitarea copolimerilor din soluție s-a făcut cu amestecul de solvenți constituit din 2 p. volum. metanol și 1 p. volum. eter de petrol. Acest amestec de solvenți este miscibil în orice proporție cu dibenzil-maleatul și nu solvă copolimerii acetat de vinil-dibenzil-maleat.

Compoziția amestecului inițial de monomeri introdus la copolimerizare s-a determinat refractometric din curbele trasate pe bază de măsurări asupra unor amestecuri de acetat de vinil-dibenzil-maleat, cu compoziție cunoscută.

Valoarea K din ecuația lui Fickentscher [9] s-a măsurat la 20±0,1 °C, din soluții de copolimeri în acetonă, cu concentrația 4,5±0,3 g/100 ml.

Temperaturile de vitrefiere ale copolimerilor s-au determinat refractometric [10] din curbele de variație cu temperatura a indicilor de refracție ai copolimerilor acetat de vinil dibenzil-maleat.

Duritatea copolimerilor s-a măsurat pe filme depuse din soluții acetonice, uscate timp de 10 zile la temperatura mediului ambiant, cu aparatul Klemen-Keyl, la tăiere [11].

Autoadeziunea copolimerilor s-a determinat pe filme depuse pe epruvete de lemn, din soluții de copolimer în acetonă. S-au depus patru straturi, prin imersie, cu uscări intermediare, timp de 24 ore și uscare finală, 30 de zile, la temperatura mediului ambiant. Timpul de presare a suprafețelor, la presiune constantă realizată cu o cheie dinamometrică și temperatura controlată a fost de 2,5 ore ; secțiunile de îmbinare au avut aproximativ 4 cm^2. Ruperile s-au făcut cu mașina de încercări Sz-F$_1$ RM-102.

REZULTATE EXPERIMENTALE ŞI DISCUŢII

Rezultatele obţinute la studiul procesului de copolimerizare a acetatului de vinil cu dibenzil-maleat şi la măsurarea unor proprietăţi fizico-structurale ale copolimerilor, sînt prezentate în tabelul 2 şi figurile 1—6.

Tabelul 2

Copolimerizarea acetatului de vinil (M_1) cu dibenzil-maleat (M_2) la 62 °C şi 1% greut. peroxid de benzoil

Nr. exp	Dibenzil-maleat în amestecul iniţial de monomeri $[M_2]^0$		Indicele de refracţie al amestecului iniţial de monomeri (la 20°C)	Timp de reacţie (minute)	Conversia monomerilor %	Analiza copolimerilor			
						Indicele de saponificare mgKOH/g	CH_3COOH în copolimer % Greut.	Dibenzil-maleat în copolimer $[m_2]$	
	% Greut.	% Mol.						% Greut.	% Mol.
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7,3	2,5	1,4071	60	9,9	597,7	50,2	27,9	10,1
2	12,1	3,8	1,4133	30	3,8	567,6	44,8	35,7	13,9
3	29,7	10,9	1,4391	33	1,6	494,9	30,5	56,2	27,1
4	46,3	20,0	1,4651	38	5,4	467,5	23,9	65,7	35,7
5	49,1	21,9	1,4702	51	6,5	465 7	23,1	66,9	37,0
6	60,2	30,5	1,4869	66	6,3	465,0	20,6	70,5	40,9
7	75,2	46,8	1,5118	105	5,9	439,5	17,8	74,5	45,8
8	91,0	72,4	1,5369	195	6,1	428,1	17,2	75,4	47,1

În tabelul 2 sînt prezentate rezultatele experimentale obţinute la copolimerizarea acetatului de vinil cu dibenzil-maleat, pe baza cărora, în fig. 1 s-au trasat curbele de copolimerizare în % greutate (curba *1*) şi % molare (curba *2*). Cum rezultă din această reprezentare, pe prima porţiune a curbei de copolimerizare, componenta mai activă este dibenzil-maleatul. La 45,5% mol. respectiv 74,1% greut. diester maleic sistemul prezintă un copolimer azeotrop. În continuare, curba în % mol. tinde asimptotic spre compoziţia copolimerului, în care raportul molar al monomerilor, în catena macromoleculară, este egal cu 1.

Datele din tabelul 2 (coloanele 2 şi 9) au fost utilizate pentru calculul parametrilor de copolimerizare r_1 şi r_2 cu ajutorul ecuaţiei diferenţiale a copolimerizării [12], prin metoda intersecţiei. Rezolvarea grafică a ecuaţiilor $r_2 = fr_1$ pentru experienţele din tabelul 2, sînt prezentate grafic în fig. 2. Din intersecţiile dreptelor care reprezintă dependenţa $r_2 = fr_1$, au rezultat următoarele valori numerice pentru constantele de copolimerizare :

$$r_1 = 0{,}205 \pm 0{,}10 \text{ şi } r_2 = 0{,}045 \pm 0{,}010$$

Produsul constantelor de copolimerizare $r_1 r_2 = 0{,}0092$, apropiat de zero, indică tendința ridicată de alternare a monomerilor în catena macromoleculară.

Constanta r_2 apropiată de zero, arată că în condițiile în care s-a lucrat, dibenzil-maleatul prezintă capacitate redusă de a se lega la radicalul propriu și că are loc de fapt un proces de heteropolimerizare. Rezultă, că valoarea numerică a cifrei y din formula (1) este egală cu unitatea, indiferent de compoziția copolimerilor și conținutul maxim de diester maleic în copolimer nu poate depăși 50% molare (pentru $x=1$).

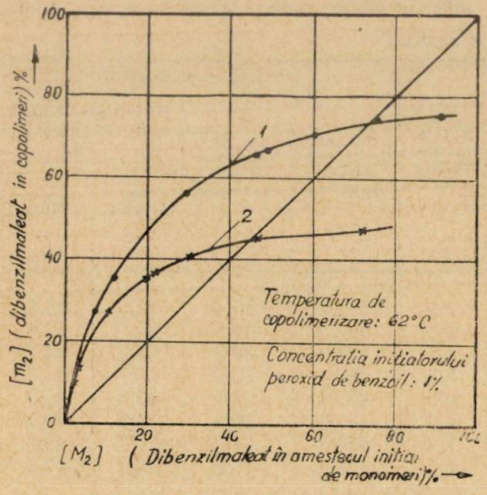


Fig. 1. Compoziția copolimerilor acetat de vinil-dibenzil-maleat M_2, în funcție de compoziția amestecului inițial de monomeri
Compoziția în: *1* — % greut., *2* — % mol

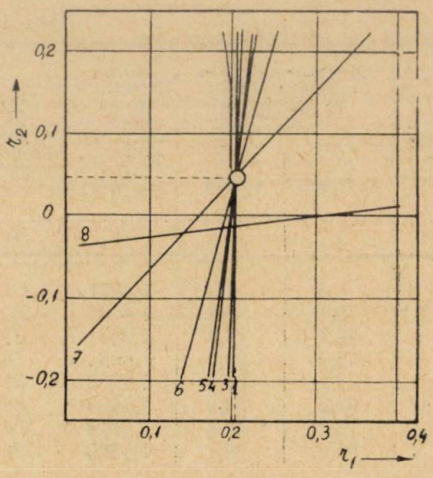


Fig. 2. Rezolvarea grafică a ecuațiilor $r_2 = f r_1$ pentru experiențele din tabelul 2.

Din constantele de copolimerizare r_1 și r_2 s-au calculat cu relațiile lui Alfrey și Price [13] valorile Q_2 și e_2. Luînd pentru acetat de vinil $Q_1 = 0{,}026$ și $e_1 = 0{,}22$ [14] a rezultat $Q_2 = 0{,}078$ și $e_2 = 1{,}95$.

Aceste valori sînt în concordanță cu activitatea la copolimerizare mai mare a dibenzilmaleatului și explică tendința ridicată de alternare a monomerilor în catena macromoleculară prin polaritatea de semn contrar a dublelor legături a celor două componente și prin diferența mare a valorilor absolute ale polarităților e_1 și e_2.

Pentru o conversie dată, timpul de copolimerizare se mărește cu creșterea conținutului de dibenzil-maleat în amestecul inițial de reacție (tabelul 2, coloanele 1, 4 și 5), ceea ce este de asemenea în concordanță cu valorile numerice găsite pentru parametrii de copolimerizare. Astfel, activitatea la copolimerizare a esterului maleic fiind mai mare decît a acetatului de vinil, chiar în prezența cantităților mici de ester maleic, radicalii activi a acetatului de vinil vor manifesta o tendință mai mare de unire cu monomerul activ M_2 decît cu monomerul propriu.

Creşterea conţinutului de dibenzil-maleat în amestecul iniţial de monomeri, determină micşorarea concentraţiei radicalilor activi ai acetatului de vinil şi ca urmare are loc micşorarea vitezei de reacţie.

Proprietăţile fizico-mecanice ale copolimerilor acetat de vinil-dibenzil-maleat sînt prezentate în diagramele din figurile 3—6.

În fig. 3 s-a reprezentat grafic variaţia cu temperatura a indicilor de refracţie pentru cinci probe de copolimeri, cu compoziţii diferite. Temperaturile de vitrefiere ale copolimerilor, determinate din intersecţiile dreptelor, din fig. 3, au fost reprezentate grafic, în funcţie de compoziţia copolimerilor, pe diagrama din fig. 4 (curba *4*). Pe aceeaşi diagramă s-a trasat va-

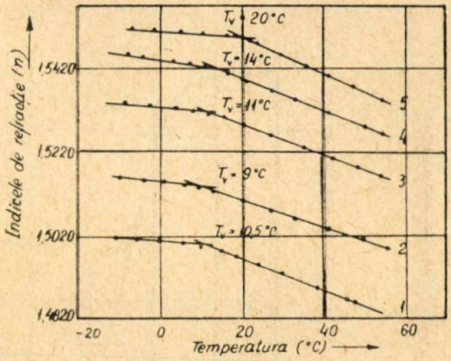


Fig. 3. Variaţia indicilor de refracţie cu temperatura, pentru copolimerii acetatului de vinil cu dibenzil-maleat

1 — 10,1; *2* — 16,3; *3* — 27,1; *4* — 37,0; *5* — 45,8% mol. dibenzil-maleat în copolimer.

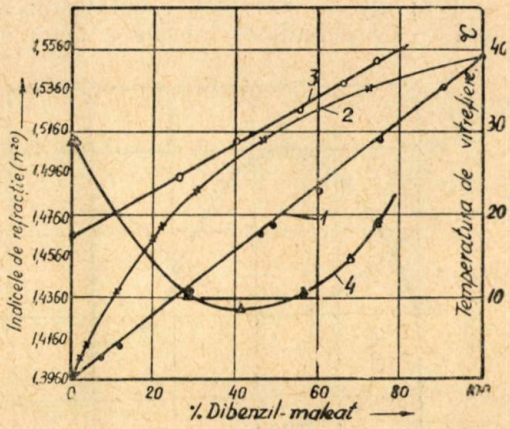


Fig. 4. Variaţia cu compoziţia a indicilor de refracţie ai amestecurilor de monomeri:

1 — compoziţia în % greutate; *2* — compoziţia în % molare; *3* — indicii de refracţie ai copolimerilor (compoziţia în % greutate); *4* — temperaturile de vitrefiere ale copolimerilor (compoziţia în % greutate).

riaţia îndicilor de refracţie, la 20 °C, ai copolimerilor în funcţie de compoziţie (curba *3*) şi indicii de refracţie, la 20 °C, ai amestecurilor de acetat de vinil-dibenzil-maleat, monomeri.

Cum rezultă din aceste reprezentări, indicii de refracţie ai copolimerilor şi ai amestecurilor de monomeri sînt mărimi aditive. Pentru aceeaşi compoziţie, indicii de refracţie ai copolimerilor sînt sensibil mai mari decît ai amestecului de monomeri. Temperatura de vitrefiere a copolimerilor este minimă la un conţinut de aproximativ 40% greutate dibenzil maleat în copolimer. Forma complexă a curbei temperaturilor de vitrefiere şi efectul slab, dar evident de plastifiere internă imprimat copolimerilor de către diesterul maleic, indică influenţa contradictorie a elementelor structurale din macromoleculele copolimerilor. Aceste efecte vor fi discutate într-o lucrare viitoare.

În fig. 5 s-a reprezentat grafic variația greutății moleculare, exprimată prin valoarea K din ecuația lui Fickentscher (curba *1*), duritatea peliculelor (curba *2*) și rezistența la rupere prin forfecare a îmbinărilor Al—Al (curba *3*) în funcție de compoziția copolimerilor.

Valorile K ale copolimerilor scad cu creșterea proporției de diester maleic de la 41,2 la 34, cînd compoziția variază de la 0 la 75% mol. dibenzil-maleat, ceea ce arată că frecvența reacțiilor de transfer de catenă pe moleculele dibenzil-maleatului este mai mare decît pe ale acetatului de vinil. Atribuim acest fenomen prezenței în moleculele dibenzil-maleatului a atomilor de H mobili ai restului maleic și ai metilenului activ din restul benzilic. Duritatea peliculelor prezintă un minim, iar adeziunea un maxim la proporții de 30—40% greutate dibenzil-maleat, deci în domeniul în care gradul de plastifiere internă a copolimerilor este maxim.

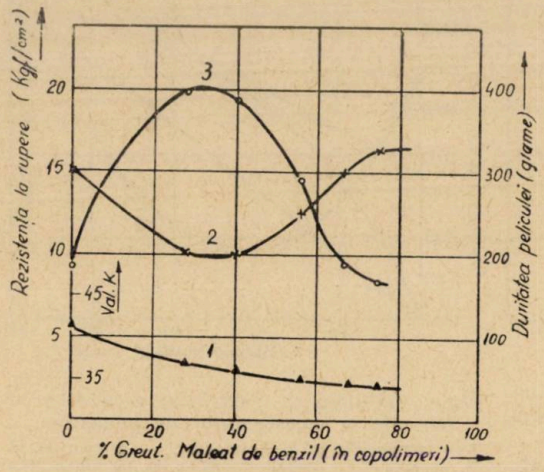


Fig. 5. Variația cu compoziția a valorii K (1), a durității peliculei (2) și a rezistenței la rupere prin forfecare a îmbinărilor Al—Al (3) pentru copolimeri acetat de vinil-dibenzil-maleat.

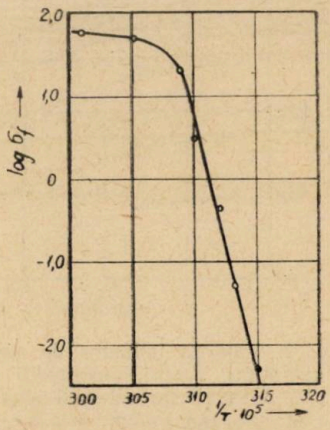


Fig. 6. Dependența de temperatură a autoadeziunii copolimerilor acetat de vinil-dibenzil-maleat cu compoziția 43,7% diester maleic.

În fig. 6 s-a reprezentat grafic dependența cu temperatura a autoadeziunii σ, a copolimerului acetat de vinil-dibenzil-maleat (43,7% greut. diester maleic, cu valoarea $K=37{,}5$). Dependența $\log \sigma = f\frac{1}{T}$ se prezintă sub forma unei curbe avînd două porțiuni lineare. Poziția regiunii de tranziție se situează între 51 și 55 °C. Această zonă se găsește în general în apropierea temperaturii de înmuiere a polimerilor amorfi. Temperatura începutului autoadeziunii este 45 °C, deci 35 °C mai mare decît temperatura de vitrefiere, diferența ce se situează între cea găsită pentru poli(etilenă) [15] și poli(stirenul) amorf, cu structură supramoleculară foarte afînată [16].

Copolimerii acetatului de vinil cu dibenzil-maleat sînt uşor solubili în acetonă, acetat de etil, acetat de vinil, acetat de butil, benzen şi toluen, greu solubili în eter şi insolubili în metanol, etanol, tetraclorură de carbon, eter de petrol.

CONCLUZII

1. Copolimerizarea acetatului de vinil cu dibenzil maleat are loc după schema cinetică găsită pentru copolimerii acetat de vinil-di-izo-alchil--maleat.

2. Proprietăţile fizico-mecanice ale copolimerilor acetat de vinil--dibenzil-maleat sînt în general diferite de ale copolimerilor cu dialchil--maleaţi. Acest lucru îl atribuim nucleelor benzenice din catenele laterale ale copolimerilor.

3. Prezenţa punţii metilenice între radicalii fenil şi catena macromoleculară de bază, imprimă copolimerilor un evident efect de plastifiere internă.

4. Curbele proprietăţilor mecanice în funcţie de compoziţie prezintă valori extreme (maxime şi minime) la un conţinut de aproximativ 40% greut. dibenzil-maleat în copolimer.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Sclatena, 6 Fatipec Kongress 1962, Wiesbaden, Weinheim Bergstr. 177 (1962). * * * Materiale Plastice, *2* (1), 41 (1965).
2. F. R. Mayo, Ch. Walling, J. Amer. Chem. Soc. *70,* 1523 (1948).
3. I. Nanu, Gr. Pop, Bul. Şt. Tehnic al I. Polit. Timişoara, *12* (26), 431 (1967).
4. I. Nanu, Gr. Pop, Bul. Şt. Tehnic al I. Polit. Timişoara, *14* (28) 525 (1969).
5. I. Nanu, Gr. Pop, Bul. Şt. Tehnic al I. Polit. Timişoara, *11* (25), 99 (1966).
6. I. Nanu, Gr. Pop, R. Bacaloglu, Bul. Şt. Tehnic al I. Polit. Timişoara, *12* (26), 55 (1967).
7. I. Nanu, R. Bacaloglu, Gr. Pop, Rev. Roum. Chim. *11* (8), 975 (1966).
8. I. Nanu, R. Bacaloglu, Gr. Pop, Rev. Roum. Chim. *13* (4), 493 (1968).
9. Fickentscher K, m Cell. Chem. *13,* 58 (1932).
10. Tamman G., Der Glaszustand, Leipzig, 1933; Wiley R. H., J. Polymer Sci., *2,* 10 (1947); Jenckel E., Heusch R., Kolloid Z., *118,* 56 (1950); *130,* 89 (1953).
11. R. Houwink, A. J. Staverman, Chemie und Technologie der Kunststoffe, A. V., Geest und Portig K.-G., Leipzig, III, Ed. IV, 1963, p. 147.
12. T. Alfrey, D. Borer, G. Mark, Sopolimerizaţia, Izd. Inostr. Lit. Moscova 1953, p. 17.
13. T. Alfrey, J. Price, J. Polymer Sci. *2,* 101 (1947).
14. L. Young, J. Polymer Sci. *54,* 411 (1961).
15. B. Starkman, S. Voiuţki, V. Carghin, Visocomolec. Soed. *7* (1), 135 (1965).
16. B. Starkman, S. Voiuţki, V. Carghin, Visocomolec. Soed. *7* (1), 141 (1965).

ИССЛЕДОВАННЯ В ОБЛАСТИ СОПОЛИМЕРОВ ВИНИЛАЦЕТАТА С ДИЭФИРАМИ МАЛЕИНОВОЙ КИСЛОТЫ. V. СОПОЛИМЕРЫ ВИНИЛАЦЕТАТА С ДИБЕНЗИЛМАЛЕАТОМ

(РЕЗЮМЕ)

Изучен процесс сополимеризации винилацетата с дибензилмалеатом при 62 °C и в присутствии 1 вес % перекиси бензола. Значения найденных параметров сополимеризации следующие: $r_1=0{,}205\pm0{,}010$, $r_2=0{,}045\pm\pm0{,}010$, $Q_2=0{,}078$, $e_2=1{,}95$.

Физико-механические свойства сополимеров зависят в большой степени от их состава.

Сополимеры винилацетата с дибензилмалеатом внутренно пластифицированные материалы.

BEITRÄGE ZUM STUDIUM DER COPOLYMEREN VON VINYLAZETAT MIT MALEINSÄURE-DIESTERN. V. COPOLYMEREN VON VINYLAZETAT MIT DIBENZYL-MALEAT

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird der Copolymerisationsprozess von Vinylazetat mit Dibenzylmaleat bei 62 °C und in Gegenwart von 1 Gew.% Benzoylperoxyd untersucht. Die gefundenen Werte der Copolymerisationsparameter sind: $r_1=\\=0{,}205\pm0{,}010$, $r_2=0{,}045\pm0{,}010$, $Q_2=0{,}078$ und $e_2=1{,}95$.

Die physikalisch-mechanischen Eigenschaften der Copolymeren hängen in grossem Masse von ihrer Zusammensetzung ab.

Die Copolymeren Vinylazetat-Dibenzylmaleat sind Produkte mit innerer Weichmachung.

POLIOXALAȚI.
Nota II. CONTRIBUȚII LA CINETICA REACȚIEI DE POLICONDENSARE DINTRE CLORURA DE OXALIL ȘI 2,2-BIS-(*p*-HIDROXIFENIL)PROPAN ÎN PREZENȚĂ DE PIRIDINĂ*

DE

I. NANU

Policondensarea rapidă, în soluție, a clorurilor unor biacizi cu diferiți reactanți bifuncționali a fost descrisă pentru diamine și bishidrazine [1], [2] precum și pentru difenoli [3], [4]. În cazul aminelor și hidrazinelor însuși, reactantul în exces funcționează ca acceptor de proton legînd acidul clorhidric din reacție. La fenoli, pentru a se obține poliesteri, este necesară prezența unei amine terțiare — (de obicei piridina) cu rol catalitic. Se poate realiza, în unele cazuri și eliminarea HCl prin degajare, dar aceste reacții decurg asemănător cu poliesterificările cu eliminare de apă.

Un astfel de caz este reacția dintre clorura de tereftaloil și dian în soluție de difenil, pentru care Korșak și Vinogradova [5], [6] au găsit că se desfășoară ca o reacție de ordinul II, avînd la 150 °C constanta de viteză de 3.1 $l \cdot mol^{-1}$ $sec.^{-1}$.

Atît din datele de literatură [4] cît și din încercările proprii de sinteză a poliesterilor din clorură de oxalil și 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan [7] rezultă că reacția de policondensare are o desfășurare rapidă putînd fi considerată totală după cca. 15—20 min. Nu au fost găsite în literatură indicații privitoare la valoarea constantei de viteză a acestei reacții. Pentru reacția, în soluție omogenă, între clorurile acizilor alifatici și amine alifatice, Morgan și Kwolek [8] prezintă cifra de 10^2—10^4 mol^{-1} $sec.^{-1}$ ca valoare a constantei de viteză, fără a da vreo indicație mai amănunțită în legătură cu metoda de determinare sau considerentele ce au permis această apreciere.

Prezenta lucrare prezintă o încercare de evaluare a constantei de viteză pentru reacția dintre clorură de oxalil și 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan în prezență de piridină.

---

* Lucrare prezentată la a XIII-a Sesiune științifică a cadrelor didactice I.P.T., mai 1968.

APARATURA

Aparatura folosită a fost construită pe baza principiilor cunoscute ale studiului cinetic a reacțiilor rapide [9]. Două siringi de poli propilenă (de tip Incaplast) de 10 ml fiecare, la care etanșarea pistonului s-a modificat prin înlocuirea inelului de cauciuc cu o placă de teflon, (cauciucul nu este satisfăcător, căci tetracloretanul provoacă o gonflare puternică a acestuia ducînd la blocarea pistonului) se introduc într-un dispozitiv de antrenare a pistoanelor, avînd la partea superioară o placă metalică ce poate culisa ghidată de 2 tije laterale. Placa culisantă acționează asupra pistoanelor siringilor asigurînd astfel o înaintare constantă și egală a celor 2 pistoane permițînd totodată menținerea constantă a raportului dintre reactanți. Deplasarea plăcii se asigură cu ajutorul unei axe filetate antrenată prin intermediul unui reductor de un motor electric monofazic cu perii. Viteza de înaintare a plăcii se poate regla cu ajutorul unui autotransformator variind tensiunea de alimentare a motorului. Soluțiile de reactanți din siringi trec prin 2 ace de siringă prevăzute cu cîte o manta de termostatare prin care circulă apă de 10 °C de la un termostat. Cele 2 ace se întîlnesc într-o cameră de amestec și amestecul obținut trece în continuare prin „tubul de reacție" constînd dintr-o canulă de siringă manșonată, prin manșonul căreia circulă apă de 10 °C. Din tubul de reacție amestecul de reactanți iese întîlnind solventul de precipitare ce curge dintr-o biuretă și acest amestec este preluat de un pahar în care se găsește tot solvent de precipitare (acetonă : alcool izopropilic 4 : 1). Timpul de reacție adică timpul de ședere a amestecului în tubul de reacție se poate varia atît prin variația vitezei de înaintare cît și prin variația volumului „reactorului".

MODUL DE LUCRU

Se aspiră în cele 2 siringi cîte 10 ml soluție de reactanți răcită la 10 °C. Prima soluție fiind 0,5 M dian + 1,05 M piridină în tetracloretan, iar cealaltă 0,5 M clorură de oxalil în tetracloretan. După fixarea siringilor la locul corespunzător se pornește motorul de antrenare al plăcii culisante. Se determină debitul cronometrînd timpul necesar scurgerii unui anumit volum din siringă. Polioxalatul format precipită în soluția de precipitare menținută sub agitare, se filtrează, se spală cu acetonă și se usucă în exicator de vid la cca. 70 °C. Se cîntărește polioxalatul obținut și se calculează cantitatea de poliester obținută pe ml de soluție de dian reacționată. Volumul de reacție se consideră volumul cuprins de la punctul de întîlnire al reactanților pînă la capătul „tubului de reacție". Acest volum a fost determinat prin măsurare cu microbiuret. La debit trebuie să se ia în considerare dublarea volumului datorită existenței a 2 siringi, timpul de scurgere fiind determinat ca sec./ml la o singură siringă.

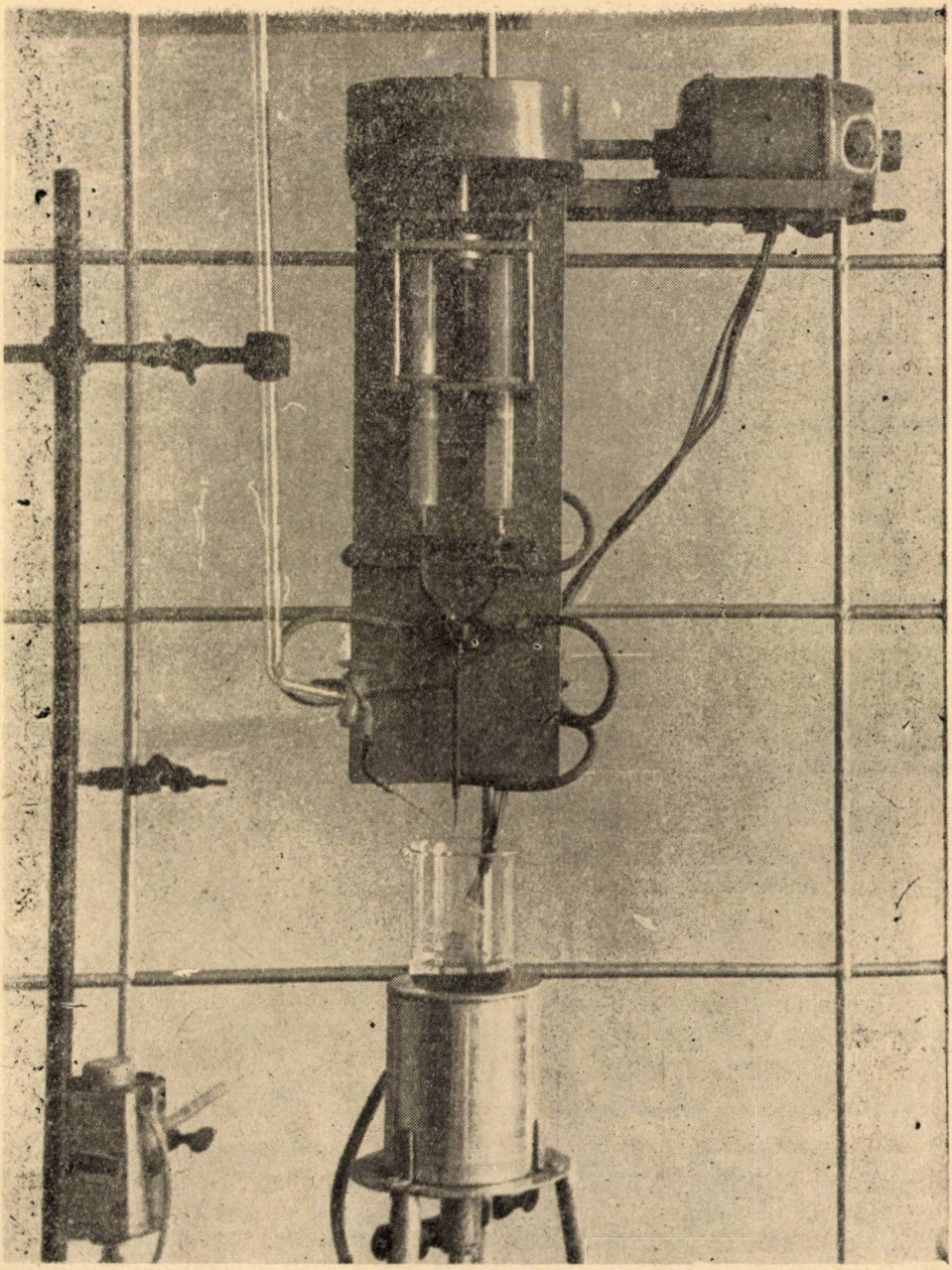


Fig. 1. Aparatura pentru studiul reacției dintre clorura de oxalil și 2,2-bis — (*p*-hidroxifenil) propan.

Tabelul 1

Studiul cinetic al reacției de formare a polioxalatului 2,2-bis(*p*-hidroxifenil)propanului

Nr. crt	Timp de scurgere a 1 ml într-o seringă sec.	Volumul tubului de reacție ml	Timp de ședere în reactor sec.	Randament g/10 ml sol. dian
1	5,5	0,01	0,027	0,773
2	2,6	0,01	0,013	0,860
3	2,5	0,01	0,012	0,935
4	2,5	0,01	0,012	0,930
5	2,5	0,01	0,013	0,975
6	2,5	0,01	0,013	0,667
7	2,6	0,01	0,013	0,650
8	2.7	0,12	0,149	0,670
9	2,9	0,12	0,154	0,733
10	5,7	0,12	0,313	0,680

REZULTATE ȘI DISCUȚII

Din rezultatele din tabelul 1 se poate vedea că în limitele erorilor experimentale prin variația timpului de reacție de la 0,012—0,3 sec. nu se poate observa o variație a randamentului în poliester, ceea ce permite să se tragă concluzia că reacția este practic totală la acești timpi de reacție. Admițînd o eroare de cca. 10% în determinări se poate presupune că la timpul minim nu avem o conversie totală ci doar de 90%. Postulînd un mecanism de reacție putem scrie pentru reacția de obținere a polioxalaților ecuația cinetică diferențială :

$$\frac{dx}{dt} = k_2 (a-x)^2$$

din care prin integrare se obține pentru constanta de viteză expresia :

$$k_2 = \frac{1}{t} \frac{x/a}{a(1-x/a)}.$$

Introducînd valorile cunoscute $t=0{,}013$ și $a=0{,}25$ mol/l și apreciind conversia ca 90% rezultă ca valoare limită a constantei :

$$k_2 \geq \frac{1}{0{,}012} \frac{0{,}9}{0{,}25 \cdot 0{,}1} = 3 \cdot 10^3 \text{ mol}^{-1} \text{ l/sec.}^{-1}.$$

Această valoare este de același ordin de mărime cu cea propusă de Morgan și Kwolek [8] pentru reacția clorurilor de acil cu amine alifatice.

Reacția de obținere a polioxalatului, probabil nu este în realitate atît de simplă cum s-a postulat, existînd și posibilitatea unor reacții concurente, ce nu duc la formarea de poliester. De aceea s-a adoptat metoda mai puțin convenabilă și mai greoaie a precipitării și separării poliesterului, neluînd în considerare metode mai elegante cum ar fi măsurătorile termice.

Metoda folosită conține unele posibilități de erori sistematice :

1. Influența difuziunii la amestecarea reactanților nu poate fi eliminată complet, dar condițiile de curgere (regim turbulent) și unghiul de întîlnire a celor 2 jeturi (de cca. 60°) asigură o bună și rapidă omogenizare ceea ce permite să se afirme că în această fază difuziunea este neglijabilă. Mai nesigură este aprecierea condițiilor de amestecare la reacția de stopare prin soluția de precipitare. În momentul întîlnirii jetului de reactanți cu jetul de precipitant condițiile de turbulență sînt mai nesigure, amestecarea avînd loc în aer, din cauza produselor de reacție ce sînt solide și ar înfunda capilara, dacă s-ar folosi sistemul clasic de întrerupere prin introducerea agentului de stopare direct în tubul de reacție. De aceea posibilitatea unor erori în aprecierea timpului de reacție, admis ca fiind egal cu timpul de ședere în tubul de reacție, nu pot fi evitate complet.

2. Reacția de stopare poate să aibă o constantă de viteză de același ordin de mărime ca reacția de policondensare. Deci obținerea poliesterului să continue, ca reacție concurentă și după amestecarea cu soluția precipitantă. Diluarea rapidă realizată prin excesul mare de precipitant asigură însă condiții favorabile ca reacția de stopare să fie reacția principală.

3. Posibilitatea unor erori de apreciere a cantității de polimer, format datorită solubilizării fracțiunilor de masă moleculară mai mică, care la timpi de reacție mai scăzuți s-ar putea forma într-o proporție mărită.

4. Reactivitatea deosebită a clorurii de oxalil poate duce la o serie de reacții secundare : cu urmele de apă din reactanți, dar și din umiditatea atmosferei, cu materialul din care este confecționată aparatura (metalul, chiar polipropilenă, etc.).

Aceste surse de erori subliniază că valoarea constantei de viteză găsită experimental reprezintă doar o estimare a ordinului de mărime.

Chiar cu această limitare această constantă de viteză permite să se afirme că în condițiile de sinteză descrise de Savinov și Sokolov [4] introducerea a cca 1,5 g clorură de oxalil în decurs de 10 min., nu poate avea loc o reacție de echilibru influențată de cantitatea de clorură de oxalil introdusă pînă la sfîrșitul reacției. Înainte de introducerea unei noi cantități de clorură de oxalil întreaga cantitate introdusă anterior a fost deja consumată. Este deci puțin probabil ca un exces de clorură de oxalil să ducă la o masă moleculară mai mică — după cum susțin autorii menționați — căci în momentul în care acest exces ajunge în amestecul de reacție, toate grupele OH au fost consumate de cantitatea de clorură de oxalil, stoechiometrică, introdusă anterior. Deci creșterea lanțului are loc foarte rapid pînă ce la grupa terminală apare o grupă ce nu mai poate reacționa, de exemplu un fenol monohidroxilic (ca impuritate în materia primă) sau o grupare COOH obținută prin hidroliza unei singure grupe COCl din clorura de oxalil. Masa moleculară a poliesterului nu este controlată deci de viteza de reacție, ci de prezența unor agenți de terminare a lanțului. În această lumină nu pare justificată interpretarea dată de Sokolov și Savinov citați mai sus, asupra influenței constantei dielectrice a solven-

tului în ceea ce privește masa moleculară a poliesterului prin intermediul unor schimbări în viteza de reacție a fenolilor, datorită schimbării constantei dielectrice.

BIBLIOGRAFIE

1. P. W. Morgan, S. L. Kwolek, J. Polymer Sci. *2* 181 (1964).
2. A. H. Frazer, F. T. Wallenberger, J. Polymer Sci. *2* 1147 (1964).
3. H. Schnell, Ang. Chem. *68* 633 (1956).
4. V. M. Savinov, L. B. Sokolov, Plasticeskie Massî *1963* (11) 65.
5. V. V. Korșak, S. V. Vinogradova, Usp. himii *30*, 421, (1961).
6. S. V. Vinogradova, V. V. Korșak, DAN SSSR *122*, 849 (1958).
7. I. Nanu, G. Simion, Bul. Științ. Teh. I.P.T. *14* (28), 131 (1969).
8. P. W. Morgan, S. L. Kwolek, J. Polymer Sci. *40* 299 (1959).
9. A. Weissberger, Technique of Organic Chemistry, Vol. VIII Part. II Interscience Publ. New York 1963 pg. 704-27, 779-81.

ПОЛИОКСАЛАТЫ. II. О КИНЕТИКЕ РЕАКЦИИ ПОЛИКОНДЕНСАЦИЙ МЕЖДУ ХЛОРИСТЫМ ОКСАЛИЛОМ и 2,2-БИС (*n*-ГИДРОКСИФЕНИЛ)-ПРОПАНОМ В ПРИСУТСТВИИ ПИРИДИНА

(РЕЗЮМЕ)

Применяя методы разработанные для кинетических исследований быстрых реакций авторы пытаются определить значение константы скорости реакций получения полиоксалатов из хлористого оксалила и 2,2-бис-(*n*-гидроксифенил) пропана. Найденное значение константы скорости утверждает гипотезу, которая отрицает преобладающую роль изменений реактивности дифенола (связано с изменений диэлектрической константы среды) в регулировании молярного веса полиэфира.

POLYOXALATE. II. Beitrag. ÜBER DIE KINETIK DER POLYKONDENSIERUNG ZWISCHEN OXALYLCHLORID UND 2,2-BIS(*p*-HYDROXYPHENYL)-PROPAN IN GEGENWART VON PYRIDIN

(ZUSAMMENFASSUNG)

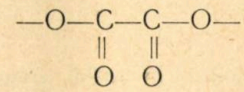
Durch Anwendung der zur kinetischen Untersuchung erarbeiteten Methoden, wird die Bestimmung der Geschwindigkeitskonstante der Polykondensierung zwischen Oxalylchlorid und 2,2-Bis(*p*-hydroxyphenyl)propan, versucht. Der gefundene Wert der Geschwindigkeitskonstante bietet neue Argumente zur Bekräftigung der Voraussetzung, die die ausschlaggebende Rolle der Änderung der Reaktivität des Diphenols (abhängig von der Änderung der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels) auf die Regelung des Molekulargewichtes der Polyester zugeschrieben wurde, leugnet.

POLIOXALAȚI.
Nota III. STUDIUL TERMOGRAVIMETRIC AL UNOR POLIOXALAȚI *

DE

I. NANU

În indicațiile din literatură referitoare la polioxalați, nu se găsesc informații în legătură cu stabilitatea termică a acestor poliesteri. Gruparea oxalat:



din poliester — derivată de la un acid a cărui instabilitate termică este cunoscută — ar putea să reprezinte un punct slab în catena moleculară conducînd la o rezistență termică redusă.

Unele studii referitoare la stabilitatea termică a unor derivați ai acidului oxalic indică dimpotrivă că restul oxalat nu este în mod obligator un element structural labil termic. Karabatsos [1] într-un studiu despre descompunerea termică a dialchiloxalaților, arată că esterii acidului oxalic cu alcooli terțiari prezintă o marcată instabilitate termică descompunîndu-se la temperaturi între 140—160 °C obținîndu-se cu randamente bune (80—100%) olefinele corespunzătoare. Această proprietate este folosită preparativ de autor pentru obținerea unor olefine. Despre oxalații alcoolilor primari și secundari, același autor afirmă că nu se descompun termic cel puțin pînă la 325 °C. Această afirmație în legătură cu o substanță ce poate fi luată drept „model" al polioxalaților, arată că grupa diesteroxalic este relativ stabilă termic.

O altă substanță prezentînd unele analogii cu polioxalații: poliamida derivată din acid oxalic și 2,5 dimetil piperazină a fost studiată termogravimetric de Bruck [2]. Trasînd curbele termogravimetrice, la o viteză de încălzire de 4 °C/min. și presiune de 10^{-2} N/m^2, comparativ pentru poliamida derivată din 2,5 dimetilpiperazină și acid tereftalic respectiv oxalic, s-a găsit că poliamida pe bază de acid tereftalic nu prezintă practic de-

* Lucrare prezentată la a XIII-a Sesiune științifică a cadrelor didactice I.P.T., mai 1968.

gradare la 420 °C, pe cînd poliamida derivată din acid oxalic începe să se descompună la această temperatură. Totuşi deosebirile în stabilitatea termică a celor 2 poliamide nu sînt prea mari, subliniind că nu există deosebiri esenţiale în rezistenţa termică a celor 2 resturi de biacizi. În ce priveşte compoziţia produselor de degradare, se remarcă în special prezenţa oxidului de carbon, care la derivatul oxalic reprezintă 75% mol din produsele gazoase ale degradării faţă de 33% mol la derivatul tereftalic. Aceasta indică că degradarea termică a grupei oxamidice din polimer duce preferenţial la CO.

Remarcabil este faptul că energiile de activare a reacţiei de descompunere sînt egale pentru cele 2 poliamide avînd valoarea de 64 Kcal/mol.

Comportarea la degradare termică a unor polioxalaţi, a căror sinteză se descrie într-o lucrare anterioară [3], s-a studiat prin trasarea curbelor termogravimetrice. În tabelul 1 se redau polioxalaţii luaţi în studiu. Pentru comparaţie s-a efectuat analiza termogravimetrică în condiţii identice şi asupra unui policarbonat idustrial (Makrolon).

Tabelul 1

Polioxalaţii folosiţi în studiul termogravimetric

	Componenta dihidroxilică
1.	2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan
2.	2,2-bis-(*p*-hidroxitetraclorfenil)propan
3.	1,1-bis-(*p*-hidroxifenil)ciclohexan
4.	bis-(*p*-hidroxifenil)sulfonă
5.	hidrochinonă
6.	rezorcină
7.	1,5-dihidroxinaftalină
8.	2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil]propan
9.	*p*-xililen glicol
10.	etilenglicol

APARATURA ŞI MOD DE LUCRU

Pentru trasarea curbelor termogravimetrice s-a folosit o balanţă termogravimetrică „Linseis" cu înregistrare şi programare automată a creşterii temperaturii. Determinările s-au executat în aer la presiune normală. Viteza de creştere a temperaturii a fost stabilită la 4 °C/min. Probele au fost de cca. 0,05 g.

REZULTATE ŞI DISCUŢII

Curbele termogravimetrice ale polioxalaţilor sintetizaţi se redau în fig. 1. Pentru comparaţie s-a înregistrat şi curba corespunzătoare unui policarbonat industrial.

Din curbele termogravimetrice reiese, că punctul de descompunere termică a polioxalatului de 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan este de cca. 360 °C

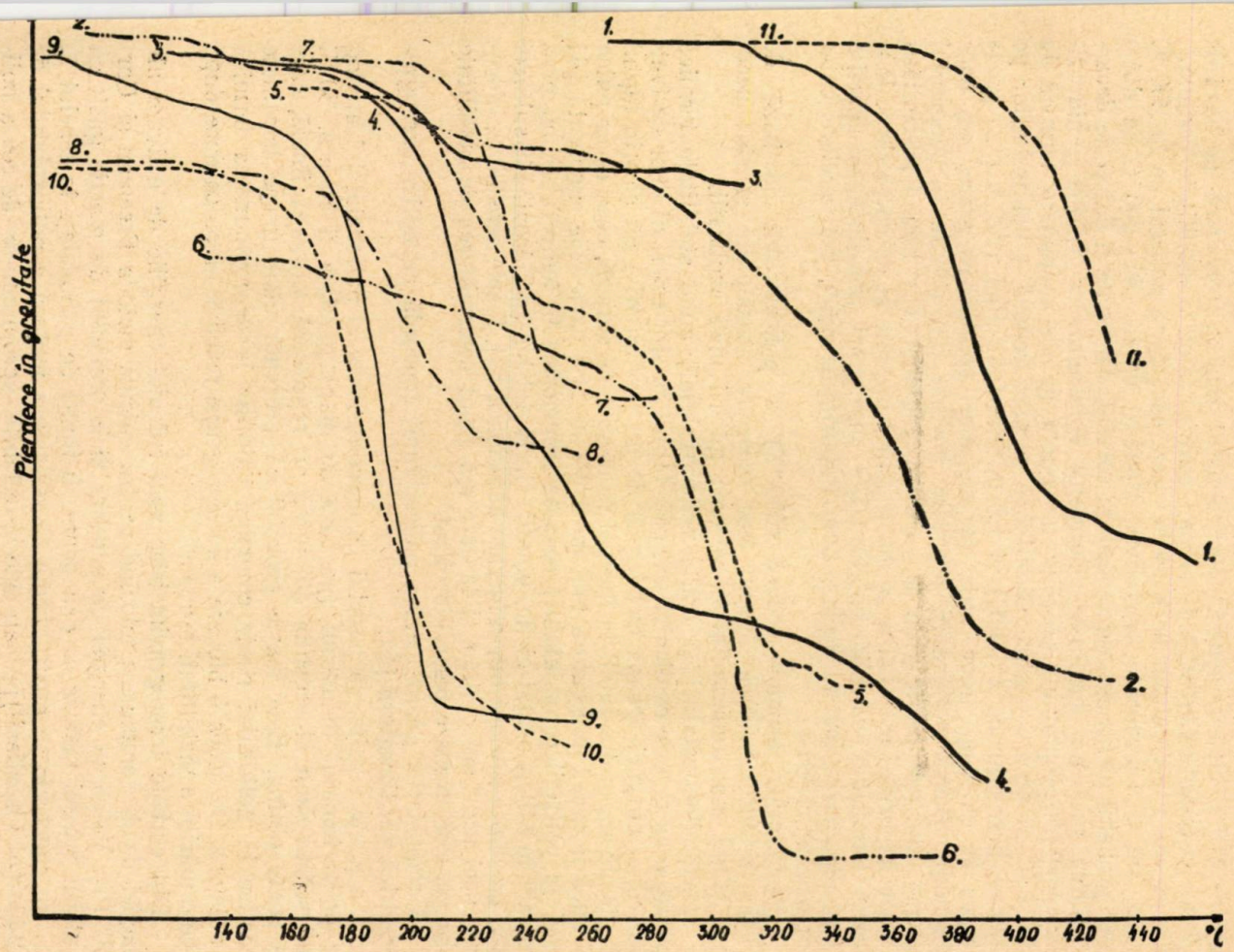


Fig. 1. Curbele termogravimetrice ale polioxalaților studiați:

1 — 2,2-bis (*p*-hidroxifenil) propan; *2* — 2,2-bis (*p* hidroxitetraclorfenil) propan; *3* — 2,2-bis [*p*-(β-hidroxietoxi) fenil]propan; *4* — hidrochinonă; *5* — 1,1-bis (*p*-hidroxifenil) ciclohexan; *6* — etilenglicol; *7* — dihidroxinaftalină; *8* — bis (*p*-hidroxifenil) sulfonă; *9* — rezorcină; *10* — *p*-xililen glicol; *11* — policarbonat industrial — Makrolon.

față de 410 °C cît este pentru policarbonatul analog. Poliesterul pe bază de 2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)fenil]propan pare să aibă o stabilitate comparabilă cu cea a derivatului pe bază de dian, căci după palierul de la 200 °C curba are o desfășurare orizontală. Palierul de la 180—200 °C se datorește probabil pierderii unor resturi de solvent, dar poate fi dat și de decarboxilarea grupelor terminale. Derivatul corespunzător 2,2-bis-(*p*-hidroxitetraclorfenil)propanului prezintă un punct de descompunere termică la cca. 300°. Pentru a explica stabilitatea termică redusă a polioxalaților pe bază de hidrochinonă (200 °C) și 1,5 dihidroxinaftalină (220 °C) se poate sugera fie existența unor forme de oligomeri volatili, ca atare, sau ușor scindabili. Acești polioxalați precipită imediat din soluție în momentul reacției dînd precipitate greu de purificat. Înglobarea în timpul precipitării a unor impurități este foarte probabil (fiind atestate și de spectrele I. R.). Aceste impurități datorită volatilităților mai mari pot duce la apariția „descompunerii", dar în același timp impuritățile acide pot accelera catalitic descompunerea.

Stabilitatea termică redusă (230 °C) a poliesterului pe bază de 1,1-bis-(*p*-hidroxifenil)ciclohexan este oarecum neașteptată și sînt necesare studii mai amănunțite în vederea găsirii unei explicații.

Poli[etilenoxalatul] și poli[*p*-xililenoxalatul] au o stabilitate termică redusă, ceea ce este explicabil atît prin faptul că sînt esteri ai unor derivați hidroxilici alifatici (grupa OH legată de un rest alifatic) cît și prin faptul că glicolii nu sînt solubili la început în mediul de sinteză, ceea ce ar putea să ducă la masă moleculară mai mică. Pe de altă parte este cunoscută [4] tendința poli[etilen oxalatului] de a se transforma la temperaturi nu prea ridicate în etilen oxalat ciclic, volatil. Derivatul bis-(*p*-hidroxifenil)sulfonei este, precum s-a văzut într-o lucrare anterioară [3], foarte sensibil la hidroliză, deci produsul obținut și la care s-a făcut determinarea de stabilitate termică, este în mare parte hidrolizat.

Comportarea găsită pentru policarbonat concordă cu curba termogravimetrică din literatură [5].

Se poate admite, că punctul de descompunere al polioxalatului analog cu policarbonatul industrial (pe bază de dian) găsit, a fi cu cca. 50 °C mai scăzut decît al acestuia din urmă nu reprezintă valoarea finală, care se poate obține. Este foarte probabil că prezența unor grupe terminale reactive la polioxalat poate contribui catalitic la descompunerea termică a acestora. De aceea o blocare a acestor grupe reactive ar putea duce după sine o mărire a stabilității termice.

Din curbele termogravimetrice s-au calculat energiile de activare ale reacției de descompunere folosind pentru calcule metoda Freeman și Carroll [6]. Valoarea energiei de activare și a ordinului de reacție găsit cu ajutorul acestei metode se dau pentru 3 tipuri de polioxalați în tabelul 2.

În concluzie se poate afirma că rezistența termică a polioxalatului de 2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan este apreciabilă apropiindu-se de cea a policarbonatului analog. Acest lucru permite să concludem că grupa oxalat nu reprezintă o verigă instabilă din punct de vedere termic.

Tabelul 2

Energia de activare și ordinul de reacție al descompunerii termice a unor polioxalați

Polioxalat de	E joule/mol	x ordinul de reacție
2,2-bis-(*p*-hidroxifenil)propan	$1,97 \cdot 10^5$	2
2,2-bis-(*p*-hidroxitetraclorfenil)propan	$0,61 \cdot 10^5$	0,75
2,2-bis-[*p*-(β-hidroxietoxi)-fenil]propan	$0,35 \cdot 10^5$	1,3

BIBLIOGRAFIE

1. G. J. Karabatsos, K. M. Corbett, K. L. Krumel, J. Org. Chemistry *30*, 689 (1965).
2. S. D. Bruck, Polymer *6* (9), 483 (1965).
3. I. Nanu, Gh. Simon, Bul. Ştiinț. Teh. I.P.T., *14* (28), 131 (1969).
4. W. H. Carothers, I. A. Arwin, G. L. Dorough, J. Am. Chem. Soc. *52* 3293 (1930).
5. W. F. Christopher, D. W. Fox, Polycarbonates, Reinhold Publ. Co. New York 1962, pg. 30.
6. E. S. Freeman, B. Carroll, J. Physical Chem. *62*, 394, (1958).

ПОЛИОКСАЛАТЫ. III. ТЕРМОГРАВИМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПОЛИОКСАЛАТОВ

(РЕЗЮМЕ)

Изучается термогравиметрическим путем термическая устойчивость ароматичных и алифатично-ароматичных полиоксилатов.

Значения термической устойчивости различных изученных полиоксалатов в большой мере зависят от природы дигидроксилового остатка.

Используя метод Фримен-Каррола были расчитаны энергии активирования и степень реакции для термического разложения некоторых полиоксалатов на основе «бисфенолов».

POLYOXALATE. III. Beitrag. THERMOGRAVIMETRISCHES STUDIUM EINIGER POLYOXALATE

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die thermische Stabilität der aromatischen und aliphatisch-aromatischen Polyoxalate wurde mittels thermogravimetrischer Methode untersucht.

Die thermische Stabilität verschiedener in Betracht genommenen Polyoxalate ist stark beeinflusst von der Natur des Dihydroxyl-Restes.

Die Aktivierungs-Energie und die Reaktions-Ordnung der thermischen Abbaureaktion einiger Polyoxalate der „Bisphenole" wurden nach der Freeman-Carroll Methode berechnet.

STUDIUL OBȚINERII STIBIULUI DE PURITATE INAINTATĂ, PRIN ELECTROLIZĂ CU CATOD VIBRAT, IN MEDII DE SULFURI ALCALINE

DE

I. PÂRVU

Soluțiile de Na_2S, sînt folosite în prezent, atît pentru dizolvarea minereurilor de stibiu sub formă de Sb_2S_3, cînd rezultă Na_3SbS_3 [1], conform reacției:

$$1.\quad Sb_2S_3 + {}_3Na_2S = {}_2Na_3SbS_3$$

cît și pentru electroliză, după ce în prealabil soluțiile au fost supuse decantării și filtrării.

Dizolvarea Sb_2S_3, după reacția 1, decurge similar cu dizolvarea stibiului metalic în polisulfuri:

$$2.\quad {}_2Sb + {}_3Na_2S_2 = {}_2Na_3SbS_3$$

în soluție de sulfură de sodiu, stibiul metalic dizolvîndu-se numai sub influența unui oxidant [2], după reacția:

$$3.\quad {}_2Sb + {}_6Na_2S + {}_3O + {}_3H_2O = {}_2Na_3SbS_3 + {}_6NaOH$$

Procesele de electrod, la electroliza stibiului din soluții de Na_2S, au fost cercetate [1], folosind anod de Fe și catod de Sb, cînd are loc depunerea conform reacției:

$$4.\quad SbS_3^{3-} + {}_3e^- = Sb + {}_3S^{2-}$$

cu regenerarea sulfurii, în cantitate dublă față de cea consumată (după reacția 1). Procesul se desfășoară cu randament de curent scăzut la catod — maximum 60% —, din cauza reducerii stibiului de la Sb^{5+} la Sb^{3+}, din combinațiile SbS_4^{3-} și $S_2O_3^{2-}$, rezultate prin oxidare anodică sau cu oxigenul din aer.

$S_2O_3^{2-}$ reduce randamentul catodic, datorită reacției:

$$5.\quad S_2O_3^{2-} + {}_2e^- = SO_3^{2-} + S^{2-}$$

Tiosulfatul de sodiu care se formează la electroliza sulfurii de sodiu [3], acționează asupra anodului producînd o dizolvare suplimentară a stibiului după reacția:

$$6.\quad {}_2Sb + {}_3Na_2S_2O_3 + {}_3Na_2S \rightarrow {}_2Na_3SbS_3 + {}_3Na_2SO_3$$

mărind astfel randamentul de curent la anod, peste 100%. Randamentele catodice cele mai bune sînt în medie de 50% și se ating la 55 °C din soluții ce conțin 5—7,5% Na_2S și sub 60 g Sb/l. Mărindu-se conținutul de Sb la 80 g/l, randamentul de curent anodic

scade la 70%, iar cel catodic crește cu 25—26%, crescînd concomitent tensiunea în baie, din cauza pasivizării anodului, adică din cauza formării peliculei de Sb_2O_3 care nu mai este solubilă în electroliți cu conținut mai mare în stibiu.

Rafinarea electrolitică a stibiului, s-a studiat și în soluții de $NaOH + Na_2S$ [4], urmărindu-se îndeosebi puritatea depozitului de Sb și randamentul de curent. Densitatea de curent a fost de 150—250 A/mp la temperatura de 25°—30 °C, cînd randamentul de curent s-a găsit de 55—60%. Folosindu-se diafragmă ceramică, randamentul de curent a crescut cu 10%.

Stibiu de puritate bună a fost obținut și din minereuri sărace în sulfuri, sau sulfați, sau din concentrate, prin adaos de sulf și prăjire la 300—450 °C, cînd se formează prin reducere în primul rînd trisulfuri, care ulterior se oxidează [5].

A fost cercetată separarea stibiului și din amalgame de Zn—Sb și de Cd—Sb, prin oxidare anodică [6], cînd s-a constatat că o separare totală a zincului și stibiului din amalgam, nu este posibilă.

Din datele existente în literatură și prezentate mai sus, rezultă că la electroliza soluțiilor de sulfuri alcaline, se formează tiosulfat prin oxidarea anodică a sulfului. Tiosulfatul format, duce la următoarele inconveniente:

— acționează asupra anodului producînd o dizolvare suplimentară, după reacția 6, ceea ce duce la mărirea randamentului de curent peste 100% ;

— la catod consumă curent pentru descompunere după reacția 5, ducînd la scăderea randamentului de curent.

Pentru ameliorarea acestor deficiențe, la electroliza soluțiilor de Na_2S, s-a încercat introducerea diafragmei, care a dus la mărirea randamentului de curent catodic, dar numai cu 10%.

În lucrarea de față, s-a propus studierea depunerii stibiului prin electroliză cu catod vibrat [7], în mediu de sulfuri alcaline, fără diafragmă, în scopul măririi randamentului de curent catodic și a stabilirii parametrilor optimi de desfășurare a procesului în condițiile vibrării.

În acest sens, studiul a fost efectuat pe o serie de probe de electrolit, la temperaturile de 26° și 55 °C, în ultratermostat.

Electrolitul s-a preparat prin dizolvarea Sb_2O_3 ch. p., în soluții de Na_2S de diverse concentrații, obținîndu-se probele din tabelul 1.

Tabelul 1

Conc de Na_2S %	Conținut în Sb g/l		
9	10	40	—
10	10	20	40
15	10	40	80

Anodul a fost turnat din stibiu tehnic, suprafața activă în electrolit fiind de 1 cmp în cazul determinării potențialului anodic și de 10 cmp în cazul potențialului catodic. Restul suprafeței s-a acoperit cu un strat protector de grosime corespunzătoare. În centrul suprafeței active, prin fața posterioară, s-a fixat sifonul capilar necesar determinării potențialului de electrod.

Analiza spectrală a stibiului tehnic folosit, a arătat un conținut de 2,3% As, celelalte impurități găsindu-se în proporție de $3—5 \cdot 10^{-3}$. În urma îndepărtării pe cale chimică a arsenului [8], analiza spectrală a arătat un conținut în arsen de $9 \cdot 10^{-3}$%.

Catodul s-a confecționat din oțel inoxidabil, cu suprafața de 1 cmp, izolat pe fața posterioară depunerii, la care s-a fixat sifonul capilar ca și în cazul anodului.

Distanța între electrozi a fost în toate cazurile de 20 mm.

Măsurarea potențialelor de electrozi s-a efectuat cu un milivoltmetru electronic M.V. 11, prin referire la o electrodă de calomel saturat.

Curentul necesar determinării potențialelor de electrod, a fost furnizat de un redresor cu seleniu, de 10 A și 24 V.

Vibrarea catodului s-a efectuat cu ajutorul unui vibrator cu bobină mobilă și magnet permanent, alimentat printr-un transformator, de la rețeaua de curent de 220 V. Frecvența de vibrare a fost de 50 Hz, iar amplitudinea s-a menținut constantă la 2 mm.

Determinînd valorile potențialului catodic funcție de densitatea de curent la temperaturile de 26° și 55 °C pentru electroliții arătați în tabelul 1, s-au trasat curbele polarizării catodice, care sînt redate mai jos.

În figura 1 sînt redate curbele polarizării catodice la temperatura de 26 °C, pentru concentrațiile în Na_2S și conținuturile în stibiu specificate pe figură.

Din compararea acestor curbe se constată o creștere apreciabilă a densității limită de curent catodic, o dată cu creșterea conținutului în stibiu a electrolitului. Astfel pentru concentrația de 9% Na_2S și conținutul în stibiu de 10 g/l, densitatea maximă de curent catodic este de 1 500 A/mp, pentru soluția cu 10% Na_2S și 40 g Sb/l densitatea maximă este de 4 500 A/mp, iar pentru electrolitul cu 15% Na_2S și 80 g Sb/l este de aproximativ 5 500 A/mp.

În figura 2, sînt redate curbele polarizării catodice la temperatura de 55 °C, pentru aceiași electroliți ca în figura 1.

De pe toate aceste curbe se constată că densitatea maximă de curent cu care se poate lucra, este de cca. 3 ori mai mare decît în cazul precedent, ceea ce reprezintă un avantaj evident.

Întrucît electroliza este de tipul celor cu anod solubil, în timpul procesului vor avea loc fenomene anodice secundare care limitează densitatea de curent, desfășurarea electrolizei în ansamblu neputînd depăși această limită. În consecință va fi necesară stabilirea densității limită de curent anodic. Determinînd valorile potențialului anodic, pentru aceleași soluții și la aceleași temperaturi ca în cazul potențialului catodic, se obțin diagramele din figurile 3 și 4.

Figura 3, reprezintă curbele variației potențialului anodic funcție de densitatea de curent, la temperatura de 26 °C, pentru electroliții specificați pe figură.

Din această figură se observă că pentru electrolitul cu conținut în stibiu de 10 g/l, densitatea maximă de curent pînă la care potențialul nu

începe să crească (panta curbei este constantă), este de 1 200—1 300 A/mp, pentru conținutul de 40 g Sb/l este de 800—900 A/mp, iar la conținutul de 80 g Sb/l este de numai 100 A/mp.

În figura 4 sînt trasate curbele potențialului anodic funcție de densitatea de curent la temperatura de 55 °C, pentru aceiași electroliți ca și în figura 3.

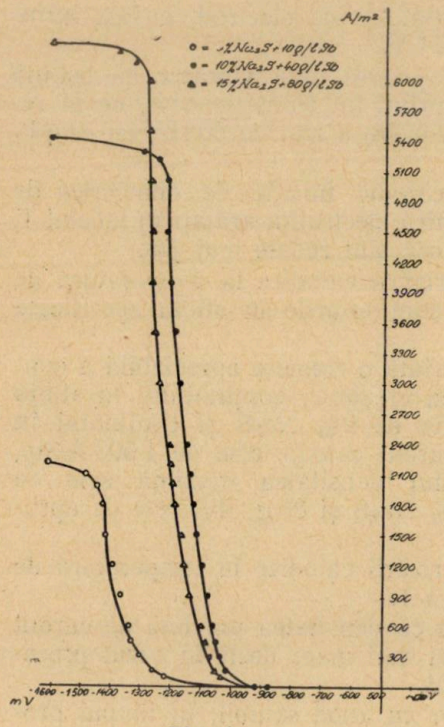


Fig. 1.

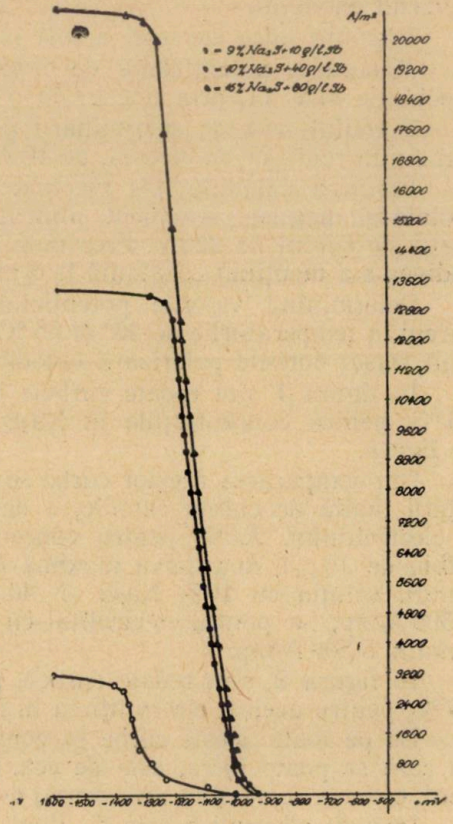


Fig. 2.

În acest caz se constată că la electrolitul cu 10 g Sb/l, densitatea maximă de curent anodic este de aproximativ 3 000 A/mp. Pentru electrolitul cu 40 g Sb/l este de aproximativ 2 400 A/mp, iar pentru cel cu 80 g Sb/l densitatea maximă de curent anodic nu se recomandă să fie mai mare de 400 A/mp.

Dacă se compară curbele din figura 4 (temperatura de 55 °C) cu cele din figura 3 (temperatura de 26 °C), rezultă următoarele:

— densitățile de curent anodic maxime după care se va desfășura electroliza pentru electroliții specificați în figura 4, sînt de 3—4 ori mai mari

decît în cazul aceloraşi electroliţi de pe figura 3, fapt care reprezintă avantajul primordial.

— din ambele figuri reiese deosebit de evident că, pe măsură ce creşte conţinutul de stibiu în electrolit, pasivizarea apare la densităţi de curent anodic incomparabil mai mici, datorită formării pe suprafaţa anodului, a

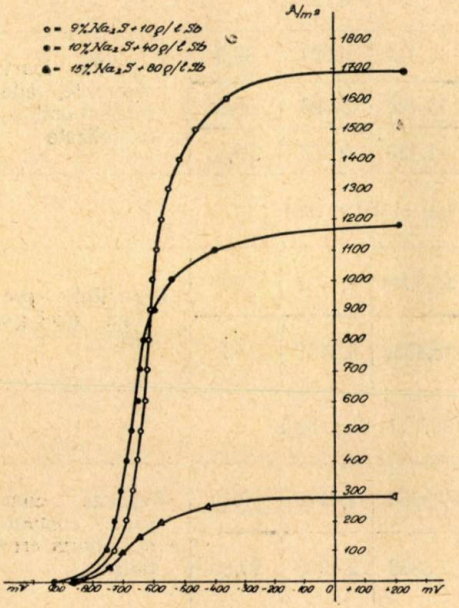


Fig. 3.

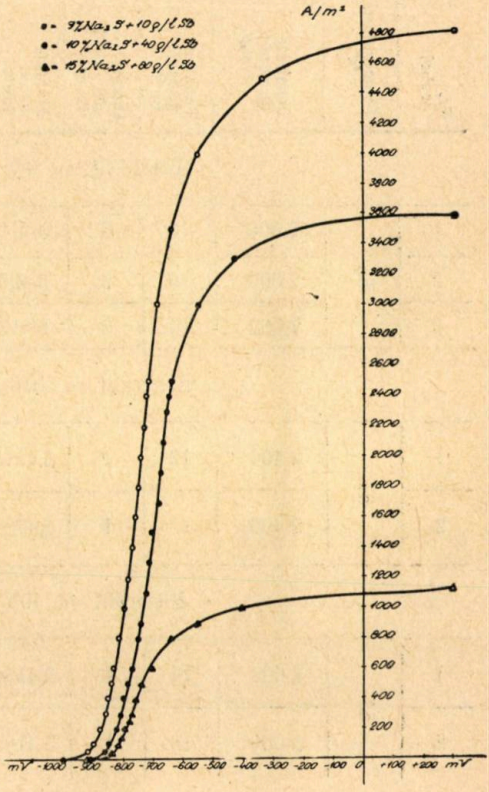


Fig. 4.

peliculei de Sb_2S_3 insolubilă, chiar în electroliţi cu 15% Na_2S, atunci cînd conţinutul în stibiu ajunge la 80 g/l.

Din încercările efectuate, rezultă că, sub aspectul densităţii de curent, cel mai bine se comportă electrolitul cu 9% Na_2S şi 10 g Sb/l, la temperatura de 55 °C, la care densitatea de curent anodic pentru un potenţial de electrod constant, este de cca. 3 000 A/mp.

Efectuînd electrolize în timp, la parametri apropiaţi de cei optimi stabiliţi mai sus, pentru electroliţii cu 10 g Sb/l, 20 g Sb/l, şi 40 g Sb/l, în vederea determinării randamentului de curent catodic şi al studierii depunerii stibiului, s-au obţinut rezultatele arătate în tabelul 2. Din acest tabel se observă că randamentul de curent catodic este apropiat de 100% pentru

depunerile cu 2 000 A/mp şi de cca. 90% pentru depunerea cu 2 400 A/mp. Randamentul scăzut în cazul depunerii cu 2 400 A/mp, dovedeşte depăşirea densităţii limită de curent anodic.

Tabelul 2

Nr. probei	Temperatura °C	Densitate de curent A/m.p	Tensiune aplicată în V	Durata depunerii în ore	Greutate catod iniţial în g	Greutate catod după depunere în g	Cantitate de Sb depusă în g	Randament de curent catodic în %	Observaţii
Electrolit cu 9% Na_2S şi 10 g Sb/l									
1	55	2 000	10	2	5,410	11,414	6,004	99,3	Depozite foarte compacte, aderente şi uniform cristalizate
2		2 000	10	2	5,400	11,420	6,020	99,5	
3		2 000	10	2	5,413	11,420	6,007	99,3	
Electrolit cu 10% Na_2S şi 20 g Sb/l									
1	55	2 400	12	1	5,4218	13,5949	8,1731	90	Depozitul prezintă mici goluri
2		2 400	12	1	5,4184	13,8336	8,4152	92	
Electrolit cu 10% Na_2S şi 40 g Sb/l									
1	55	2 000	14	1	5,4154	7,8264	2,4110	99,50	Depozite compacte, aderente şi uniform cristalizate
2		2 000	16	1	5,4169	7,8369	2,4200	99,80	

Compactitatea depunerilor obţinute în condiţiile din tabelul 2, este arătată în fotografiile de mai jos, efectuate la un microscop metalografic MIM 7 cu o putere de mărire de 70×.

In figura 5 este redată fotografia structurii stibiului catodic depus din soluţie cu 9% Na_2S şi 10 g Sb/l, la 2 000 A/mp.

Figura 6 redă fotografia structurii depunerii din electrolit cu 10% Na_2S şi 20 g Sb/l, la 2 400 A/mp.

Figura 7 reprezintă fotografia structurii stibiului depus din electrolit cu 40 g Sb/l, la densitatea de curent anodic de 2 000 A/mp.

Comparînd structurile din fotografiile 5, 6 şi 7, se observă că cea mai compactă depunerea este aceea din figura 5.

Structura depozitului din figura 6 prezintă o compactitate mai slabă observîndu-se multe goluri, cele superficiale fiind vizibile cu ochiul liber.

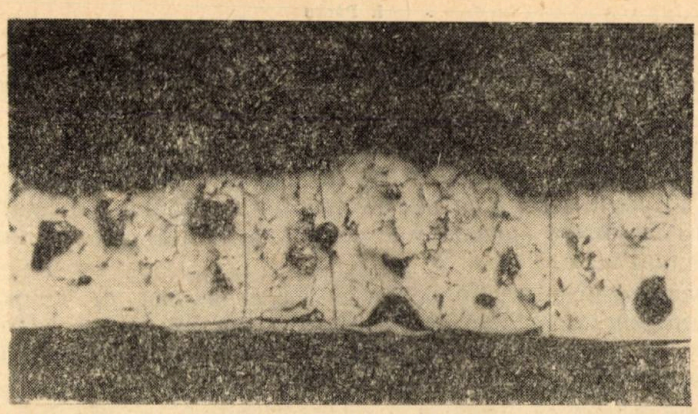


Fig. 5.

Fig. 6.

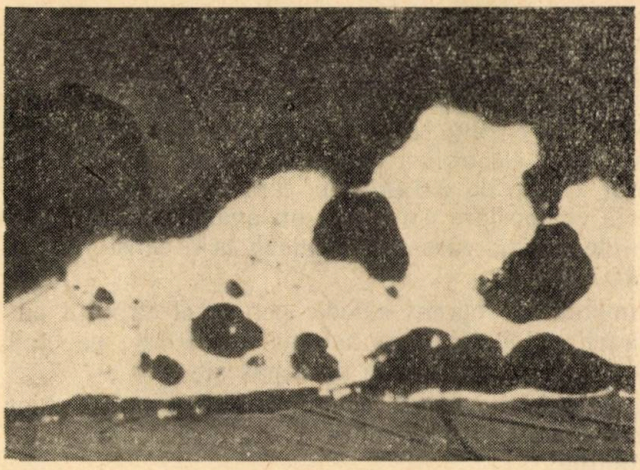


Fig. 7.

Acest lucru arată că densitatea de curent anodic de 2 400 A/mp pentru electroliți cu 20 g Sb/l, nu este corespunzătoare.

Comportare mai slabă prezintă de asemenea și structura depozitului din figura 7, depusă la 2 000 A/mp din soluție cu 40 g Sb/l. Deci și în acest caz se poate afirma că din electroliți cu conținut mai mare în stibiu, la densități de curent apropiate de densitatea limită, compactitatea nu este dintre cele mai bune.

În toate cazurile stibiul depus la catod a fost de culoare cenușiu deschis, uniform repartizat pe suprafața catodului și cu aderență corespunzătoare. De pe catod stibiul metalic se desprinde total prin lovire.

Structura stibiului depus în cele trei condiții, este atît de fină încît germenii nu ajung să formeze o rețea cristalină propriu-zisă. Din acest motiv, roentgenogramele nu prezintă maximele caracteristice interferenței planurilor reticulare, așa cum rezultă din figura 8.

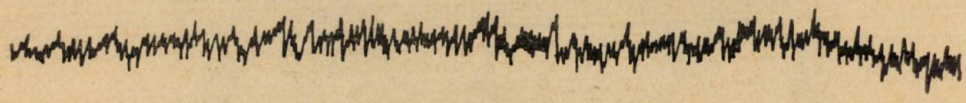


Fig. 8.

Obținerea unei structuri atît de fine, se explică prin supratensiunea mărită la electroliza în mediu de sulfuri alcaline.

Analiza spectrală a stibiului rezultat în condițiile de mai sus, a arătat un conținut în arsen de $7 \cdot 10^{-3}$%, celelalte elemente ca: Pb, Bi, Fe, Cu, și-au redus conținutul cu 30—40%, iar Sn și Ag au fost găsite doar în urme.

CONCLUZII

Din cercetările efectuate asupra electroliților din Na_2S de diverse concentrații și cu diverse conținuturi în stibiu, la temperaturile de 26° și 55 °C, s-au desprins următoarele concluzii:

— din electrolit cu 9% Na_2S și 10 g Sb/l, la temperatura de 55 °C, se poate efectua comod electroliza cu catod vibrat, fără diafragmă, la densitatea de curent anodic de 2 000 A/mp, fără să apară nici un deranjament anodic. Această comportare constituie un avantaj net în raport cu metoda staționară de electroliză, care se efectuiază la o densitate de curent de cel puțin 10 ori mai mică;

— randamentul de curent catodic pentru electrolitul cu 10 g Sb/l în condițiile vibrării catodului, este apropiat de 100%, pe cînd în metodele staționare, în cele mai bune cazuri nu depășește 80%;

— puritatea stibiului depus, este mult îmbunătățită, chiar numai după o singură electroliză. Prin electrolize repetate se poate obține un stibiu de puritate mai înaltă;

— pentru electrolitul cu 10% Na_2S și 20 g Sb/l, electroliza la 2 400 A/mp și la 55 °C, redă un randament de curent catodic de 90—92%. Depozitul prezintă mici goluri provocate probabil de împiedicarea depunerii de către formarea unor săruri insolubile ;

— electroliții cu conținut de stibiu de 40 g/l, dau depozite cu compactitate mai mică în raport cu electroliții care conțin 10 g Sb/l, comparați la densitatea de curent anodic de 2 000 A/mp.

BIBLIOGRAFIE

1. N. N. Sevriucov și alții, Tvetnîe Metalli, Nr. 8, 50—55, (1968).
2. F. Henz, Zeitschrift für anorganische Chemie Nr. 37, 30, (1903).
3. V. N. Gaprindașvili, Soobscenia Akademii Nauk Gruzinscoi SSR, T. XX, Nr. 2, 171, (1958).
4. R. J. Agladze, M. A. Iaroslavskaia și V. N. Gaprindașvili, Trudî Instituta Metalla i Gornogo Dela, Akad. Nauk Gruzinscoi SSR, Nr. 8, 117—126, (1957).
5. R. L. Weller, S. I. Sobol și N. T. Pleteneva, Patent U.R.S.S., Nr. 112493 din 8/2, 1951, publicat în 22/3, 1958. Chemisches Zentralblatt, Nr. 44, 14248, (1959).
6. A. I. Sebreva, Jurnal Fizicescoi Himii, Nr. 36, 1822—1825, (1962).
7. Gheorghe Facsko, Revue Roumaine de Chimie, Tom 11 Nr. 2, 191—205, (1966).
8. Paul Pascal, Traité de Chimie Minérale, Tom IV, 5—7, (1933).

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУЧЕНИЯ СУРЬМЫ ВЫСОКОЙ ЧИСТОТЫ ЭЛЕКТРОЛИЗОМ ПРИ ПОМОЩИ ВИБРИРУЮЩЕГО КАТОДА В СРЕДАХ СЕРНИСТЫХ ЩЕЛОЧЕЙ

(РЕЗЮМЕ)

В работе исследуется возможности улучшения рафинирования сурьмы в среде Na_3S. Исследования приведены при помощи вибрирующего катода и определяются кривые поляризации анода и катода при температурах 26 и 55 °C и устанавиваются важные параметры и оптимальные условия работы.

Самые хорошие результаты получаются при использовании электролита, содержающего 9% Na_2S и 10 g Sb/л, при температуре 55° и плотности анодного тока 2 000 А/м^2, без использования диафрагмы. Выход тока практически является 100% и структура осадка соответствующей. Спектрочный анализ сурьмы показывает что, полученный продукт при выше показаных условиях, имеет большую степень чистоты.

По сравнению со стационарным методом, использованный нами метод позволяет получить найлучшие параметры работы и результаты.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE HERSTELLUNG VON ANTIMON HOHEN REINHEITSGRADES DURCH ELEKTROLYSE MIT VIBRIERENDER KATHODE IN ALKALISULFIDMEDIUM

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit wird die Möglichkeit einer Verbesserung der Raffination von Antimon in Na_2S-Medium untersucht. Zu diesem Zweck werden mit einer vibrierenden Kathode die kathodischen und anodischen Polarisationskurven bei 26 und 55 °C bestimmt, woraus sich die wichtigsten Parameter und die optimalen Arbeitsbedingungen ergeben.

Die besten Ergebnisse werden mit einem Elektrolyten, der 9% Na_2S und 10 g Sb/l enthält, bei einer Temperatur von 55 °C, ohne Diaphragma und einer anodischen Stromdichte von 2 000 A/m² erhalten. Die Stromausbeute ist annähernd 100%, bei einer entsprechenden Beschaffenheit des Niederschlages. Die Spektralanalyse des unter diesen Bedingungen erhaltenen Atimons zeigt einen fortgeschrittenen Raffinationseffekt.

Im Vergleich mit der stationären Methode werden in der vorliegenden Arbeit bessere Arbeitsparameter und um vieles verbesserte Ergebnisse angeführt.

CINETICA DESCOMPUNERII TERMICE A HEXACIANOCOBALTIAȚILOR DE COBALT ȘI DE NICHEL ȘI A CELOR MICȘTI CU TALIU (I)

DE

P. TRIBUNESCU, GH. PARLEA

În continuarea cercetărilor asupra cineticii descompunerii termice a hexacianocobaltiaților metalelor tranziționale, cercetări întreprinse cu scopul studierii influenței cationului central și extern asupra parametrilor cinetici ai descompunerii termice a complecșilor hexacianici, în nota de față se prezintă datele privind descompunerea combinațiilor: $Co_3[Co(CN)_6]_2$, $CoTl[Co(CN)_6]$, $Ni_3[Co(CN)_6]_2$ și $NiTl[Co(CN)_6]$.

Combinațiile de mai sus s-au obținut prin precipitare din soluție, la amestecul reactanților în proporții corespunzătoare [1], [2]. Astfel pentru combinațiile simple de cobalt și de nichel s-au folosit soluții 0,1 N de $Co(NO_3)_2$ și de $Ni(NO_3)_2$, respectiv de $K_3[Co(CN)_6]$, iar pentru cele mixte soluția de $K_3[Co(CN)_6]$ s-a adăugat la o soluție ce conținea ionii Co^{2+} și Tl^+, respectiv Ni^{2+} și Tl^+, în raporturile de 1 : 10. Precipitatele spălate și uscate s-au supus descompunerii termice.

Pentru determinările experimentale s-au luat cantități de substanță cuprinse între 0,05 și 0,1 g, a căror variație în greutate s-a putut urmări comod la termobalanță. Calculele și interpretarea datelor s-a făcut analog notelor anterioare [3], [4], [5], [6]. Prin intermediul curbelor termogravimetrice s-au stabilit, pentru fiecare combinație, temperaturile de început de descompunere și intervalul de temperatură în care reacția se desfășoară cu viteză măsurabilă, pentru a putea fi urmărită izoterm.

Reprezentînd grafic — pentru fiecare combinație studiată — $m^{1/3}$ în funcție de timp, se obțin drepte izoterme, asemănătoare cu cele din figura 1, în care sînt reprezentate datele, privind combinație $Co_3[Co(CN)_6]_2$, din panta cărora s-au calculat constantele de viteză k'.

În tabelul 1 se prezintă valorile constantelor de viteză k' obținute, în funcție de temperatura de lucru, pentru fiecare combinație în parte.

Pentru calculul energiei de activare a descompunerii termice, s-au folosit două metode. În prima s-au reprezentat grafic, valorile logaritmice ale constantelor k' în funcție de inversul temperaturii absolute — conform

ecuației lui Arrhenius — cînd se obțin drepte din panta cărora se calculează energia de activare, iar din ordonata la origine, factorul preexponențial A'. O asemenea diagramă este redată în fig. 2, unde sînt reprezentate valorile respective pentru combinația $Co_3[Co(CN)_6]_2$.

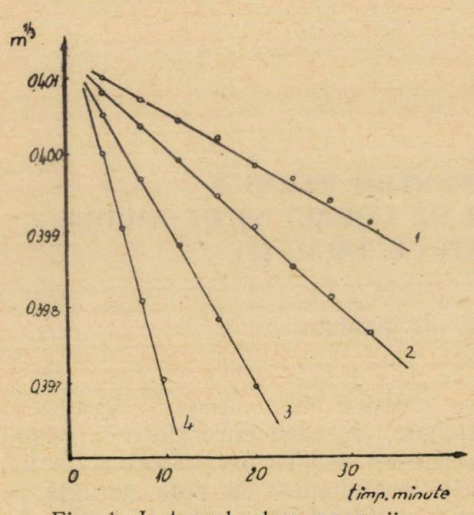


Fig. 1. Izotermele descompunerii $Co_3[Co(CN)_6]_2$.

Tabelul 1

Valorile constantelor de viteză k'

$Co_3[Co(CN)_6]_2$	Temp. °K	493	503	515	526
	$k' \cdot 10^4$	0,69	1,22	2,40	5,00
$CoTl[Co(CN)_6]$	Temp. °K	515	526	538	
	$k' \cdot 10^4$	2,57	3,37	4,55	
$Ni_3[Co(CN)_6]_2$	Temp. °K	568	583	593	608
	$k' \cdot 10^4$	0,95	1,36	2,13	3,47
$NiTl[Co(CN)_6]$	Temp. °K	515	526	538	
	$k' \cdot 10^4$	2,35	3,13	4,30	

Spre deosebire de această metodă, în care se folosesc constantele de viteză k', obținute pentru etapa de început de descompunere, etapă în care putem admite că are loc numai distrugerea edificiului complex, a doua

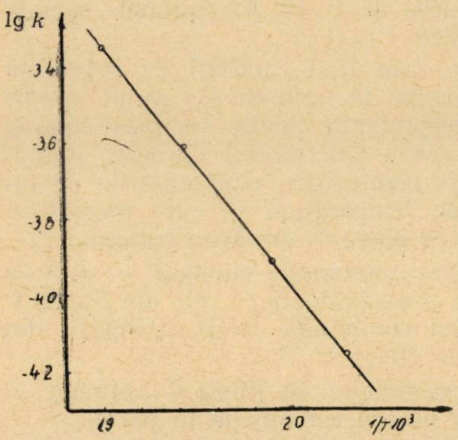


Fig. 2. Dependența $\log k' - 1/T$ pentru $Co_3[Co(CN)_6]_2$.

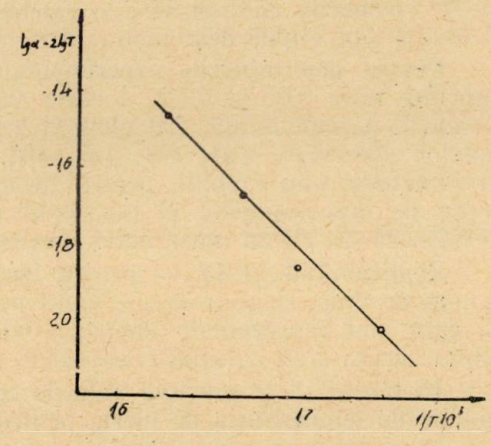


Fig. 3 Dependența $(\log \alpha - 2 \log T) - 1/T$ pentru $Co_3[Co(CN)_6]_2$.

metodă folosită se referă la calculul energiei de activare din curbe termogravimetrice, obţinute cu viteză de încălzire constantă, cînd se reprezintă grafic valoarea logaritmică a gradului de transformare a substanţei, în funcţie de inversul temperaturii absolute — pentru valori ale gradului de transformare cuprinse între 0,4 şi 0,5. Prin această reprezentare se obţin de asemenea drepte, a căror pantă permite calculul direct al energiei de activare [8], [9], după cum se poate vedea şi din figura 3, în care s-au reprezentat valorile $\log \alpha - 2 \log T$, în funcţie de inversul temperaturii absolute, în condiţiile arătate, pentru combinaţia $Co_3[Co(CN)_6]_2$.

Valorile energiei de activare, obţinute prin ambele metode, sînt arătate în tabelul 2, pentru fiecare combinaţie în parte. Comparînd aceste valori, se observă că energia de activare a celor două combinaţii mixte este mai mică decît a combinaţiilor simple respective, indiferent de metoda de calcul a energiei de activare. Diferenţele ce apar între valorile energiei de activare ale aceleiaşi substanţe, obţinute prin cele două metode, sînt explicabile datorită faptului că în metoda izotermă, calculul se face numai pentru etapa descompunerii complexului, iar în a doua metodă calculul se face într-un interval în care în sistem au loc simultan şi procese secundare.

Tabelul 2

Valorile energiei de activare

Combinaţia	Energia de activare		Factor preexponenţial
	izoterm	ATG	A'—/gram$^{1/3}$·min^{-1}
$Co_3[Co(CN)_6]_2$	31 600	30 300	$6{,}9 \cdot 10^9$
$CoTl[Co(CN)_6]$	13 900	24 000	$1{,}98 \cdot 10^4$
$Ni_3[Co(CN)_6]_2$	23 900	21 700	$1{,}32 \cdot 10^7$
$NiTl[Co(CN)_6]$	14 600	17 500	$3{,}58 \cdot 10^4$

MECANISMUL DESCOMPUNERII TERMICE

Ca şi la celelalte combinaţii complexe hexacianice studiate [7], [9], descompunerea începe prin ruperea celor mai labile legături ale edificiului complex, a legăturilor Co—CN, dintre atomul central şi ligand. Din compararea energiilor de activare, ale celor patru combinaţii studiate — de fapt ne interesează în special combinaţiile simple, pe deoparte şi cele mixte, pe de altă parte — rezultă că prin introducerea în reţea a ionilor Tl^+, monovalenţi şi cu volum mai mare, alături de cationi bivalenţi cu volum mult mai mic, se reduce bariera energetică ce stă în calea descompunerii. Viteza de descompunere nu depinde însă numai de energia de activare, ci prin factorul preexponenţial şi de entropia de activare, conform relaţiei:

$$A' = k_0' \cdot e^{\frac{\Delta S^*}{R}}$$

unde k_0' este, pentru o temperatură dată, constantă, iar ΔS^* reprezintă entropia de activare.

Din compararea valorilor obținute pentru factorul preexponențial A' (tabelul 2), vedem că aceste valori variază în același sens ca și energia de activare, adică valorile combinațiilor mixte sînt mai mici, decît cele ale combinațiilor simple. De aci rezultă că și entropia de activare a descompunerii termice este mai mică la combinațiile mixte. Dacă ținem seama pe deoparte de relația dintre entalpia liberă de activare și energia, respectiv entropia de activare :

$$\Delta G^* = E - T \cdot \Delta S^*$$

și pe de altă parte de relația dintre ΔG^* și constanta de viteză a reacției :

$$k = \frac{R \cdot T}{N \cdot h} \cdot e^{-\frac{\Delta G^*}{R \cdot T}}$$

vedem că în timp ce energia de activare este mult mai mică la combinațiile mixte decît la cele simple, temperatura de descompunere, respectiv viteza la o temperatură dată, a acestora nu diferă prea mult, așa cum ar fi de așteptat la prima vedere. Viteza de descompunere depinzînd de ΔG^*, scăderea energiei de activare E este compensată de scăderea simultană a entropiei de activare ΔS^*, care fiind negativă, duce la creșterea entalpiei libere de activare, respectiv la scăderea vitezei de reacție a combinațiilor mixte.

Pentru a verifica dacă mecanismul descompunerii este identic cu mecanismul celorlalte combinații, studiate anterior [7], [9], s-au efectuat și determinări termogravimetrice — ATG — și termice diferențiale — ATD —, rezultatele cărora sînt prezentate în figurile 4, 5, 6 și 7.

În lucrările anterioare am stabilit că în descompunerea termică a combinațiilor anionului hexacianocobaltic se pot pune în evidență, în general, patru etape :

$$Me_3[Co(CN)_6] \rightarrow 3\,Me + Co(CN)_2 + 2(CN)_2 \qquad I$$

$$2\,Me + O_2 \rightarrow Me_2O \qquad II$$

$$Co(CN)_2 \rightarrow Co + (CN)_2 \qquad III$$

$$Co + 1/2\,O_2 \rightarrow CoO \qquad IV$$

Din cele patru procese de mai sus, doar primul este slab endoterm, celelalte trei sînt toate exoterme și de asemenea numai primul poate fi pus de obicei singur în evidență, la începutul descompunerii și numai cînd descompunerea începe la temperaturi ce nu depășesc cu mult 200 °C. Dacă temperatura de descompunere ajunge la 300 °C și metalul ce formează cationul extern reacționează la temperaturi joase cu oxigenul, oxidarea acestuia începe imediat după începutul descompunerii și procesul II — exoterm — se suprapune peste procesul I. Mai mult, $Co(CN)_2$ nu este stabilă decît sub 340 °C și dacă începutul descompunerii complexului se găsește

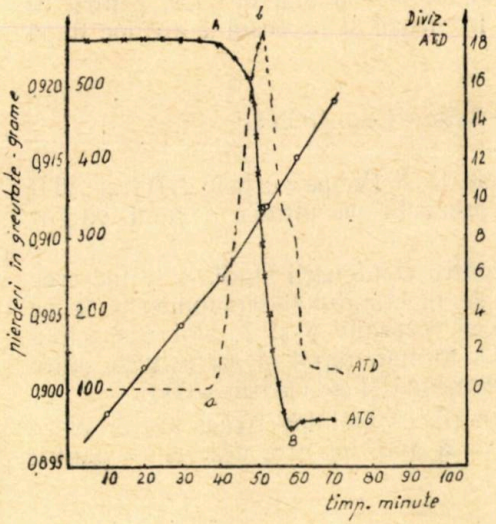


Fig. 4. Curbele ATG și ATD pentru $Co_3[Co(CN)_6]_2$.

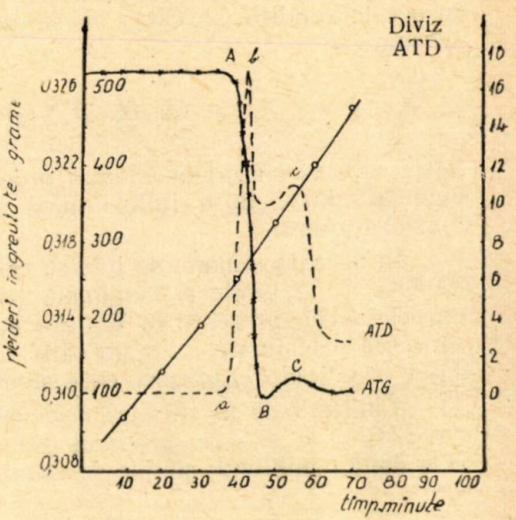


Fig. 5. Curbele ATG și ATD pentru $CoTl[Co(CN)_6]$

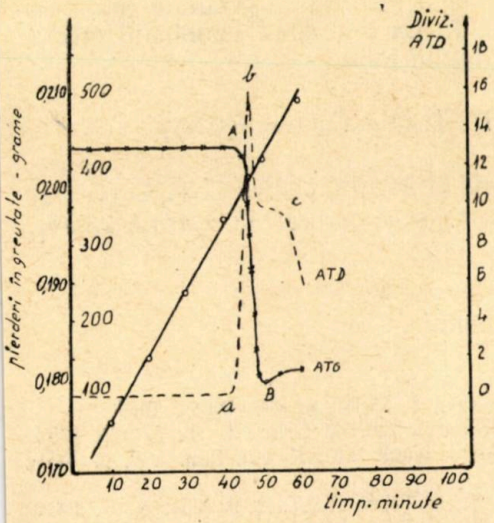


Fig. 6. Curbele ATG și ATD pentru $Ni_3[Co(CN)_6]_2$.

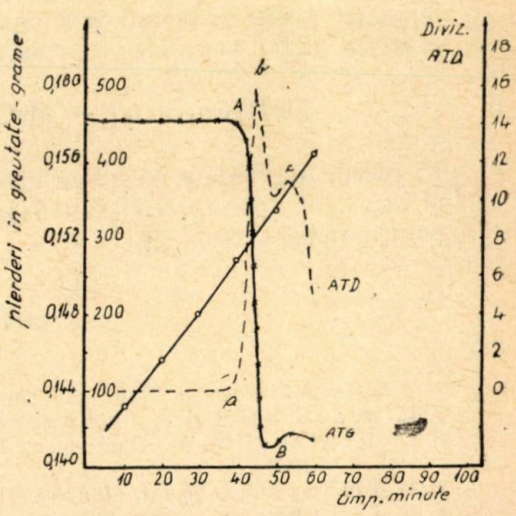


Fig. 7. Curbele ATG și ATD pentru $NiTl[Co(CN)_6]$.

în vecinătatea acestei temperaturi, procesul III nu mai are loc, pentru că în aceste condiții $Co(CN)_2$ nu se mai formează și procesul I are loc după schema :

$$Me_3[Co(CN)_6] \rightarrow 3\,Me + Co + 3(CN)_2$$

peste care se suprapun imediat procesele II și IV, pe curbele ATG și ATD evidențiindu-se lipsa inflexiunilor și prezența pe ultima a unui singur maxim exoterm.

În această situație se găsesc cele patru combinații studiate în lucrarea de față. Inflexiunile și maximele (*c*), de la sfîrșitul descompunerii, de pe curbele ATD, prezente în figurile 4, 6 și respectiv 5 și 7, sînt consecința proceselor de fixare a O_2 de către CoO, format inițial și inclusiv de către Tl_2O (fig. 5 și 7), procese care se evidențează și pe curbele ATG.

Admițînd că la sfîrșitul descompunerii — înaintea fixării O_2 de către oxizii CoO și Tl_2O — procesul global ce a avut loc este descris — pentru cele două combinații simple de ecuația :

$$Me_3[Co(CN)_6]_2 \rightarrow 3\,MeO + 2\,CoO + 6(CN)_2$$

pierderile în greutate corespund la 38,3% pentru $Co_3[Co(CN)_6]_2$ și 38,4% pentru $Ni_3[Co(CN)_6]_2$. Aceste date concordă bine cu cele găsite din curbele ATG, care pentru prima combinație arată o pierdere în greutate egală cu 39%, iar pentru a doua combinație 38,9%. La cele două combinații mixte, procesul global cuprinde și formarea oxidului talos :

$$MeTl[Co(CN)_6] \rightarrow MeO + 1/2\,Tl_2O + CoO + 3(CN)_2$$

Pierderile în greutate, calculate, corespund la 24,20% pentru $CoTl[Co(CN)_6]$ și la 24,25% pentru $NiTl[Co(CN)_6]$, în timp ce curbele ATG arată 23,9%, pentru ambele combinații.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Pascal, Nouveau Traité de Chim. minérale, t. XVIII, p. 686, Paris, 1959.
2. C. Drăgulescu și P. Tribunescu, Revue Roum. de Chim., t. 12, p. 943, 1967.
3. O. Kadleț și M. M. Dubinin, Izv. Akad. Nauk S.S.S.R. oth. him. t. 9, p. 1031, 1958.
4. P. Tribunescu și Gh. Pârlea, Bul. Șt. și Tehnic I.P.T., t. 9 (23), p. 67, 1964.
5. P. Tribunescu și Gh. Pârlea, Bul. Șt. și Tehn. I.P.T., t. 10 (24), p. 89, 1965.
6. P. Tribunescu și Gh. Pârlea, Bul. Șt. și Tehn. I.P.T., t. 12 (26), p. 71, 1967.
7. P. Tribunescu, Gh. Pârlea și C. Grăgulescu, Jurnal Neorg. Him. tom. XIII, p. 12, 1968, 3256.
8. G. O. Piloian și O. S. Novicova, Jurnal Neorg. Him., t. XII, p. 602, 1967.
9. P. Tribunescu și Gh. Pârlea, Bul. Șt. și Tehn. I.P.T., t. 13 (27) p. 355, 1968.

КИНЕТИКА ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ГЕКСАЦИАНОКОБАЛЬТИАТА Co^{2+} Ni^{+} И СМЕШАННОГО $Co^{2+}Tl^{+}$ И $Ni^{2+}Tl^{+}$

(РЕЗЮМЕ)

В работе рассматривается кинетика термического разложения соединений : $Co_3[Co(CN)_6]_2$; $CoTl[Co(CN)_6]$; $Ni_3[Co(CN)_6]_2$ и $NiTl[Co(CN)_6]$. Рассчитаны постоянные скоростей реакции при разных температурах для всех соединений и вычислены энергии активации. Вычислены также энергии активации из кривых А.Т.Г.

Установлен механизм термического разложения вышеуказанных комплексов.

LA CINÉTIQUE DE LA DÉCOMPOSITION THERMIQUE DES HEXACYANOCOBALTIATES DE COBALT ET DE NICKEL ET DE CEUX MIXTES AVEC THALLIUM

(RÉSUMÉ)

Dans ce travail on étudié la cinétique de la décomposition thermique des combinasions : $Co_3[Co(CN)_6]_2$, $CoTl[Co(CN)_6]$, $Ni_3[Co(CN)_6]_2$ et $NiTl[Co(CN)_6]$. En utilisant une équation appropriée, on a calculé les constantes de vitésse pour des températures différentes et avec ces valeurs on avait calculé les énergies d'activation. Les énergies d'activation ont été calculées en utilisant des courbes thermogravimétriques isothermes et des courbes effectuées à des températures croissantes, mais avec vitésse constante. On constate qu'en passant des combinaisons simples à celles mixtes, renfermant l'ion Tl^{+}, les énergies d'activation diminuent sensibilement.

PROIECTAREA UNEI STAȚIUNI PENTRU ÎNCERCAREA TURBINELOR HIDRAULICE *

DE

M. BĂRGLĂZAN

Se soluționează problema din punct de vedere hidraulic limitată la :

— Stațiune închisă în circuit pentru încercări energetice și cavitaționale.

— Turbine cu reacțiune parțială — Francis și Kaplan cu turație specifică $n_s = 90 \ldots 900$.

— Metodica de încercare la cădere constantă.

— Domeniul de încercare m cuprins între 33,3% ... 120% din încărcarea corespunzătoare punctului de proiectare.

Se cere o soluție economică adică putere instalată minimă cu respectarea condițiilor de încercare.

Soluționarea se va face pe baza principiilor enunțate în lucrarea [1].

În cadrul încercărilor energetice pentru a asigura un regim turbulent dezvoltat în stratul limită al modelului situație presupusă similă cu turbina reală — în toate regimurile de funcționare, va fi necesară realizarea condiției :

$$m_{min} D \sqrt{H} \geqslant 0{,}5$$

adică în cazul nostru $D\sqrt{H} \geqslant 1{,}5$ (fig. 1).

Similitudinea Froude mai ales în ceea ce privește dezvoltarea fenomenului de cavitație se poate realiza plasîndu-ne într-un punct de același raport D/H. Intersecția dintre cele două familii de curbe $D\sqrt{H} = \text{const}$ și $D/H = \text{const}$ oferă punctele optime de funcționare (de ex. A pentru $Fr = 50$).

Dacă interesează incipiența fenomenului de cavitație se va admite pe baza celor cunoscute din [1] o variație a căderii de încercare cu turația specifică. Aceasta se va lua ca alură asemănătoare cu curbele limită $n_s(H)$ ale turbinelor hidraulice pentru centralele hidroelectrice construite [2], [3] și ca valoare astfel încît să se plaseze în domeniile de neinfluență ale căderii de încercare a modelului asupra curbelor caracteristice energetice și cavitaționale [4], [5] (fig. 2 *a*, fig. 2 *b*).

*) Lucrare comunicată la Sesiunea cadrelor didactice din I.P.T. 10—12 mai 1968.

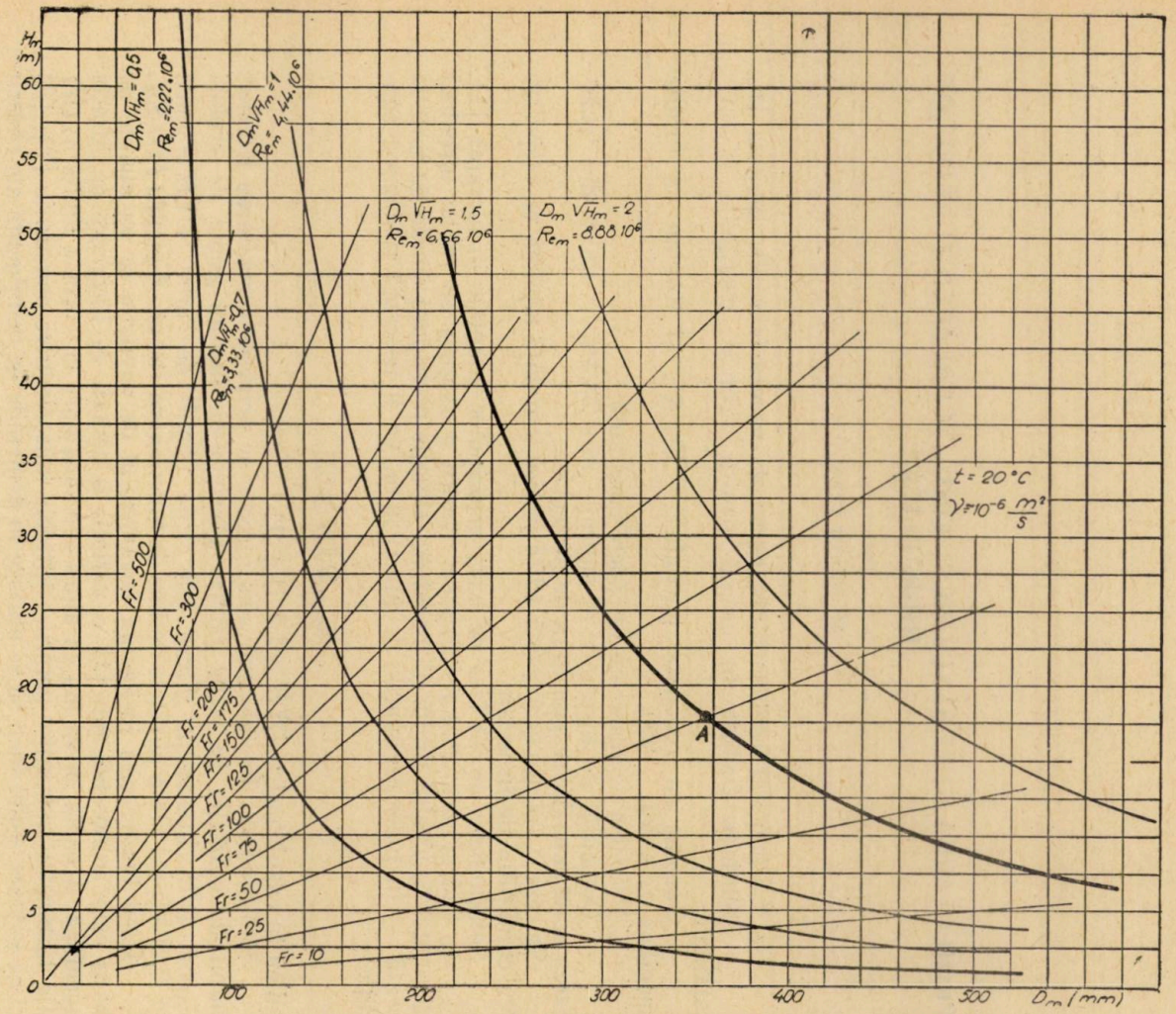


Fig. 1. Curbele ce asigură modelarea energetică şi cavitaţională a unei turbine hidraulice.

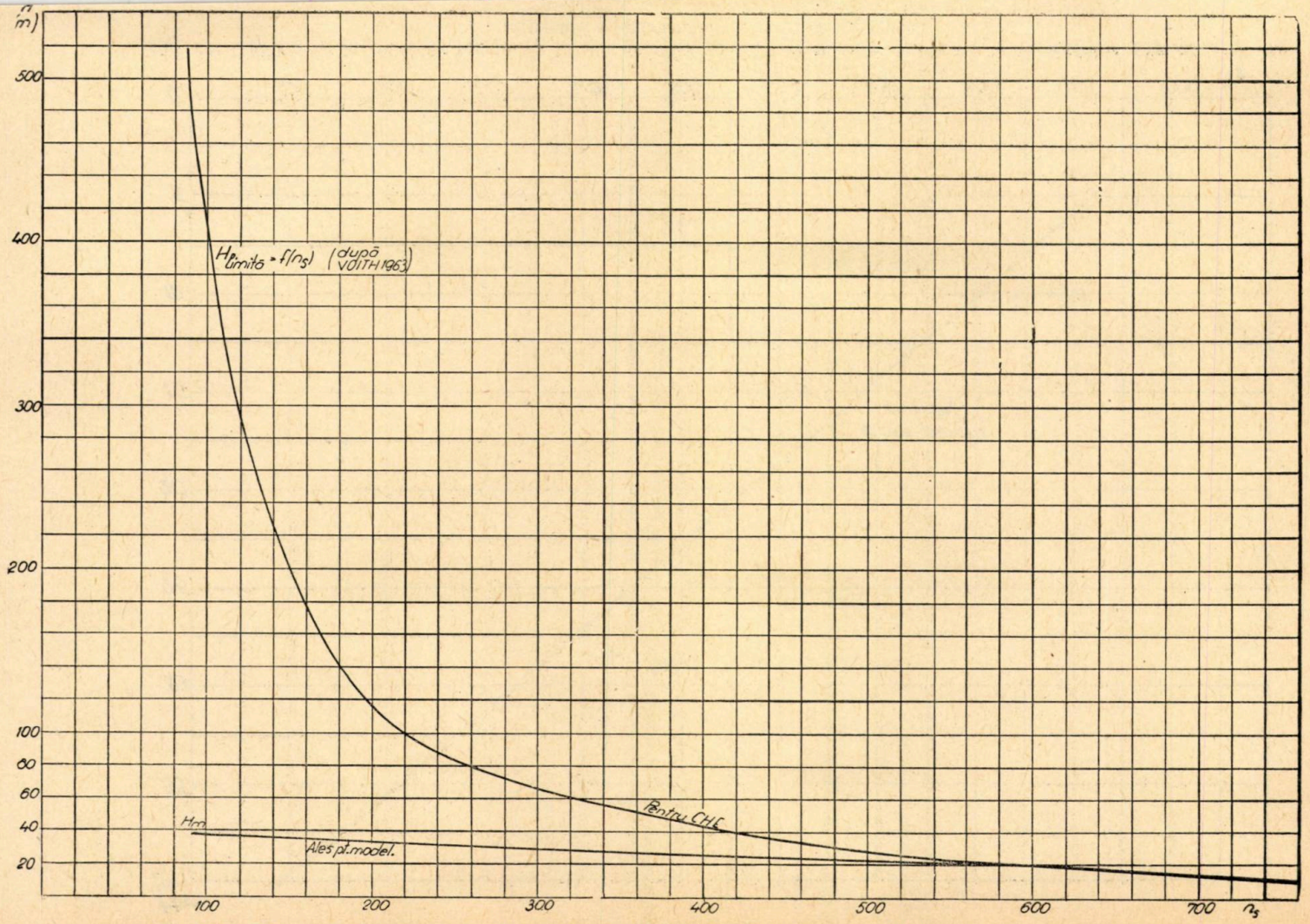


Fig. 2 *a*. Căderea în funcție de turația specifică stabilită statistic pentru centrale și propusă pentru modele.

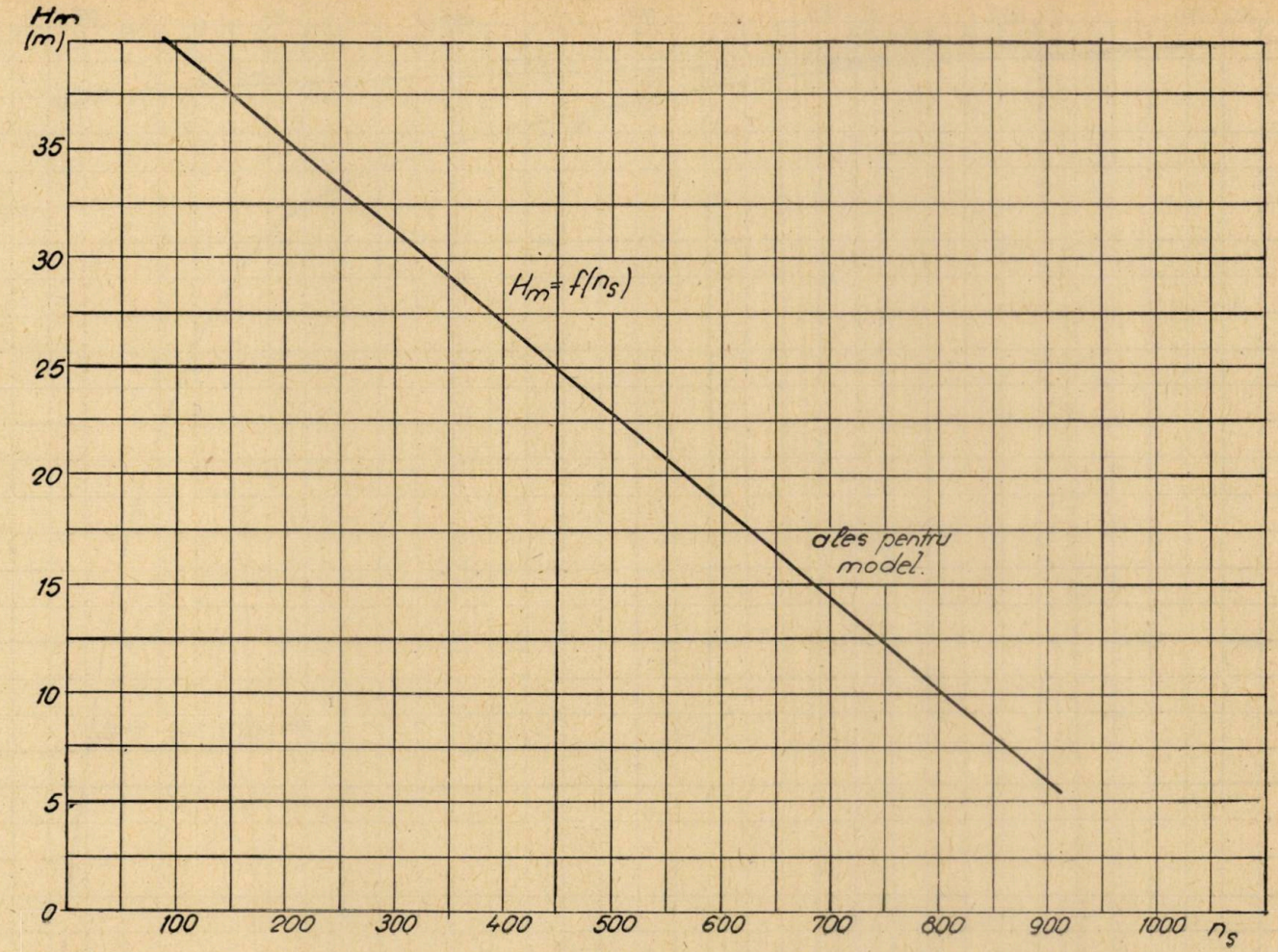


Fig. 2 *b*. Căderea de încercare în funcție de turația specifică pentru reproducerea nealterată a încercărilor energetice și de incipiență a fenomenului de cavitație pe model.

Astfel pentru fiecare număr Froude admis sau pentru fiecare turație specifică a unei mașini avem o singură combinație optimă între căderea și diametrul modelului pentru a realiza similitudinea în ceea ce privește dezvoltarea respectiv incipiența fenomenului de cavitație.

Pe baza relațiilor statistice din literatură se poate calcula în continuare domeniul corespunzător al turațiilor și debitelor celor mai probabile de a fi întîlnite la model după [6], [7] și [8] (fig. 3).

Relațiile folosite sînt din:

Svinarev cu : $n'_1 = 85{,}6 \cdot Q'_1 + 31{,}4$

Bücchi : pe baza rezultatelor tabelate

D. Pavel cu : $n'_1 = n_m \frac{D_n}{\sqrt{H_m}} = 55 + 0{,}00027\ n_s^2$

și : $Q'_1 = \frac{Q_m}{D_m^2 \sqrt{H_m}} = 0{,}0055\ n_s - 0{,}2.$

Se observă din fig. 3 că valoric relația lui D. Pavel nu este în concordanță cu cele ale lui Svinarev și Bücchi cu toate că alura ei se apropie de cele oferite de ei. Cu cît crește turația specifică rezultatele obținute cu aceste două tipuri de relații devin tot mai îndepărtate. Cu aceste date se pot calcula debitele și turațiile modelului în ipoteza $n'_1 = f(Q'_1)$ cunoscut. (fig. 4).

Debitele maxime ce pot apare în turbină pe baza deschiderii maxime a aparatului director după [6] din fig. 4 sînt:

$$Q_{max} = 1{,}2\, Q_m.$$

Turațiile maxime pe baza ambalării cu sau fără legătură combinatorie se dau în [9], [10] și [11].

$$n_{m_a} = K n_m.$$

Cercetări recente efectuate teoretic și experimental atît pe CHE cît și pe modele din stațiuni ne arată că și fără legătură combinatorie $K \leqslant 1{,}8$ dacă se creiază condiții ca paleta rotorului să aibă întotdeauna tendința de deschidere sub influența forțelor hidrodinamice. S-a adoptat deci $K = 1{,}8$ spre deosebire de unele păreri mai vechi care afectau pentru turbine Francis $K = 1{,}8$ și pentru turbine Kaplan $K = 3{,}2$.

În timpul ambalării debitul de lichid prin mașină va crește. Se va arăta în cele ce urmează că adoptarea aceluiași coeficient K și pentru creșterea debitului este întotdeauna acoperitoare. Deci:

$$\underset{max}{Q_m} \leqslant \underset{max}{Q_{max}}.$$

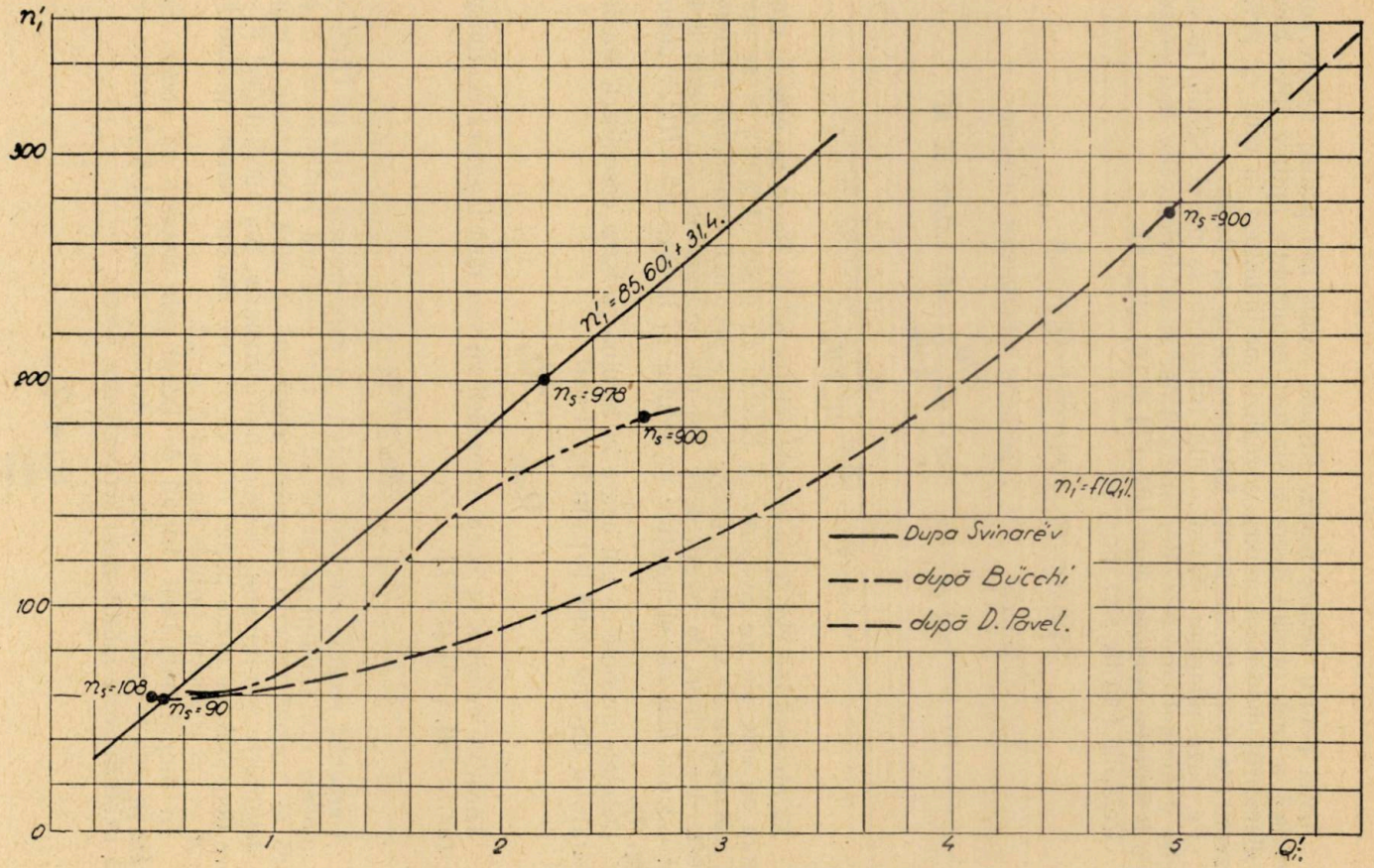


Fig. 3. Turația unitară în funcție de debitul unitar.

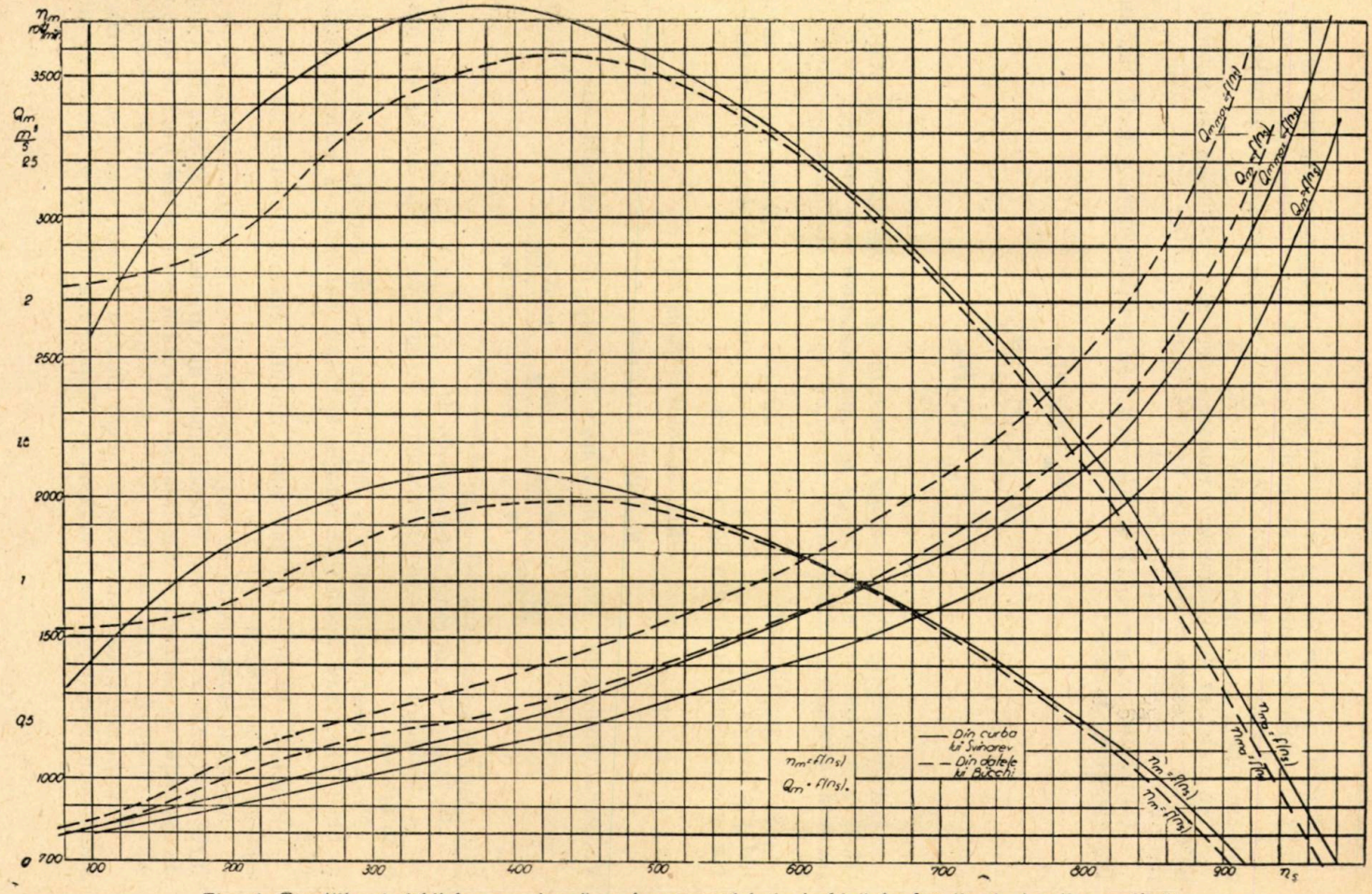


Fig. 4. Turațiile și debitele ce pot apărea la un model de turbină în funcție de turația specifică.

Aceasta se bazează pe faptul că aproape întotdeauna unghiul de incidență al profilelor paletei la regimul obișnuit de funcționare este mai mare ca i_0 — unghiul de portanță nulă în jurul căruia se găsesc profilele ce compun paleta în momentul ambalării (fig. 5).

S-a calculat în continuare valoarea debitelor, căderilor și puterilor hidraulice necesare modelului de turbină pentru a putea opera asupra sa încercări energetice complete (fig. 6).

Cunoscînd : $Q_m = f(n_s)$ și $H_m = f(n_s)$ se pot determina puterile hidraulice absorbite de model :

$$P_m = \gamma Q_m H_m$$

$$P_{max} = \gamma Q_{max} H_m$$

$$P_{h_m} = \gamma Q_m H_m .$$
$$\substack{max \\ max}$$

Caracteristicile hidraulice ale modelului ce se vor încerca în stațiune odată cunoscute, se poate alege o frînă mecanică sau electrică care să permită preluarea momentelor maxime în intervalul corespunzător de turație.

Se va adopta limita inferioară a turației (de ex. 0,3 din turația nominală) și cunoscînd turația de ambalare se poate stabili domeniul turațiilor (în cazul exemplificat) din fig. 4 rezultă

$$n_{max} \cong 3\,800 \text{ rot/min}$$

$$n_{min} \cong 200 \text{ rot/min}.$$

Valoarea momentului maxim de frînare în cazul ideal rezultă din :

$$M_{max} = \frac{P_{max}}{\omega_{min}} = \frac{1{,}2P_m}{0{,}3\omega} = \frac{100P_{max}}{\pi \cdot n_m}$$

Frîna va lucra între 0 și $M_{m\,max}$.

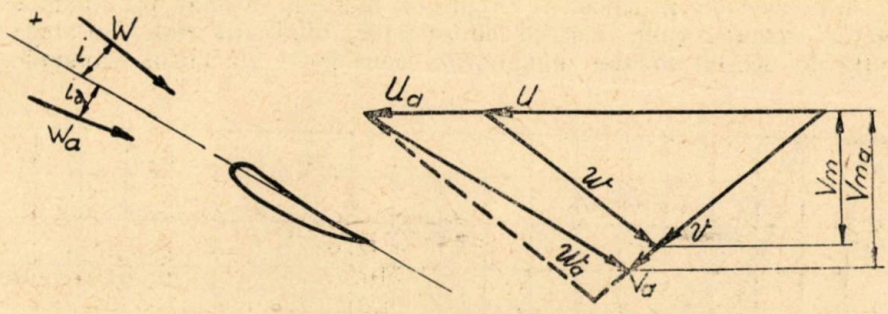
In figura 6 este redată dependența $M_{m\,max} = f(n_s)$. Se cunoaște în acest fel și domeniul de turații și momente în care va trebui să fie eficientă frîna aleasă.

Pentru exemplul studiat se obține domeniul de variație al momentelor și turațiilor frînei funcție de turația specifică nominală a turbinei model (fig. 7).

Revenind la circuitul hidraulic, calculul reabsorbitorului se va face conform celor indicate în [1].

Alegerea rezervorului de după turbină se va face din condiția respectării nealterate a spectrului hidrodinamic al curentului la ieșirea din tubul de aspirație al turbinei și din condiția asigurării unor viteze mici de deplasare a lichidului (de ordinul 10^{-2}—10^{-1} m/s) în interiorul rezervorului.

Forma circuitului hidraulic se alege cît mai simplă, scurtă și în scopul satisfacerii cerințelor de funcționare. Dispunerea diferitelor elemente ale



$$\frac{n_{ma}}{n} = \frac{U_a}{U} > \frac{V_{ma}}{V_m} = \frac{Q_{ma}}{Q}$$

Fig. 5. Triunghiul vitezelor la intrarea pe un profil hidrodinamic din componența paletei rotorului model.

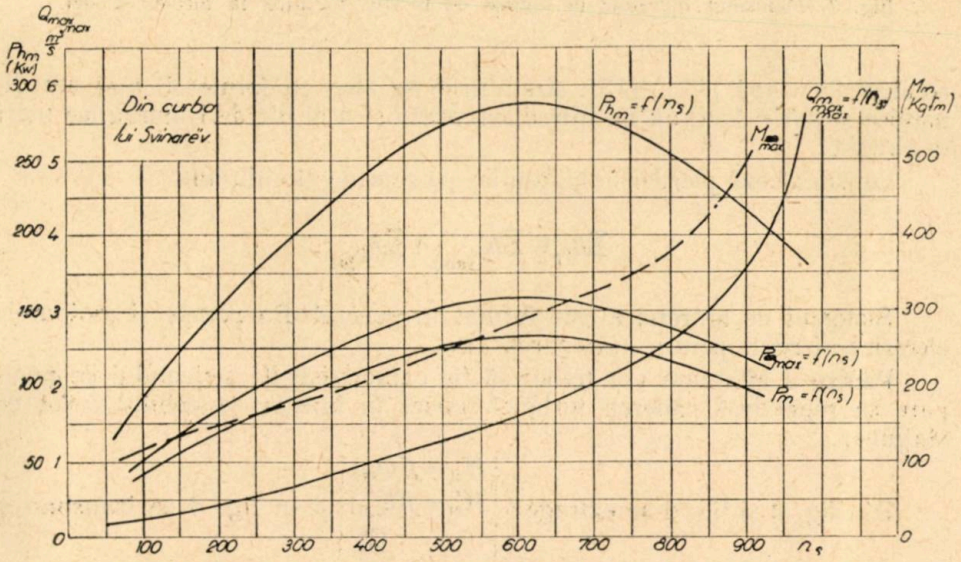


Fig. 6. Debitele și puterile turbinei model în funcție de turația specifică.

circuitului (pompă, turbină, rezervor reabsorbitor, vane, dispozitive de măsurare a debitului etc.) se face astfel încît să asigure funcționarea optimă energetic și mai ales din punct de vedere cavitațional a stațiunii.

Se poate face un calcul al circuitului hidraulic format din conducte și armături (coturi, vane, variații de secțiune, bifurcații etc). Se alege în funcție de debitul maxim maximorum considerat diametrul economic al

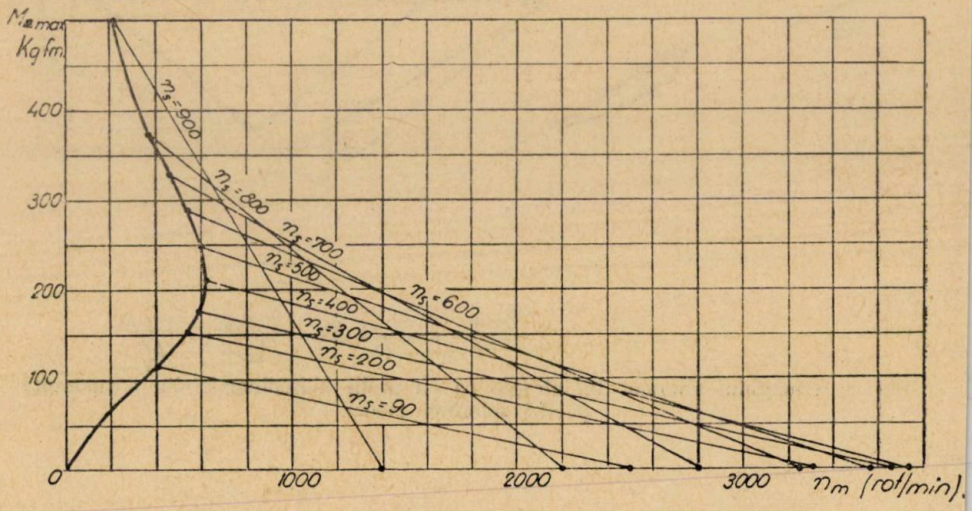


Fig. 7. Momentul hidraulic în funcție de turația specifică la turbina model.

conductelor după [12], [13]. Armăturile se aleg cu forme cît mai aerodinamice și astfel încît să nu introducă viteze și deci pierderi hidraulice mari în circuit.

Se calculează pierderile hidraulice pe rețeaua circuitului

$$\Sigma h_{p_r} = \Sigma h_{p_{long}} + \Sigma h_{p_{loc}}$$

Sistemul de antrenare este format în general din pompe și motoarele electrice aferente pentru antrenarea lor.

Pentru a afla care vor trebui să fie caracteristicile sistemului de pompare se reprezintă căderea turbinei model în funcție de debitul cerut de stațiune.

Din fig. 2 și fig. 6 se extrage : $\left|\begin{matrix} H_m = f(Q_m) \\ H'_m = f(Q_m) \end{matrix}\right|_{\substack{max \\ max}}$ și în fig. 8 se transpun și $\Sigma h_{pr} = f(Q)$. Prin însumare se obține înălțimea de pompare maximă nece-

sară a fi realizată de pompă $H_p = H'_m + \sum h_{pr}$. Dacă randamentul hidraulic al circuitului nu este suficient de ridicat

$$\eta_{h_c} = \frac{H'_m}{H_p}$$

se intervine asupra dimensiunilor și formei circuitului.

În exemplul considerat a rezultat un diametru Φ 1 m și considerînd 4 coturi și o lungime de 40 m a rețelei a rezultat $\sum h_{pr} = 0{,}481\ Q^2$. Se poate stabili pentru aprox. 0,3 din debitul nominal al pompei înălțimea de pompare minimă a pompei $H_{p\,min} = f(Q)$ (fig. 8).

Se caută din cataloage pompe care să îndeplinească condițiile de H și Q cerute [14], [15], [16]. Datorită pretențiilor greu de îndeplinit de către o singură pompă se apelează la două pompe identice sau diferite cu turație variabilă, legabile succesiv în serie sau paralel, astfel adoptînd caracteristica ansamblului cerințelor impuse.

Se caută acoperirea întregului domeniu de căderi și debite cerute de la pompă printr-un reglaj economic. Fig. 9 redă pentru cazul luat în considerare posibilitățile ce le prezintă folosirea unei singure pompe de tipul 32Δ—19δ cu turație variabilă de la $n = 400$—1 130 rot/min. Urmează a se calcula puterea cerută de motorul electric de antrenare al pompei (valoare extrapolabilă prin relațiile de similitudine pe baza datelor din catalog) și randamentele pompei în domeniul considerat.

Caracteristica de cavitație a pompelor va oferi indicații asupra amplasării relative, pe verticală, a pompei de antrenare și a turbinei hidraulice model astfel încît nici în cele mai accentuate condiții de cavitație ale turbinei model, pompa să nu caviteze.

Diferite modalități de antrenare sînt redate în [17]. Se poate realiza o analiză comparativă economică din punctul de vedere al investițiilor și randamentelor pentru alegerea variantei optime de antrenare (de ex. motor electric cu turație variabilă pentru turații pînă la 0,3 din cea nominală).

Pe aceste baze se poate alege sistemul de antrenare (puterea și turația motoarelor electrice). Stațiunea dotată cu elementele principale trebuie verificată din punct de vedere cavitațional. Se va trasa desfășurat diagrama de variație a presiunii în stațiune pentru ipoteza curentului monodimensional și a debitului ca parametru. Se va putea modifica astfel stațiunea încît să existe o funcționare fără cavitație a stațiunii și eventual să se poată îndepărta o siguranță exagerată împotriva cavitației.

Observație

O privire globală asupra posibilităților stațiunii în raport cu fiecare turbină model nouă ce se va monta în stațiune se poate realiza și prin comparația cu diagrama centralizatoare a modelului. De ex. pentru o

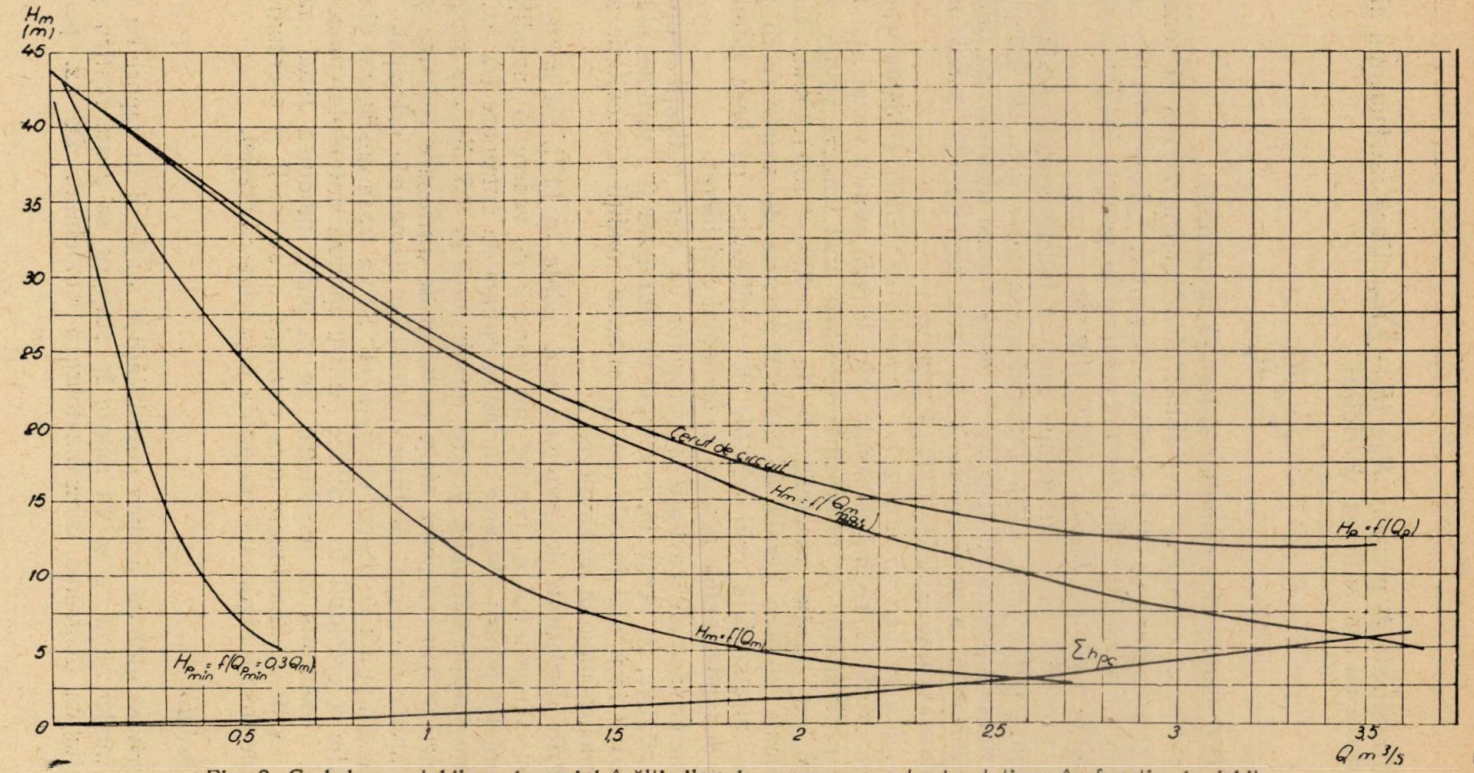


Fig. 8. Curbele ce stabilesc domeniul înălțimilor de pompare cerute de stațiune în funcție de debit.

turbină cu un n_s ; H ; Q ; P ; n de proiectare date se determină curbele de egal debit Q_m, turație n_m și putere P_m la model funcție de cădere H_m și diametru D_m (respectiv D/D_m) (fig. 10). Diagrama centralizatoare a modelului este indicată în fig. 10. Pe ea se adaugă curba limită a parame-

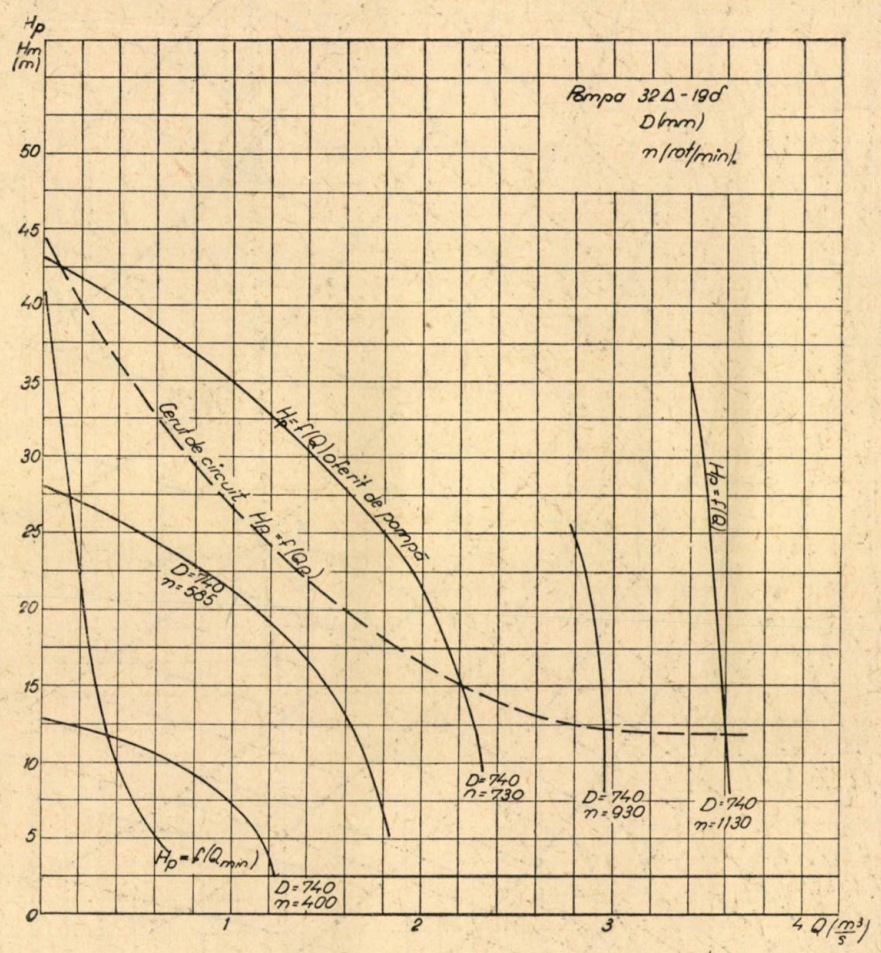


Fig. 9. Exemplifică o modalitate de acoperire printr-o pompă a înălțimilor de pompare și a debitelor cerute.

trilor asigurați la modelul de turbină de către sistemul de pompare al stațiunii. Aceasta se obține prin transpunerea pe diagrama centralizatoare a modelului a curbei $H = f(Q)$ a sistemului de pompare, pentru turația maximă, din care se scad pierderile din circuitul hidraulic. De exemplu în fig. 10 este trasată curba limită pentru pompa 32Δ—19δ cu $D = 740$ mm la $n = 730$ rot/min.

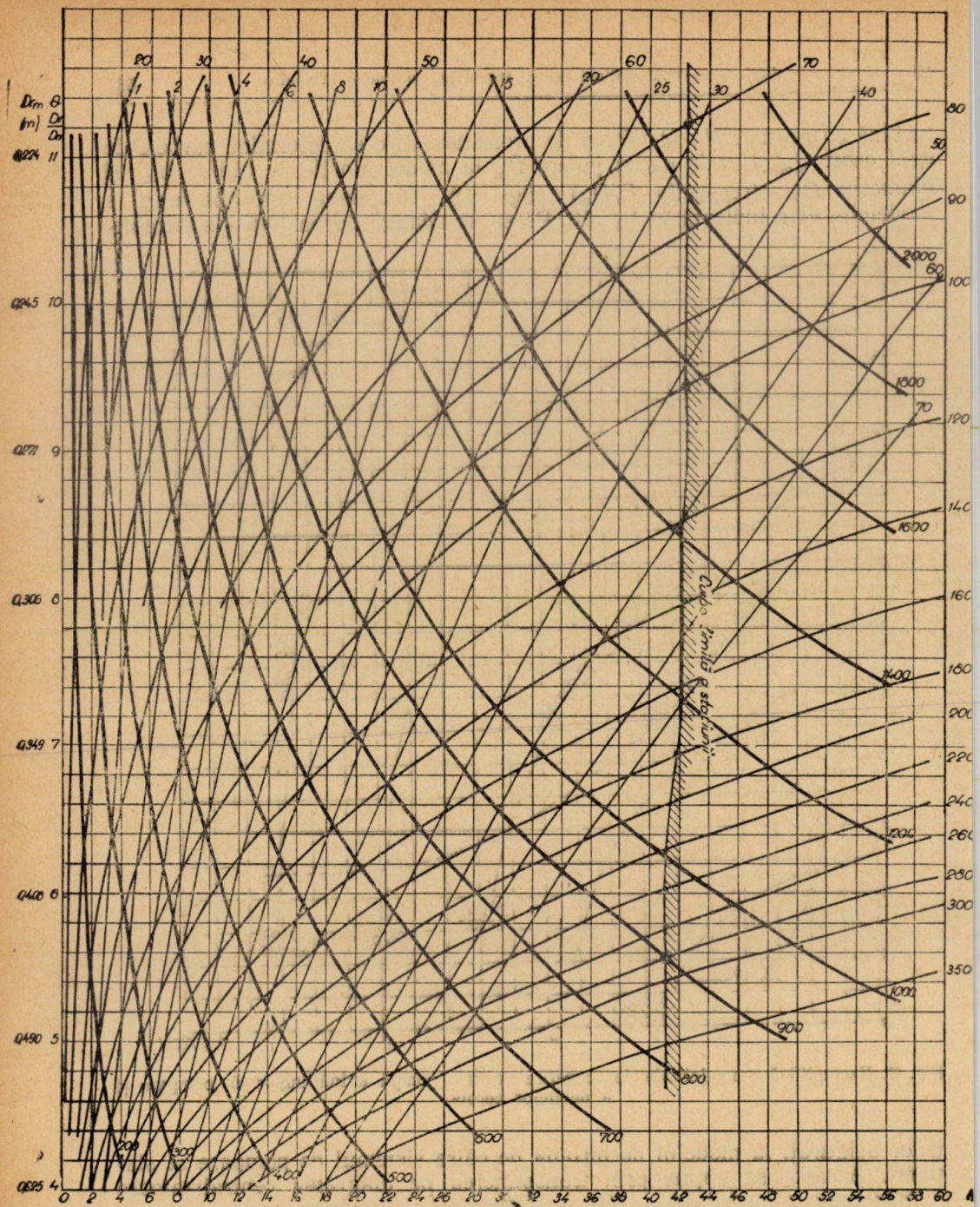


Fig. 10. Diagrama centralizatoare a unui model peste care este suprapusă curba limită asigurată de instalația de pompare a stațiunii :

Turbina Francis lentă $n_s = 102$; $H_r = 280$ m ; $Q_r = 22{,}7$ l/s ; $n_r = 428{,}6$ rot/min ; $P_r = 56\,500$ kW ; $D_{1r} = 2{,}450$ m ; $D_{2r} = 1\,674$ mm ; $b_r = 250$ mm. ——— Curbe de egal debit [l/s] ; ——— Curbe de egală turație [rot/min] ; ——— Curbe de egală putere hidraulică [KW].

CONCLUZII

1. Pe baza metodicii de proiectare elaborate în cadrul lucrării se pot realiza stațiuni pentru încercarea energetică și cavitațională a oricăror mașini hidraulice.

2. Desigur pe baza experiențelor viitoare materialul este pasibil îmbunătățirilor. Astfel se poate studia cu precizie regimul de funcționare a turbinelor reale și model, și stabilirea limitei de neinfluență a căderii de încercare a turbinelor model asupra curbelor caracteristice de funcționare ale turbinelor.

3. Avantajul deosebit pe care îl conferă această lucrare este stabilirea cu precizie în mod anticipat a unei soluții economice de încercat modelele ale unor turbine hidraulice cu posibilitatea încercării complete energetice și cavitaționale.

4. Încercarea poate fi amplificată prin studiul altor modalități de reglare a parametrilor sistemului de pompare sau folosirea mai multor agregate în cadrul acestui sistem. De asemenea studii mai exacte pot fi stabilite cu privire la randamentul și puterea motorului electric și a pompei de circulație a lichidului prin stațiune.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Bărglăzan, Studiul și alegerea elementelor principale ale unei stațiuni hidrodinamice pentru modele de turbine Francis și Kaplan, Ses. C.D. din I.P.T. 10—12 Mai, 1968.
2. * * * Turbinenbau. Technischer Anhang Voith, 1964.
3. A. Bărglăzan, La détermination theorique de la curbe $n_s(H)$ aux turbines hydrauliques. Bul. Sci. de l'Ecole Polyt. 1945.
4. I. Osterwalder, W. Lecher, *Influence of head and air content on cavitation.* Escher Wyss, 1961.
5. S. P. Hutton, Über die voraussage des Verhaltens von Wasser turbinen auf Grund von Modellturbinen. Schweizerische Bauzeitung Nr. 24, 1959.
6. D. Pavel, Șt. Zarea, *Turbine hidraulice și echipamente hidroenergetice.* 1965. București, Editura didactică și pedagogică, p. 142.
7. G. A. Svinarev, *Vîșokonapornîe povorotnolopastnîe ghidroturbinî osevovo tipa.* Iz. Akad. Nauk Kiev, 1964.
8. G. Bücchi, *Turbine idrauliche.* Hoelpi Milano, 1957, p. 323.
9. I. Raabe, Ein Beitrag zur Begrenzung der Durchgangsdrehzahl von Kaplanturbinen. Die Wasserwirtschaft Oct. 1962.
10. N. N. Kovalev, *Ghidroturbinî*, pag. 66 Mașghiz, Moskva, 1961.
11. G. H. Voaden, A New Runaway Speed limiter for Kaplan Turbines. Trans ASME (83) Seria A Nr. 1/1961.
12. P. G. Chiselev, *Indreptar pentru calcule hidraulice* EES, 1953.
13. I. I. Agroskin, *Ghidravlika.* Gosnergoizdat, 1954, p. 130.
14. * * * Nasosî. Mașghiz, Moskva, 1959.
15. * * * Catalog pompe U.P.B. București, 1964.
16. * * * K.S.B. Katalog Pumpen, 1966.
17. B. Eck, *Ventilatoren*, Springer 1957, Berlin, p.148 ... 150.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТЭНДА ДЛЯ ИСПЫТАНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИН

(РЕЗЮМЕ)

Исходя из определенных органичительных данных относящихся к типу стэнда, типу испытываемых турбин, области и методики испытания, предлагается экономичное проектирование гидродинамического стэнда.

На основании определенных технико-экономических соображений даются диаметры и напоры и определяется число, оборотов, расходы, мощности проходящие через модельную турбину, на основании которых производится расчёте параметорв турбинного тормоза, питающий насос и соответствующая гидравлическая сеть, выбирая в то-же время систему привода стэнда.

Таким образом, при помощи проектированного стэнда, можно произвести полное энергетическое и кавитационное испытание модельной турбины.

AUSLEGUNG EINES PRÜFSTANDES ZUR ERPROBUNG VON WASSERTURBINEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Von einigen limitativen Angaben über Art des Prüfstandes, Art der zu erprobenden Turbinen, Versuchsgebiet und Versuchsmethodik ausgehend wird das Ziel einer wirtschaftlichen Auslegung des hydrodinamischen Prüfstandes gesetzt.

Gegeben sind Durchmesser und Fallhöhe, und bestimmt werden Drehzahl, Durchflussmenge, Leistung der Modellturbine, aus diesen nun die Bremse Pumpe und hydraulischer Kreislauf berechnet werden.

In dem so ausgelegten Prüfstand können alle energetischen und kavitationellen Versuche einer Modellturbine durchgeführt werden.

CERCETĂRI TEORETICE ASUPRA CURGERII IN JURUL UNOR VENTILE DE FORMĂ AERODINAMICĂ

DE

G. CREȚA, A. BALOIU

A. GENERALITAȚI

Pentru reducerea pierderilor care au loc în ventilele turbinelor cu abur în locul ventilelor tip taler se utilizează în ultima vreme din ce în ce mai des ventile de formă aerodinamică. Studiul teoretic al curgerii în jurul unor astfel de ventile poate fi soluționat suprapunînd cîmpurile potențiale date de o sursă circulară și de unele surse punctiforme și liniforme drepte, peste un cîmp uniform avînd viteza perpendiculară pe planul sursei circulare, după cum se va arăta în cele ce urmează, considerînd ventilul împreună cu tija sa drept o carenă deschisă.

O problemă similară a fost tratată și de D. Tașcă [4] pentru studiul curgerii în jurul unor carene deschise utilizate la turbomașini luînd în considerare numai izvoare liniforme drepte și punctiforme într-un curent paralel.

B. CALCULUL POTENȚIALULUI

Fie o sursă circulară uniform repartizată pe un cerc de rază a avînd debitul total Q_a, situat în planul perpendicular pe axa Ox fig. 1, avînd centrul în originea sistemului de coordonate. Fie de asemenea Q_{pi} debitul și c_i distanța de origine, unde $i = 1, 2, \ldots m$, a uneia din cele m surse punctiforme situate pe axa Ox. Fie $Q_{d,j}$ debitul, d_j — distanța de origine și e_j lungimea segmentului de dreaptă, unde $j=1, 2, \ldots n$, a uneia din cele n surse liniforme uniform repartizate situate tot pe axa Ox și v_0 viteza curentului uniform, paralel cu axa Ox.

Intr-un punct M determinat prin coordonatele sale cilindrice x și r sau prin coordonatele sale cilindrice adimensionale $\bar{x}$, $\bar{r}$, definite de relațiile

$$\bar{x}= \frac{x}{a}; \quad \bar{r}= \frac{r}{a} \tag{1}$$

potențialul creat de sursa circulară va fi, după [2], [3]:

$$\varphi_a = q_a \bar{\varphi}_a \tag{2}$$

unde

$$q_a = \frac{Q_a}{2\pi a} \tag{3}$$

$$\bar{\varphi}_a = \frac{K(k)}{\pi \sqrt{\bar{x}^2 + (\bar{r}+1)^2}} \tag{4}$$

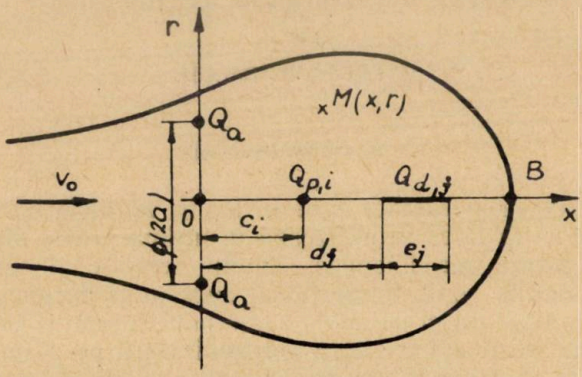


Fig. 1. Repartizarea surselor în spațiu

iar $K(k)$ este integrala eliptică completă de prima speță, k fiind dat de expresia:

$$k^2 = \frac{4\bar{r}}{\bar{x}^2 + (\bar{r}+1)^2} \tag{5}$$

Potențialul creat în punctul M de sursa punctiformă $Q_{p,i}$ va fi, după [1]:

$$\varphi_{p,i} = -\frac{Q_{p,i}}{4\pi \sqrt{x - c_i)^2 + r^2}}$$

sau, în coordonatele adimensionale definite de (1)

$$\varphi_{p,i} = -\frac{Q_{p,i}}{4\pi a \sqrt{(\bar{x} - \bar{c}_i)^2 + \bar{r}^2}} \tag{6}$$

în care

$$\bar{c}_i = \frac{c_i}{a}. \tag{7}$$

Înmulțind în (6) numărătorul și numitorul cu q_a și notînd debitul relativ al sursei punctiforme raportat la debitul sursei circulare

$$\bar{Q}_{p,i} = \frac{Q_{p,i}}{Q_a} \tag{8}$$

se obține

$$\varphi_{p,i} = q_a \bar{\varphi}_{p,i} \tag{9}$$

unde s-a notat

$$\bar{\varphi}_{p,i} = -\frac{\bar{Q}_{p,i}}{2\sqrt{(\bar{x}-\bar{c}_i)^2+\bar{r}^2}} \tag{10}$$

Potențialul în punctul M, creat de sursa liniformă $Q_{d,j}$, după [1] va fi :

$$\varphi_{d,j} = -\frac{Q_{d,j}}{4\pi e_j} \cdot \ln \frac{\sqrt{(x-d_j)^2+r^2} + \sqrt{(x-d_j-e_j)^2+r^2} + e_j}{\sqrt{(x-d_j)^2+r^2} + \sqrt{(x-d_j-e_j)^2+r^2} - e_j}.$$

Observînd că

$$\frac{Q_{d,j}}{4\pi e_j} = q_a \frac{Q_{d,j}}{2(2\pi a q_a)\frac{e_j}{a}} = q_a \frac{\bar{Q}_{d,j}}{2\bar{e}_j}$$

unde

$$\bar{e}_j = \frac{e_j}{a} \qquad \bar{Q}_{d,j} = \frac{Q_{d,j}}{Q_a} \tag{11}$$

relația de mai sus se poate scrie în coordonate adimensionale

$$\varphi_{d,i} = q_a \bar{\varphi}_{d,j} \tag{12}$$

unde

$$\bar{\varphi}_{d,j} = -\frac{\bar{Q}_{d,j}}{2\bar{e}_j} \ln \frac{\sqrt{(\bar{x}-\bar{d}_j)^2+\bar{r}^2} + \sqrt{\bar{x}-\bar{d}_j-\bar{e}_j)^2+\bar{r}^2} + \bar{e}_j}{\sqrt{(\bar{x}-\bar{d}_j)^2+\bar{r}^2} + \sqrt{(\bar{x}-\bar{d}_j-\bar{e}_j)^2+\bar{r}^2} - \bar{e}_j} \tag{13}$$

În fine potențialul din punctul M corespunzător cîmpului uniform, după [3], va fi :

$$\varphi_0 = q_a \bar{\varphi}_0 \tag{14}$$

unde

$$\varphi_0 = 2\bar{v}_0 \bar{x}. \tag{15}$$

În această relație s-a notat

$$\bar{v}_0 = \frac{v_0}{v_a}$$

iar

$$v_a = \frac{Q_a}{\pi a^2}. \tag{16}$$

Potențialul rezultant în punctul M sub acțiunea sursei circulare, a celor m surse punctiforme, a celor n surse liniforme drepte și a cîmpului uniform va fi deci:

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_a + \sum_{i=1}^{m} \varphi_{p,i} + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{d,j} \tag{17}$$

sau, notînd cu $\bar{\varphi}$ potențialul adimensional definit de relația:

$$\varphi = q_a \bar{\varphi} \tag{18}$$

vom avea:

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_0 + \bar{\varphi}_a \sum_{i=1}^{m} \bar{\varphi}_{p,i} + \sum_{j=1}^{n} \bar{\varphi}_{d,j}. \tag{19}$$

C. CALCULUL VITEZEI DE CURGERE

Din expresia potențialului punctului M se poate calcula componenta axială v_x și cea radială v_r a vitezei de curgere din acest punct

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} = q_a \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial x} = q_a \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} = \frac{q_a}{a} \cdot \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} \\ v_r &= \frac{\partial \varphi}{\partial r} = q_a \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial r} = q_a \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial r} = \frac{q_a}{a} \cdot \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{r}} \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Introducînd noțiunile de componentă axială $\bar{v}_x$ și radială $\bar{v}_r$ a vitezei adimensionale definite de

$$v_x = v_a \bar{v}_x \qquad v_r = v_a \bar{v}_r \tag{21}$$

rezultă din relațiile (20), ținînd seama de (3) și (16)

$$\left.\begin{aligned} \bar{v}_x &= \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{x}} = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_0}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_a}{\partial \bar{x}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_{p,i}}{\partial \bar{x}} + \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_{d,j}}{\partial \bar{x}} \\ \bar{v}_r &= \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{r}} = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_0}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_a}{\partial \bar{r}} + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_{p,i}}{\partial \bar{r}} + \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\varphi}_{d,j}}{\partial \bar{r}} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Termenii din membrul al doilea reprezintă componentele vitezei adimensionale induse de cîmpul uniform, de sursa circulară, de sursele punctiforme și de sursele liniforme drepte.

Din (15) rezultă imediat primul termen din membrul al doilea

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_0}{\partial\bar{x}}=\bar{v}_0 \qquad \frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_0}{\partial\bar{r}}=0. \tag{23}$$

Cel de-al doilea termen din membrul al doilea după [2] se poate scrie

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_a}{\partial\bar{x}}&=\frac{\bar{x}}{2\pi\,[\bar{x}^2+(\bar{r}+1)^2]^{3/2}}\cdot\frac{E(k)}{1-k^2}=\bar{v}_{xa}\\ \frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_a}{\partial\bar{r}}&=\frac{1}{4\pi\bar{r}\,[\bar{x}^2+(\bar{r}+1)^2]^{1/2}}\cdot\left[K(k)-\frac{\bar{x}^2-\bar{r}^2+1}{\bar{x}^2+(\bar{r}-1)^2}E(k)\right]=\bar{v}_{ra}\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Pentru expresia din prima sumă se obține ușor

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_{p,i}}{\partial\bar{x}}&=\bar{Q}_{pi}\frac{\bar{x}-\bar{c}_i}{4\,[(\bar{x}-\bar{c}_i)^2+\bar{r}^2]^{3/2}}=\bar{v}_{xp,i}\\ \frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_{p,i}}{\partial\bar{r}}&=\bar{Q}_{pi}\frac{\bar{r}}{4\,[(\bar{x}-\bar{c}_i)^2+\bar{r}^2]^{3/2}}=\bar{v}_{rp,i}\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

În fine, pentru expresia din a doua sumă, transformînd formulele date în [1] în coordonate adimensionale și ținînd seama de (21), se obține

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_{dj}}{\partial\bar{x}}&=\frac{\bar{Q}_{dj}}{4\bar{e}_j}\left[\frac{1}{\sqrt{(\bar{x}-\bar{d}_j-\bar{e}_j)^2+\bar{r}^2}}-\frac{1}{\sqrt{(\bar{x}-\bar{d}_j)^2+\bar{r}^2}}\right]=\bar{v}_{xd,j}\\ \frac{1}{2}\frac{\partial\bar{\varphi}_{dj}}{\partial\bar{r}}&=\frac{\bar{Q}_{dj}}{4\bar{e}_j\bar{r}}\left[\frac{1}{\sqrt{(\bar{x}-\bar{d}_j-\bar{e}_j)^2+\bar{r}^2}}-\frac{1}{\sqrt{(\bar{x}-\bar{d}_j)^2+\bar{r}^2}}\right]=\bar{v}_{rd,j}\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Cu relațiile (23)...(26) formulele (22) devin

$$\left.\begin{aligned}\bar{v}_x&=\bar{v}_0+\bar{v}_{xa}+\sum_{i=1}^{m}\bar{v}_{xp,i}+\sum_{j=1}^{n}\bar{v}_{xd,j}\\ \bar{v}_r&=\bar{v}_{ra}+\sum_{i=1}^{m}\bar{v}_{rp,i}+\sum_{j=1}^{n}\bar{v}_{rd,j}\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

D. FUNCȚIA DE CURENT

Funcția de curent se poate scrie succesiv sub forma

$$\psi = \int_0^r r v_x dr = Q_a \int_0^r \frac{r v_x dr}{\pi a^2 v_a} = \frac{Q_a}{\pi} \int_0^{\bar{r}} \bar{r} \bar{v}_x d\bar{r} = Q_a \bar{\psi} \tag{28}$$

unde s-a notat

$$\bar{\psi} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\bar{r}} \bar{r} \bar{v}_x d\bar{r}. \tag{29}$$

Exprimînd pe $\bar{v}_x$ în funcție de componentele sale date de (27), această relație devine

$$\bar{\psi} = \bar{\psi}_0 + \bar{\psi}_a + \sum_{i=1}^{m} \bar{\psi}_{p,i} + \sum_{j=1}^{n} \bar{\psi}_{d,j} \tag{30}$$

unde s-au notat cu

$$\bar{\psi}_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\bar{r}} \bar{r} \bar{v}_0 d\bar{r} = \frac{1}{2\pi} \bar{v}_0 \bar{r}^2 \tag{31}$$

$$\bar{\psi}_a = \frac{1}{\pi} \int_0^{\bar{r}} \bar{r} \bar{v}_{xa} d\bar{r} \tag{32}$$

$$\bar{\psi}_{p,i} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\bar{r}} \bar{r} \bar{v}_{xp,i} d\bar{r} + c_i = -\frac{\bar{Q}_{p,i}}{4\pi} \left[\frac{\bar{x} - \bar{c}_i}{\sqrt{(\bar{x} - \bar{c}_i)^2 + \bar{r}^2}} - 1 \right] \tag{33}$$

$$\bar{\psi}_{d,j} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\bar{r}} \bar{r} \bar{v}_{xd,j} dr + c_j = \frac{\bar{Q}_{dj}}{4\pi} \left[\frac{\sqrt{(\bar{x} - \bar{d}_j - \bar{e}_j)^2 + \bar{r}^2} - \sqrt{(\bar{x} - \bar{d}_j)^2 + \bar{r}^2}}{\bar{e}_j} + 1 \right] \tag{34}$$

Constantele de integrare c_i și c_j s-au determinat în așa fel încît pentru $\bar{r} = 0$ să se obțină $\bar{\psi}_{p,i} = 0$, respectiv $\bar{\psi}_{d,j} = 0$.

D. RELAȚII INTRE DEBITE ȘI VITEZA v_0

Pentru ca spectrul reodinamic ce se obține prin suprapunerea cîmpurilor potențiale de mai sus să reprezinte curgerea în jurul unei carene deschise de forma unui ventil asamblat cu tija sa, ca cel din figura 1, este necesar ca suma debitelor surselor să fie diferită de zero.

Pentru sensul vitezei v_0 admis în figură și $Q_a > 0$ va trebui să avem:

$$Q_a + \sum_{i=1}^{m} Q_{p,i} + \sum_{j=1}^{n} Q_{d,j} < 0.$$

Împărțind toți termenii cu Q_a, inegalitatea devine:

$$\sum_{i=1}^{m} \bar{Q}_{p,i} + \sum_{j=1}^{n} \bar{Q}_{d,j} < -1. \tag{35}$$

O condiție suplimentară se obține observînd că linia de curent ce reprezintă profilul meridional al ventilului trebuie să taie axa Ox într-un punct B situat la distanță finită de originea O a sistemului de coordonate. Punctul B fiind un punct de stagnare vom avea pentru $r=0$

$$[\bar{v}_x]_{r=0} = 0 \quad [\bar{v}_r]_{r=0} = 0. \tag{36}$$

După cum se va arăta în exemplul ce urmează condițiile (35) și (36) sînt necesare, dar nu sînt suficiente pentru obținerea spectrului reodinamic dorit.

Din examinarea relațiilor (30)...(34) se desprinde concluzia, că forma carenei va depinde de debitele relative $\bar{Q}_{p,i}$ și $\bar{Q}_{d,j}$, de distribuția lor pe axa Ox determinată de $\bar{c}_i$, $\bar{d}_j$ și $\bar{e}_j$ (unde $i=1 \ldots m$ și $j=1 \ldots n$) precum și de viteza relativă $\bar{v}_0$. Pentru o serie de surse avînd debitele și distribuția lor în spațiu date, spectrul reodinamic și deci și forma carenei vor depinde numai de $\bar{v}_0$.

E. EXEMPLU NUMERIC

Pentru exemplificare, să se determine cîmpul reodinamic ce se obține prin suprapunerea cîmpului potențial al sursei circulare Q_a și al unei singure surse punctiforme Q_p, p este cîmpul uniform de viteză v_0.

Se dau: $\bar{Q}_p = -1{,}2$ și poziția sursei punctiforme $\bar{c}=1$. Se observă că, valoarea dată pentru $\bar{Q}_p$ satisface ecuația (35). Viteza $\bar{v}_0$ se va determina în așa fel încît să fie satisfăcut sistemul (36).

Cum ultima ecuație din (36) este satisfăcută întotdeauna pentru $\bar{r}=0$ (cu excepția unor puncte izolate), rămîne să se ia în considerare numai prima ecuație, care dezvoltată devine:

$$\bar{v}_0 + \bar{v}_{x,0} = 0 \tag{37}$$

în care

$$\bar{v}_{x,0} = \frac{\bar{x}}{4(\bar{x}+1)^{3/2}} + \frac{\bar{Q}_p}{4(\bar{x}-1)^2}. \tag{38}$$

Rezolvarea ecuației (37) s-a făcut pe cale grafică, reprezentînd în prealabil funcția $\bar{v}_{x,0}=\bar{v}_{x,0}(\bar{x})$, figura 2. Se vede ușor că, pentru $\bar{v}_0 > 0{,}2$ ecuația (37) va fi sigur satisfăcută, iar abscisa punctului B va fi cuprinsă între limitele $1 < \bar{x}_B < 2{,}06$.

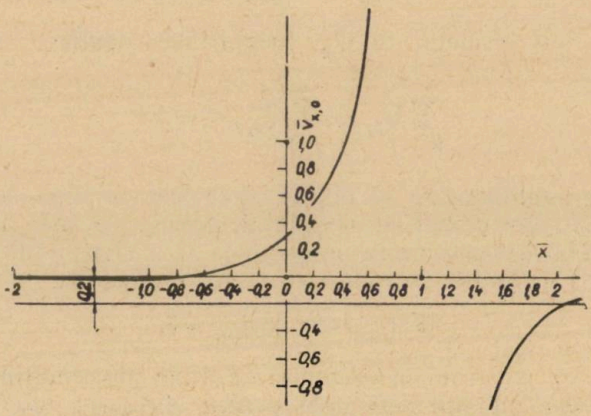


Fig. 2. Calculul grafic al vitezei curentului uniform.

În cele ce urmează se vor reprezenta liniile de curent pentru $\bar{v}_0=0{,}2$ și pentru $\bar{v}_0=1$. Pentru aceasta se reprezintă în prealabil expresia :

$$\bar{\psi}_{ap}=\bar{\psi}_a+\bar{\psi}_p$$

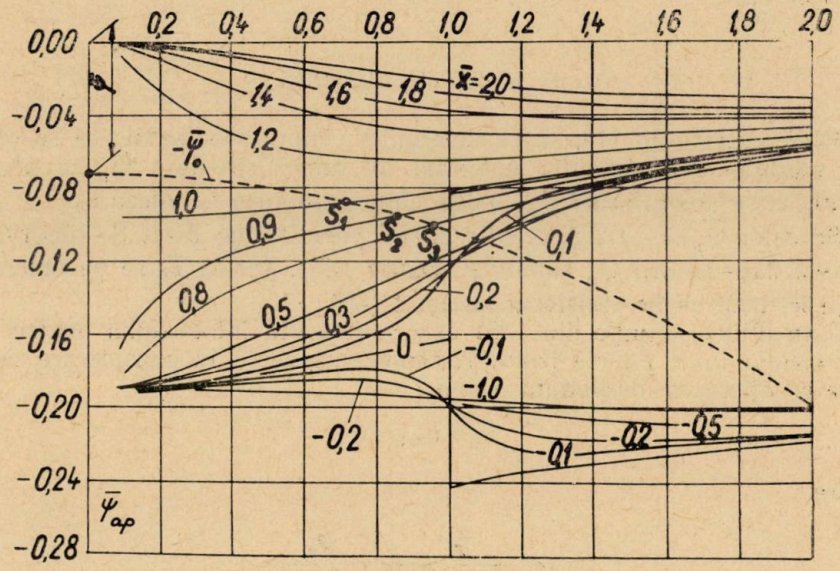


Fig. 3. Calculul grafic al coordonatelor punctelor de pe suprafețele de curent.

în funcție de $\bar{r}$, cu $\bar{x}$ ca parametru, fig. 3 și se folosește metoda grafică a intersecției, cu parabola $(-\bar{\psi}_0)$ trasată în funcție $\bar{r}$, pe hîrtie de calc, metodă prezentată în lucrarea [3].

Fie $\bar{\psi}$ valoarea dată a funcției adimensionale a liniei de curent ce trebuie trasată.

Pe axa $O\bar{\psi}_{ap}$ se ia un punct P, situat la distanța $\bar{\psi}$ de originea O. Suprapunînd diagrama funcției $-\bar{\psi}_0$ peste diagrama $\bar{\psi}_{ap}$ în așa fel ca axele ordonatelor să se suprapună și vîrful parabolei să cadă în P_1, parabola va intersecta curbele $\bar{\psi}_{ab}$ într-o serie de puncte S_1, S_2, S_3 ... Se vede ușor că perechile de valori $(\bar{x}, \bar{r})$ corespunzătoare acestor puncte satisfac ecuația (30), deci ele reprezintă coordonatele unor puncte din planul meridian situate pe linia de curent căutată.

Rezultatele calculului grafic sînt redate în figurile 4 și 5.

Figura 4 reprezintă liniile de curgere din planul meridian în cazul $\bar{v}_0=0{,}2$.

Se observă că linia de curent ce trece prin punctul de stagnare de pe axa $O\bar{x}$, generează prin rotirea ei în jurul axei $O\bar{x}$ o carenă deschisă într-o parte, de forma unui ventil aerodinamic împreună cu tija sa.

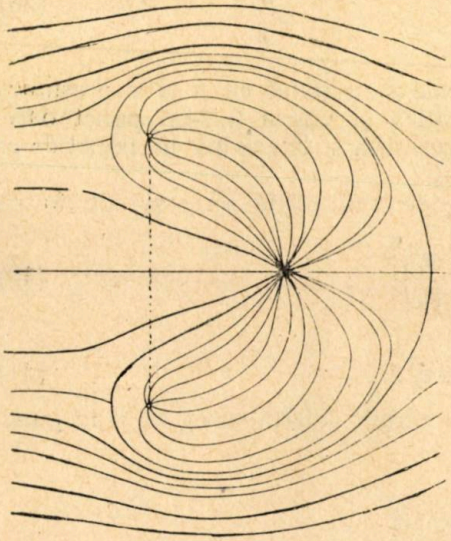


Fig. 4. Liniile de curgere din planul meridian în cazul $\bar{v}_0=0{,}2$ (ventil în formă de bulb).

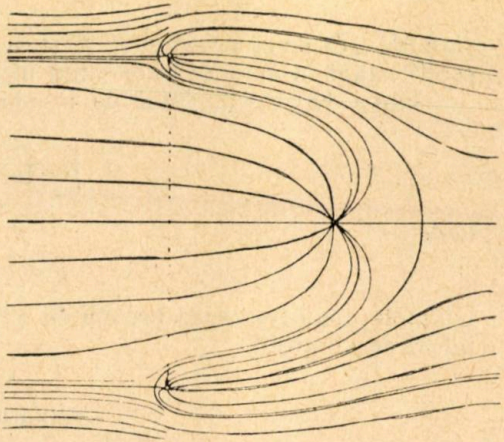


Fig. 5. Liniile de curgere din planul meridian în cazul $\bar{v}_0=1$.

Figura 5 reprezintă liniile de curgere din planul meridian în cazul $\bar{v}_0=1$. Carena deschisă ce se obține se întinde de la $-\infty$ la $+\infty$. Punctul de stagnare de pe axa $O\bar{x}$ se menține și în acest caz, relațiile (36) fiind

satisfăcute, dar se găsește în interiorul carenei, a cărei formă nu prezintă un interes deosebit în practică.

Din cele de mai sus se desprinde concluzia că, în cazurile în care în cîmpul considerat se găsește și o sursă circulară, relațiile (35) și (36) sînt necesare, dar nu sînt și suficiente pentru obținerea unei carene deschise de forma unui semicorp, așa cum se întîmplă în cazurile în care sursele sînt distribuite numai pe axa $O\bar{x}$.

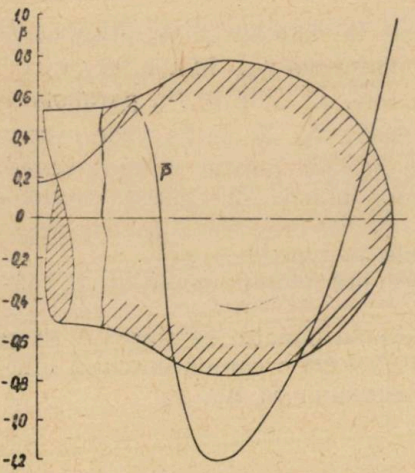


Fig. 6. Coeficientul de presiune de pe suprafața ventilului în formă de bulb.

Cunoscînd coordonatele punctelor de pe profilul ventilului se poate determina variația presiunii de-a lungul profilului.

În fig. 6 s-a reprezentat variația coeficientului de presiune pe suprafața ventilului din figura 4, definit de relația

$$\bar{p} = \frac{p - p_0}{\frac{v_0^2}{\rho \frac{}{2}}} = 1 - \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 \qquad (39)$$

unde s-au notat cu p și v presiunea statică și viteza într-un punct oarecare $M(\bar{x}, \bar{r})$ de pe profil și cu p_0 și v_0 presiunea și viteza într-un punct de pe profil situat în amonte la distanța infinit.

După [3] coeficientul de presiune se mai poate scrie și sub forma

$$\bar{p} = 1 - \left(\frac{\bar{v}}{\bar{v}_0}\right)^2 \qquad (40)$$

unde

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_r^2. \qquad (41)$$

Ultimele două relații, împreună cu (27) permit determinarea lui $\bar{p}$ în punctul M de pe profil.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Carafoli, T. Oroveanu, *Mecanica fluidelor*, I. Editura Academiei, R.S.R. București 1952.
2. G. Creța, Cîmpul aerodinamic al sursei circulare. Comunicările conferinței de mașini hidraulice din sept. 1964. Timișoara.
3. G. Creța, Contribuții la studiul teoretic al curgerii prin ajutaje convergent-divergente. Comunicările conferinței de mașini hidraulice din septembrie 1964. Timișoara.
4. D. Tașcă, *Mișcări potențiale axial-simetrice în jurul carenelor deschise și aplicațiile lor la studiul turbomașinilor*, București 1968.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ КЛАПАНОВ ОБТЕКАЕМОЙ ФОРМЫ

(РЕЗЮМЕ)

В работе дается метод расчета для теоретического изучения потенциального обтекания клапанов обтекаемой формы, установленных на их штоках выделенных из узла диффузорных вентилей.

Вопрос решается путем наложения потенциальных полей от кругового источника и некоторых точечных и линейнообразных прямых источников на равномерное поле со скоростью перпендикулярной к плоскости кругового источника.

В случае рассматриваемого в работе численного примера, получен реодинамический спектр (рис. 4) представляющий обтенание репообразного клапана установленного на цилиндрическом штоке. На рис. 6 показано изменение коэффициента давления на поверхности этого клапана.

Соответствующим выбором интенсивности и распределения источников можно получить обтекание клапана любой более или менее обтекаемой формы.

THEORETICAL INVESTIGATION OF AERODYNAMICAL VALVES FLOW

(SUMMARY)

A calculation method is stated in the present paper, for the theoretical study of potential flow round some aerodynamical valves mounted on their rods and detached from an assembly of valves with diffusor.

The problem is solved by superposition of potential fields caused by a circular source and some point — and straight linear sources over a uniform field, with a velocity normal to the circular source plan.

In the numerical example treated in the paper, the rheodynamical spectrum from fig. 4 was obtained, representing the flow round a bulbaceous valve fastened on a cylindrical rod. Variation of the coefficient of pressure from the valve surface is given in fig. 6.

By a suitable choice of the intensity and distribution of sources the flow round a valve of any more or less aerodynamical form can be obtained.

EFICIENȚA TERMICĂ A TURNURILOR DE RĂCIRE *

DE

N. OANCEA

Pentru a pune în evidență efectul turnului de răcire asupra randamentului unei instalații termoenergetice, vom considera un ciclu Clausius-Rankine (fig. 1) la care evacuarea căldurii se realizează pe rînd : cu apă de răcire în circuit deschis cu debit infinit, cu apă de răcire în circuit deschis cu debit finit, cu un turn de răcire ideal și cu un turn de răcire real.

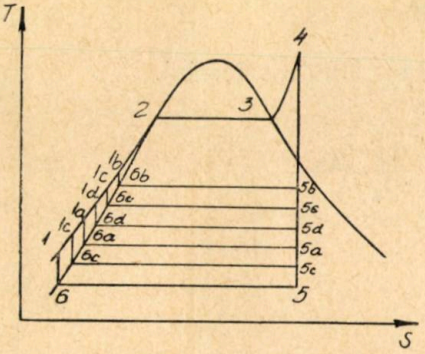


Fig. 1. Reprezentarea în diagrama T—S a efectului sistemului de răcire asupra randamentului ciclului.

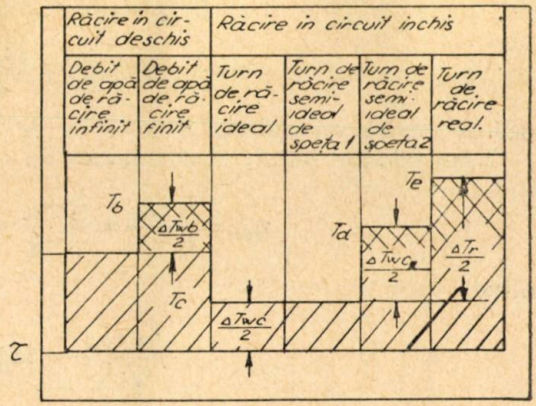


Fig. 2. Variația temperaturii medii din condensator în funcție de sistemul de răcire al acestuia.

Pentru simplificare, în toate cazurile vom neglija diferențele de temperatură de pe fețele condensatorului.

Vom considera :

$$i_{6a}=i_{6b}=i_{6c}=i_{6d}=i_6=i_1 \qquad (1)$$

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din I.P.T. la data de 10 ... 12 mai 1968.

Temperatura medie care se realizează în condensator o vom exprima cu relația :

$$T_c = T_a + \frac{\Delta T_w}{2} \tag{2}$$

Cazul 1

Debitul apei de răcire este infinit.

$$D(i_5 - i_{6a}) = G_w \cdot c_w \cdot \Delta T_{wa} . \tag{3}$$

Debitul de apă de răcire fiind infinit, pentru ca relația (3) să fie satisfăcută ΔT_{wa} trebuie să fie 0. În condensator se realizează T_a, temperatura mediului ambiant.

Randamentul ciclului va fi :

$$\eta_{tI} = \frac{i_4 - i_{5a}}{i_4 - i_{6a}} = \frac{i_4 - i_{5a}}{i_4 - i_1} \tag{4}$$

Cazul 2

Debitul apei de răcire este finit.

$$D(i_5 - i_{6b}) = G_w \cdot c_w \cdot \Delta T_w \tag{5}$$

$$T_b = T_a + \frac{\Delta T_{wb}}{2} \tag{6}$$

dacă se neglijează căderea termică de pe fețele condensatorului.

Randamentul termic al ciclului va fi :

$$\eta_{tII} = \frac{i_4 - i_{5b}}{i_4 - i_{6b}} \approx \frac{i_4 - i_{5a}}{i_4 - i_1} - \frac{i_{5b} - i_{5a}}{i_4 - i_1} \tag{7}$$

notînd

$$\frac{i_{5b} - i_{5a}}{i_4 - i_1} = \Delta\eta_{II} \tag{8}$$

Randamentul devine :

$$\eta_{tII} = \eta_{tI} - \Delta\eta_{tII} \tag{9}$$

Debitul finit de apă de răcire afectează ciclul cu o scădere de randament, $\Delta\eta_{tII}$

Cazul 3

Se consideră că în circuitul de răcire este montat un turn de răcire. Se neglijează consumul de energie aferent circulației apei și a aerului. De asemenea se neglijează energia consumată pentru înlocuirea apei evaporate.

Se consideră turnul de răcire ca fiind un schimbător de căldură și masă ideal, care funcționează fără diferența de potențial între nivelul energiilor agentului care cedează și ale aceluia care primește căldură și substanță. În acest caz, aerul trebuie să aibe la ieșire temperatura apei calde și să fie complet saturat cu vapori de apă, iar apa rece la ieșirea din turn trebuie să aibe temperatura termometrului umed corespunzătoare aerului proaspăt.

Se notează :

— entalpia aerului la intrare, i_{L1} [KJ/kg];
— entalpia aerului la ieșire, i_{L2} [KJ/kg];
— temperatura termometrului uscat la intrare t_{L1};
— temperatura termometrului umed la intrare, τ_1.

Încălzirea apei în condensator este :

$$\Delta T_{wc}=\frac{D(i_{5c}-i_{6c})}{G_w \cdot c_w}. \tag{10}$$

iar temperatura apei calde :

$$t_{w_2}=\tau_1+\Delta T_{wc}. \tag{11}$$

Bilanțul termic global al turnului este :

$$G_{Lt}(i_{L2}-i_{L1})=G_w \cdot c_w \Delta T_{wc}. \tag{12}$$

În relația (12) s-a notat cu G_{Lt}[kg/s] debitul de aer în cazul turnului ideal.

La ieșire, aerul va fi complet saturat și va avea temperatura apei calde :

$$i_{L2}=1{,}006\, t_{w_2}+x_s(2\,500+1{,}683 \cdot t_{w_2}). \tag{13}$$

La intrare, aerul va avea pentru temperatura termometrului uscat (t_{L1})) și temperatura termometrului umed (τ_1) entalpia (i_{L1}). Aceasta, după I. Vlădea [1] este :

$$i_{L1}=1{,}006 t_{L1}+\frac{(1555+1{,}159 t_{L1})[p_{s1}-9{,}07(t_{L1}-\tau_1)]}{B-p_s+9{,}07(t_{L1}-\tau_1)}. \tag{14}$$

În relația (14) p_s reprezintă presiunea parțială a vaporilor de apă la saturație la temperatura t_{L1} în mbar iar B presiunea atmosferică exprimată în mbar.

Ținînd cont, că $t_{w2}=\tau_1+\Delta T_{wc}$, introducînd relația (13) și relația (14) în relația (12) obținem :

$$G_{Lt}=\frac{G_w \cdot c_w \cdot \Delta T_{wc}}{1{,}006[\Delta T_{wc}-(T_{L1}-\tau_1)]+X_s[2\,500+1{,}683(\tau_1+\Delta T_{wc})]+\frac{+(1555+1{,}159\, t_{L1})[p_{s1}-9{,}07(t_{L1}-\tau_1)]}{B-p_s+9{,}07(t_{L1}-\tau_1)}}. \tag{15}$$

În relația (15) mărimile ΔT_{wc} și G_w sînt impuse turnului de răcire de condensator respectiv de ciclu iar t_{L1} și τ_1 și B sînt impuse de parametrii aerului atmosferic. Pe de altă parte $\overline{X}_s$ și p_{s1} sînt mărimi la saturație ale aerului la temperatura $t_{L1}+\Delta T_{wc}$, respectiv t_{L1}, de asemenea impuse. Așadar în relația (15) toți termenii din membrul drept sînt mărimi impuse turnului de răcire ceea ce înseamnă că nu există decît o singură valoare pentru G_{Lt}, aceea care verifică ecuația (15).

Dacă prin turnul de răcire ideal va circula acest debit de aer G_{Lt}, turnul va răci apa pînă la temperatura termometrului umed și va evacua aerul complet saturat la temperatura apei calde.

Dacă $G_L < G_{Lt}$, deși în partea interioară se va realiza o răcire a apei pînă la temperatura termometrului umed existînd în această zonă echilibrul între potențiale, în partea superioară, aerul nu mai va avea entalpia i_{L2} ci o altă entalpia mai mică, i'_{L2},

Într-adevăr din relația (12) se observă că atunci cînd G_L crește, i_{L2} scade, restul mărimilor rămînînd constante. În acest caz i_{L2} nu va mai fi corespunzător stării de saturație la temperatura t_{w2}, turnul funcționînd cu diferențe de potențial la capătul cald.

Se va numi turnul de răcire care funcționează în aceste condiții *turn semiideal de speța 1-a.*

Dacă $G_L > G_{Lt}$, aerul nu va mai avea la ieșire entalpia i_{L2}, ci o altă entalpie $i''_{L2} > i_{L2}$, din condiția dată de relația (12).

Acest lucru însă nu se poate realiza: entalpia aerului nu poate fi superioară entalpiei stratului limită deoarece schimbul termic și de masă prin enunț se realizează în sensul apă-aer și chiar mai mult, fără diferențe de potențiale (pe cît posibil). În nici un caz aerul nu poate fi mai cald și mai încărcat cu vapori de apă decît stratul limită din partea superioară a turnului. Pentru a se corecta această absurditate, trebuie deplasată zona de răcire ΔT_{wc} în sus, pînă cînd se va realiza egalitate. Se va numi turnul care funcționează în aceste condiții, *turn semiideal de speța 2-a.*

In acest caz capătul rece al turnului va avea potențialele pe partea apei superioare potențialelor de pe partea aerului.

Din punct de vedere al ciclului Clausius-Rankine, în cazul turnului perfect prin care circulă debitul de aer G_{Lt}, randamentul va fi:

$$\eta_{t\,III} = \frac{i_4 - i_{5c}}{i_4 - i_1} \tag{16}$$

i_{5c} fiind entalpia corespunzătoare temperaturii T_c. Relația (16) se mai poate scrie

$$\eta_{t\,III} = \frac{i_4 - i_{5a}}{i_4 - i_1} - \frac{i_{5b} - i_{5c}}{i_4 - i_1} - \frac{i_{5c} - i_{5b}}{i_4 - i_1} \tag{17}$$

notînd:

$$\frac{i_{5c} - i_{5b}}{i_4 - i_1} = \Delta\eta_{t\,III}\,. \tag{18}$$

Randamentul devine :

$$\eta_{t\,III} = \eta_{t\,I} - \Delta\eta_{t\,II} + \Delta\eta_{t\,III} \cdot \tag{19}$$

Dacă se consideră că în toate cele trei cazuri, parametri atmosferici (t_L , τ_1) au rămas aceiași și că apa de răcire a avut în cazul II temperatura termometrului uscat, turnul de răcire ideal aduce o îmbunătățire a randamentului ciclului.

Turnul de răcire semiideal de speța I nu modifică parametri apei de răcire și de aceea nu afectează randamentul ciclului în comparație cu turnul ideal.

Turnul de răcire semiideal de speța II va deplasa în sus zona de răcire cu creșterea de temperatură necesară pentru a obține la ieșire aer saturat la temperatura apei calde. Se va nota această creștere cu ΔT_{wcIII} Entalpia aburului în condensator va crește la nivelul i_{5b} corespunzător temperaturii T_d

$$T_d = \tau_1 \frac{T_{wc}}{2} + \frac{T_{wcII}}{2} \cdot \tag{20}$$

Randamentul ciclului va fi :

$$\eta_{t\,III\,s} = \frac{i_4 - i_{5d}}{i_4 - i_1} \tag{21}$$

notînd :

$$\frac{i_{5d} - i_{5c}}{i_4 - i_1} = \Delta\eta_{t\,IV} \tag{22}$$

$$\eta_{t\,III\,s} = \eta_{t\,I} - \Delta\eta_{t\,II} + \Delta\eta_{t\,III} - \Delta\eta_{t\,IV} \tag{23}$$

Din punct de vedere al folosirii capacității de transport termic a aerului turnul semiideal de speța I-a deși nu a micșorat randamentul ciclului introduce o pierdere de capacitate de transport termic. Aerul vehiculat prin turn nu a fost folosit din plin, nu a fost încărcat la capacitatea sa maximă. El ar mai fi putut să preia căldură, de la nivelul i'_{L2}, la nivelul i_{L2} pentru ca procesul să se desfășoare fără diferențe de potențiale apă-aer.

În schimb turnul semiideal de speța II-a deși a condus la o micșorare a randamentului ciclului cu $\Delta\eta_{t\,IV}$ a folosit complet capacitatea de transport termic a aerului. Acest turn afectează ciclul cu o micșorare a randamentului, prin vehicularea unei cantități mai mici de aer de răcire.

Pusă astfel problema, în comparație cu un turn ideal, turnul semiideal de speța I-a nu influențează randamentul dar circulă mai mult aer decît este necesar cu un coeficient redus de încărcare, deci o cheltuială în plus, în timp ce turnul semiideal de speța a II-a micșorează randamentul global al turnului dar aduce și o economie pe seama vehiculării unui debit micșorat de aer. Turnul semiideal de spța II-a aduce o micșorare a randamentului pe de o parte dar și o micșorare a cheltuielilor pe de altă parte. Un

calcul economic concret, va stabili pentru fiecare caz în parte dacă cele două efecte sînt egale sau care din ele este mai mare. Un lucru este cert: judecat astfel, turnul semiideal de speța I-a este un turn mai slab și decît un turn ideal și poate și decît un turn semiideal de speța II-a. (S-ar putea să existe cazuri de limită cînd creșterea cheltuielilor la un turn semiideal de speța I-a să fie mai mici decît suma efectelor turnului semiideal de speța II-a, sumă cu efect minus. Aceasta depinde foarte mult de raportul de prețuri dintre elementele constitutive ale calculului economic.)

Cazul 4

Se consideră că în circuitul de răcire este montat un turn de răcire real. Aceasta, va trebui să realizeze aceeași zonă de răcire (ΔT_{wc}), același debit de aer (G_L) și va lucra cu aceiași parametri ai aerului la intrare (t_{L1}) ca și în cazul precedent. În schimb vor exista peste tot în turn diferențe de potențiale între nivelul temperaturilor și al concentrațiilor vaporilor de apă din stratul limită și din curentul de aer, pentru a se putea realiza procesele de răcire și evaporare. Chiar și în cazul în care ar circula debitul G_{L1}, aerul nu ar fi saturat, la temperatura apei calde.

Există posibilitatea ca la un moment dat unul din cele două potențiale să se anuleze. Aceasta nu modifică cu nimic sensul problemei, deoarece în continuare se realizează numai procesul pentru care există diferențe de potențial.

Considerăm că debitul de aer este G_{LT}. Turnul va deplasa zona de răcire ΔT_{wc} spre valori mai mari ale temperaturii cu cantitatea $\frac{\Delta T_r}{2}$.

În condensator se va stabili temperatura:

$$T_e = \tau_1 + \frac{\Delta T_{wc}}{2} + \frac{\Delta T_r}{2}. \tag{24}$$

Corespunzător temperaturii T_e, se stabilesc entalpiile i_{5e} și i_{6e}.

Randamentul ciclului Clausius-Rankine va fi:

$$\eta_{t\,IV} = \frac{i_4 - i_{5e}}{i_4 - i_1}. \tag{25}$$

Relația (25) se mai poate scrie:

$$\eta_{t\,IV} = \frac{i_4 - i_{5a}}{i_4 - i} - \frac{i_{5b} - i_{5a}}{i_4 - i_1} - \frac{i_{5c} - i_{5b}}{i_4 - i_1} - \frac{i_{5e} - i_{5c}}{i_4 - i_1} \tag{26}$$

notînd:

$$\frac{i_{5e} - i_{5c}}{i_4 - i_1} = \Delta\eta_{t\,V} \tag{27}$$

relația (26) devine:

$$\eta_{t\,IV} = \eta_{t\,I} - \Delta\eta_{t\,II} + \Delta\eta_{t\,III} - \Delta\eta_{t\,V}. \tag{28}$$

Turnul de răcire real, față de turnul de răcire perfect introduce în ciclu o pierdere de randament generată tocmai de deplasarea spre valori mai ridicate a zonei de răcire.

Dacă turnul real funcționează cu un debit de aer $G_L < G_{LT}$, trebuie comparat din punct de vedere al randamentelor cu un turn ideal de speța 2-a. În acest caz, pierderea de randament $\Delta\eta_{t\,IV}$ se compune din :

$\Delta\eta_{t\,V} - \Delta\eta_{t\,IV}$ — reprezintă pierderea de randament datorită imperfecțiunii turnului.

$\Delta\eta_{t\,IV}$ — reprezintă pierderea de randament datorită circulării unui debit de aer mai mic decît $G_{L\,T}$.

Dacă turnul real funcționează cu un debit de aer, $G_L < G_{LT}$, poate fi comparat din punct de vedere al randamentului cu un turn ideal de speța 1-a și randamentul său este :

$$\eta_{t\,IV} = \eta_{t\,1} - \Delta\eta_{t\,II} + \Delta\eta_{t\,III} - \Delta\eta_{t\,V}$$

adică este același ca și în cazul funcționării cu G_{LT}.

EFICIENȚA TERMODINAMICA A TURNULUI DE RĂCIRE

Pentru evacuarea căldurii :

$$Q = G_w \cdot {}_w \cdot \Delta T_{wc} \tag{29}$$

prin turn se vehiculează debitul de aer G_L, cu entalpia la intrare i_{L1}. Turnul real pentru a putea realiza acest transfer necesită o diferență de potențial între nivelul entalpiilor din stratul limită și din curentul de apă. De dorit este ca această diferență de potențial să fie cît mai mică.

Soluția optimă este aceea care realizează procesul cu o temperatură cît mai mică a apei calde și cu debit și căderi de presiune minime pe partea aerului. Pentru aceasta aerul trebuie să înmagazineze cît mai multă căldură. Limita maximă a acestei încărcări este diferența dintre entalpia la saturație la temperatura apei calde (i^{w2}) și entalpia aerului proaspăt $_1$).

Presupunînd că parametrii apei și ai aerului se mențin constanți în partea de jos a turnului, turnul de răcire care va evacua aerul cu o entalpie cît mai apropiată de entalpia maximă posibilă ($i_{w2} - i_{L1}$) va fi un turn bun, în timp ce turnul care va evacua aerul cu o entalpie mai scăzută va avea performanțe mai scăzute.

Raportul dintre creșterea entalpiei realizată în turn și creșterea de entalpie maxim posibilă constituie o cifră caracteristică a turnului de răcire.

Notînd cu i_{L2} entalpia aerului la ieșire, cu i_{L1} entalpia aerului la intrare și cu i_{Lw} entalpia aerului la saturație la temperatura apei calde, raportul :

$$T = \frac{i_{L2} - i_{L1}}{i_{Lw2} - i_{L1}} \tag{30}$$

va fi denumit „*eficiență termică a turnului de răcire*" și constituie o măsură a folosirii capacității de transport termic a aerului vehiculat prin turn.

În comparație cu curbele de garanție care dau temperatura apei răcite și care trebuiesc recalculate dacă condițiile de lucru nu coincid cu para-

metrii de calcul, simplexul T permite aprecierea calitativă a performanțelor unui turn și pentru cazul în care turnul este exploatat în condiții atmosferice diferite.

Pentru beneficiar este indiferent dacă turnul răcește slab (zona de răcire a fost deplasată spre valori mai ridicate ale temperaturii) din cauză că prin turn circulă prea puțin aer sau din cauză că geometria dispersorului a fost necorespunzătoare. Proiectantul trebuie să dimensioneze instalația în așa fel încît aerul să aibe la ieșire o entalpie cît mai mare. În acest caz va obține cheltuieli minime.

O comparație plastică pentru interpretarea cifrei T este următoarea: aerul circulat prin turn este asimilat cu un vehicul iar căldura introdusă în turn este încărcătura acestuia. Vehiculul are o anumită capacitate volumică de transport, (G_L). Încărcătura poate fi introdusă în pachete, de dorit cît mai ușoare, limita inferioară a masei specifice a acestora fiind temperatura termometrului umed a aerului proaspăt, τ_1.

În cazul turnului ideal întreaga capacitate volumică de transport este ocupată cu pachete din cele mai ușoare.

În cazul turnului semiideal de speța I-a, numai o parte din volum este ocupată cu pachete din cele mai ușoare. Vehiculul circulă cu volumul disponibil parțial neocupat.

În cazul turnului semiideal de speța II-a, vehiculul circulă cu volumul disponibil complet ocupat, dar pachetele sînt mai grele decît în cazul turnului ideal.

În cazul turnului real funcționînd cu $G_L > G_{LT}$, vehiculul circulă folosind parțial capacitatea sa volumică de transport și cu pachetele compactate. Deși există „loc", pachetele au o masă specifică mai ridicată: de fapt tocmai în acest fenomen constă imperfecțiunea turnului.

Bineînțeles comparația se oprește aci, deoarece „masa specifică" nu afectează energia consumată pentru vehicularea aerului, în timp ce în cazul vehiculelor terestre aceasta afectează substanțial calculul economic.

DATE EXPERIMENTALE

Prin experimentări pe o stație pilot monoplacă s-a urmărit să se determine comportarea termodinamică a instalației pentru încărcări termice variabile, prin păstrarea constantă a debitului de apă și a debitului specific de aer, excluzîndu-se astfel influența turnului semiideal asupra factorului de calitate. În acest scop s-au folosit experimentările din seriile A I—A II la care s-au păstrat constanți toți parametrii procesului cu excepția temperaturii apei calde și a debitului specific de aer.

În fig. 3 este reprezentată variația simplexului T în funcție de debitul specific de aer avînd temperatura apei calde t_w ca parametru. Se observă că, cu cît temperatura apei calde crește, pentru o anumită valoare a debitului specific de aer cifra T scade. De asemeni T scade pe măsură ce crește λ, temperatura apei calde fiind constantă.

În fig. 4 s-au reprezentat în coordonate $t_w - \lambda$, aceleași experiențe.

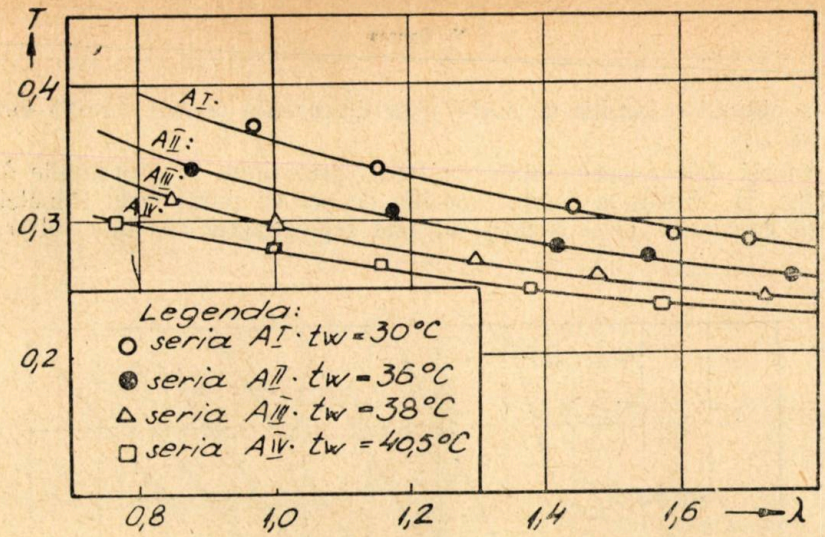


Fig. 3. Dependența experimentală $T=f(\lambda)$.

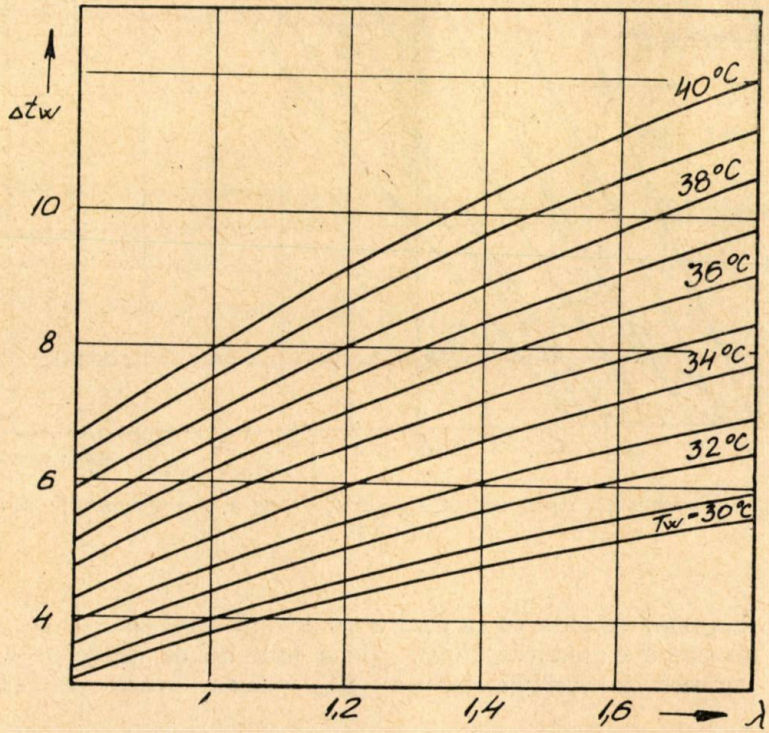


Fig. 4. Dependența zonei de răcire (Δt_w) în funcție de debitul specific de aer (λ) pentru experiențele din seria A (I—IV).

S-a obținut o familie de curbe ușor divergente pentru sarcină termică mare (Δt_w).

Aceleași date experimentale au fost reprezentate în coordonate Δt_w — — t_w (fig. 5), luîndu-se debitul specific de aer ca parametru. Punctele de eficiență constantă (T = const.) au fost reprezentate cu linie întreruptă.

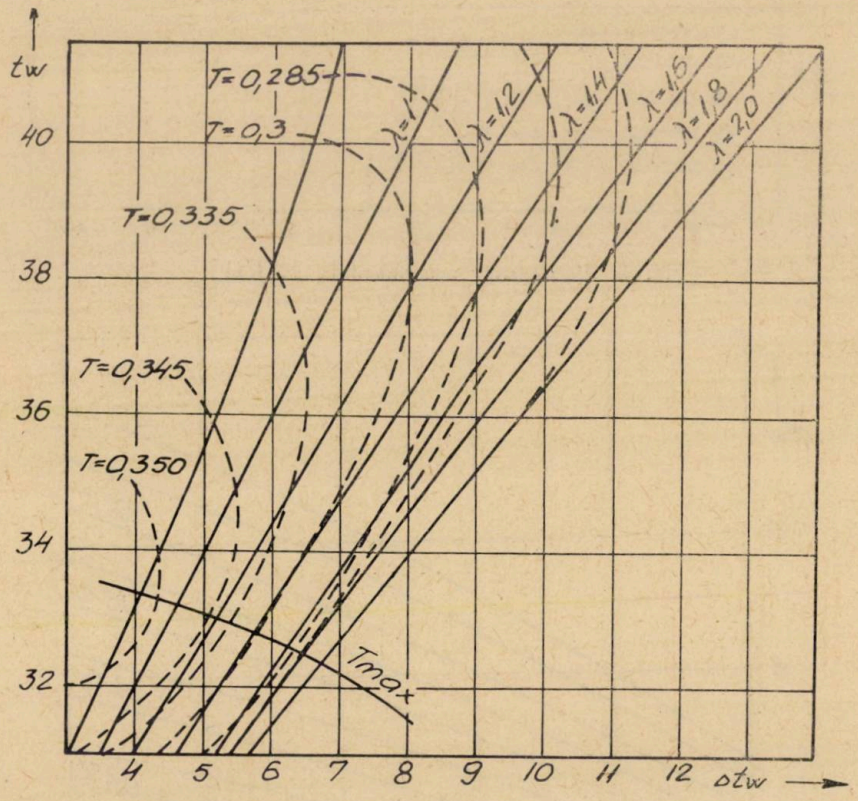


Fig. 5. Dependența experimentală $t_w = f(\Delta t_w)$ pentru experiențele din seriile A I—A IV.

Din diagramă se observă că pentru un anumit debit specific de aer λ — ceea ce înseamnă o anumită construcție a turnului de răcire — există o snigură valoare a sarcinii termice Δt_w pentru care se realizează T_{max}.

Din fig. 5 se observă că punctele de eficiență maximă sînt cu atît mai precise cu cît debitul specific de aer este mai mic. Pentru valori mari ale lui λ, apare o zonă de T_{max}.

UTILIZAREA CURBELOR CARACTERISTICE

Analizînd experiențele reprezentate în fig. 5, se observă că, cu cît debitul specific de aer este mai mare, cu atît eficiența termică variază mai puțin cu temperatura apei calde. De aci concluzia că turnurile care lucrează cu λ mare, au caracteristici plate în exploatare și sînt indicate pentru a fi folosite în centralele de vîrf. Din contră, turnurile care lucrează cu λ mic, se comportă mai bine din punct de vedere al eficienței, dar prezintă variații mai importante ale acesteia cu sarcina termică.

Concluzia este deci că turnurile cu tiraj natural, care lucrează cu debit specific mic de aer sînt indicate în centralele de bază, deoarece au o eficiență mai mare decît turnurile cu tiraj forțat.

Prelucrarea datelor experimentale sub forma unor diagrame $\Delta t_w - t_w$ ușurează mult calculul economic în proiectare. Din cîmpul de valori $\Delta t_w - t_w$ numai pentru o zonă îngustă se realizează T_{max}. Pentru alegerea soluției optime, proiectantul trebuie să compare performanțele experimentale ale diferitelor tipuri de dispersori și să aleagă o astfel de construcție încît punctul său de funcționare să fie situat în banda de T_{max}.

Pentru exploatare, cifra T asigură aprecierea calitativă a comportării turnului pentru încărcări și condiții climatologice diferite de valoarea nominală, ceea ce ușurează recepția și verificarea comportării în timp a turnului.

CONCLUZII

Criteriul T sintetizează performanțele turnurilor de răcire. În comparație cu criteriul η_A, gradul de răcire al turnului:

$$\eta_A = \frac{t_{w2} - t_{w1}}{t_{w2} - t_{L_1}} \tag{31}$$

propus de W. Klenke [3] și care nu poate fi utilizat decît într-o diagramă în care se ia în abscisă debitul specific de aer raportat la debitul specific realizat într-un turn ideal și în ordonata η_A, simplexul T este o mărime comparativă de sine stătătoare și poate fi reprezentat în coordonate $\Delta t_w - t_w$.

Curbele de T = const., reduc de la dimensiunile unui plan la dimensiunile unei drepte veriga de legătură dintre calculul termic și calculul economic al turnului.

Calcule economice prealabile, de tatonare se reduc considerabil și se poate face o apreciere globală asupra comportării calitative a turnului la sarcini variabile.

Folosirea simplexului T presupune existența unui album de diagrame $\Delta t_w - t_w$, obținut prin prelucrarea datelor experimentale realizate pe instalații asemenea. Aceasta nu complică cu nimic lucrurile, fiind vorba doar de o metodă de ordonare a experiențelor.

BIBLIOGRAFIE

1. Vlădea I., *Instalații și utilaje termice.* Ed. tehnică, 1966, București.
2. Bosnjaković Fr., *Technische Thermodynamik,* II Teil, Dresden, 1960.
3. Klenke W., Die Kühltürmkennlinie als Mittel für die Beurteilung von Kühltürmen. B.W.K. 18 (1966), nr. 3, p. 97—105.
4. Geibel C., Uber die Wasserrückkühlung mit selbstventilierenden Türnkühler. V.D.I. Heft 242, (1921).
5. Vlădea I., *Manual de Termotehnică* Vol. II., Ed. didactică și pedagogică. București, 1963.

ТЕПЛОВАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОХЛАДИТЕЛЬНЫХ БАШЕН

(РЕЗЮМЕ)

Выявляется эффект охлаждающих систем на к.п.д. цикла Клаузиус-Ранкин, принимая охлаждение конденсатора речной водой с открытой циркуляцией, затем идеальное охлаждение в башнях и наконец действительное.

Для количественного определения процесса тепло- и массообмена вводится симплекс T, термическая эффедтивность охладительной башни, который может быть применен и в качестве параметра для интерпретации лабораторных испытаний.

Применяя собственные опытные данные, установлено существование оптимальной функциональной кривой. При помощи кривой $T_{макс}$ упрощается расчет охладительных башен и применение опытных данных.

DIE THERMISCHE LEISTUNGSZAHL VON KÜHLTÜRMEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Arbeit wird der Einfluss des Kühlsystems auf den Wirkungsgrad des Clusius-Rankine-Prozesses untersucht, wobei als Kühlmittel des Kondensators Flusswasser in offenem Kreislauf angenommen wird; die Untersuchung wird zuerst für den Fall eines idealen Kühlturmes und sodann für den Fall eines reelen Kühlturmes durchgeführt.

Zur qualitativen Beurteilung des Wärme- und Stoffaustausches wird die adimensionale Leistungszahl des Kühlturmes T eingeführt, welche bei der Auswertung von Laborversuchen als Parameter Verwendung finden kann.

Auf Grund eigener experimenteller Ergebnisse, wurde die Existenz einer optimalen Betriebskurve festgestellt. Durch Darstellung der Kurve T_{max} vereinfacht sich die Berechnung der Kühltürme, indem die experimentellen Ergebnisse leicht verwertet werden können.

INFLUENȚA VITEZEI DE CURGERE A ELECTROLITULUI LA PRELUCRAREA ELECTROCHIMICĂ

DE

GH. SAVII, M. NICA

În vederea stabilirii ponderii influenței parametrilor care participă la procesul prelucrării de netezire prin procedeul electrochimic, s-a urmărit prin cercetări experimentale influența vitezei de curgere a electrolitului asupra debitului de metal prelevat și asupra rugozității suprafeței. Cercetările s-au efectuat asupra oțelului 41 MoC 11 netratat termic și călit avînd microstructurile prezentate în figura 1 *a* și 1 *b*.

Instalația folosită pentru încercări este prezentată schematic în figura 2. Electrolitul este adus sub presiune în zona de lucru, prin intermediul pompei *P*. Reglarea presiunii se obține prin supapa de presiune constantă *S*, iar valoarea reglată este indicată de manometrul *M*. În dispozitivul de lucru *D*, se află electrodul sculă E_s și piesa de prelucrat E_p a căror poziție relativă poate fi modificată prin cele două șuruburi S_1 și S_2. Viteza de curgere a electrolitului poate fi reglată din supapa de presiune constantă și din droselul *R*.

Cunoscut fiind faptul că procesul prelucrării electrochimice este explicat prin fenomenul de dizolvare anodică respectînd legile lui Faraday:

$$m = 1{,}036 \cdot 10^{-8} \frac{A}{n} \cdot I \cdot \tau \text{ kg}$$

unde:

A este masa atomică,
n — valența,
I — intensitatea curentului,
τ — timpul de trecere a curentului prin electrolit,

rezultă că parametrii care influențează direct asupra cantității de metal detașat sînt: intensitatea curentului și materialul de prelucrat (greutatea sa atomică și valența). Ca atare pentru explicarea influenței electrolitului, ne-am axat cercetările asupra stabilirii dependenței dintre viteza de curgere și intensitatea curentului electric.

a)

b)

Fig. 1. *a*) Microstructura oțelului 41 MoC11 netratat termic (440×). *b*) Microstructura oțelului 41 MoC11 călit (600×)

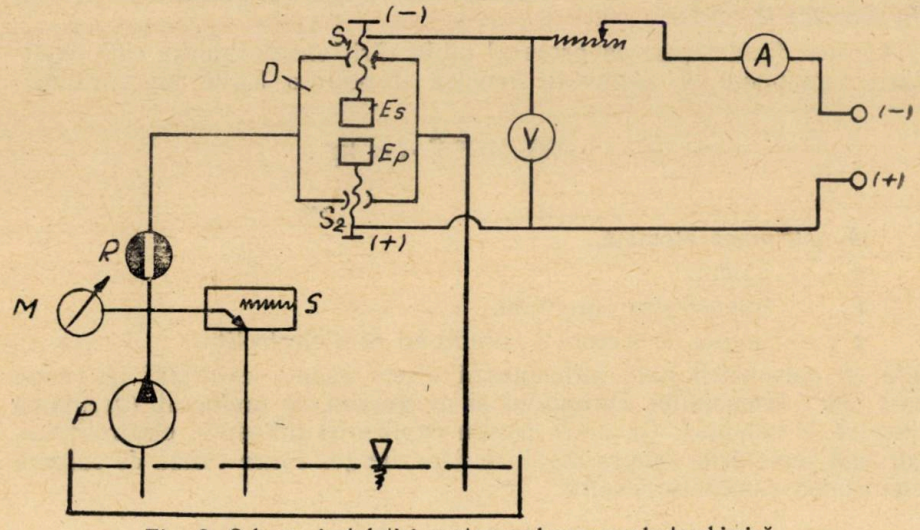


Fig. 2. Schema instalației pentru prelucrarea electrochimică.

Viteza de curgere a electrolitului influențează asupra valorii curentului din circuitul de prelucrare prin influența pe care o are asupra temperaturii electrolitului din zona de lucru, asupra concentrației lui și asupra procesului de activare a electrozilor, parametrii ce influențează direct conductivitatea și deci intensitatea curentului.

Odată cu creșterea temperaturii electrolitului, conductivitatea lui crește [1] însă creșterea temperaturii este însoțită de o intensificare a procesului de evaporare ceea ce duce la scăderea conductivității. La circulația electrolitului cu viteze mici, hidrogenul dezvoltat și hidroxizi de fier formați în urma procesului de prelucrare electrochimică, rămîn un timp mai îndelungat în zona de lucru și concentrația lor crește ducînd la pasivizarea zonei de lucru.

Pe baza rezultatelor obținute din încercările efectuate pe instalația amintită, s-a putut reprezenta grafic dependența dintre debitul specific de metal prelevat $P\left[\frac{mm^3}{A \cdot min}\right]$ în funcție de viteza de curgere a electrolitului (fig. 3).

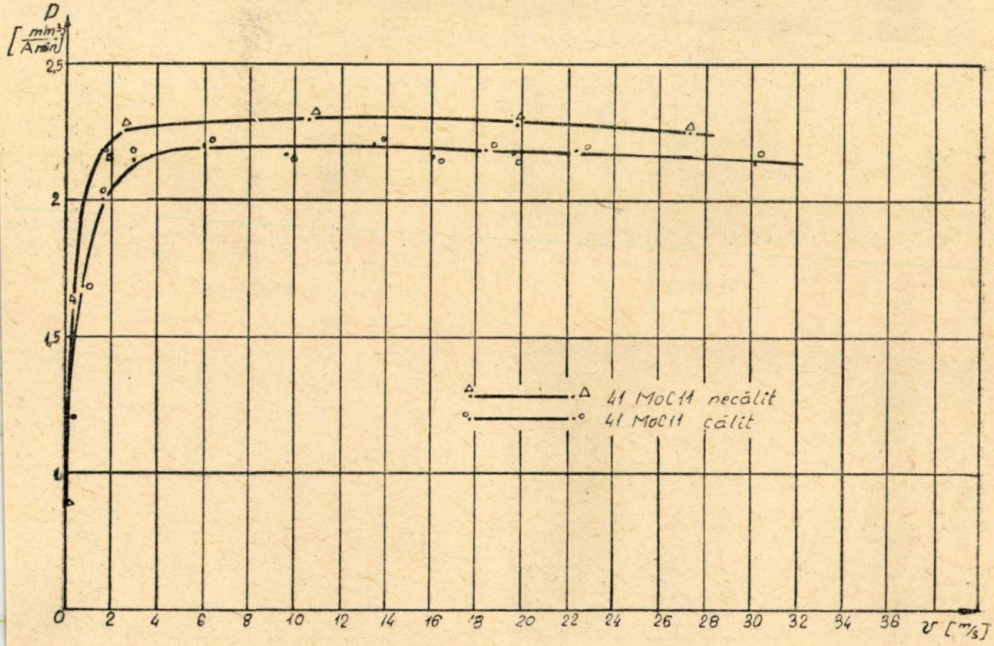
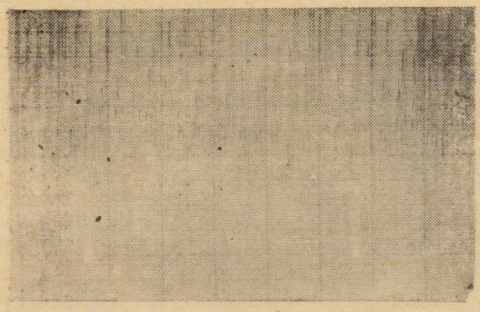


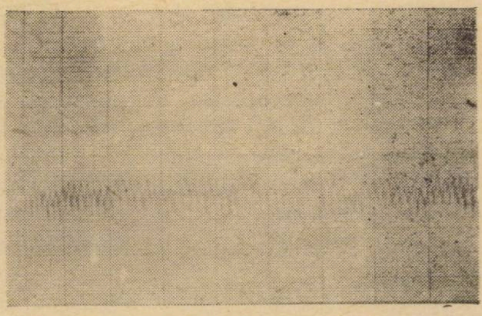
Fig. 3. Variația debitului specific de metal prelevat în funcție de viteza de ungere a electrolitului.

Din grafic se poate constata că pentru viteze între 0 și 2 m/s debitul specific de metal prelevat variază foarte mult.

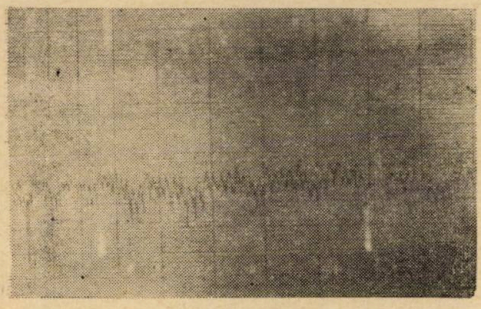
Între 2 și 4 m/s creșterea este mai mică, iar la o creștere în continuare a vitezei, creșterea debitului de metal prelevat ajunge să fie neînsemnată.



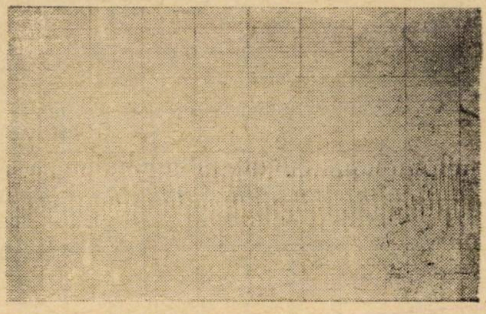
v=3,5 m/s



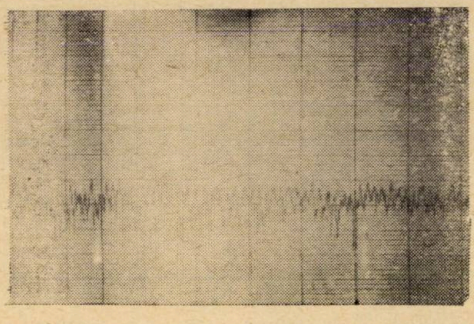
v=7,5 m/s



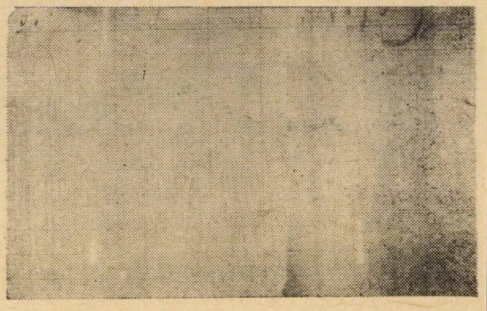
v=13 m/s



v=15 m/s



v=17 m/s



v=40 m/s

Fig. 4. Oscilogramele pulsațiilor curentului în funcție de viteza de curgere a electrolitului.

Din rezultatele încercărilor se poate constata o viteză optimă cuprinsă între de 12—16 m/s.

Păstrînd aceiași parametrii de prelucrare, s-a determinat variația curentului electric din circuitul instalației pentru diferite viteze de curgere a electrolitului.

Deoarece sursa de alimentare de curent continuu formată dintr-un redresor cu diode de siliciu prezintă pulsații ale curentului s-a folosit pentru această cercetare alimentarea de la o sursă de curent continuu compusă dintr-o baterie de acumulatori care nu mai prezintă pulsații avînd, în aceleași condiții, o caracteristică constantă pentru curent.

Înregistrările efectuate (fig. 4) arată că intensitatea curentului electric nu este o mărime constantă în procesul de prelucrare ci este un parametru pulsator a cărui amplitudine și frecvență se modifică odată cu schimbarea vitezei.

Din figuri se constată că pentru viteze de curgere a electrolitului sub 6 m/s, variația curentului este foarte mare. Astfel la prelucrarea statică — fără mișcare forțată a electrolitului — aceste variații ating 6,3 A pentru oțelul necălit și 3,2 A pentru oțelul călit. Între vitezele de 6 m/s și 20 m/s pulsațiile au valori mai mici iar peste viteza de 20 m/s se remarcă din nou o creștere a pulsațiilor curentului.

Făcînd o comparație între diagramele care arată dependența volumului de metal prelucrat și viteza (fig. 3) și variația pulsațiilor în funcție de viteza electrolitului (fig. 5) se poate constata că debitul maxim de metal prelevat se obține pentru valorile vitezei corespunzătoare pulsației minime a curentului. La fel, se poate observa că debitul prelevat din oțelul necălit, pentru aceeași viteză de curgere a electrolitului, este mai mare decît la oțelul călit la care pulsațiile curentului sînt mai mari.

Analizînd influența temperaturii electrolitului asupra conductivității sistemului și variația acesteia în funcție de viteză (fig. 6), se remarcă faptul că la viteze foarte mici de mișcare a electrolitului, conductivitatea electrică a sistemului electrozi-electrolit este mai mare în cazul electrolitului cu temperatura inițială mai mică (20 °C) decît a electrolitului cu temperatura inițială mai ridicată (30 °C). Aceasta se datorește cantității mai mari de vapori dezvoltați din electrolitul cu temperatura inițială mai ridicată.

Pe măsura creșterii vitezei situația se schimbă datorită mobilității mai mari a ionilor în electrolitul cu energie internă mai mare (temperatură mai ridicată).

Se constată de asemenea faptul că, conductivitatea electrică crește odată cu creșterea distanței dintre electrozi (a se vedea curba corespunzătoare lui $\delta = 1$ mm), datorită volumului activ de electrolit mai mare.

Cantitatea de căldură degajată la trecerea curentului prin electrolit este:

$$Q = R \cdot I^2 \cdot \tau \ [J]$$

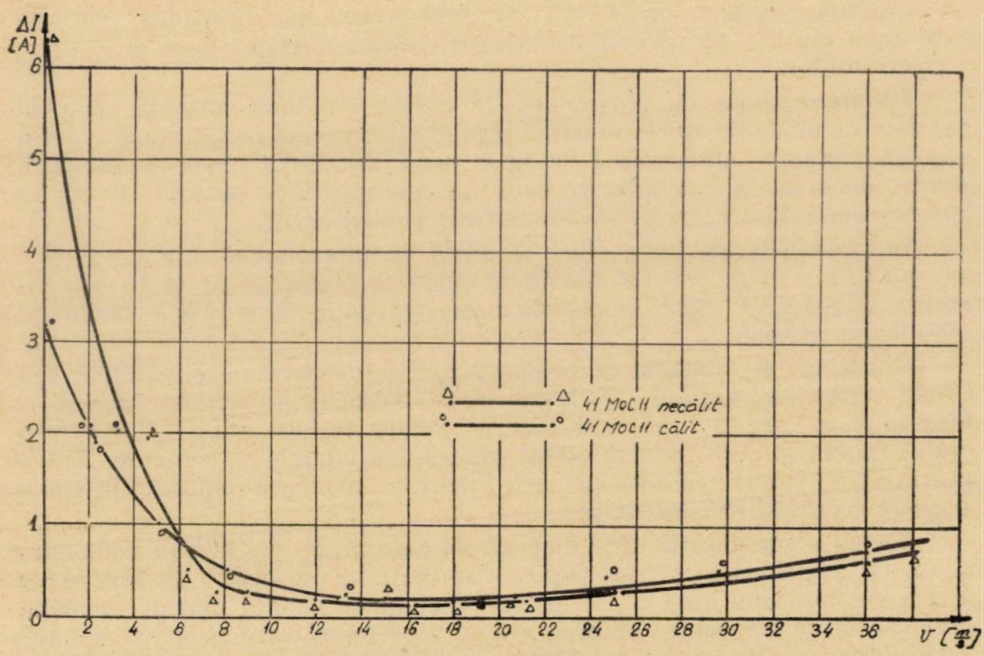


Fig. 5. Diagramele pulsațiilor curentului în funcție de viteza de curgere a electrolitului.

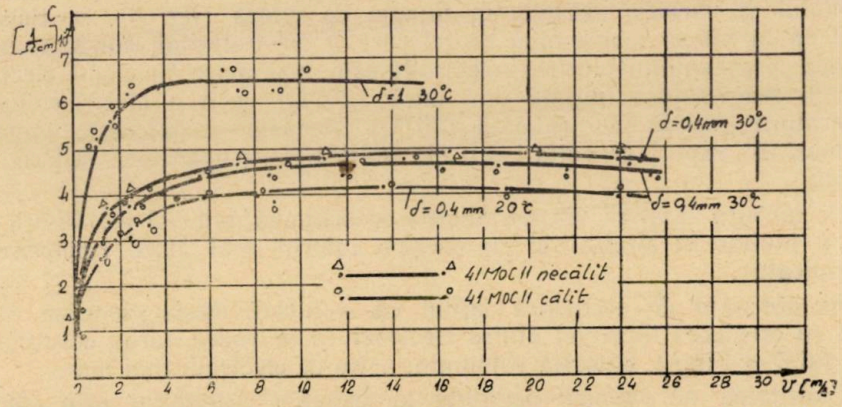


Fig. 6. Variația conductivității electrolitului cu viteza de ungere a electrolitului.

Considerînd că toată această cantitate de căldură este preluată de electrolit, el își va ridica temperatura cu Δt

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \quad [J]$$

Egalînd cele două expresii, se poate obține o relație care să dea variația temperaturii electrolitului :

$$\Delta t = \frac{R \cdot I^2 \cdot \tau}{m \cdot c} \ [°C]$$

Exprimînd rezistența R și masa m a electrolitului în funcție de parametrii considerați ai prelucrării : $R = \rho_e \cdot \frac{\delta}{a}$ și $m = V \cdot \rho = A_1 \cdot v \cdot \tau \cdot \rho$. se poate scrie :

$$\Delta t = \frac{\rho_e \cdot \frac{\delta}{A} \cdot I^2 \cdot \tau}{A_1 \cdot v \cdot \tau \cdot \rho \cdot c} = \frac{\delta \cdot I^2}{A \cdot A_1 \cdot c \cdot v \cdot \rho \frac{1}{\rho_e}} \ [°C].$$

Cum $\frac{1}{\rho_e}$ este tocmai conductivitatea C a electrolitului, relația finală are forma :

$$\Delta t = \frac{\delta \cdot I^2}{A \cdot A, \cdot C \cdot v \cdot \rho \cdot c} \ [°C].$$

Ținînd seama de temperatura inițială a electrolitului, temperatura în zona de lucru va fi dată de relația :

$$t = t_0 + \frac{\delta \cdot I^2}{A \cdot A_1 \cdot C \cdot v \cdot \rho \cdot c} \ [°C]$$

în care :

t este temperatura electrolitului în °C,
t_0 — temperatura inițială a electrolitului în °C,
δ — distanța dintre electrozi în m,
I — curentul din circuit în A,
A — suprafața activă a piesei în m^2,
A_1 — secțiunea de curgere a electrolitului în m^2,
C — conductivitatea în $\frac{1}{\Omega \cdot mm}$,
v — viteza de curgere a electrolitului în m/s,
ρ — densitatea electrolitului în kg/m^3,
c — căldura specifică a electrolitului în $\frac{j}{kg \cdot grd}$.

Introducînd în relația de calcul valorile corespunzătoare din figura 6 pentru prelucrarea oțelului 41 MoC 11 călit, cu temperatura inițială a electro-

litului de 30 °C, cu valoarea distanței dintre electrozi $\delta = 0{,}4$ mm și cu căldura specifică $c = 3\,830 \frac{j}{kg \cdot grd}$ corespunzătoare concentrației electrolitului folosit de 5%, s-a ridicat curba de dependență a temperaturii electrolitului cu viteza de curgere (fig. 7). Se observă că temperatura electrolitului din zona de lucru atinge valori însemnate la viteze de curgere mică.

În urma analizării diagramelor prezentate se poate constata că la viteze mici de mișcare a electrolitului, temperatura lui se ridică mult atingînd chiar temperatura de fierbere. Unei viteze mici îi corespunde o modificare a concentrației electrolitului, o putere de îndepărtare scăzută a materialelor ce provoacă pasivizarea electrozilor și o creștere a proporției de gaz din electrolit (hidrogen și vapori de apă), fenomene ce provoacă scăderea conductivității electrice și variabilitatea sa în timp ducînd la variația

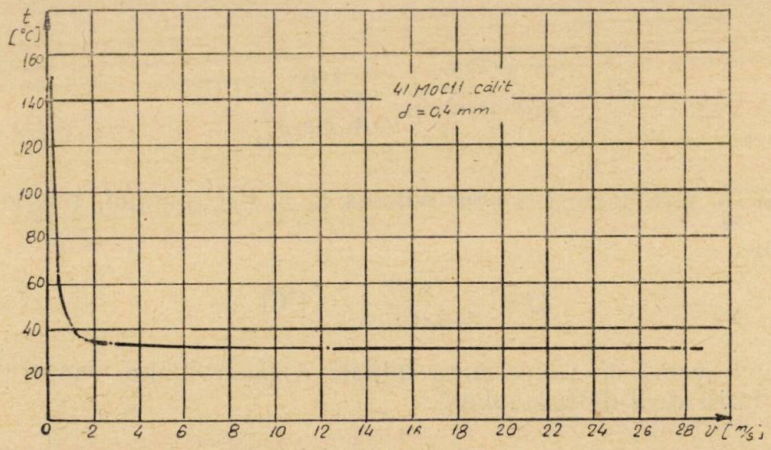


Fig. 7. Variația temperaturii electrolitului în zona de lucru în funcție de viteza de curgere.

curentului electric (fig. 4) și ca rezultat final la o scădere a debitului specific de metal prelevat (fig. 3). Fenomenele amintite mai atrag după ele și o înrăutățire a calității suprafețelor prelucrate, constatîndu-se o creștere a rugozității.

Astfel, rugozitatea variază de la 0,2 μm pentru regimul la care pulsațiile curentului sînt minime pînă la 4 μm pentru regimul caracterizat prin pulsații mari ale curentului.

Creșterea pulsațiilor curentului însoțită de micșorarea debitului specific de metal prelevat la viteze mai mari de 20 m/s se poate explica prin influența pe care o are curgerea lichidului la viteze mari și fenomenele conexe ale acestei curgeri ca: turbulență accentuată, micșorarea locală pronunțată a presiunii statice care duce la scăderea temperaturii de vaporizare etc.

CONCLUZII

Din cercetările efectuate și rezultatele obținute privind influența de curegere a electrolitului asupra productivității procedeului de prelucrare electrochimică și a calității suprafețelor prelucrate se constată :

— viteza de curgere a electrolitului avînd influență asupra pulsațiilor curentului influențează volumul de metal prelevat.

— asupra procesului de prelucrare are influență și temperatura electrolitului mai ales în cazul vitezelor mici.

— viteza de lucru optimă este cuprinsă între 12 . . . 16 m/s.

— prelucrarea la viteze mici ale electrolitului datorită fenomenelor care însoțesc prelucrarea, se produce și o înrăutățire a calității suprafeței prin creșterea rugozității.

BIBLIOGRAFIE

1. Opitz, Werkzeugkorrektur und Anwendungsbereiche der Elektrolyte beim elektrochemischen Senker Industrie Anzeiger 26 aug. 1966.
2. * * * *Manualul inginerului* vol. I., Ed. tehnică, 1965.
3. I. Gavrilaș, *Prelucrări eletrice în construcția de mașini.* Editura tehnică București, 1968.
4. Ian Peronczyk, Parametrii prelucrării electrochimice. In caiet selectiv Mașini-unelte și prelucrarea metalelor, Fasc. 5/1968.

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТЕЙ ТЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТА ПРИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ.

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучается влияние скорости течения электролита на расход выделенного металла и на неровность поверхности при электрохимической обработке.

На основании проведенных испытаний с низколегированной сталью 41 МОС 11, используя в качестве электролита раствор С установлено, что оптимальная скорость течния электролита 12—16 м/сек. Используя для измерений осциллограф, можно было установить, что процесс обработки не имеет постоянного характера и имеет пульсации электрического тока, растущие с уменьшением скорости течения электролита.

В заключение изучаются параметры зависящие от скорости, как: температура и проводимость электролита, а также явление пассивизации.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1948

DER EINFLUSS DER GESCHWINDIGKEIT DES ELEKTROLYTDURCHFLUSSES BEI DER ELEKTROCHEMISCHEN BEARBEITUNG

(ZUSAMMENFASSUNG)

In dieser Arbeit wird der Einfluss der Geschwindigkeit des Elektrolytdurchflusses, in Bezul auf den Metallabtrag und der Oberflächenrauheit bei der elektrochemischen Bearbeitung verfolgt. An Hand der vollführten Experimente, mit dem Stahl 41 MoC 11 und mit einer CINa-Lösung als Elektrolyt, stellte man fest, das die günstigste Fluggeschwindigkeit des Elektrolyts zwischen 12—16 m/s liegt.

Mit Hilfe eines Oszilografen wurde festgestellt das der Arbeitsprozess kein kontinuierlicher ist und das Stromschwingungen erscheinen, welche mit dem Fallen der Elektrolytdurchflussgeschwindigkeit ansteigen.

Weiterhin werden die von der Geschwindigkeit abhängigen Parametern wie : Temperatur, Leitfähigkeit des Elektrolyts wie auch das Fenomen der Polarisierung studiert.

CARACTERISTICA FORȚEI DE TĂIERE A ȘTANȚELOR CU MUCHII TĂIETOARE ÎNCLINATE*

DE

ST. ROSINGER

Ștanțele cu muchii tăietoare înclinate găsesc o utilizare mereu crescîndă la ștanțarea semifabricatelor groase și piese de dimensiuni mari, întrucît ele dau posibilitatea executării lucrărilor respective pe prese cu forțe de presare mai reduse.

Forța total necesitată în cadrul tăieriii pe ștanțe cu muchii tăietoare înclinate rezultă din însumarea forței de tăiere propriu-zise F, a forței de împingere prin orificiul plăcii active și a celei de desprindere de pe poanson, cît și a forței de îndoire a materialului pe fețele de degajare înclinate ale sculei.

În ce privesc valorile ultimelor trei componente ale forței totale, pentru acestea există date relații de calcul suficient de precise în literatură [2], [3], [7]. Ele de altfel reprezintă o cotă parte redusă de 10...15% din forța totală necesitată în proces.

Impreciziile calculului forței totale rezultă din neajunsurile determinării forței de tăiere propriu-zise, componentă de valoare preponderentă din forța totală (85...90%).

Modalitățile de calcul indicate pentru determinarea forței de tăiere propriu-zise, în condițiile aproximărilor foarte largi care se adoptă, dau o dispersie de valori mergînd de la simplu la dublul și chiar triplul acesteia [3], [5].

Determinări mai precise sînt indicate doar pentru unele cazuri ale tăierii după contururi dreptunghiulare sau circulare [1], [2], [3], [5], [7], iar în [6] se indică o determinare pentru cazul generalizat al tăierii după contururi poligonale oarecare.

Alături de relațiile pentru calculul analitic al forței de tăiere, în [2] și [7] se prezintă și un calcul grafo-analitic, particularizat pentru tăierea

---

* Lucrarea a fost comunicată în cadrul celei de-a XIII-a sesiuni științifice a cadrelor didactice din Inst. Politehnic Galați din 30—31 mai 1969.

după un contur dreptunghiular, care însă duce la obținerea unor rezultate de asemenea de foarte largă aproximație.

Metoda grafo-analitică de determinare a forței de tăiere propriu-zisă, prezentată în această lucrare, se aplică pentru cazul tăierii după contururi de orice formă. În raport cu calculele analitice, ea prezintă avantajul simplității incontestabile pentru cazurile de tăiere după contururi complexe.

Metoda are la bază ipoteza uzuală de calcul a forțelor de tăiere, determinîndu-le valoarea ca produs dintre aria suprafeței de rezistență A, ceea ce se deduce pe cale grafică, și rezistența la forfecare τ cunoscută a materialului.

Se consideră, în această accepțiune suprafață de rezistență, aceea parte a suprafeței de tăiere, care se găsește sub porțiunea momentan activă a muchiei tăietoare a sculei în acțiune.

Se ține cont de asemenea de faptul că înclinarea muchiilor ștanței se practică pe înălțimea $H=(1\ldots3)g$, în care g reprezintă grosimea semifabricatului [1], [3].

În cadrul calculului grafo-analitic se reprezintă la o scară convenabilă, poansonul (sau placa activă) cu muchii înclinate (fig. 1), pătruns pînă la o poziție medie $h=2H$ într-un semifabricat fictiv de grosime $g_1=3H$.

O asemenea reprezentare permite deducerea tuturor cazurilor posibile de poziții relative dintre scula dată și semifabricat, care pot interveni în oricare moment din tot decursul procesului de tăiere. Aceste particularizări se obțin prin considerarea unei fîșii de grosime $g\leqslant H$ din cadrul semifabricatului fictiv, succesiunii procesului de tăiere corespunzîndu-se o deplasare a acestei fîșii, din poziția limită inferioară (fig. 1, poz. *a*) la care începe atacul semifabricatului, pînă la cea superioară (fig. 1, poz. *b*) la care se încheie tăierea acestuia.

Determinarea ariei suprafeței de rezistență la tăiere are la bază construcția grafică a desfășuratei curbe de intersecție dintre muchia poansonului și semifabricatul fictiv.

În acest scop conturul de tăiere, care apare în proiecția orizontală din figura 1, se împarte în porțiuni de lungime l_i reduse și care practic se pot echivala cu niște segmente de dreaptă.

Contururile care se taie pe ștanțe cu muchii înclinate fiind simetrice, se va putea considera doar jumătate din acestea pentru contururi cu o singură axă de simetrie, sau numai un sfert pentru cele cu două axe de simetrie.

Se notează extremitățile acestor porțiuni prin 1, 2, 3 ... n. Prin însumarea geometrică a acestor segmente se deduce lungimea conturului de tăiere $L=\sum_{i=1}^{n} l_i$, care se figurează pe scara absciselor din sistemul de coordonate rectangular din figura 2.

Înălțimea y_i a suprafeței de rezistență la tăiere în dreptul punctului i de pe contur se obține în mod direct pe proiecția frontală din figura 1, prin ridicarea verticalei ce trece prin punctul considerat de pe contur.

Transpunînd aceste segmente ca ordonate în sistemul de coordonate din figura 2, curba de variație a lui y se obține prin reunirea punctelor de capăt ale segmentelor respective.

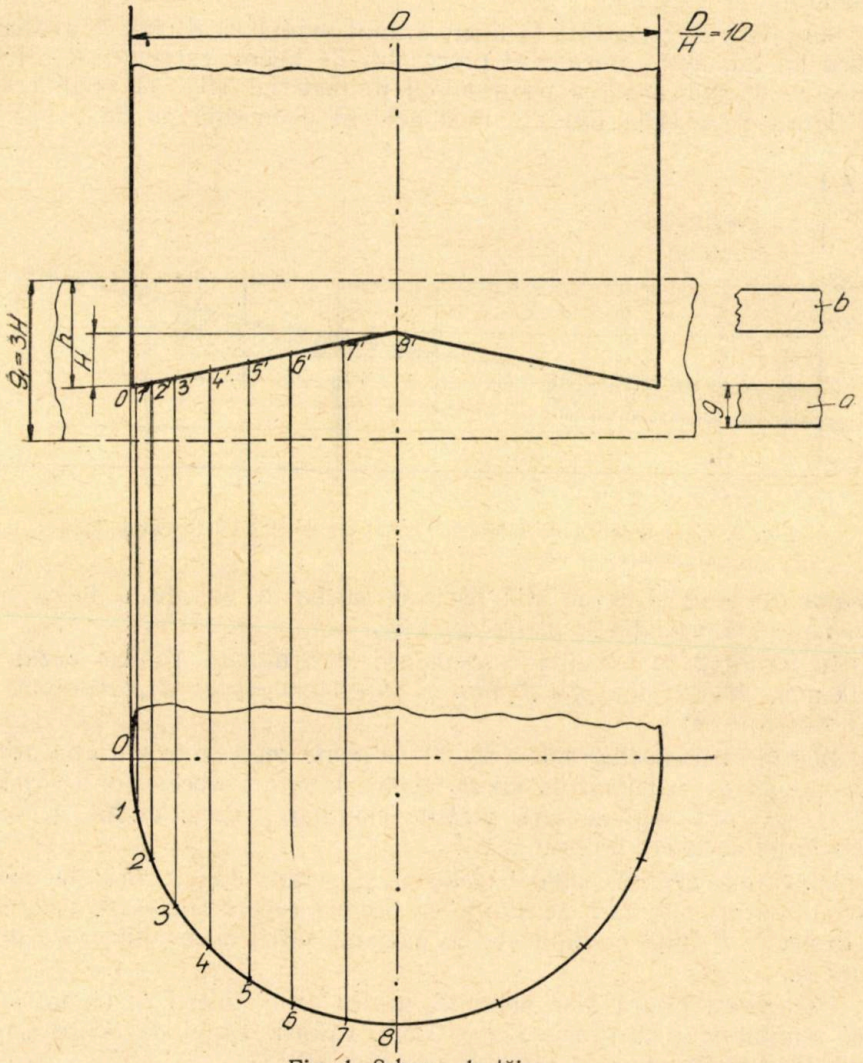


Fig. 1. Schema de tăiere.

Suprafața de rezistență la tăiere pentru semifabricatul fictiv de grosime g_1 apare în acest fel sub formă desfășurată, fiind cuprinsă între curba de variație a lui y și axa absciselor, aria ei putînd fi determinată prin planimetrare.

În figura 2, se reprezintă în aşa fel caracteristica de tăiere a ştanţei date cu muchii tăietoare înclinate, curba obţinută fiind independentă de grosimea semifabricatului real supus prelucrării şi rezistenţa la forfecare a materialului acestuia.

Suprafaţa de rezistenţă la tăiere a unui semifabricat real de grosime g, pentru un moment oarecare al procesului de tăiere, caracterizat prin pătrunderea de mărime h a poansonului în material (fig. 1) rezultă direct din figura 2, aceasta fiind în mod evident delimitată pe de o parte de

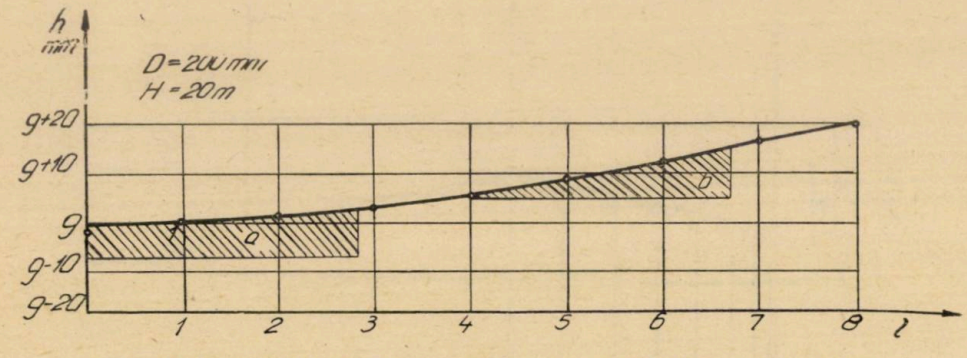


Fig. 2. Caracteristica de tăiere a ştanţei cu muchii tăietoare înclinate.

dreapta $y=h-g$ şi pe de altă parte de curba de variaţie a lui y pentru domeniul ei de variaţie de la $(h-g)$ la h.

În figura 2 se prezintă o asemenea determinare pentru cazul $D=200$ mm, $H=20$ mm, $g=10$ mm şi $h=3$ mm (poz. a), respectiv $h=15$ mm (poz. b).

În cadrul unei diagrame (fig. 3) se poate reprezenta variaţia ariei A_1 a suprafeţei de rezistenţă la tăiere, pentru întregul proces. Pe aceeaşi diagramă, o scară suplimentară permite asimilarea variaţiei lui A_1 cu variaţie forţei de tăiere propriu-zise F.

Diagrama dedusă poate fi folosită şi pentru alte cazuri ale tăierilor după contururi circulare pe ştanţe cu acelaşi raport $D/H=10$, valorile lui A_1 respectiv F fiind multiplicate cu pătratul scării de modificare a dimensiunii D.

Pe aceeaşi figură 3 se prezintă, pentru cazul tăierii pe ştanţa dată a unui semifabricat de grosime $g=10$ mm, valorile forţei de tăiere care rezultă din relaţiile date în literatura de specialitate.

Se constată că valoarea forţei de tăiere dedusă prin metoda descrisă în prezenta lucrare, conduce la rezultate foarte apropiate de cele date prin relaţiile din [2] şi [7], (care corespund forţelor totale de tăiere) şi se suprapun peste cele indicate în [3]. Se remarcă faptul că relaţiile din [2] şi [7] permit descrierea curbei de variaţie a forţei doar pentru domeniul

$h > g$, iar calculul după [3] dă un cîmp de dispersie foarte larg pentru valoarea forței maxime de tăiere, fără să permită descrierea vreunei curbe de variație pentru decursul procesului.

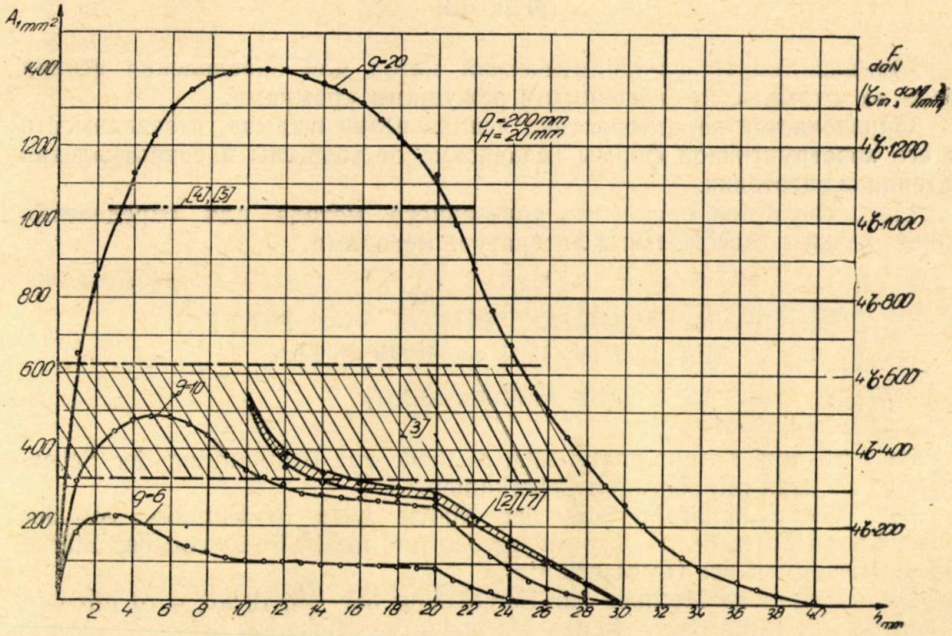


Fig. 3. Variația ariei suprafeței de rezistență și a forței de tăiere.

În ce privește valoarea obținută după relațiile date în [4] și [5], care se referă tot numai pentru forța maximă, aceasta se abate foarte mult de la tot restul valorilor, ceea ce este explicabil dacă avem în vedere că ele nu țin deloc seama de valoarea înclinării muchiilor tăietoare ale ștanței.

BIBLIOGRAFIE

1. Anikin V. M., Lukașin I. S., *Spravocinik konstruktora štampov.* Mașghiz 1960 — Moskova.
2. Cirillo A., Picoș C., Bohosievici C., *Tehnologia matrițării și ștanțării la rece.* Editura Didactică și Pedagogică — 1966. București.
3. Malov A. N., *Tehnologhia holodnoi štampovki.* Oboronghiz 1963 — Moscova.
4. Munteanu I., Olariu V., Bașca S., *Presarea la rece.* Editura Tehnică 1965 — București.
5. Romanovski V. P., *Spravocinik po holodnoi štanpovke.* Mașinostroienie 1965 — Moscova-Leningrad.
6. Rosinger St., Considerațiuni cu privire la relațiile de forță de tăiere a metalelor la operații de presare la rece, pentru cazul sculelor cu muchii tăietoare înclinate. Tăierea după contururi poligonale. Comunicat la a XIII-a sesiune Științifică I.P.T. 1968.
7. Zubțov M. E., *Tehnologia ștanțării la rece.* Ed. tehnică 1953 București.

ХАРАКТЕРИСТИКА УСИЛИЯ РЕЗКИ ШТАМПОВ СО СКОШЕННЫМИ РЕЖУЩИМИ КРОМКАМИ

(РЕЗЮМЕ)

Указывается графо-аналитический метод для определения усилия резки на штампах со скошенными режущими кромками.

Определяется характеристика усилия резки штампа, в зависимости от его конструктивной формы независимо от толщины и сопротивления материала заготовки.

Представляется сравнение показанного метода для определения усилия резки с известными в литературе методами.

SCHERKRAFTCHARAKTERISTIK VON STANZEN MIT SCHRÄGEN SCHERKANTEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird eine grapho-analytische Methode zur Bestimmung der Scherkraft für Stanzen mit schrägen Scherkanten.

Die Scherkraftcharakteristik der Stanze wird in Funktion von der konstruktiven Form der Stanze angegeben und unabhängig von der Stärke und der Festigkeit des Halbfabrikates.

Die angegebene Methode zur Berechnung der Scherkraft wird mit den in der Fachliteratur angegebenen Methoden verglichen.

INFLUENȚA PARAMETRILOR GEOMETRICI ȘI INERȚIALI ASUPRA CONFORTULUI VAGOANELOR DE CĂLĂTORI*

DE

I. ZĂGĂNESCU, P. SULEA, C. URSU

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Oscilațiile materialului rulant de cale ferată, care apar la trecerea peste denivelările locale ale căii, influențează calitatea de mers a acestuia.

În cazul vagoanelor de călători, aceste oscilații prezintă o importanță deosebită, deoarece, ele depinzînd de structura modelului mecanic și de perturbațiile exterioare generate de cale, determină confortul călătorilor.

Astfel, în lucrarea de față se studiază influența parametrilor constructivi (geometrici și inerțiali) ai vagoanelor de călători asupra elementelor cinematice ale mișcărilor oscilatorii, luînd în considerare numai oscilațiile proprii disipative situate în planul vertical median longitudinal.

Simularea impulsurilor generate de cale, care, cu excepția celor generate de joante, au un caracter absolut aleator, se face prin diferite condiții inițiale alese în mod arbitrar.

2. DETERMINAREA MODELULUI MECANIC

Pentru studiul comportării dinamice a sistemelor mecanice supuse unor legături (în majoritatea cazurilor sînt olonome), acestea se substituie prin sisteme de puncte materiale, denumite sisteme mecanice asociate, care se interacționează reciproc.

Astfel modelul mecanic asociat vagonului de călători clasa a doua construcție Uzinele de vagoane Arad este reprezentat în figura 1.

Modelul mecanic asociat vagonului considerat se compune din următoarele mase :

m — masa cutiei suspendată elastic pe boghiuri ;
m_1 — masa unui boghiu suspendată elastic pe osii ;
m_0 — masa unei osii montate.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică I.P.T. din mai 1968.

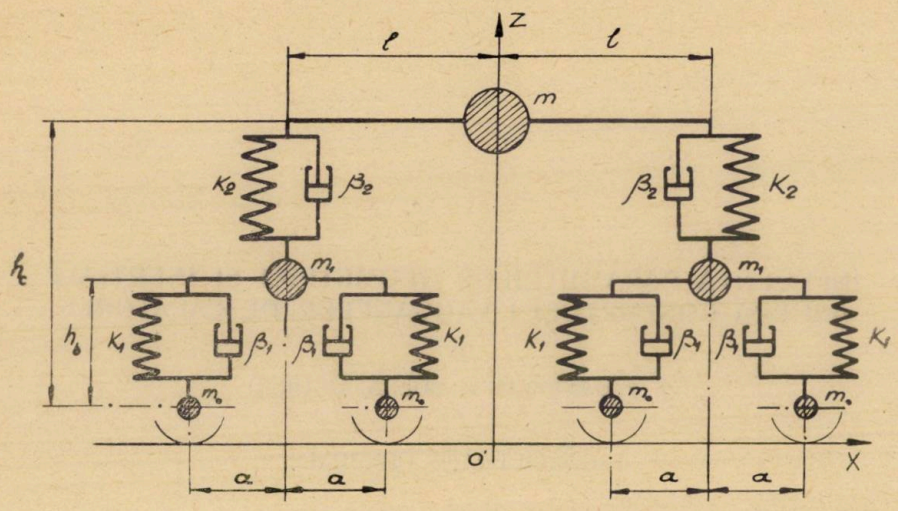


Fig. 1. Modelul mecanic al vagonului.

3. IPOTEZE DE CALCUL

Substituirea unui sistem fizic real printr-un model mecanic linear (pentru care ecuațiile diferențiale ale mișcării sînt lineare), poate fi făcută în baza unor ipoteze simplificatoare verificate experimental.

De aceea, pentru linearizarea ecuațiilor diferențiale, introducem următoarele ipoteze de calcul [1]:

— vagonul circulă în aliniament și palier ;

— rigiditatea căii în plan vertical se consideră infinită ;

— masele construcțiilor suspendate ale cutiei și celor două boghiuri se consideră concentrate în centrele de greutate ale acestora ;

— vagonul circulă cu viteză constantă ;

— diametrul de rulare al roților este același, iar deplasările relative ale osiilor față de rama boghiurilor sînt nule ;

— planul vertical median longitudinal al vagonului conține axa căii.

4. STABILIREA GRADELOR DE LIBERTATE

Pe baza ipotezelor de calcul făcute la punctul 3, se observă că masele suspendate și nesuspendate ale modelului mecanic au următoarele grade de libertate (fig. 2):

Masa m a construcției suspendate a cutiei :

— o mișcare de translație după direcția axei oz — coordonata z ;

— o mișcare de rotație în jurul unei axe determinată de intersecția planului vertical median transversal cu planul orizontal longitudinal care conține suspensia secundară — coordonata φ ;

Masele m_1 ale construcției suspendate ale celor două boghiuri :

— o mișcare de translație după direcția axei oz — coordonatele z_1 și z_2.

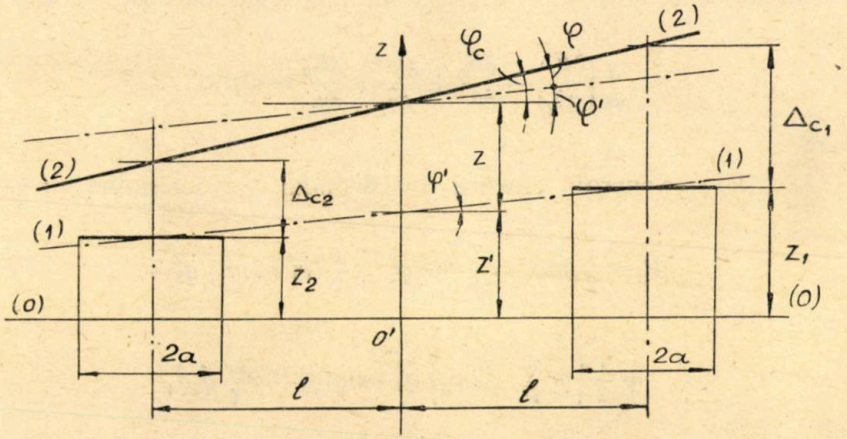


Fig. 2. Poziția modelului mecanic la momentul t.

Nu se iau în considerare oscilațiile de galop ale celor două boghiuri doarece acestea nu influențează oscilațiile cutiei vagonului.

Oscilațiile de săltare z_e și de galop φ_c ale masei cutiei se determină cu relațiile :

$$z_c = z + \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\varphi_c = \varphi + \frac{z_1 - z_2}{2l} . \qquad (1)$$

Rezolvarea ecuațiilor diferențiale ale mișcării se poate simplifica, dacă coordonatele generalizate sînt alese în așa fel, încît ele să fie principale. În acest scop se introduc următoarele coordonate generalizate :

$$q_1 = z \; ; \; q_2 = \varphi \; ; \; 2q_3 = z_1 + z_2 \; ; \; 2q_4 = z_1 - z_2 \qquad (2)$$

de unde rezultă :

$$z_1 = q_3 + q_4 \text{ și } z_2 = q_3 - q_4. \tag{3}$$

5. ECUAȚIILE DIFERENȚIALE ALE MIȘCĂRII

Cunoscînd starea inițială, mișcarea unui sistem format din n puncte materiale legate, a cărei poziție în spațiul figurativ a lui Lagrange, este determinată de coordonatele generalizate q_1 ; q_2 ; ... q_n, poate fi descrisă de sistemul de ecuații diferențiale a lui Lagrange de speța a doua [2]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i(t) \tag{4}$$

în care :

E_c este energia cinetică a sistemului. Se determină cu relația :

$$E_c = \frac{1}{2} m\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m\rho_y^2\dot{q}_2^2 + \frac{1}{2}(m+2m_1)\,\dot{q}_3^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(m\frac{\rho_y^2}{l^2} + 2m_1\right)\dot{q}_4^2 + m\dot{q}_1\dot{q}_3 + m\frac{\rho_y^2}{l}\dot{q}_2\dot{q}_4 \tag{5}$$

unde :

ρ_y este raza de girație ;
$2l$ — distanța dintre punctele de suspendare ale cutiei ;
E_p — energia potențială a sistemului. Se determină cu relația :

$$E_p = \frac{1}{2} 2K_2(q_1^2 + l^2q_2^2) + \frac{1}{2} 2K_1(q_3^2 + q_4^2) \tag{6}$$

unde :

K_1, K_2 este coeficientul de rigiditate al suspensiei unui boghiu și respectiv al unui punct de suspendare al cutiei ;
R — funcția disipativă a lui Rayleigh. Se determină cu relația :

$$R = \frac{1}{2} 2\beta_2(\dot{q}_1^2 + l^2\dot{q}_2^2) + \frac{1}{2} 2\beta_1(\dot{q}_3^2 + \dot{q}_4^2) \tag{7}$$

unde :

β_1, β_2 sînt coeficienții de amortizare corespunzători celor două trepte de suspendare ;
$Q_i(t)$ — forțele generalizate ; $Q_i(t) = 0$.

Astfel, ecuațiile diferențiale ale mișcării 4 devin :

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{q}_1+m\ddot{q}_3+2\beta_2 q_1+7K_2q_1=0 \\ (m+2m_1)\ddot{q}_3+m\ddot{q}_1+2\beta_1\dot{q}_3+2K_1q_3=0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

și

$$\left.\begin{aligned} m\rho_y^2\ddot{q}_2+m\frac{\rho_y^2}{l}\ddot{q}_4+2\beta_2 l^2\dot{q}_2+2K_2l^2q_2=0 \\ \left(m\frac{\rho_y^2}{l^2}+2m_1\right)\ddot{q}_4+m\frac{\rho_y^2}{l}\ddot{q}_2+2\beta_1q_1+2K_1q_1=0 \end{aligned}\right\}. \tag{9}$$

Se observă că sistemul de ecuații diferențiale (8) este un caz particular al sistemului de ecuații diferențiale (9) cînd $\rho_y=l=1$.

6. INTEGRAREA ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE (9)

Sistemul de ecuații diferențiale (9), fiind linear, omogen și cu coeficienți constanți, admite soluții de forma :

$$q_n(t)=A_ne^{\omega t}; \quad (n=2,4) \tag{10}$$

în care :

A_n sînt constante arbitrare care depind de condițiile inițiale ;

ω — pulsația sistemului.

Substituind soluțiile (10) în sistemul (9), se obține :

$$\left.\begin{aligned} (m\rho_y^2\omega^2+2\beta_2l^2\omega+2K_2l^2)A_2+m\frac{\rho_y^2}{l}\omega^2A_4=0 \\ \left[\left(m\frac{\rho_y^2}{l^2}+2m_1\right)\omega^2+2\beta_1\omega+2K_1\right]A_4+m\frac{\rho_y^2}{l}\omega^2A_2=0 \end{aligned}\right\}. \tag{11}$$

Pentru ca sistemul (11) să admită soluții nu toate nule în raport cu A_n, este necesar și suficient ca determinantul sistemului să fie nul :

$$\omega^4+2\frac{\varepsilon+1}{M}\left[\frac{\beta}{\alpha+1}\left(1+\alpha+\frac{\mu}{\varepsilon}\right)\right]\omega^3+2\frac{\varepsilon+1}{M}\left[\frac{K}{\gamma+1}\left(1+\gamma+\frac{\mu}{\varepsilon}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2\frac{\alpha\cdot\beta^2\cdot\mu\cdot(\varepsilon+1)}{M\cdot\varepsilon\cdot(\alpha+1)}\right]\omega^2+4\frac{(\varepsilon+1)^2}{M^2}\mu\left[\frac{K\cdot\beta}{(\alpha+1)(\gamma+1)}(\alpha+\gamma)\right]\omega+\right.$$

$$+4\frac{K^2(\varepsilon+1)^2\cdot\gamma\cdot\mu}{M^2\cdot\varepsilon\cdot(\gamma+1)^2}=0 \tag{12}$$

în care :

$M = m + 2m_1$ este masa suspendată a vagonului ;

$\beta = \beta_1 + \beta_2$ — amortizarea totală a suspensiei ;

$K = K_1 + K_2$ — rigiditatea totală a suspensiei ;

$\varepsilon = \frac{m}{2m_1}$ — coeficient de repartiție a maselor suspendate ;

$\alpha = \frac{\beta_1}{\beta_2}$ — coeficient de repartiție al amortizării ;

$\gamma = \frac{K_1}{K_2}$ — coeficient de repartiție al rigidității ;

$\mu = \frac{l}{\rho_y}$ — raport geometric.

7. CALCULUL CONFORTULUI

Simptomele pe care le produc oscilațiile construcției suspendate ale cutiei vagonului asupra călătorilor depind de amplitudinea, frecvența și accelerațiile acestor oscilații.

Calitatea de mers a unui vagon de călători se apreciază cu două mărimi și anume [3]:

W_z — indicele de mers care este o mărime adimensională și reprezintă o relație între amplitudine, frecvență și accelerație [4];

τ_z — coeficientul de confort prin care se înțelege numărul mediu de ore în care un călător poate călători într-un anumit vagon fără a-i apare în mod vizibil vreo senzație de oboseală [5].

Indicele de mers al vagonului îl vom determina cu ajutorul relației :

$$W_z = 2{,}7 \sqrt[10]{A^3 \nu^5 f(\nu)} \tag{13}$$

în care :

A este amplitudinea oscilației în cm ;

ν — frecvența oscilațiilor în Hz ;

$f(\nu)$ — o funcție de corecție.

Pentru $W_z = 1 \ldots 1{,}5$ calitatea de mers a vagonului se apreciază ca foarte bună, iar pentru $W_z \geqslant 4{,}5$ calitatea de mers este inadmisibilă.

Coeficientul de confort al vagonului se determină cu relația :

$$\tau_z = \frac{280}{\frac{39{,}24\,a}{\sqrt{2}\,[(\nu - 5{,}2)^2 + 24{,}8]} - 8} - 0{,}71 \text{ [ore[} \tag{14}$$

în care a reprezintă accelerația oscilațiilor în $cm \cdot s^{-2}$.

Valoarea acestui coeficient depinde de viteza de circulație și variază de la o administrație de cale ferată la alta între limite 7 ... 21,9 ore.

8. APLICAȚIE NUMERICĂ

Elementele geometrice și inerțiale ale vagonului de călători clasa II construcție Uzinele de vagoane Arad sînt:

— greutatea vagonului ..... $G = 425\,000$ N
— greutatea unui boghiu ..... $G_b = 55\,000$ N
— greutatea unei osii montate ..... $G_0 = 12\,000$ N
— greutatea cutiei $G_c = G - 2G_b$ ..... $G_c = 315\,000$ N
— greutatea suspendată a boghiului $G_b' = G_b - 2G_0$ ..... $G_b' = 31\,000$ N
— greutatea suspendată a vagonului $G_s = G_c + 2G_b'$ ..... $G_s = 377\,000$ N
— masa cutiei ..... $m = 37\,700$ kg
— masa suspendată a boghiului ..... $m_1 = 3\,100$ kg
— masa suspendată a vagonului $M = m + 2m_1$ $M = 43\,900$ kg
— lungimea vagonului peste tampoane ..... $L = 24{,}5$ m
— înălțimea cutiei ..... $H = 3{,}06$ m
— distanța între pivoți ..... $2l = 17{,}2$ m
— coeficientul de rigiditate al suspensiei unui boghiu ..... $K_1 = 3\,521\,600$ N · m^{-1}
— coeficientul de rigiditate al unui punct de suspendare al cutiei ..... $K_2 = 1\,425\,000$ N · m^{-1}

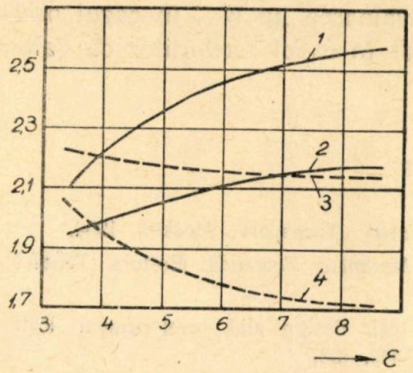


Fig. 3. Variația indicelui de mers în funcție de coeficientul de repartiție al maselor suspendate:
——— oscilații de galop: *1* — nedisipative; *2* — disipative; ····· oscilații de săltare: *3* — nedisipative; *4* — disipative.

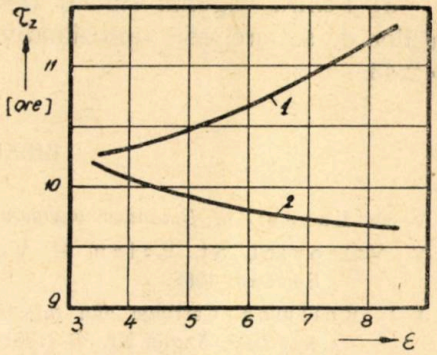


Fig. 4. Variația coeficientului de confort în funcție de coeficientul de repartiție al maselor suspendate:
1 — oscilații de săltare disipative; *2* — oscilații de galop disipative.

— coeficienţii de amortizare:

— treapta întîia de suspensie $\beta_1 =$ 6 670 kg m^{-1}s

— treapta a doua de suspensie $\beta_2 =$ 22 375 kg m^{-1}s

— momentul de inerţie al cutiei $I_y =$ 192 270 kg · m^2

— raza de giraţie $\rho_y =$ 2,26 m

Cu ajutorul relaţiei (13) s-a determinat variaţia indicelui de mers W_z reprezentat în figura 3 în funcţie de coeficientul de repartiţie al maselor ε, pentru cele două tipuri de oscilaţii ale cutiei. Cu relaţia (14) s-a determinat variaţia coeficientului de confort τ_z reprezentat în figura 4 în funcţie de coeficientul de repartiţie al maselor ε, pentru cele două tipuri de oscilaţii ale cutiei (săltare şi galop).

9. CONCLUZII

Din diagramele din figurile 3 şi 4 obţinute cu ajutorul relaţiei (13) şi respectiv (14) se desprind următoarele concluzii:

a) În cazul oscilaţiilor de galop ale cutiei, indicele de mers W_z creşte cu creşterea coeficientului de repartiţie al maselor ε.

b) În cazul oscilaţiilor de săltare ale cutiei, indicele de mers W_z scade cu creşterea coeficientului de repartiţie al maselor ε.

c) Cu creşterea coeficientului de repartiţie al maselor ε, valoarea coeficientului de confort τ_z se măreşte în cazul oscilaţiilor de săltare şi se micşorează în cazul oscilaţiilor de galop.

d) Pentru vagonul studiat ($\varepsilon = 6{,}08$), valoarea lui W_z, în cazul oscilaţiilor de săltare, este aproximativ 2,19, iar în cazul oscilaţiilor de galop $\sim$ 2,43.

BIBLIOGRAFIE

1. V. A. Lazarian, *Dinamica vagonov*. Izdatelistvo „Transport', Moskva 1964.

2. V. Vîlcovici, Şt. Bălan, R. Voinea, *Mecanica Teoretică*. Editura Tehnică. Bucureşti 1963.

3. J. L. Koffman, Carriage and railcar bogies their design and developement. Railway Gaz. Anglia Nr. 16 (1961) p. 446—449, 453.

4. J. Kielbratowki, Theoretische und experimentelle Unterchung neuer Wagen bei der Polnischen Unterchung. Deutsche Eisenbahntechnik Nr. 9 (1961) S. 442—446.

5. V. Marianu, Vagoane de călători şi de marfă şi tendinţele dezvoltării lor. Studii de sinteză documentară 1966. Centrul de documentare M.C.F.

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ИНЕРЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ НА КОМФОРТ ПАССАЖИРСКИХ ВАГОНОВ.

(РЕЗЮМЕ)

В работе аналитически рассматривается влияние геометрических и инерционных параметров пассажирских вагонов на качество хода.

Полученные соотношения применяются к пассажирскому вагону второго класса конструкции арадского вагонного завода.

Результаты подтверждают конфортабельность этого типа вагонов.

DER EINFLUSS DER TRÄGHEIT UND GEOMETRISCHEN WERTEN AUF DEN KONFORT DER PERSONENWAGEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Bearbeitung wird der Einfluss der Trägheit und geometrischen Werten auf den Konfort der Personenwagen auf die Fahreigenschaften, analytisch studiert.

Mit den erhaltenen Gleichungen wird eine Ausführung gegeben in dem man einen Personenwagen zweiter Klasse von Typ „U.V.A." in betracht nahm.

Die Ergebnisse deuten auf einen guten Konfort dieses Wagentypes.

CARACTERISTICILE DE TRACȚIUNE ALE LOCOMOTIVEI DIESEL LDI RIDICATE PE STAND LA FUNCȚIONAREA CU UNII COMBUSTIBILI INFERIORI INDIGENI*

DE

I. ZAGANESCU, V. HOANCA, G. TUROS

În ultimul timp, pe toate rețelele de căi ferate, ponderea sistemului de tracțiune Diesel este în continuă creștere, alături de tracțiunea electrică. În anumite condiții de densitate de trafic mai redusă, cum este cazul în special pe liniile de cale ferată secundare, precum și pentru anumite servicii speciale, ca de exemplu serviciul de manevră, serviciul tracțiunii trenurilor de călători de viteză mare și automotoare, tracțiunea Diesel devine aproape obligatorie. De aici rezultă mărirea în mod corespunzător a consumului de combustibil, iar odată cu aceasta și necesitatea reducerii prețului de cost al transportului feroviar și integrarea combustibililor utilizați în bilanțul energetic general al țării.

Motorul Diesel de tracțiune feroviară și în special tipul de motor pentru locomotive nu mai poate fi considerat deci ca un sistem redus la un singur fel de combustibil superior ci trebuie examinat sub aspectul multiplu al utilizării unei game de sorturi de combustibil [1], [2], [3], [4].

Introducerea sorturilor de combustibil cu calități diferite la locomotivele Diesel, precum și determinarea gradelor de economicitate are implicații nu numai în ceea ce privește aspectul energetic și funcțional al motorului însăși, ci în întregul proces de interacțiune motor—transmisie—vehicul. De aceea pentru tracțiunea în sine, unde locomotivele lucrează la solicitări diferite, caracteristicile de bază indiferent de felul transmisiei sînt: forța de tracțiune la obadă — viteză de mers F_0 (V), puterea efectivă — viteză de mers P_0 (V), ambele reprezentînd aspectul dinamic și consumul specific de combustibil — viteză de mers $c_e(V)$, care reprezintă aspectul energetic al locomotivelor [5], [6].

Din aceste caracteristici principale și pe bază de măsurători, se deduc apoi un număr de caracteristici de funcționare după sistemul de locomotivă care se încearcă.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică I.P.T. din mai 1968.

Valabilitatea acestor caracteristici în analizele calculelor de tracțiune și în studiile de eficiență economică, sînt însă legate strîns de precizia sistemului utilizat la ridicarea acestor caracteristici, în condiții de funcționare identică a locomotivei, ceea ce nu se poate realiza decît pe un stand de încercat locomotive.

Determinarea caracteristicilor de mai sus s-a făcut pe standul de încercat locomotive Diesel al Catedrei de material rulant de la Institutul politehnic Timișoara, menținînd locomotiva la un regim de serviciu constant corespunzător unei anumite trepte de comandă, variindu-se viteza, acest lucru executîndu-se pentru toate treptele de comandă existente ale unei locomotive Diesel-mecanice de tip LDI ecartament 760 mm, construcție Uzinele „23 August", echipată cu un motor Diesel MG 120, cu antecameră, de 120 CP la turația 1250 rot/min.

Obiectul studiului de față fiind o comparare a funcționării locomotivei Diesel la utilizarea combustibililor inferiori, ridicarea caracteristicilor s-a făcut în trei seturi de experiențe, cînd combustibilul a fost motorină STAS 240-57, utilizată azi exclusiv la noi în tracțiunea feroviară, un set cînd combustibilul a fost păcură de calorifer tip A STAS 54-59 și un set cînd combustibilul a fost păcură parafinoasă necracată STAS 51-49, aduse la starea în care se asigură funcționarea locomotivei cu un randament $\eta_t = 0{,}25$, condiție limită pentru realizarea unei economicități satisfăcătoare în raport cu celelalte sisteme de tracțiune [5], [6], [7], [8], [9].

1. MĂSURAREA CARACTERISTICILOR DE TRACȚIUNE

Pentru fiecare din combustibilii aleși s-a executat cîte un set de experiențe la turația motorului Diesel $n = 700$; 900; 1050; 1200 rot/min, la cele patru trepte de viteză ale locomotivei și pentru fiecare din cele două regimuri de mers: greu și ușor. La toate experiențele motorul Diesel a funcționat la injecția normală. Durata unei experiențe a fost de 15 minute în care timp citirile valorilor măsurate s-au făcut din 3 în 3 minute. Pentru aducerea locomotivei la regim termic staționar, înainte de începerea fiecărei experiențe locomotiva a funcționat timp de 30 ... 60 minute, iar între două puncte de măsurare un timp de 10 ... 15 minute.

La încercările executate cu păcură de calorifer și păcură parafinoasă necracată pornirea motorului s-a făcut pe motorină și apoi s-a trecut la funcționarea cu păcură de calorifer sau păcură parafinoasă necracată. Înainte de oprirea motorului s-a trecut iarăși la funcționarea cu motorină.

1.1. **Puterea la obadă a locomotivei** $P_0 = f(V)$. Frînarea locomotivei, pe standul pe care s-a lucrat, fiind electrică, puterea la obadă a locomotivei s-a determinat cu relația:

$$P_0 = \frac{P_g + \sum p}{736 \eta_s} \text{ [CP]} \qquad (1)$$

unde :

P_g este puterea generatoarelor de frînare ale standului, în W ;
$\sum p$ — pierderile mecanice, în fier, în cupru și la colectorul generatoarelor de frînare, în W ;
$\eta_s = 0{,}875$ — randamentul standului.

Puterea generatoarelor de frînare ale standului s-a determinat cu relația :

$$P_g = \sum_1^4 U_l I_l \text{ [W]} \tag{2}$$

unde :

U_l este tensiunea generatoarelor de frînare, în V ;
I_l — curentul generatoarelor de frînare, în A.

Pierderile mecanice, în fier, în cupru și în colectorul generatoarelor de frînare s-au determinat cu relația :

$$p = p_m + p_{Fe} + p_{Cu} + p_{co} \tag{3}$$

unde :

$p_m + p_{Fe}$ sînt pierderile mecanice și în fier ale generatoarelor, s-au determinat în funcție de turația și tensiunea generatoarelor (fig. 1) în W ;

$p_{Cu} = \sum_1^4 0{,}11 I_l^2$ — pierderile în cupru, în W ;

$p_{co} = \sum_1^4 2 I_l$ — pierderile în colector, în W.

Valorile puterii la obadă a locomotivei pentru diferite turații ale motorului Diesel, trepte de viteză și regimuri de mers sînt reprezentate în figura 2.

1.2. **Forța de tracțiune la obadă a locomotivei** $P_0 = f(V)$, s-a determinat cu relația :

$$F_0 = \frac{270 P_0}{V} \text{ [kgf]} \tag{4}$$

unde :

V este viteza locomotivei în km/h.

Viteza locomotivei s-a determinat cu relația :

$$V = 0{,}1\ 885 \frac{D}{i_t} n_m \tag{5}$$

unde :

$D = 0{,}742$ [m] este diametrul roții motoare a locomotivei ;
i_t — raportul de transmitere pentru o treaptă de viteză ;
n_m — turația motorului Diesel, în rot/min.

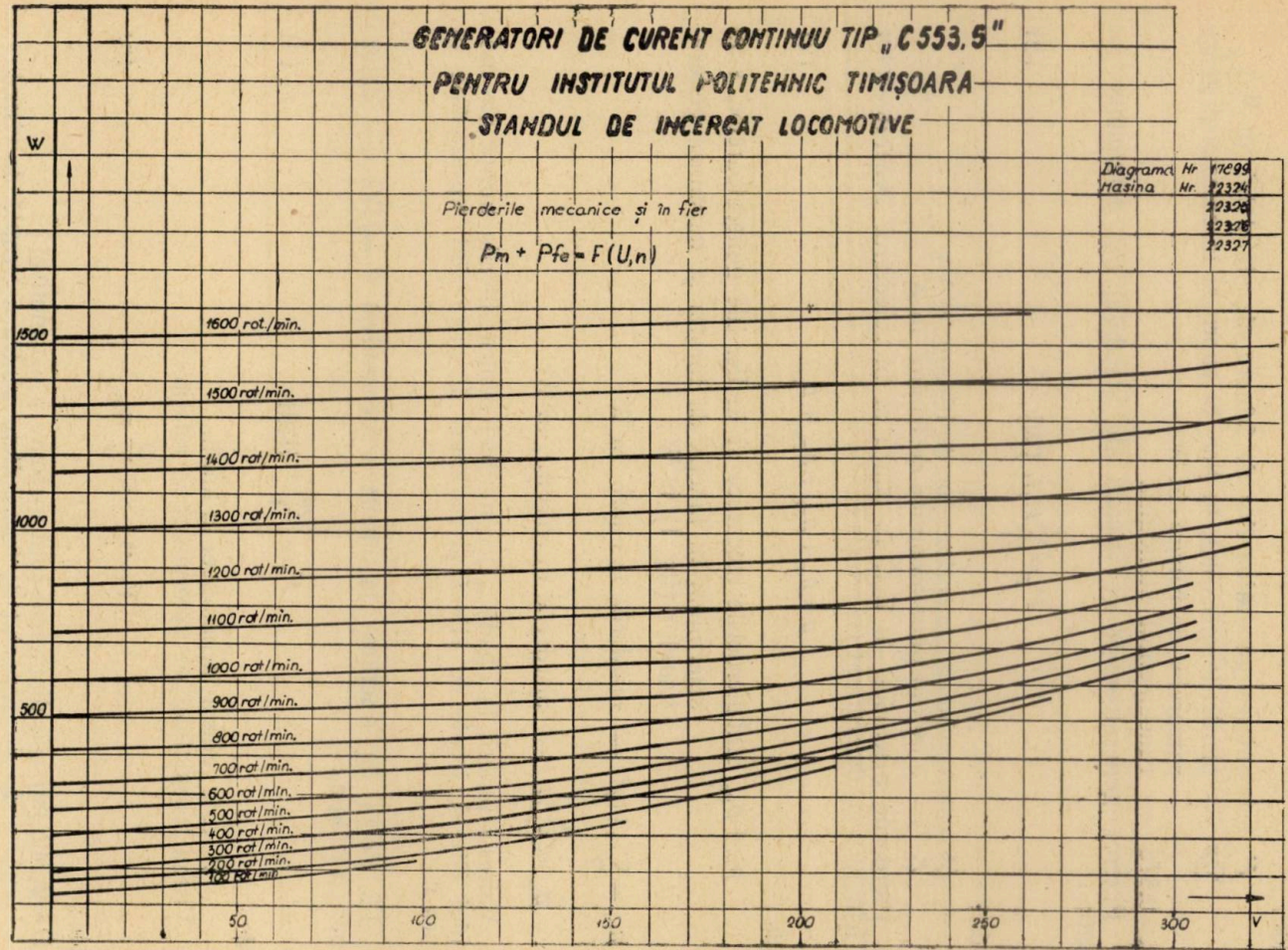


Fig. 1. Pierderile mecanice și în fier ($p_m + p_{Fe}$) ale generatoarelor de curent continuu tip C 535,5, în funcție de tensiunea și turația generatoarelor.

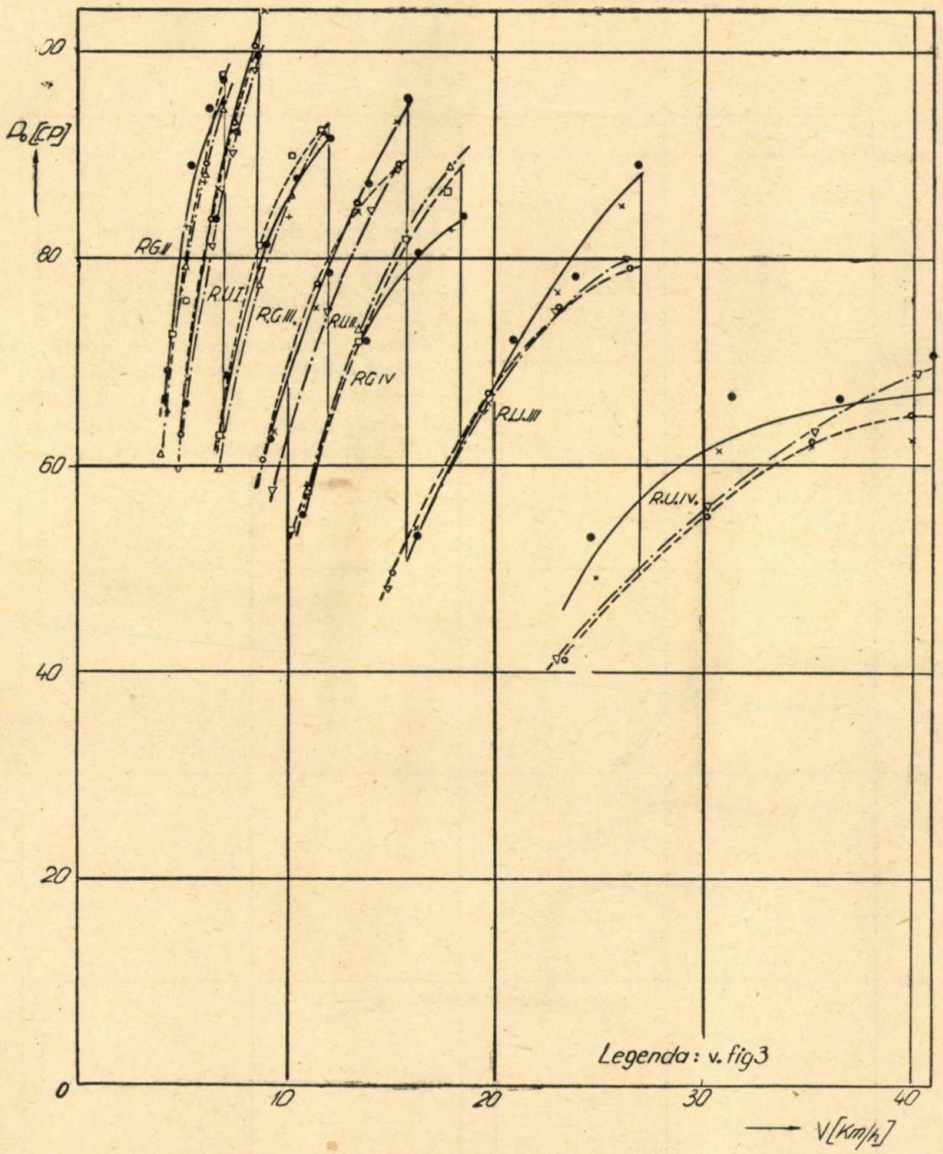


Fig. 2. Caracteristicile puterii la obadă în funcție de viteza de mers $P_0(V)$.

1.3. **Forța de tracțiune la cîrlig a locomotivei** $F_0=f(V)$ s-a determinat cu ajutorul unui dinamometru electrotensometric. Rezultatele sînt reprezentate în diagrama din figura 3.

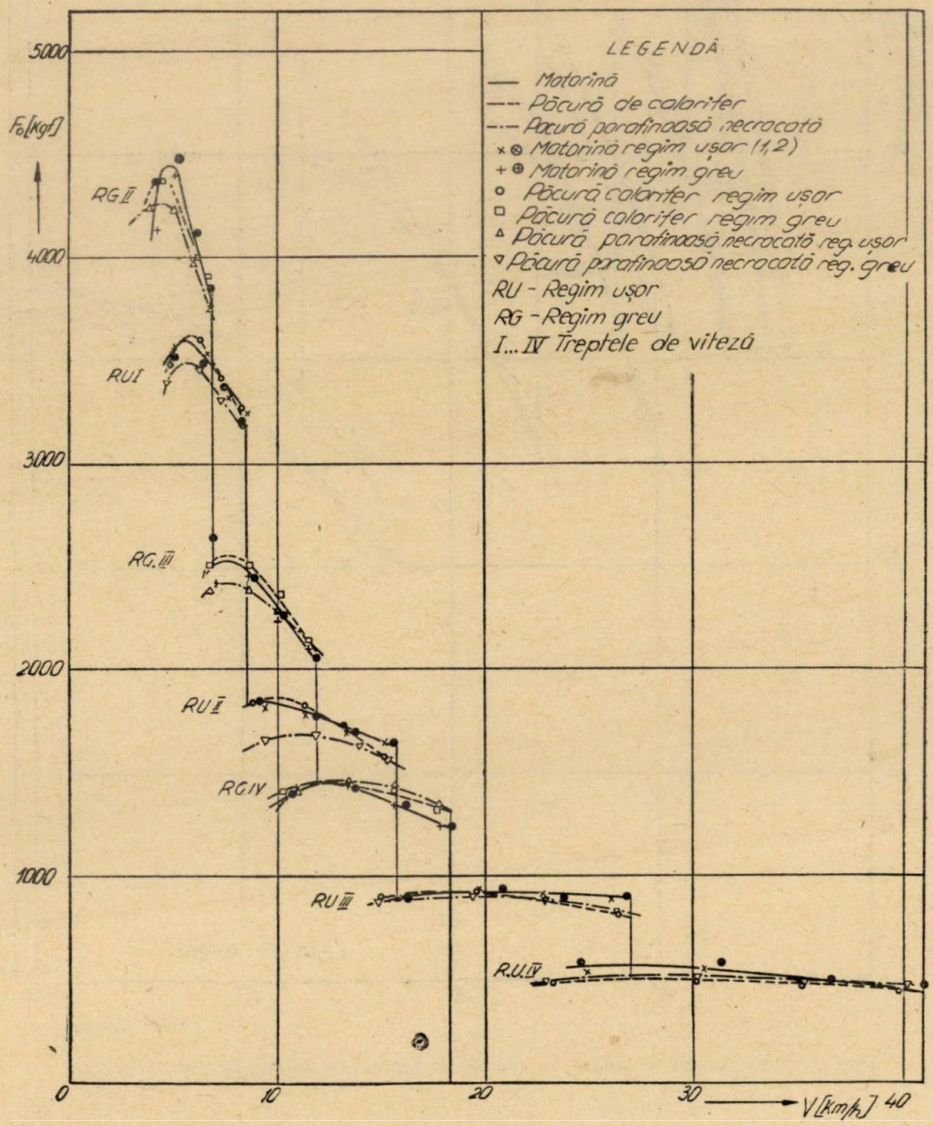


Fig. 3. Caracteristicile forței de tracțiune la obadă în funcție de viteza de mers $F_0(V)$.

1.4. **Consumul specific de combustibil al locomotivei,** s-a determinat cu relația :

$$c_e = \frac{1\,000 G_c}{P_0} \text{ [g/CP·h]} \tag{6}$$

unde :

G_c este cantitatea de combustibil orară consumată de către motorul Diesel, în kg. Consumul de combustibil s-a determinat prin cîntărire cu ajutorul unei balanțe.

Consumul specific de combustibil s-a reprezentat în diagramele din figurile 4 *a* și 4 *b*.

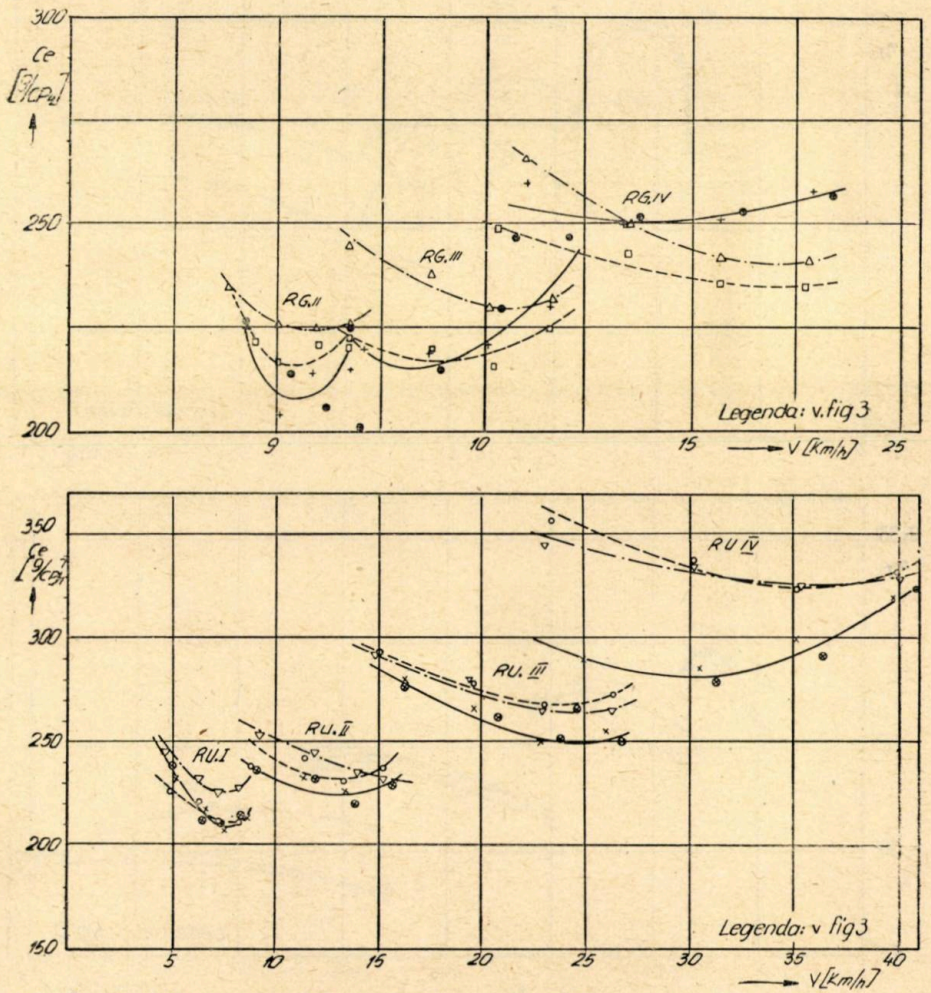


Fig. 4. Caracteristica consumului specific de combustibil, raportată la puterea la obadă, în funcție de viteza de mers $c(V)$.

1.5. **Randamentul total al locomotivei,** s-a determinat cu relația :

$$\eta_l = \frac{632 P_0}{H_l G_c} \tag{7}$$

unde :

H_l este puterea calorifică inferioară a combustibilului, în kcal/kg.

În diagramele din figurile 5 *a* și 5 *b* s-au reprezentat valorile randamentului total al locomotivei.

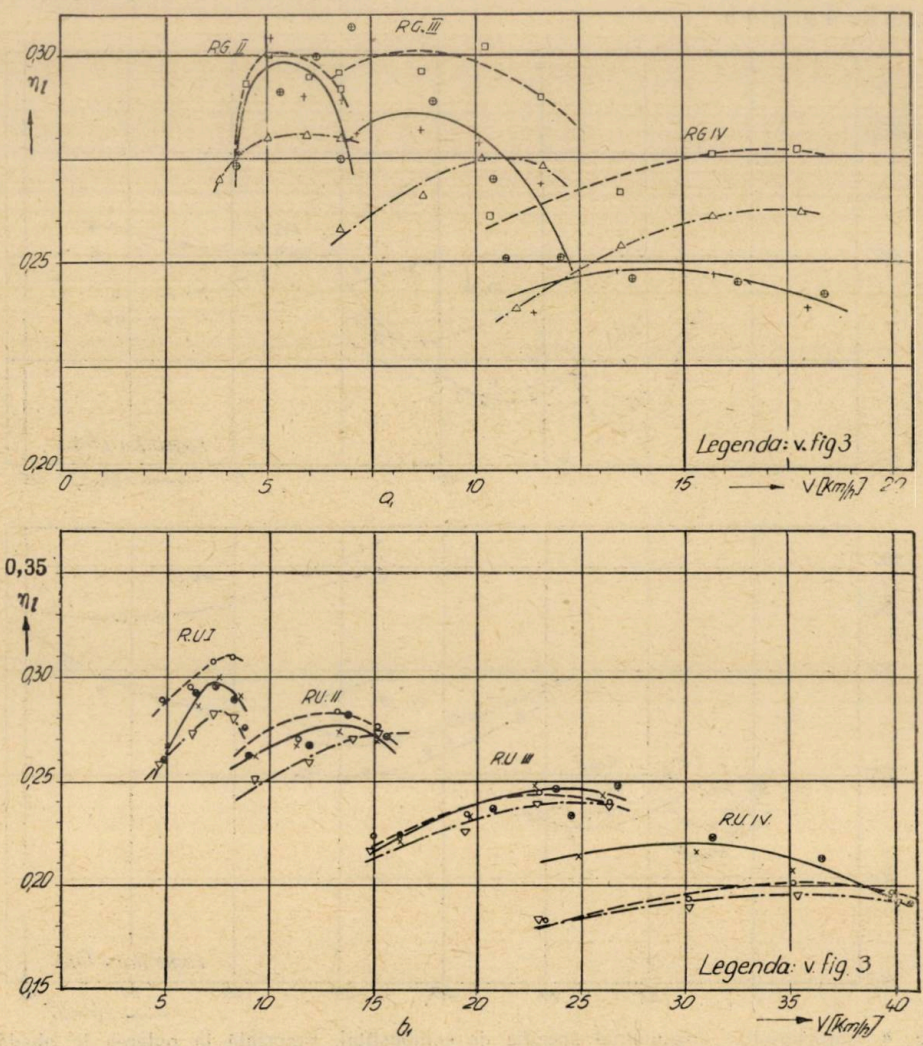


Fig. 5. Caracteristica randamentului total al locomotivei în funcție de viteza de mers $\eta_l(V)$.

CONCLUZII

1. Prepararea combustibilului de calorifer tip A STAS 54-49, pentru asigurarea funcționării locomotivei cu un randament $\eta_l \geqslant 0{,}25$ a necesitat numai centrifugarea combustibilului, un adaus de 10% motorină și asigurarea unei temperaturi de 50 ... 60 °C a amestecului înainte de intrarea în motor. La experiențele făcute nu s-a observat nici un fel de depunere de calamină.

Păcura parafinoasă necracată STAS 51-49 a necesitat două centrifugări pentru curățirea de impurități mecanice, un adaus de 10% motorină și asigurarea unei temperaturi a amestecului de 80 ... 90 °C înainte de intrare în motor. La experiențele efectuate, după 50 de ore de funcționare a locomotivei, s-au constatat depuneri de calamină numai pe suprafața frontală a pulverizatorului.

2. Forța de tracțiune la obadă $F_0(V)$ la funcționarea atît cu păcură de calorifer cît și păcură parafinoasă necracată are aceleași valori medii ca și la funcționarea cu motorină, la toate treptele de viteză a celor două regimuri de mers.

3. Puterea la obadă a locomotivei $P_0(V)$ de asemenea are aceleași valori medii la folosirea celor trei sorturi de combustibili încercați.

4. Consumul specific de combustibil al locomotivei este mai mare în medie cu 3 ... 7% la utilizarea păcurii de calorifer și cu 5 ... 10% la utilizarea păcurii parafinoase necracate.

5. Randamentul la obadă a locomotivei este mai mare în medie cu 1 ... 5% la utilizarea păcurii de calorifer și mai mic cu 3 .. 7% la utilizarea păcurii parafinoase necracate.

BIBLIOGRAFIE

1. Popescu Caius, *Sisteme de tracțiune feroviară*. București Ed. Căilor Ferate, 1957.
2. Röhrig C., *Dieselfahrzeuge im Schienenverkehr*, Köln Bericht Göttingen, 1954.
3. Jantsch F., *Kraftstoff-Handbuch Stuttgard* Franckscbe Verlagshandlung, 1960.
4. Jostes F., Betrachtungen über Kraftstoffe für Dieselmotor. M.T.Z., 1958, nr. 3.
5. Zăgănescu I., Popescu C., Aspectul energetic și funcțional în utilizarea diferitelor sorturi de combustibil la motoarele Diesel de locomotivă. Buletinul științific și tehnic I.P.T. Tom. 10/24 Fasc. 1. 1965.
6. Zăgănescu I., Popescu C., Determinarea gradului de economicitate la locomotivele Diesel, pentru diferite sorturi de combustibil. Buletinul științific și tehnic I.P.T. Tom. 10/24. Fasc. I. 1965.
7. Zăgănescu I., Popescu C., Alegerea sorturilor de combustibil inferior indigen pentru locomotive Diesel. Buletinul științific și tehnic I.P.T. Tom. 11/25 Fasc. 2, 1966.
8. Zăgănescu I., Popescu C., Instalații de preparare în depouri a combustibililor inferiori indigeni pentru locomotive Diesel. Buletin științific și tehnic I.P.T. Tom. 12/26, Fasc. 2, 1967.
9. Zăgănescu I., Popescu C., Prepararea pe locomotive Diesel a combustibililor inferiori. Comunicare la sesiunea științifică I.P.T. din 1966.

ТЯГОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОВОЗА LDI ПОСТРОЕННЫЕ ПО СТЭНДОВЫМ ИСПЫТАНИЯМ ПРИ РАБОТЕ С РАЗЛИЧНЫМИ СОРТАМИ МЕСТНОГО ГОРЮЧЕГО НИЗШЕГО КАЧЕСТВА.

(РЕЗЮМЕ)

Степень экономичности тепловозов, которая следует из тяговых характеристик, удельного расхода горючего и к.п.д. определяется поведением используемого горючего.

В работе анализируются характеристики удельного расхода горючего, к.п.д. и тяговые характеристики тепловоза LDI, построенные по испытаниям на стэнде подвижного состава Т.П.И. при использовании дизельного топлива в смеси с мазутом для центрального отопления тип A СТАС 54-49 и с парафинистым некрекированным мазутом СТАС 51-49.

DIE FAHREIGENSCHAFTEN DER DIESELLOKOMOTIVE LDI AM PRÜFSTAND FESTGELEGT IM BETRIEB MIT MINDERWERTIGEN INLÄNDISCHEN TREIBSTOFFEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Der Spaarkoefizient, ergeben aus den Fahrcharakteristiken, spezifischer Treibstoffverbrauch und Nutzleistung der Diesellokomotiven, wird auf Grund des Verhaltens des Treibstoffes festgelegt.

In der Bearbeitung sind die Fahreigenschaften, der spezifische Treibstoffverbrauch mit der Nutzleistung der Diesellokomotiven LDI auf dem Prüfstand des Lokomotivlaboratoriums des politechnischen Institutes Timişoara festgelegt, analysiert wobei man als Treibstoff Motorin, Zentralheizungsöl tip A STAS 54-49, parafinenthaltendes ungetrenntes Schweröl STAS 51-49 verwendete.

STUDIUL OSCILAȚIILOR ORIZONTALE ALE LOCOMOTIVELOR DIESEL-HIDRAULICE DE TIP B-B

DE

I. ZAGANESCU, C. URSU, T. GLIGOR, N. NEGUȚ

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Oscilațiile orizontale ale materialului rulant de cale ferată, care apar datorită conicității *i* a suprafețelor de rulare ale bandajelor, influențează calitatea de mers a acestuia.

În cazul locomotivelor, aceste oscilații prezintă o importanță deosebită, deoarece depinzînd de structura modelului mecanic al locomotivei, ele determină stabilitatea mișcării în timpul circulației pe cale.

În lucrarea de față se studiază influența oscilațiilor orizontale ale locomotivei Diesel-hidraulice de tipul B-B, asupra calității de mers, luînd în considerare numai oscilațiile situate în planul orizontal median.

2. DETERMINAREA MODELULUI MECANIC

Pentru studiul comportării dinamice a sistemelor mecanice supuse unor legături (în majoritatea cazurilor olonome), acestea se înlocuiesc prin sisteme de puncte materiale care se interacționează reciproc, denumite modele mecanice.

Astfel, modelul mecanic asociat locomotivei studiate este reprezentat în figura 1.

Problema fiind considerată în plan, modelul mecanic este compus din următoarele mase :

m — masa cutiei ;

m_1 ; m_2 — masele celor două boghiuri ;

$4m_0$ — masele osiilor montate.

---

* Comunicată în sesiunea științifică I.P.T. din mai 1968.

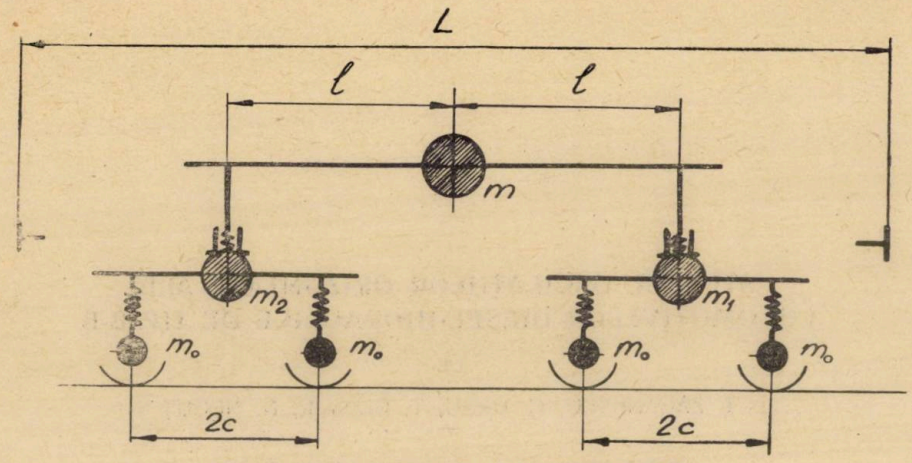


Fig. 1. Modelul mecanic al locomotivei B-B.

3. IPOTEZE DE CALCUL

Substituirea unui sistem fizic real, printr-un model mecanic linear (pentru care ecuațiile diferențiale ale mișcării sînt lineare), poate fi făcută în baza unor ipoteze simplificatoare verificate experimental.

De aceea, pentru linearizarea ecuațiilor diferențiale, se introduc următoarele ipoteze de calcul [1]:

— locomotiva circulă în aliniament și palier ;

— rigiditatea căii în plan orizontal se consideră infinită ;

— rigiditatea la încovoiere, în sens transversal, a cutiei locomotivei și ramelor celor două boghiuri se presupune infinită, iar masele acestora se consideră concentrate în centrele de greutate ;

— nu se iau în considerare eventualele deplasări relative, orizontale, ale osiilor față de rama boghiurilor ;

— nu se iau în considerare legăturile elastice orizontale dintre masele suspendate și nesuspendate ;

— modelul mecanic se consideră ca un sistem mecanic conservativ, asupra căruia acționează forțe exterioare.

4. STABILIREA GRADELOR DE LIBERTATE

Ținînd seama de ipotezele făcute la punctul 3, configurația modelului mecanic (fig. 2) poate fi determinată cu următoarele grade de libertate :

Masa m a cutiei :

— o mișcare de translație după direcția axei căii — coordonata x ;

— o mișcare de translație după o direcție perpendiculară pe axa căii — coordonata y_c ;

— o mișcare de rotație în jurul axei oz, perpendiculară pe planul figurii, care conține centrul de greutate al locomotivei — coordonata φ_c;

Masele m_1 și m_2 ale celor două boghiuri:

— o mișcare de translație după direcția axei căii — coordonata x_1 și x_2; $(x_1=x_2=x)$;

— o mișcare de translație după direcția axei oy — coordonatele y_1 și y_2;

— o mișcare de rotație în jurul axelor oz_1 și oz_2, perpendiculare pe planul figurii, care conțin centrele de greutate ale celor două boghiuri — coordonatele φ_1 și φ_2.

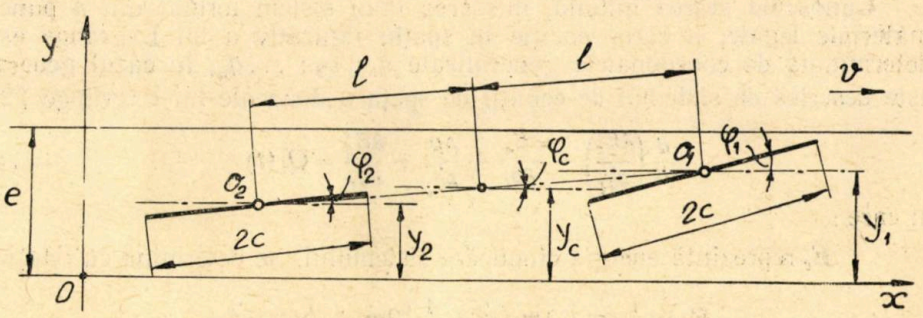


Fig. 2. Poziția modelului mecanic la momentul t.

Masele m_0 al osiilor montate:

— o mișcare de translație după direcția axei căii — coordonatele x_{0i}; $(x_{01}=x_{02}=x_{03}=x_{04}=x)$;

— o mișcare de rotație în jurul axelor proprii — coordonatele α_i; $(\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=\alpha)$.

5. ALEGEREA COORDONATELOR GENERALIZATE

Ecuațiile diferențiale ale mișcărilor oscilatorii pot fi simplificate, dacă coordonatele generalizate se aleg în așa fel încît, între ele să nu existe legături dinamice sau elastice.

Pentru a realiza acest lucru se introduc următoarele coordonate generalizate:

$$q_1=\frac{1}{2}(y_1+y_2);\quad q_2=\frac{1}{2}(y_1-y_2)$$
$$q_3=\frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_2);\quad q_4=\frac{1}{2}(\varphi_1-\varphi_2);\quad q_5=x \qquad (1)$$

de unde rezultă:

$$y_1=q_1+q_2;\quad y_2=q_1-q_2;\quad \varphi_1=q_3+q_4;\quad \varphi_2=q_3-q_4. \qquad (2)$$

Între coordonatele y_c, φ_2, y_1 și y_2 se pot scrie următoarele relații:

$$y_c = \frac{y_1 + y_2}{2} = q_1 \tag{3}$$

$$\varphi_2 \simeq \frac{q_2}{l}. \tag{4}$$

6. ECUAȚIILE DIFERENȚIALE ALE MIȘCĂRII

Cunoscînd starea inițială, mișcarea unui sistem format din n puncte materiale legate, a căror poziție în spațiu figurativ a lui Lagrange este determinată de coordonatele generalizate q_1; q_2; ... q_n, în cazul general, este descrisă de sistemul de ecuații de speța a doua ale lui Lagrange [2]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i(t) \tag{5}$$

în care:

E_c reprezintă energia cinetică a sistemului. Se determină cu relația:

$$E_c = \frac{1}{2}(m + 2m_1)\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\left(2m_1 + \frac{1}{l^2} I_z\right)\dot{q}_2^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} 2I_{z1}\dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} 2I_{z1}\dot{q}_4^2 + \frac{1}{2}(m + 2m_1 + nm_0) q_5^2 \tag{6}$$

unde:

I_z reprezintă momentul de inerție al masei cutiei în raport cu axa verticală care trece prin centrul de greutate;

I_{z1} — momentul de inerție al masei boghiului în raport cu axa verticală care trece prin centrul de greutate;

E_p — energia potențială înmagazinată în arcurile suspensiei. Deoarece nu s-au considerat legăturile elastice orizontale dintre masele suspendate și nesuspendate, energia potențială este constantă (E_p=ct);

R — funcția disipativă a lui Rayleigh. Oscilațiile orizontale fiind produse de conicitatea suprafețelor de rulare, sînt în general conservative (R=0);

$Q(t)$ — forțele generalizate. Aceste forțe se determină din lucrul mecanic elementar virtual al forțelor de pseudoalunecare X_{in} și Y_{in} [3] reprezentate în figura 3.

Astfel se obține:

$$Q_1 = -8\frac{\lambda}{v}\dot{q}_1 + 8\lambda q_3 \tag{7}$$

$$Q_2 = -8\frac{\lambda}{v}\dot{q}_2 + 3\lambda q_4 \tag{8}$$

$$Q_3 = -8\frac{\lambda}{v}(s^2+c^2)\dot{q}_3 - 8\frac{\lambda \cdot s \cdot i}{r}q_1 \tag{9}$$

$$Q_4 = -8\frac{\lambda}{v}(s^2+c^2)\dot{q}_4 - 8\frac{\lambda \cdot s \cdot i}{r}q_2 \tag{10}$$

$$Q_5 = 0 \tag{11}$$

unde :

λ reprezintă coeficientul de pseudoalunecare [3];
$2s$ — distanța între planele cercurilor de rulare ;
$2c$ — ampatamentul boghiului ;
$2r$ — diametrul de rulare ;
v — viteza de circulație.

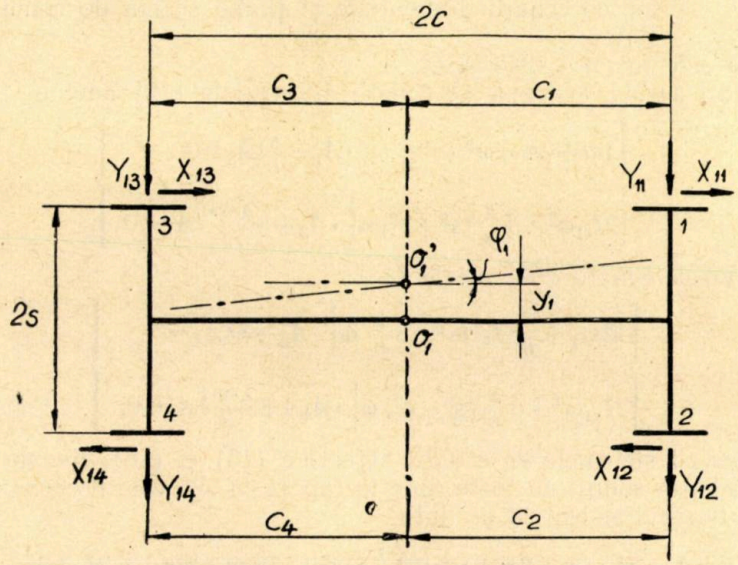


Fig. 3. Schema forțelor de pseudoalunecare care acționează asupra unui boghiu.

In felul acesta, ecuațiile diferențiale ale mișcării pot fi scrise în forma :

$$\left.\begin{aligned}(m+2m_1)\ddot{q}_1 + 8\frac{\lambda}{v}\dot{q}_1 - 8\lambda q_3 &= 0\\ 2I_{z_1}\ddot{q}_3 + 8\frac{\lambda}{v}(s^2+c^2)\dot{q}_3 + 8\frac{\lambda \cdot s \cdot i}{r}q_1 &= 0\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned}&\left(2m_1+\frac{1}{l^2}I_z\right)\ddot{q}_2+8\frac{\lambda}{v}\dot{q}_2-8\lambda q_4=0\\&2I_{z1}\ddot{q}_4+8\frac{\lambda}{v}(s^2+c^2)\dot{q}_4+8\frac{\lambda\cdot s\cdot i}{r}q_2=0.\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

7. INTEGRAREA ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE

Prin integrarea ecuațiilor diferențiale, alegînd condițiile inițiale compatibile cu comportarea sistemului fizic real, se obțin anumite proprietăți, care extrapolate, ținînd seama de ipotezele de calcul admise, se obțin informații despre comportarea sistemului fizic real studiat.

Soluțiile acestor sisteme sînt:

$$q_j=A_je^{\omega t}\quad(j=1\ldots4)\tag{14}$$

unde:

A_j sînt constante care se vor determina prin algebrizarea sistemelor de ecuații diferențiale și ținînd seama de condițiile inițiale;

ω este pulsația sistemului.

În felul acesta, sistemul de ecuații diferențiale (12) devine:

$$\left.\begin{aligned}&\left[(m+2m_1)\omega^2+8\frac{\lambda}{v}\omega\right]\cdot A_1-8\lambda A_3=0\\&\left[2I_{z1}\omega^2+8\frac{\lambda}{v}(s^2+c^2)\omega\right]\cdot A_3+8\frac{\lambda\cdot s\cdot i}{r}A_1=0\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

iar sistemul de ecuații diferențiale (13):

$$\left.\begin{aligned}&\left[\left(2m_1+\frac{1}{l^2}I_z\right)\omega^2+8\frac{\lambda}{v}\omega\right]\cdot A_2-8\lambda A_4=0\\&\left[2I_{z1}\omega^2+8\frac{\lambda}{v}(s^2+c^2)\omega\right]\cdot A_4+8\frac{\lambda\cdot s\cdot i}{r}A_2=0.\end{aligned}\right\}\tag{16}$$

Pentru ca sistemele de ecuații algebrice (15) și (16), liniare și omogene să admită soluții nu toate nule în raport cu A_j, este necesar ca determinantul fiecărui sistem să fie nul:

$$D_1(\omega)=2I_{z1}(m+2m_1)\omega^4+8\frac{\lambda}{v}[(s^2+c^2)(m+2m_1)+2I_{z1}]\omega^3+$$

$$+64\frac{\lambda^2}{v^2}(s^2+c^2)\omega^2+64\frac{\lambda\cdot s\cdot i}{r}=0\tag{17}$$

și respectiv:

$$D_2(\omega)=2I_{z1}\left(2m_1+\frac{1}{l^2}I_z\right)\omega^4+8\frac{\lambda}{v}\left[(s^2+c^2)\left(2m_1+\frac{1}{l^2}I_z\right)+\right.$$

$$\left.+2I_{z1}\right]\omega^3+64\frac{\lambda}{v}(s^2+c^2)\omega^2+64\lambda^2\frac{s\cdot i}{r}=0.\tag{18}$$

Soluțiile acestor ecuații sînt de forma :

$$\omega_k = -h_s \pm i\eta_s \quad (k=1\ldots4\,;\ s=1\,;\ 2)\,. \tag{19}$$

Substituind aceste soluții în sistemele de ecuații algebrice (15) și (16) și făcînd raportul amplitudinilor rezultă :

$$\sigma_3^{(k)} = \frac{A_3^{(k)}}{A_1^{(k)}} \quad \text{și} \quad \sigma_4^{(k)} = \frac{A_4^{(k)}}{A_2^{(k)}} \qquad (k=1\ldots4)\,. \tag{20}$$

Dacă se notează :

$$C_1^{(k)} = A_1^{(k)} \quad \text{și} \quad C_2^{(k)} = A_2^{(k)} \tag{21}$$

atunci soluțiile celor două sisteme (12) și (13) se pot scrie sub forma :

$$q_1 = \sum_1^k C_1^{(k)} q_1^{(k)} \quad \text{și} \quad q_3 = \sum_1^k \sigma_3^{(k)} C_1^{(k)} q_3^{(k)} \tag{22}$$

și respectiv :

$$q_2 = \sum_1^k C_2^{(k)} q_2^{(k)} \quad \text{și} \quad q_4 = \sum \sigma_4^{(k)} C_2^{(k)} q_4^{(k)}\,. \tag{23}$$

8. CALCULUL CALITĂȚII DE MERS

Oscilațiile orizontale ale locomotivei conduc la apariția unor forțe orizontale, care depind de amplitudine și frecvență [5].

Aceste forțe, produc solicitări laterale în cele două fire al căii și influențează distribuția sarcinilor pe roțile aceleiași osii (fig. 4).

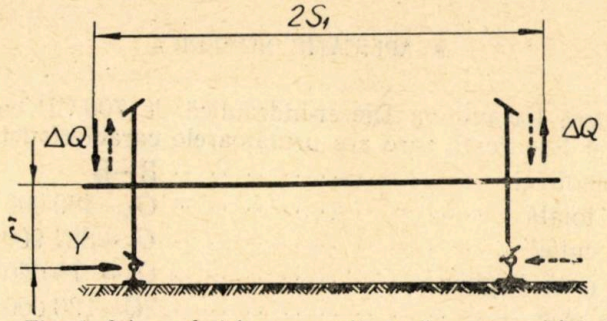


Fig. 4. Schema forțelor care acționează asupra osiei.

Forțele laterale care apar datorită oscilațiilor orizontale ale celor două boghiuri se pot determina cu relația :

$$Y_i = \frac{1}{4} Mc\ddot{\varphi}_i \qquad (i=1\,;\ 2) \tag{24}$$

unde :

M este masa totală a locomotivei ;

c — distanța dintre pivot și planul vertical al osiilor.

Variația sarcinilor pe roți (fig. 4) se determină cu relația :

$$\Delta Q = \frac{r'}{2s_1} Y_t \tag{25}$$

unde :

r' este distanța dintre axa osiei și punctul de aplicație al forței Y_t ; ($r' \simeq D/2$);

$2s_1$ — distanța dintre fusuri.

Cunoscînd soluțiile ecuațiilor caracteristice, se poate calcula lungimea de undă a oscilațiilor orizontale cu relația :

$$L_s = \frac{2\pi v}{\eta_s}. \tag{26}$$

Influența oscilațiilor orizontale asupra personalului care însoțește locomotiva, se apreciază cu ajutorul unei mărimi adimensionale W_z, denumită indice de mers [4], care se exprimă cu relația :

$$W_z = 2{,}7 \sqrt[10]{A_0^3 \eta_s^5 f(\eta_s)} \tag{27}$$

unde :

A_0 este amplitudinea oscilațiilor, în cm ;

η_s — frecvența oscilațiilor, în s^{-1} ;

$f(\eta_s)$ — o funcție de corecție.

9. APLICAȚIE NUMERICĂ

Se consideră locomotiva Diesel-hidraulică de 700 CP construcție Uzinele 23 August București, care are următoarele caracteristici :

— tipul locomotivei ..... B—B

— greutatea totală ..... $G_L = 480\,000$ N

— greutatea cutiei ..... $G_c = 321\,900$ N

— greutatea unui boghiu ..... $G_b = 79\,050$ N

— sarcina pe osie ..... $2Q = 120\,000$ N

— distanța dintre pivoți ..... $2l =$ 5,64 m

— ampatamentul boghiului ..... $2c =$ 2,50 m

— diametrul roților ..... $D =$ 1,00 m

— conicitatea bandajelor ..... $i =$ 1 : 20

— lungimea locomotivei (peste tampoane) .. $L =$ 11,00 m

— lățimea locomotivei ..... B = 2,80 m
— lungimea boghiului ..... L_1 = 3,50 m
— lățimea boghiului ..... B_1 = 2,80 m
— viteza maximă ..... V = 70 km/h
— distanța dintre planurile cercurilor de rulare $2s$ = 1,50 m
— distanța dintre fusuri ..... $2s_1$ = 2,00 m

Folosind relațiile (24) și (25) s-a obținut variația forței laterale Y_t și a sarcinii pe roți ΔQ; (fig. 5) în funcție de viteza de circulație.

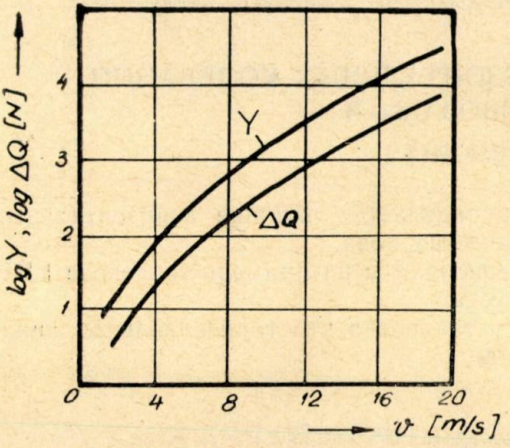


Fig. 5. Variația forței laterale și a sarcinii pe fusuri în funcție de viteza de circulație.

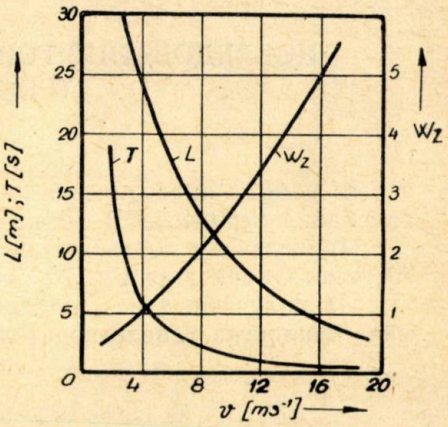


Fig. 6. Variația lungimii de undă, a perioadei și a indicelui de mers în funcție de viteza de circulație.

Cu relațiile (26) și (27) s-a obținut variația lungimii de undă L, a perioadei T și respectiv a indicelui de mers W_z, în funcție de viteza de circulație (fig. 6).

10. COCLUZII

Din analiza rezultatelor obținute la punctul 9 se desprind următoarele concluzii:

a) la viteza maximă de circulație a locomotivei, variația forței laterale Y ajunge pînă la 9,5% din sarcina statică pe osie;

b) forța laterală Y produce o variație a sarcinii statice pe cele două fusuri ΔQ, care, la viteza maximă de circulație, atinge valoarea de 4,75% din sarcina pe roată;

c) la viteza maximă de circulație, indicele de mers al locomotivei W_z este satisfăcător.

BIBLIOGRAFIE

1. V. A. Lazarian, *Dinamica vagonov*. Izdatelistvo „Transport' Moskva 1964.
2. V. Vîlcovici, Șt. Bălan, R. Voinea, *Mecanica teoretică*. Editura Tehnică București 1963.
3. Karter E. W., On the Action of a Locomotive Driving Weel. Proceedings of the Royal Society. A. v. 112. 1926.
4. J. Kilbratowski, Theoretische und experimentelle Unterchung neuer Wagen bei der Polnischen Eisenbahn. Deutsche Eisenbahntechnik Nr. 9 (1961) S. 442—446.
5. M. P. Verigo, E. M. Bromberg, *Vzaimodestvie puti i podvijnogo sostava*. Gosudarstvennoe Transportnoe Jelesnodorojnoe Izdatelistvo. Moskva 1956.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕПЛОВОЗА В—В.

(РЕЗЮМЕ)

В работе аналитически устанавливается влияние горизонтальных колебаний тепловоза В—В на качество хода.

Приведенные соотношения проверяются на примере теплевоза LDH 70 конструкции з-да им. 23. Августа.

Из полученных результатов установлено что горизонтальная динамика тепловоза удовлетворительна.

STUDIUM DER WAAGERECHTEN SCHWINGUNGEN DER DIESELHIDRAULISCHEN LOKOMOTIVEN DES TYPES B-B

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Bearbeitung wird der analytische Einfluss auf die Fahreigenschaft der waagerechten Schwingungen bei den Lokomotiven vom Typ B-B, studiert.

Mit den festgelegten Ergebnissen wird eine Ausführung gegeben in dem man eine Lokomotive vom Typ LDH 70 Bauart Uzinele 23 August in betracht nahm.

Die Ergebnisse deuten auf eine ausreichende waagerechten Dynamik der studierten Lokomotive.

CONTRIBUȚIA FENOMENULUI ELECTROMAGNETIC LA LĂMURIREA MIȘCĂRII PARTICULEI DE SUBSTANȚĂ SUB ASPECT ENERGETIC

DE

PL. ANDRONESCU

1. LEGATURA FENOMENOLOGICA DINTRE VARIAȚIILE ENERGIEI ELECTROSTATICE ȘI A ENERGIEI CINETICE, PRIN DEPLASAREA INFINITEZIMALĂ A PLĂCII UNUI CONDENSATOR ELECTRIC INCĂRCAT

Ne sprijinim pe următoarele expresii, pentru funcția forțelor U și a energiei electrostatice W_e în formele (1.1) și (2.1).

$$U=\frac{1}{4\pi}\int d\sigma\int(\mathfrak{D}d\mathfrak{E})^{\star}\quad\text{cu}\quad dU=dA=\int d\sigma\,(f\sigma dl)\,f\sigma=\rho^{\mathfrak{E}}-\frac{1}{8\pi}\nabla_{\varepsilon}\mathfrak{E}^{2}\tag{1.1}$$

$$W_e=\frac{1}{4\pi}\int d\sigma\int(\mathfrak{E}d\mathfrak{D})\tag{2.1}$$

$$U+W_e=\frac{1}{4\pi}\int d\sigma\,(\mathfrak{D}\mathfrak{E})\tag{3.1}$$

$$dA+dW_e-d\frac{1}{4\pi}\int d\sigma\,(\mathfrak{D}\mathfrak{E})=0.\tag{4.1}$$

Dat fiind că, teoretic în (1.1) și (2.1), sub semnul integralei, apare cîte o diferențială parțială, rezultă că din punct de vedere matematic U se poate aduna cu W_e ca în (3.1), în care avem:

$$\int d\,(\mathfrak{D}\mathfrak{E})=(\mathfrak{D}\mathfrak{E}).$$

Valabilitatea ecuației diferențiale (4.1) se sprijină pe verificarea experimentală a forței specifice $f\sigma$ dedusă din $dU=dA$ din (1.1).

În ecuația diferențială (4.1), apare legătura teoretică dintre variația infinitezimală a energiei electrostatice și lucrul mecanic infinitezimal dA.

---

*) Mărimile vectoriale se reprezintă prin litere cursive mari și mici, iar mărimile scalare prin litere de tipar mari și mici.

În cele ce urmează, se va ține seama și de propagarea energiei electromagnetice, prin cîmpul electromagnetic oscilant din spațiu, bineînțeles oscilant în raport cu timpul. Prin:

$$W_{elm}=\iint(S_{elm}ds)\,dt \quad \text{cu} \quad S_{elm}=\frac{c}{4\pi}[\mathfrak{EH}] \tag{5.1}$$

se exprimă energia electromagnetică, în care S_{elm} reprezintă energia care în unitatea de timp străbate unitatea de suprafață, ca o mărime de natură vectorială, denumită vectorul Poynting.

Energia electromagnetică, în propagarea ei prin cîmpul electromagnetic oscilant din spațiu, e însoțită de un impuls electromagnetic $\mathfrak{I}_{elm}$ în forma:

$$\mathfrak{I}_{elm}=\iint\left(ds\frac{S_{elm}}{V_{u0}^2}\right)d\ell \tag{6.1}$$

ca o mărime cu caracter vectorial, în care apare:

$$d\ell=\upsilon dt \quad \text{cu} \quad \upsilon=V_{u0}\bar{\imath} \tag{7.1}$$

în care V_{u0} reprezintă viteza luminii.

Din (5.1) și (6.1) se obține legătura dintre impulsul electromagnetic $\mathfrak{I}_{elm}$ și energia electromagnetică W_{elm} în forma:

$$\mathfrak{I}_{elm}\cdot V_{u0}^2=W_{elm}\upsilon \quad \text{cu} \quad \upsilon=\upsilon_{u0}\bar{\ell}$$

astfel că:

$$I_{elm}=W_{elm}V_{u0} \quad W_{elm}=I_{elm}V_{u0}=m_{n0}V_{u0}^2. \tag{8.1}$$

Aplicăm ecuația diferențială (4.1) la un condensator electric încărcat și izolat, la care spre exemplu placa din dreapta se deplasează sub acțiunea forței $\mathfrak{F}_{S_2}$ ca în fig. 1.

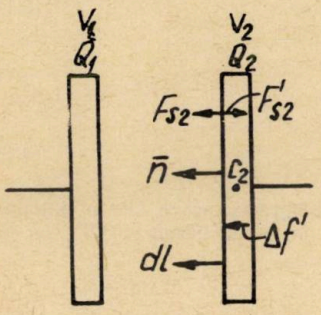


Fig. 1. Deplasarea infinetizimală a plăcii din dreapta a condensatorului electric încărcat.

Placa din dreapta se deplasează pe o distanță infinitezimală sub acțiunea forței superficiale exprimată prin:

$$\mathfrak{F}_{S_2}=\frac{1}{8\pi}\int(\mathfrak{DE})\,dS\bar{n} \tag{9.1}$$

produsă în cîmpul electrostatic și pe care o considerăm ca o forță exterioară, așezată în centrul plăcii c_2.

La locul de interacțiune prin contact între suprafața plăcii și a cîmpului electrostatic din spațiu, apare relația forțelor superficiale:

$$\mathfrak{F}_{S_2}+\mathfrak{F}'_{S_2}=0 \tag{10.1}$$

în care $\mathfrak{F}'_{S_2}$ reprezintă forța de deformație superficială la suprafața plăcii metalice.

Relația (10.1) evidențiază principiul „acțiunea este egală cu reacția" la locul de interacțiune prin contact. De la suprafață, se formează apoi în întreaga placă metalică, prin deformație în limitele elasticității, cîte o forță volumetrică $\Delta\mathfrak{F}'_2$ opusă cu $\Delta\mathfrak{F}'_{S_2}$ care

acționează asupra masei Δm a particulei de substanță, în așa fel, încît se creiază pentru întreaga placă relația:

$$\mathcal{F}'_{S_1}+\sum\Delta\mathcal{F}'_2=0. \tag{11.1}$$

Deoarece fenomenologic forța $\Delta\mathcal{F}'_2$ e aceea care realmente produce variația impulsului particulei de substanță, în forma:

$$\Delta\mathcal{F}'_2=\Delta m_2\frac{dv_2}{dt} \tag{12.1}$$

rezultă că pentru mișcarea întregii plăci se poate introduce în centrul c_2:

$$\sum\Delta\mathcal{F}'_2=\sum\Delta m_2\frac{dv_2}{dt}=m_{2\,\text{total}}\frac{dv}{dt}=-\mathcal{F}'_{S_2}=\mathcal{F}_{S_2}. \tag{13.1}$$

In felul acesta, se constată, pentru mișcarea întregii plăci, ca și cum forța exterioară $\mathcal{F}_{S_2}$ ar fi fost introdusă în centrul c_2 al plăcii, în care ne închipuim întreaga masă m_{total} a plăcii.

Dat fiind că din (11.1) rezultă întotdeauna că suma forțelor de deformație la un corp solid este nulă, se poate denumi forțe $\mathcal{F}_{S_2}$ ca o forță exterioară plăcii.

In exemplul luat, se constată că sarcinile electrice Q_1 și Q_2 ale plăcilor se mențin constante la deplasarea plăcii, iar la deplasarea infinitezimală a plăcii, se mai poate considera constantă și deplasarea dielectrică $\mathfrak{D}$. Ca urmare în integrala (4.1) avem:

$$d(\mathfrak{D}\mathcal{E})=d\frac{\mathfrak{D}^2}{\varepsilon}=0. \tag{14.1}$$

Ecuația diferențială 4.1 devine:

$$dA_2+dW_e=0.$$

Pentru: $dA_2=dW_c$ rezultă:

$$dW_c+dW_e=0 \tag{15.1}$$

prin care se evidențiază „principiul conservării energiei", cu:

$$dW_e<0 \quad \text{și} \quad dW_c>0,$$

Fenomenologic însă, nu se vede clar, cum se efectuiază o trecere de la o energie electrică la o energie cinetică.

In acest scop, se va ține seama, că ori de cîte ori se trece de la o stare staționară, la o altă stare staționară, fie a unui fenomen electrostatic, sau electrocinetic sau magnetostatic, sau în fine electromagnetic, *se manifestă un fenomen electromagnetic tranzitoriu.* De alt fel în cadrul manifestării fenomenului electrostatic, cînd se trece de la o stare staționară la o altă stare staționară, se menționează în literatură *„apariția de electrizări prin influență"*, care însă nu lămurește nimic.

In exemplul luat, se constată că prin descreșterea energiei electrostatice în care avem: $dW_e<0$ deoarece diferența infinitezimală, dintre valoarea finală a energiei și valoarea ei inițială este negativă, avem la apariția energiei electromgnetice ecuația:

$$dW_e+dW^*_{A\,elm}+dW_{ter\,1}=0 \tag{16.1}$$

cu $dW_e<0$ și

$$dW^*_{A\,elm}>0 \quad dW_{ter\,1}>0.$$

Mai trebuie să ținem seama, că fenomenologic, prin manifestarea fenomenului electromagnetic tranzitoriu, acționează asupra electronilor din gazul electronic, care deja efectuiază o mișcare haotică, forțe dirijate de forma $q\mathcal{E}_A$ în care $\mathcal{E}_A$ exprimă o intensitate de cîmp electric solenoidal, cu scopul de a se realiza o astfel de deplasare a electronilor de pe o parte a suprafeței metalului pe o altă parte, încît sarcinile electrice legate cu semne opuse și egale în valorile lor numerice care se formează, împreună cu cea liberă dacă există, să producă în tot spațiul ocupat de metal, pînă la suprafață, un potențial electric constant. Se creiază deci prin:

$$\mathcal{E} = -\nabla V = 0 \tag{17.1}$$

un *echilibru electrostatic* care se manifestă în starea staționară a fenomenului electrostatic și care se evidențiază tocmai prin menținerea energiei electrostatice constante în timp. Totuși, în timp ce se manifestă fenomenul electromagnetic tranzitoriu, în care are loc o transformare a unei părți din energia electrostatică prin intermediul lucrului mecanic într-o energie termică $dW_{ter\,1}$ ca în (16.1), atunci energia electrică nu se va menține constantă.

De data aceasta prin (16.1) se evidențiază realmente principiul conservării energiei, deoarece se vede cum o parte din energia electrostatică se transpune în parte direct în formă de energie electromagnetică, iar o altă parte prin intermediul lucrului mecanic într-o energie termică.

Pe de altă parte, din (10.1) la o deplasare infinitezimală a plăcii metalice, se formează relația:

$$(\{\mathcal{F}_{S_2} + \mathcal{F}'_{S_2}\}\, d\ell) = dA_2 + dA_{elm} = 0 \tag{18.1}$$

cu:

$$dA_2 > 0 \quad dA_{elm} < 0. \tag{19.1}$$

Lucrul mecanic dA_2 pozitiv e produs de forța $\mathcal{F}_{S_2}$ datorită existenței cîmpului electrostatic în forma dată de (9.1) considerată ca o forță exterioară introdusă în centrul c_2 al plăcii. La fel se va introduce și în centrul radiației energetice, forța $\mathcal{F}'_{S_2}$ produsă prin deformația superficială a plăcii metalice, care o considerăm ca o forță exterioară pentru radiația energetică și care ne conduce la formarea diferențialei infinitezimale negative a lucrului mecanic dA_{elm}.

Din (8.1) se vede că există o legătură între impulsul electromagnetic și energia electromagnetică. Forța $\mathcal{F}'_{S_2}$ produce o descreștere a impulsului electromagnetic deci și a energiei electromagnetice $dW_{A\,elm}$.

Avem:

$$dA_{elm} < 0 \quad dW_{A\,elm} < 0.$$

Din cele de mai sus, se constată, că energia electromagnetică $W^*_{A\,elm}$ care a luat ființă prin descreșterea energiei electrostatice, servește acum ca prin descreșterea ei, prin intermediul lucrului mecanic dA_{elm} să apară apoi prin intermediul unui nou lucru mecanic pozitiv dA_2 transpusă într-o energie cinetică.

Deoarece în întregime energia $W^*_{A\,elm}$ va dispare, vom pune:

$$dW^*_{A\,elm} + dW_{A\,elm} = 0 \tag{20.1}$$

în care avem:

$$dW^*_{A\,elm} > 0 \quad dW_{A\,elm} < 0.$$

Deoarece, la mecanismul folosit la mișcarea plăcii metalice, prin acționarea lui, apar forțe ale frecării $\mathcal{F}_{fr}$, înseamnă că forțele exterioare care acționează în centrul c_2 ale plăcii, vor fi:

$$\mathcal{F}_{S_2}+\mathcal{F}_{fr}=\mathcal{F}_{rez} \tag{21.1}$$

în care $\mathcal{F}_{fr}$ e opusă forței $\mathcal{F}_{S_2}$.

Ca urmare, din (21.1) se obține:

$$(\{\mathcal{F}_{S_2}+\mathcal{F}_{fr}\}\,d\ell)=dA_2+dA_{fr}=(\mathcal{F}_{rez}d\ell)=dW_c \tag{22.1}$$

în care se introduce:

$$dA_{fr}+dW_{ter\,2}=0. \tag{23.1}$$

Ca urmare, din (22.1) și (22.2) se deduce:

$$dA_2=dW_{ter\,2}+dW_c.$$

De altfel în cazul cînd viteza plăcii devine constantă, vom avea:

$$\mathcal{F}_{rez}=\mathcal{F}_{S_2}+\mathcal{F}_{fr}=0. \tag{24.1}$$

în care caz, ecuația (22.1) ia forma:

$$dA_2+dA_{fr}=0$$

sau:

$$dA_2=dW_{ter\,2}. \tag{25.1}$$

Fenomenologic, prin apariția energiei termice W_{ter} placa metalică nu va putea prin descreșterea energiei cinetice să revină de la sine în poziția inițială pentru a se recupera energia electrostatică inițială. Așa dar relația (15.1) obținută teoretic, neglijează manifestarea fenomenului electromagnetic tranzitoriu și forțele frecării.

Se recomandă să se exprime principiul conservării energiei în următoarele două prezentări:

Prima prezentare, mai puțin exactă.

Dat fiindcă avem:

$$\mathcal{F}_{S_2}=-\nabla W_e$$

rezultă ca principiu energetic

$$dW_e+dA_2=0$$

apoi datorită frecărilor, ca principiu energetic:

$$dW_{ter}+dA_{fr}=0.$$

Prin însumare se obține:

$$dW_e+dW_{ter\,2}+dW_c=0$$

deoarece:

$$dA_2+dA_{fr}=dW_c.$$

A doua prezentare mai exactă.

$$dW_e+dW^*_{A\,elm}+dW_{ter\,1}=0$$

ca principiu energetic :

$$dW_{A\,elm}+dA_2=0$$

$$dW_{ter\,2}+dA_{fr}=0$$

în care :

$$dW^{*}_{A\,elm}+dW_{A\,elm}=0$$

$$dA_2+dA_{fr}=dW_c$$

ca urmare prin însumarea celor trei ecuații, se obține :

$$dW_e+dW_{ter\,1}+dW_{ter\,2}+dW_c=0.$$

2. LEGATURA FENOMENOLOGICA INTRE VARIAȚIA ENERGIEI W CARE E INSOȚITĂ IN PROPAGAREA EI, ATIT DE IMPULS CIT ȘI DE SUBSTANȚĂ ȘI VARIAȚIA ENERGIEIE CINETICE W_c.

Ne sprijinim pe legea lui Newton în forma :

$$\mathcal{F}=\frac{d\mathcal{I}}{dt}, \tag{1.2}$$

In cerectarea oricărui fenomen se cere, să ne dăm seama, în ce măsură principiile și legile introduse de către oameni, pot fi privite ca principii și legi ale naturii.

Dat fiind că forța e singura mărime în natură, care cauzează o variație în timp (nu instantaneu) a impulsului, înseamnă că prin legea lui Newton, se exprimă o egalitate între forța $\mathcal{F}$ și efectul ei, exprimat prin variația impulsului în unitatea de timp, ca o mărime specifică : $\frac{d\mathcal{I}}{dt}$.

Pe de altă parte prin :

$$\mathcal{F}dt=d\mathcal{I} \tag{2.2}$$

se evidențiază „*Principiul inerției*", adică o variație a impulsului nu poate avea loc decît în timp. Într-adevăr, dacă în (2.2) $\mathcal{F}$ este nulă, sau se consideră $dt=0$ (instantaneu) se vede că variația impulsului devine nulă.

De altfel din :

$$\mathcal{I}=I(v)\,\bar{t} \quad \text{cu} \quad \frac{d\bar{t}}{dt}=C_t\bar{n} \tag{3.2}$$

se constată că valoarea numerică a impulsului considerată ca o funcție de viteză, prin care viteza exprimă distanța parcursă în unitatea de timp, se adevărește că într-adevăr impulsul fenomenologic, nu poate varia decît în timp.

Legea lui Newton nu spune nimic despre cauza care duce la apariția forței.

Cauza care duce la apariția forței se evidențiază prin „*principiul energetic*" cu următorul conținut :

Ori de cîte ori, există posibilități de a se realiza transpuneri de energii, dintr-o formă într-o altă formă, prin intermediul lucrului mecanic, acolo acționează forțe.

Deci, lucrul mecanic nu poate fi considerat ca o energie, de sine stătătoare, cum e spre exemplu energia cinetică. Ori de cîte ori există un lucru mecanic, înseamnă că o energie trebuie să descrească sau să crească, bineînțeles existînd și modalitatea ca să apară transpusă într-o altă formă de energie, spre exemplu printr-un nou lucru mecanic cu semn opus.

Din cele de mai sus vedem, cum legea lui Newton împreună cu cele două principii relevate, mai sus, pot fi privite, ca principii și legi ale naturii.

Ținîndu-se seama de (3.2), legea lui Newton devine:

$$\mathfrak{F}=\frac{d\mathfrak{I}}{dt}=\frac{dI}{dV}\frac{dV}{dt}\bar{\imath}+I\frac{d\bar{\imath}}{dl}\frac{dl}{dt}=\frac{dI}{dV}\frac{dV}{dt}\bar{\imath}+\frac{I}{V}V^2C_t\bar{n} \tag{4.2}$$

în care:

$$m_t=\frac{dI}{dV}\qquad m_n=\frac{I}{V} \tag{5.2}$$

reprezintă masa longitudinală și masa transversală a particulei de substanță, cari se determină în mod deosebit, indiferent dacă ele în mecanica clasică apar practic ca mase egale și constante.

Pe de altă parte din:

$$\mathfrak{F}_{cp}=m_nV^2C_t\bar{n}\quad\text{cu}\quad m_nV^2=IV=2W_c \tag{6.2}$$

$$dA=(d\ell\mathfrak{F}) \tag{7.2}$$

se constată, că în expresia forței centripete $\mathfrak{F}_{cp}$ se evidențiază ceea ce înțelegem prin energie cinetică în (6.2).

Lucrul mecanic infinitezimal din (7.2) se datorește existenței masei longitudinale m_t

După cum s-a văzut, cum legea lui Newton împreună cu principiul energetic și principiul inerției, pot fi privite ca o lege și ca principii ale naturii, *sîntem în măsură* să formăm o sumă de două diferențiale parțiale așa cum s-a procedat în (3.1).

In acest scop se introduc:

$$U=\int(\mathfrak{V}d\mathfrak{I})=\int VdI=\int m_tVdV\quad\text{cu}\quad dU=dA \tag{8.2}$$

$$W^{\star}=\int(\mathfrak{I}dv)=\int IdV=\int m_nVdV\quad\text{cu}\quad\frac{dW^{\star}}{dV}=I \tag{9.2}$$

obținîndu-se prin suma-lor:

$$U+W^{\star}=\int d(\mathfrak{I}v)=(\mathfrak{I}v)=IV=2W_c\,. \tag{10.2}$$

Se constată că:

$$dU=m_tVdV\frac{dt}{dt}=m_t\frac{dV}{dt}dl=(\mathfrak{F}d\ell)=dA \tag{11.2}$$

ceea ce certifică valabilitatea egalității

$$dU=dA.$$

Pe de altă parte din:

$$W=\iint(ds\mathfrak{s})\,dt \tag{12.2}$$

$$\mathfrak{I}=\iint\left(ds\frac{\mathfrak{s}}{V_{u_0}^2}\right)\quad\text{cu}\quad d\ell=\mathfrak{V}dt \tag{13.2}$$

se scoate în evidență că energia W care se propagă prin spațiu cu viteza $\mathfrak{V}$, e însoțită atît de particula de substanță cît și de impulsul $\mathfrak{I}$.

Din (12.2) și (13.2) se formează legătura dintre energia și impulsul $\mathfrak{I}$ în forma:

$$\mathfrak{I} V_{U_0}^2 = W \cdot \mathfrak{V}. \tag{14.2}$$

Pentru valorile numerice, relația (14.2) se reprezintă în forma:

$$\frac{I}{V} = \frac{W}{V_{U_0}^2} = m_n \tag{15.2}$$

de unde se vede cum masa transversală m_n apare atît în expresia impulsului cît și în expresia energiei W.

Dat fiind că avem: $dU = dA$ și cum știm că forțele exterioare introduse în centrul C al particulei de substanță, produc o variație a impulsului, se constată din (15.2) că apare și o variație a energiei W care e însoțită atît de particulă cît și de impuls; se consideră așa dar:

$$U = W \tag{16.2}$$

astfel că avem:

$$dU = dW = dA \tag{17.2}$$

Vom considera W^* ca o funcție energetică, prin care se obține:

$$I = \frac{\partial W^*}{\partial V}.$$

Ca urmare relația 10.2 ia forma:

$$U + W^* = W + W^* = 2W_c \tag{18.2}$$

iar în forma diferențială ea devine:

$$dW + dW^* = dA + dW^* = 2dW_c \tag{19.2}$$

Prin (19.2) se reprezintă legătura dintre variația energiei W care e însoțită atît de substanță cît și de impuls și variația energiei cinetice, cu ajutorul variației funcției energetice dW^*.

3. DETERMINAREA CELOR 7 MĂRIMI FUNDAMENTALE CUPRINSE IN MECANICA RELATIVISTĂ: I, m_n, W, m_t, W_c dA, dW_c

Dat fiindcă în (18.2) se pot introduce mărimile:

$$W = m_n V_{u_0}^2 = \frac{I}{V} V_{u_0}^2 = \frac{\partial W^*}{\partial V} \frac{V_{u_0}^2}{V} \tag{1.3}$$

$$2dW_c = IV = \frac{\partial W^*}{\partial V} V$$

se obține (18.2) transpusă într-o ecuație pentru funcția energetică W^* în forma:

$$\frac{\partial W^*}{\partial V} \frac{V_{u_0}^2}{V} + W^* = \frac{\partial W^*}{\partial V} V \quad \text{sau} \quad \frac{\partial W^*}{\partial \beta}(1-\beta^2) + \beta W^* = 0 \tag{2.3}$$

în care s-a introdus:

$$\frac{V}{V_{u_0}} = \beta \tag{3.3}$$

cu soluția :

$$W^* = W_0^* (1-\beta^2)^{1/2}. \tag{4.3}$$

Constanta W_0^* se obține din (18.2) pentru $v=0$.
Avem :

$$W_0 + W_0^* = 0 \tag{5.3}$$

în care :

$$W_0 = m_{n_0} V_{u_0}^2 \tag{6.3}$$

astfel că :

$$W^* = -m_{u_0} V_{u_0}^2 (1-\beta^2)^{1/2}. \tag{7.3}$$

Prin determinarea funcției energetice W^*, toate cele 7 mărimi fundamentale din mecanica relativistă devin cunoscute.

Spre exemplu se obține :

$$m_t = m_{u_0} \frac{1}{(1-\beta^2)^{3/2}} : \quad m_n = m_{n_0} \frac{1}{(1-\beta^2)^{1/2}} ; \quad \frac{m_n}{m_t} = 1-\beta^2. \tag{8.3}$$

Se mai obține :

$$d(2W_c) = d(IV) = IdV + VdI = (m_n + m_t)\, VdV = m_t \left(1 + \frac{m_n}{m_t}\right) VdV = m_t (2-\beta^2)\, VdV.$$

Astfel că :

$$dW_c = m_t \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) VdV = \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) dA. \tag{9.3}$$

Pe de altă parte din :

$$(1-\beta^2)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{1}{8}\beta^4 - \frac{1}{16}\beta^6 + \cdots \tag{10.3}$$

$$(1-\beta^2)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 + \frac{5}{16}\beta^6 + \cdots$$

se poate menționa că pentru β^2 neglijabil față de 1, deci practic egal cu zero, se obține :

$$m_n = m_t = m_{u_0} \tag{11.3}$$

valabilă în mecanica clasică.

Pentru $\beta^2 \cong 0$ se mai formează în mecanica clasică :

$$U = W = \int (\mathfrak{P} d\mathfrak{V}) = \int m_t V dV = m_{u_0} V_{U_0}^2 \int \frac{\beta d\beta}{(1-\beta^2)^{3/2}} \cong m_{u_0} \frac{V^2}{2} = W_c \tag{12.3}$$

$$W^* = \int (\mathfrak{V} d\mathfrak{P}) = \int m_n V dV = m_{u_0} V_{u_0}^2 \int \frac{\beta d\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}} \cong m_{t_0} \frac{V^2}{2} = W_e \tag{13.3}$$

de unde se obține în mecanica clasică

$$U = W = W^* = W_c \tag{14.3}$$

cari satisfac ecuația (18.2) în forma :

$$W+W^*=2W_c. \tag{15.3}$$

Prin diferențierea relației (15.3) în mecanica clasică se obține :

$$dA+dW_c=2dW_c$$

de unde se deduce :

$$dA=dW_c \tag{16.3}$$

ceea ce se mai obține și din (9.3) pentru $\beta^2\cong 0$.

Din (10.3) se constată că mecanica relativistă începe cu $\beta^4\cong 0$. Spre exemplu pentru $\beta=0{,}3$ ne găsim în mecanica clasică ($\beta^2\cong 0$) pentru $\beta=0{,}5$ ne găsim în mecanica relativistă pentru $\beta^4\cong 0$.

Pentru $\beta=0{,}7$ se obține $\beta^6\cong 0$ tot în mecanica relativistă ș. a. m. d.

Spre exemplu în mecanica relativistă pentru $\beta^4\cong 0$ rezultă :

$$m_n\cong\frac{m_{u_0}}{(1-\beta^2)^{1/2}}=m_{u_0}+\frac{m_{u_0}}{2}\beta^2$$

$$W=\frac{m_{u_0}}{(1-\beta^2)^{1/2}}V_{u_0}^2\cong m_{u_0}V_{u_0}^2+\frac{m_{u_0}}{2}V^2 \tag{17.3}$$

$$W^*=-m_{u_0}V_{u_0}^2(1-\beta^2)^{1/2}\cong -m_{u_0}V_{u_0}^2\left(1-\frac{\beta^2}{2}\right)=-m_{u_0}V_{u_0}^2+\frac{m_{u_0}}{2}V^2$$

$$W_c=\frac{m_{u_0}}{2}\frac{V^2}{(1-\beta^2)^{1/2}}\cong\frac{m_{u_0}}{2}V_{u_0}^2\beta^2\left(1+\frac{\beta^2}{2}\right)\cong\frac{m_{u_0}}{2}V^2$$

în care relația (18.2) este satisfăcută.

$$W+W^*=2W_c.$$

Din (17.3) se constată că se mai poate forma aproximativ

$$dW=dA\cong dW_c. \tag{18.3}$$

Pe cînd în mecanica clasică, nu apare energia interioară a particulei de substanță în stare de repaus W_0, în formă explicită, se vede din (17.3) că ea apare explicit în formule în mecanica relativistă în momentul în care masa m nu se mai comportă ca o constantă.

4. STUDIUL CRITIC CU PRIVIRE LA APLICAREA FUNCȚIEI LUI LAGRANGE L IN MECANICA RELATIVISTĂ ȘI IN MECANICA ONDULATORIE

Actualmente, în literatura de specialitate a mecanicei relativiste nu se folosește funcția energetică W^* la determinarea celor 7 mărimi fundamentale prezentate în paragraful 3.

In locul funcției energetice figurează în literatură funcția lui Lagrange L care inițial a fost introdusă în mecanica clasică unde masa e considerată ca o mărime constantă.

Numai datorită unei lipse de pătrundere temeinică a cunoștințelor fenomenului gravitațional și a principiului energetic s-a obținut în mod eronat pentru funcția lui Lagrange L o ecuație diferențială care seamănă ca două picături de apă cu ecuația diferențială (2.3), pentru funcția energetică W*.

Prin introducerea în mod eronat, a unei astfel de funcții L în ecuația diferențială (2.3) e firesc să se obțină pentru L un rezultat experimental care stă la baza mecanicii relativiste.

Să urmărim puțin fenomenul gravitațional.

In figura 2 se reprezintă o particulă de substanță de masă m la înălțimea z de la suprafața mării.

In ce privește cercetarea cîmpului gravific, ar fi trebuit în mod consecvent să se aplice cele studiate în cazul cîmpului electrostatic.

Se va introduce în punctul unde se găsește particula de masă m la înălțimea z deasupra mării, expresia funcției potențiale gravifice V_g în forma :

$$V_g = \frac{M}{r_0+z}\gamma \tag{1.4}$$

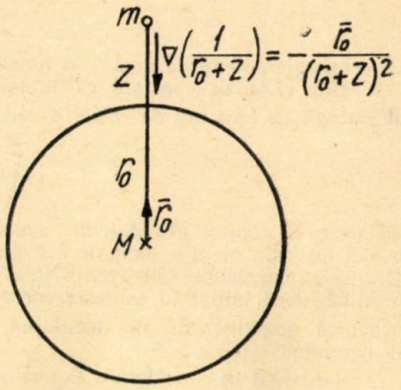


Fig. 2. Particula de substanță la înălțimea z de la suprafața pământului.

în care M reprezintă masa pământului considerată în centrul pământului iar γ constanta gravifică.

Energia potențială W_p care depinde de poziția relativă a particulei de masă m față de pământ și viceversa, se reprezintă în forma :

$$W_P = \frac{m}{2}\frac{M}{r_0+z}\gamma + \frac{M}{2}\frac{m}{r_0+z}\gamma = \frac{mM}{r_0+z}\gamma \tag{2.4}$$

iar prin :

$$\mathcal{F}_g = -\nabla W_P - \frac{mM}{(r_0+z)^2}\gamma\bar{r}_0 \tag{3.4}$$

cu accelerația :

$$g = \frac{M}{(r_2+\ddot{z})^2}\gamma\bar{r}_0 \tag{4.4}$$

se exprimă forța gravitațională și accelerația particulei de masă m. Aceeași forță cu sens opus acționează și în centrul pământului.

Ținîndu-se seama că forța gravitației $\mathcal{F}_g$ este dirijată de la masa m către pământ, înseamnă că constanta gravitațională γ apare ca o mărime negativă, despre care literatura nu menționează nimic.

Prin descompunerea raportului $\frac{1}{r_0+z}$ în forma :

$$\frac{1}{r_0+z} = r_0^{-1} - r_0^{-2}z + r_0^{-3}z^2 - r_0^{-4}z^3 + \cdots \tag{5.4}$$

și considerîndu-se cazul cînd înălțimea z e limitată de condiția :

$$\frac{z^2}{r_0^2} \text{ neglijabilă față de } \frac{1}{r_0} \tag{64}$$

rezultă că se poate introduce:

$$\frac{1}{r_0+z} \cong \frac{r_0-z}{r_0^2}; \quad W_P = \frac{mM}{r_0}\gamma + m|g|z \tag{6.4}$$

cu:

$$W'_P = m|g|z \tag{7.4}$$

ca o energie potențială numai în funcție de z.

Din (7.4) se constată că la folosirea cunoscutei expresii pentru energia potențială $W'_p = mgh$ pe care noi de obicei o deducem din:

$$\int (dt\mathcal{F}_g) = mg\int dh \tag{8.4}$$

deoarece în cîmpul gravitațional numai diferența de înălțime contează la efectuarea integralei de linie nu s-a ținut de loc seama de existența energiei potențiale în forma (2.4). Din cele prezentate aici vedem însă că în (7.4) nu ar fi apărut $|g|$ ca o accelerație pozitivă, dacă inițial în expresia energiei potențiale W_P în (2.4) nu ar fi existat constanta gravifică negativă. Să ne reamintim acum felul cum a apărut funcția lui Lagrange L în mecanica clasică.

S-au luat în considerare expresiile:

$$W_c - \frac{m}{2}(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2); \quad \frac{\partial W_c}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} \tag{9.4}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_c}{\partial \dot{x}}\right) = m\ddot{x} = -\frac{\partial W'_P}{\partial x} + \frac{\partial W_c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(W_c - W'_e) = \frac{\partial L}{\partial x}. \tag{10.4}$$

Din (10.4) se constată că la $-\frac{\partial W_P}{\partial x}$ s-a adunat termenul $\frac{\partial W_c}{\partial x}$ deoarece acesta e nul din moment ce atît W_c cît și impulsul I apar ca o funcție de viteza V.

În felul acesta s-a format în (10.4) o nouă funcție L:

$$W_c - W'_P = L \tag{11.4}$$

denumită funcția lui Lagrange.

Pe de altă parte se mai introduce:

$$\frac{\partial W_c}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \tag{12.4}$$

deoarece:

$$\frac{\partial W_P}{\partial \dot{x}} = 0.$$

Ca urmare din (10.4) și (12.4) se obține în mecanica clasică o ecuație diferențială în forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{\partial L}{\partial x}. \tag{13.4}$$

Din cele ce urmează se va vedea că nu e vorba de ecuația diferențială (13.4) pe care noi o întîlnim de data aceasta tot pentru funcția lui Lagrange L în mecanica relativistă.

Ținîndu-se seama că în fenomenul gravitational spre exemplu în cazul (6.4):

$$dA=dW_c;\quad dA=-dW'_P \tag{14.4}$$

se formează:

$$dW_c+dW'_P=0 \tag{15.4}$$

astfel că rezultă:

$$W_c+W'_P=W_k \tag{16.4}$$

în care apare o energie constantă W_k.

Se pot introduce relațiile:

$$W_c+W'_P=W_k$$

$$W_c-W'_P=L \tag{17.4}$$

de unde prin însumare se obține:

$$2W_c=W_k+L. \tag{18.4}$$

În literatură însă s-a făcut o gravă eroare atunci cînd în (16.4) nu s-a considerat W_k ca o energie constantă ci ca o energie variabilă.

În locul relațiilor valabile (17.4) s-au introdus în literatură relațiile

$$W_c+W'_P=W$$

$$W_c-W'_P=L \tag{19.4}$$

$$2W_c=W+L.$$

Ori cine ar fi trebuit să se întrebe: Cum procedează natura pentru ca particula de substanță, cînd se găsește la înălțimea z deasupra pămîntului capătă energia $m|g|z$?

Natura procedează foarte simplu; Dat fiindcă prezența energiei potențiale e însoțită de forța gravifică, înseamnă că în baza principiului energetic, există posibilitatea de a se realiza o transpunere a energiei potențiale într-o energie cinetică sau viceversa, prin intermediul lucrului mecanic și aceasta numai datorită faptului, că suma celor două energii este constantă.

Așadar prezența forței gravitației, denumită și forța conservativă nu trebuie privită spre exemplu ca o curiozitate a naturii, ci ea devine o necesitate de a se putea atribui, ori de cîte ori se găsește particula de substanță la aceeași înălțime, aceeași valoare a energiei potențiale.

Dealtfel, oricine ar fi trebuit să-și dea seama, că în mișcarea Kepleriană pe care o face centrul pămîntului pe o traiectorie în formă de elipsă, în jurul soarelui, care e situat în unul din focarele elipsei avem:

$$W_c+W_P=W_k \tag{20.4}$$

în care W_k reprezintă o energie constantă; tocmai datorită faptului că în baza principiului energetic, cînd apare pe o porțiune a traiectoriei o creștere a energiei cinetice a pămîntului, înseamnă că în aceeași măsură descrește energia potențială și viceversa.

Așa se face că prin introducerea relațiilor eronate (19.4) în locul relației exacte (18.4) în care au mai fost introduse mărimile:

$$\frac{\partial L}{\partial V}=I;\quad \frac{\partial L}{\partial V}V=IV=2W_c$$

$$W=m_u V_{u_0}^2=\frac{I}{V}V_{u_0}^2=\frac{\partial L}{\partial V}\frac{V_{u_0}^2}{V} \tag{21.4}$$

s-a obținut pentru funcția lui Lagrange ecuația diferențială

$$\frac{\partial L}{\partial V}V=\frac{\partial L}{\partial V}\frac{V_{u_0}^2}{V}+L \tag{22.4}$$

care seamănă întocmai cu ecuația diferențială pentru funcția energetică W^* din (2.3).

Din cele prezentate se vede că se poate întîmpla atunci cînd ne mulțumim numai cu o concordanță formală dintre teorie și experiment, ignorînd faptul, așa cum s-a arătat în (15.1) și (16.1) că nu întotdeauna interdependența dintre mărimi, prezentată într-o formulă, coincide cu acea interdependență dintre mărimi, cari realmente se manifestă în fenomen, fără ca relația matematică, să-și piardă valabilitatea ei, se ajunge, să săvîrșim grave erori, sub aspect fenomenologic.

Eroarea regretabilă introdusă prin acceptarea relației (19.4) s-a extins după cum vom vedea și în mecanica ondulatorie.

Ținîndu-se seama de egalitatea (15.2) se formează:

$$W=m_u V_{u_0}^2\quad I=m_n V$$

de unde se deduc egalitățile:

$$\frac{W^2}{m_{n_0}^2 V_{u_0}^4}=\frac{1}{1-\beta^2};\quad \frac{I^2}{m_{n_0}^2 V_{u_0}^2}+1=\frac{1}{1-\beta^2}. \tag{25.4}$$

Ca urmare, din (25.4) se formează relația:

$$\frac{W^2}{m_{n_0}^2 V_{u_0}^2}-1=\frac{I^2}{m_{n_0}^2 V_{u_0}^2} \tag{26.4}$$

care este perfect valabilă.

Ținîndu-se seama că în cîmpul gravitațional se poate forma:

$$dW=dA\quad \text{și}\quad dA=-dW'_P \tag{26.4}$$

se deduce ecuația diferențială:

$$dW+dW'_P=0 \tag{27.4}$$

astfel că obținem relația:

$$W+W'_P=W_k \tag{28.4}$$

în care avem:

$$W=m_n V_{u_0}^2.$$

Din literatură se constată însă, că s-a făcut aceeași greșeală ca în (19.4) introducîndu-se în (28.4) în locul energiei constante W_k o energie variabilă W diferită de $m_n V_{u_0}^2$.

Ca urmare în locul relației (28.4) s-a folosit în mod eronat relația:

$$m_n V_{u_0}^2 + W'_P = W \tag{29.4}$$

cu W ca o energie variabilă fără nici o justificare fenomenologică.

Ca urmare în locul relațiilor valabile din (25.4) s-au introdus în mod eronat relația din (29.4) în forma:

$$\frac{W - W''_P}{m_{n_0}^2 V_{u_0}^4} = \frac{1}{1-\beta^2}. \tag{30.4}$$

Fără să se țină seama că un β dedus din (30.4) nu mai poate fi egal cu β din:

$$\frac{I^2}{m_{n^0}^2 V_{u_0}^2} + 1 = \frac{1}{1-\beta^2} \tag{31.4}$$

din cauză că în (30.4) figurează nejustificat energia W'_P.

Deoarece acest fapt nu s-a observat s-au egalat (30.4) cu (31.4) obținîndu-se relația eronată:

$$\frac{W^2\left(1-\frac{W'_P}{W}\right)^2}{m_{n_0}^2 V_{u_0}^4} - 1 = \frac{I^2}{m_{n_0}^2 V_{u_0}^2}. \tag{32.4}$$

Ținîndu-se seama că în mecanica ondulatorie se introduc mărimile:

$$W = hf; \quad I = \frac{h}{\lambda}; \quad \lambda f = V_u = \frac{V_{u_0}}{n}: \quad W_0 = hf_0 = m_{n_0} V_{u_0}^2 \tag{33.4}$$

rezultă prin introducerea celor prezentate în (33.4) în relația (32.4) formula eronată:

$$\left(1-\frac{W'_P}{W}\right)^2 - \frac{f_0^2}{f^2} = n^2 \tag{34.4}$$

în care n reprezintă indicele de refracție.

Introducîndu-se relațiile (33.4) și în relația valabilă (26.4) se obține formula valabilă:

$$1 - \frac{f_0^2}{f^2} = n^2. \tag{35.4}$$

Din (34.4) și (35.4) se constată că (34.4) coincide cu (35.4) numai în cazul cînd $W'_P = 0$. Dealtfel se constată că în cazul cînd $W'_P = 0$ și egalitatea (29.4) devine valabilă.

Dealtfel prin introducerea substituțiilor

$$\left(1-\frac{W'_P}{W}\right)^2 = a \quad \text{și} \quad \frac{f_0^2}{f^2} = b \tag{36.4}$$

în (34.4) se formează:

$$a - b = n^2 \tag{36.4}$$

şi ţinîndu-se seama de valabilitatea relaţiei (35.4), pe care o exprimăm acum în forma:

$$1-b=n^2$$

se constată uşor că introducîndu-se $-b=n^2-1$ în (36.4) se deduce:

$$a+n^2-1=n^2$$

de unde rezultă $a=1$ deci: $W'_P=0$.

CONCLUZIA

Prin erorile constatate mai sus, cari de mult timp figurează neobservate în literatura de specialitate, cu privire la folosirea atît a ecuaţiei diferenţiale: $\frac{\partial L}{\partial V}\frac{V_{in}^2}{V}+L=\frac{\partial L}{\partial V}\cdot V$ în care L reprezintă funcţia lui Lagrange, introdusă în mecanica clasică unde avem $dA=dW$ cît şi a ecuaţiei: $\left(1-\frac{W'_P}{W}\right)^2-\frac{f_0^2}{f^2}=n^2$ în mecanica ondulatorie, fără o justificare fenomenologică a prezenţei energiei potenţiale W'_P se poate trage următoarea concluzie:

Se constată din cele întîmplate că numai atunci cînd se reuşeşte ca mînuirea uneltelor matematice în cercetarea fenomenului să se sprijine realmente pe principiile şi legile naturii, care formează cea mai temeinică metodă de investigaţie, ne putem aştepta prin străduinţele depuse, să realizăm o deplină reuşită în cercetarea oricărui fenomen.

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЯВЛЕНИЯ НА ОБЪЯСНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ВЕЩЕСТВА, С ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЗРЕНИЯ

(РЕЗЮМЕ)

Обращается внимание на то, что была использована L ошибочно функция Лагранжа W'_P в релятивисткой механике, а также и потенциальная энергия при определении показателя n предломления в волновой механике.

BEITRAG ZUR ERLEUTERUNG DER SUBSTANZBEWEGUNG MIT HILFE DER ELEKTROMAGNETISCHEN ERSCHEINUNG UNTER ENERGETISCHEM GEWICHTPUNKT

(ZUSAMMENFASSUNG)

Es wird darauf hingewiesen, dass die Lagrangesche Funktion L in der relativistischen Mechanik, sowie die potentielle Energie W'_P bei der Berechnung des Brechungsindex „n“ in der Wellenmechanik falsch angewendet wurden.

TEORIA UNOR DISPOZITIVE DE MULTIPLICARE ANALOGICE BAZATE PE MODULAREA IN AMPLITUDINE ŞI DURATA A IMPULSURILOR*

DE

I. BRAŞOVAN

INTRODUCERE

O serie de dispozitive de multiplicare analogice se bazează pe principiul modulării în amplitudine şi durată a impulsurilor dreptunghiulare, fiind alcătuite principial dintr-un redresor sensibil la fază *RSF* (redresor mecanic, circuite electronice cu tuburi sau semiconductoare) şi un filtru

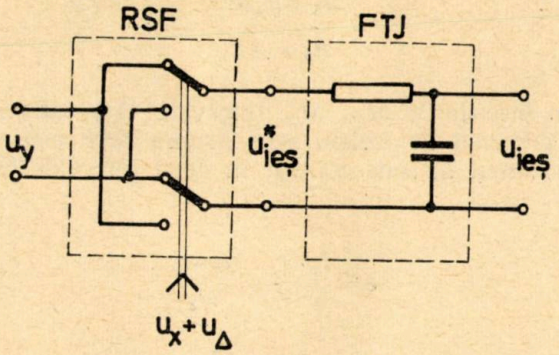


Fig. 1.

trece jos *FTJ* (fig. 1). La intrarea *RSF* se aplică tensiunea de înmulţit u_y, comanda *RSF* avînd loc sub acţiunea tensiunii înmulţitoare u_x şi a tensiunii auxiliare u_Δ de formă triunghiulară. Considerînd că tensiunile u_x, u_y sînt constante şi idealizînd condiţiile de funcţionare ale *RSF*, se arată [1], [2] că valoarea medie a tensiunii $u^*_{ieş}$ este proporţională cu produsul

* Comunicată la sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic Braşov, 6 decembrie 1968.

tensiunilor u_x, u_y şi invers proporţională cu valoarea de vîrf $\hat{u}_\Delta$ a tensiunii auxiliare u_Δ. Componenta alternativă a tensiunii $u^*_{ieş}$ este reţinută de *FTJ*, obţinîndu-se în final tensiunea de ieşire $u_{ieş}$ proporţională cu produsul tensiunilor u_x, u_y. În literatură [3] se tratează problemele specifice *FTJ*, nu se analizează însă riguros procesele care au loc în *RSF*.

În cele ce urmează se determină relaţia ce există între tensiunile u_x, u_y, u_Δ şi $u^*_{ieş}$ presupunînd că :

1. *RSF* are o caracteristică statică ideală (în perioada de conducţie rezistenţa sa de trecere este nulă, iar în perioada de blocare foarte mare).

2. În procesul de comutare al *RSF* au loc întîrzieri Δt_d la deconectarea din situaţia anterioară şi întîrzieri Δt_c la conectarea în noua situaţie.

3. Tensiunile u_x, u_y sînt lent variabile în timp în raport cu tensiunea auxiliară u_Δ.

4. Flancurile tensiunii auxiliare u_Δ au gradele de neliniaritate δ_a, δ_b [4].

5. Impedanţa conectată la tensiunea $u^*_{ieş}$ este foarte mare.

STUDIUL ACŢIUNII DE COMANDA ASUPRA *RSF*

Acţiunea de comandă a tensiunilor u_x, u_Δ asupra *RSF* se studiază pe baza fig. 2. Comanda de comutare se dă în momentul în care

$$u_\Delta + u_x = 0$$

$$u_\Delta = -u_x$$

executîndu-se cu întîrzierile Δt_d, Δt_c. Intervalul Δt_k între momentele t_j, t_l ale celor două comenzi în acelaşi sens asupra *RSF* este împărţit de momentul t_k al comenzii în sens contrar în două intervale caracterizate prin raportul

$$\theta = \frac{t_k - t_j}{t_l - t_j} = \frac{t_k - t_j}{\Delta t_k}$$

Datorită neliniarităţii flancurilor tensiunii auxiliare u_Δ sînt cuprinse în intervalele

$$\Delta t_a = \delta_a \frac{T_a}{2}; \quad \Delta t_b = \delta_b \frac{T_b}{2}$$

fără a se putea preciza cu certitudine unde anume ; din acest motiv momentele t_j, t_k, t_l pot apare oriunde în zonele haşurate aferente, iar raportul θ poate obţine valori cuprinse între cele corespunzătoare cazurilor extreme caracterizate prin punctele J_1, K_1, L_1 şi respectiv J_2, K_2, L_2. Ţinînd cont de

ipoteza 4 formulată în introducere se poate presupune fără a face o eroare prea mare că în intervalul de timp Δt_k tensiunea u_x variază liniar

$$u_x = u'_x(t_j)(t - t_j) + u_x(t_j) \tag{1}$$

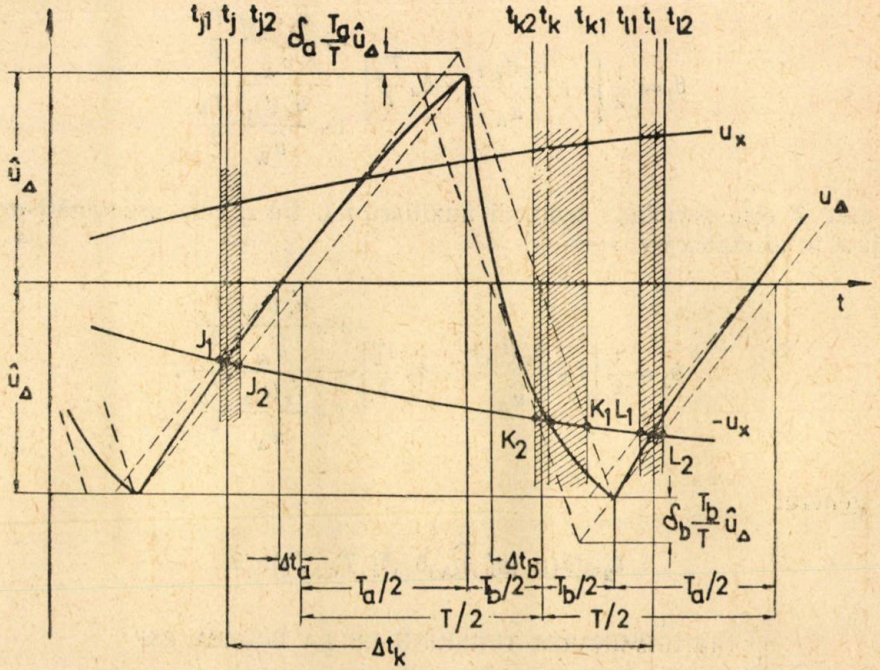


Fig. 2.

cu indicele ′ (prim) notîndu-se derivarea în raport cu timpul. Cu această simplificare se determină în primul caz

$$t_{k1} - t_{j1} = \left[1 + \frac{u_x(t_{j1})}{\hat{u}_\Delta} + \delta_a \frac{T_a}{T}\right]\frac{T}{2} + u'_x(t_{j1})(t_{k1} - t_{j1})\frac{T_b}{2\hat{u}_\Delta}$$

$$t_{k1} - t_{j1} = \frac{1 + \frac{u_x(t_{j1})}{\hat{u}_\Delta} + \delta_a \frac{T_a}{T}}{1 - \frac{u'_x(t_{j1})}{\hat{u}_\Delta}\frac{T_b}{2}}\frac{T}{2}$$

$$t_{l1} - t_{j1} = T - u'_x(t_{j1})(t_{l1} - t_{j1})\frac{T_a}{2\hat{u}_\Delta}$$

$$t_{l_1} - t_{j_1} = \frac{T}{1 + \frac{u'_x(t_{j_1})}{\hat{u}_\Delta} \frac{T_a}{2}} = \Delta t_{k_1}(u'_x, \hat{u}_\Delta, T_a, T_b)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{u_x(t_{j_1})}{\hat{u}_\Delta} - \delta_a \frac{T_a}{T}\right] \frac{1 + \frac{u'_x(t_{j_1})}{\hat{u}_\Delta} \frac{T_a}{2}}{1 - \frac{u'_x(t_{j_1})}{\hat{u}_\Delta} \frac{T_b}{2}} \tag{2}$$

în care T este perioiada tensunii auxiliare u_Δ. Pe o cale asemănătoare se obține în al doilea caz:

$$\theta_2 = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{u_x(t_{j_1})}{\hat{u}_\Delta} - \delta_b \frac{T_b}{T}\right] \frac{1 + \frac{u'_x(t_{j_2})}{\hat{u}_\Delta} \frac{T_a}{2}}{1 - \frac{u'_x(t_{j_2})}{\hat{u}_\Delta} \frac{T_b}{2}}. \tag{3}$$

În general

$$\theta_2 \leqslant \theta(u_x, u'_x, \hat{u}_\Delta, \delta_a, \delta_b, T_a, T_b) \leqslant \theta_1 \tag{4}$$

DETERMINAREA TENSIUNII DE LA IEŞIREA *RSF*

La ieşirea *RSF* se obține tensiunea $u^*_{ieş}$ având o formă de variație complicată în timp. Valoarea medie $\bar{u}^*_{ieş}$ a acestei tensiuni pe intervalul de timp Δt_k corespunzînd aproximativ perioadei T a tensiunii auxiliare u_Δ este şi ea variabilă în timp, în sensul că se schimbă de la o perioadă la alta a tensiunii auxiliare; totuşi valoarea medie $\bar{u}^*_{ieş}$ poate fi separată de către *FTJ*, dacă variația valorii medii este mai lentă decît a tensiunii auxiliare.

Determinarea valorii medii a tensiunii de la ieşirea *RSF* se face pe baza fig. 3.

$$\bar{u}^*_{ieş} = \frac{1}{\Delta t_k}\left[-\int_{t_j}^{t_j+\Delta t_{dj}} u_y dt + \int_{t_j+\Delta t_{cj}}^{t_j+\theta\Delta t_k+\Delta t_{dk}} u_y dt - \int_{t_j+\theta\Delta t_k+\Delta t_{ck}}^{t_j+\Delta t_k} u_y dt\right]$$

Ca şi în cazul tensiunii u_x se poate admite că tensiunea u_y variază liniar în intervalul de timp Δt_k;

$$u_y = u'_y(t_j)(t - t_j) + u_y(t_j). \tag{5}$$

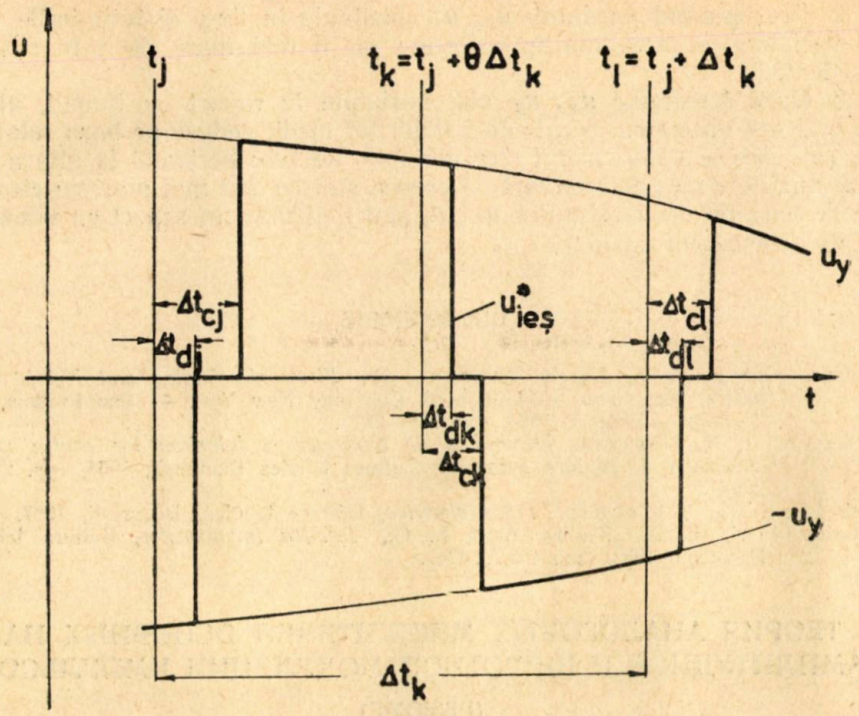


Fig. 3.

Prin integrare se obține :

$$\bar{u}^*_{eș} = u_y(t_j)(2\theta-1) + u_y(t_j)\left(\frac{\Delta t_{ck}-\Delta t_{cj}}{\Delta t_k} + \frac{\Delta t_{dk}-\Delta t_{dj}}{\Delta t_k}\right) +$$

$$+u'_y(t_j)\left[\left(\theta^2-\frac{1}{2}\right)\Delta t_k+\theta(\Delta t_{ck}+\Delta t_{dk})+\frac{\Delta t^2_{ck}-\Delta t^2_{cj}}{2\Delta t_k}+\frac{\Delta t^2_{dk}-\Delta t^2_{dj}}{2\Delta t_k}\right]=$$

$$=u_y(t_j)(2\theta-1)+u_y(t_j)\Phi(\Delta t_c,\Delta t_d,\Delta t_k)+u'_y(t_j)\Psi(\Delta t_c,\Delta t_d,\theta). \qquad (6)$$

CONCLUZII

1. Din relațiile (2), (3), (4), (6) se observă că dacă tensiunile u_x, u_y precum și întîrzierile Δt_c, Δt_d la comutarea *RSF* sînt constante în timp, precizia dispozitivului de multiplicare e influențată doar de posibilitățile de a menține constantă valoarea de vîrf $\hat{u}_\Delta$ a tensiunii auxiliare și de neliniaritatea flancurilor acestei tensiuni.

2. Presupunînd tensiunile u_x, u_y constante în timp şi întîrzierile Δt_c, Δt_d variabile, eroarea multiplicatorului va fi mai mare decît în situaţia precedentă.

3. Dacă tensiunile u_x, u_y sînt variabile în raport cu timpul, atunci este indicată utilizarea în calcule a valorilor medii deduse pe baza relaţiilor (1), (5). Aceste valori medii sînt variabile de la o perioadă la alta a tensiunii auxiliare u_Δ. Se constată că erorile sînt cu atît mai mari cu cît vitezele de variaţie ale tensiunilor u_x, u_y sînt mai mari în raport cu viteza de variaţie a tensiunii auxiliare u_Δ.

BIBLIOGRAFIE

1. Korn, Granino A, Korn Theresa, M., *Electronic Analog and Hybrid Computers*, Mc. Graw — Hill Book Company New York — San Francisco — Toronto — London, 1964, (pp. 268—281).
2. Kogan, B. Ia., *Dispozitive electronice de modelare şi folosirea lor pentru studiul sistemelor de reglare automată*, Editura tehnică Bucureşti, 1964, (pp. 200... 209).
3. Ştefănescu, Sofronie, *Filtre electrice*, Editura tehnică, Bucureşti, 1967.
4. Meerovici, L. A., Zelicenco, L. G., *Tehnica impulsurilor*, Editura tehnică, Bucureşti, 1958, (pp. 433... 434).

ТЕОРИЯ АНАЛОГОВЫХ МНОЖИТЕЛЕЙ ОСНОВНЫХ НА АМПЛИТУДНОЙ И ШИРОТНОЙ МОДУЛЯЦИИ ИМПУЛЬСОВ

(РЕЗЮМЕ)

В работе устанавливаются основные неизвестные в литературе соотношения некоторых аналоговых множителях. С помощью этих соотношений проектирование и осуществление таких множителей облегченно.

THEORIE DER ANALOG — MULTIPLIZIERER MIT AMPLITUDEN- UND IMPULSBREITE — MODULATION

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit werden die grundsätzlichen Formeln der Analog — Multiplizierer mit Amplituden- und Impulsbreite — Modulation abgeleitet. Die Vorausberechnung und die Entwicklung solcher Multiplizierer wird damit erleichtert.

TEOREMA SUPERPOZIȚIEI ȘI A RECIPROCITĂȚII IN CIMPURI HALL DIN SONDE PLASATE TRANSVERSAL IN CIMPURI MAGNETICE OMOGENE ȘI INVARIABILE

DE

I. DE SABATA, VALERIA LAPUȘAN

1. INTRODUCERE

În lucrare se demonstrează că potențialul cîmpului Hall, întrodus în [6], satisface teorema superpoziției. Pe baza ei și a proprietății după care rezistența între doi electrozi nu depinde de tensiune și curent [1], [2], [3], [4], [5], [6], etc., se arată că între mărimile de intrare și de ieșire ale unui traductor Hall există relații de tip cuadripolar. Se mai stabilesc două teoreme de reciprocitate cu ajutorul cărora sînt demonstrate ecuațiile de rezistență ale lui Maxwell.

În regim cvasistaționar, într-un mediu masiv alimentat prin electrozi ce au potențialele V_{c1}, $V_{c2}\cdots V_{cn}$ și sînt parcurși de curenții i_{c1}, $i_{c2}\cdots i_{cn}$ este valabil următorul sistem de ecuații ale lui Maxwell :

$$i_{cv}=\sum_{\lambda=1}^{n} G_{v\lambda_0}V_{c\lambda}$$

$$V_{c\lambda}=\sum_{\lambda=1}^{n} R_{v\lambda 0}i_{c\lambda} \qquad (1)$$

$$i_{cv}=\sum_{\lambda=1}^{n} g_{v\lambda 0}(V_{cv}-V_{c\lambda})$$

$$v=1,\ 2\cdots n$$

$G_{v\lambda 0}$ sînt coeficienții de influență electrocinetică,
$R_{v\lambda 0}$ — coeficienții de potențial electrocinetic,
$g_{v\lambda 0}$ — conductanțe electrice parțiale.

Aceste mărimi depind numai de forma, dimensiunile, poziţia relativă a electrozilor şi de conductivitatea σ_0 a mediului.

În [3] se demonstrează că aceste relaţii rămîn valabile şi în medii semiconductoare plasate transversal în cîmpuri magnetice omogene şi invariabile, dacă mediul semiconductor este cuprins în întregime între electrozi şi în ipoteza că aceştia sînt alimentaţi la potenţiale constante.

Cu ajutorul teoremelor de reciprocitate se va demonstra că ecuaţiile lui Maxwell sînt independente de condiţiile de alimentare. Se regăsesc relaţii de legătură între coeficienţii $G_{\nu\lambda 0}$ şi cei corespunzători prezenţei cîmpului magnetic deduse în [3], apoi, folosind noţiunea de rezistenţă de serviciu se generalizează teorema lui Corbino.

Lucrarea se încheie cu unele verificări experimentale.

2. TEOREMA SUPERPOZIŢIEI CIMPURILOR HALL

Se consideră mediul semiconductor din figura 1 în formă de placă, de grosime h mică în raport cu celelalte dimensiuni ale sale, plasată transversal într-un cîmp magnetic exterior omogen şi invariabil, de inducţie magnetică $\bar{B}_e$. Placa este alimentată prin intermediul electrozilor metalici $M_1, M_2 \ldots M_n$.

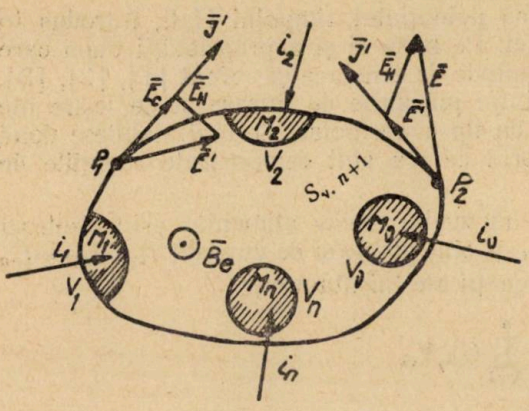


Fig. 1.

Potenţialul cîmpului Hall V'_H din placa semiconductoare satisface următoarele relaţii [6]:

Laplacianul său este nul în toate punctele mediului semiconductor:

$$-\nabla^2 V'_H = 0$$

Are valori constante pe suprafeţele metalelor:

$$V'_H = V'_{H\nu} \quad \text{pe} \quad S_{\nu,n+1} \quad \nu = 1, 2 \cdots n$$

Pe suprafaţa de frontieră $S_{n+1,0}$ verifică egalitatea:

$$\mp \frac{\partial V'_H}{\partial l_{n+1}} + \frac{\partial V'_H}{\partial l_t} \operatorname{tg} \theta = E'_c$$

unde :

$\frac{\partial}{\partial l_{n+1}}$ este derivata după normala exterioară mediului semiconductor,

E_c -- intensitatea cîmpului electrocinetic, stabilit în mediul semiconductor în lipsa cîmpului magnetic dar considerînd conductivitatea $\sigma(B)$ a mediului cu valoarea corespunzătoare cîmpului magnetic,

$\frac{\partial}{\partial l_t}$ — derivata după tangenta la limita de separație între semiconductor și aer în sensul cîmpului $\bar{E}'_e$,

θ — unghiul Hall determinat de $\operatorname{tg}\theta = -\sigma R_H B_e$, R_H fiind constanta Hall.

Semnul minus din ultima egalitate corespunde situației cînd $\bar{E}'_H = -\nabla V'_H$ este orientat spre mediul semiconductor (de exemplu punctul P_1) și plus în caz contrar (de exemplu punctul P_2).

Se consideră o altă stare electrocinetică a mediului semiconductor determinată de cîmpul electrocinetic $\bar{E}''_c$, inducția magnetică exterioară fiind aceeași adică $\operatorname{tg}\theta$ rămîne neschimbat. Potențialul cîmpului Hall V''_H va satisface condiții identice cu cele scrise pentru V'_H. Însumînd relațiile scrise pentru V'_H și V''_H și ținînd seamă de teorema superpoziției cîmpurilor electrocinetice $\bar{E}_c = \bar{E}'_c + \bar{E}''_c$ rezultă că $V_H = V'_H + V''_H$ este potențialul cîmpului Hall determinat de cîmpul electrocinetic $\bar{E}_c$, în prezența cîmpului magnetic exterior $\bar{B}_e$ și care are pe suprafețele electrozilor metalici M_ν potențiale constante egale cu $V_{H\nu} = V'_{H\nu} + V''_{H\nu}$ ($\nu = 1 \ldots n$). Rezultă deci că atît potențialul cît și intensitatea cîmpului Hall satisfac teorema superpoziției.

Cum legea conducției [1], [2], [3], $\bar{J} = \sigma[\bar{E}_c + \bar{E}_H + R_H \bar{J} \times \bar{B}_e]$ este liniară în raport cu $\bar{J}$, urmează că și cîmpul densității de curent satisface o teoremă identică.

Ca aplicație a teoremei, se va demonstra că între mărimile de intrare și cele de ieșire ale unui traductor Hall există relații de tip cuadripolar [7].

Starea traductorului din figura 2, *a* se obține prin superpoziția stărilor reprezentate în figurile 2, *b* și 2, *c*.

Pentru traductorul din fig. 2, *b* se poate scrie :

$$u'_1 = i_1 R_{11} \quad \text{și} \quad u'_2 = G_1 i_1 B_e + \Delta u_{20}$$

unde factorul de scurtcircuitare G_1 depinde de forma și dimensiunile traductorului și al electrozilor. El poate fi exprimat și în funcție de rezistențele dintre electrozi [8]. Δu_{20} este diferența de potențial între electrozii Hall (M_3, M_4) determinată de cîmpul electrocinetic $\bar{E}'_c$.

Relațiile corespunzătoare situației din fig. 2, *c* sînt :

$$u''_2 = i_2 R_{22}; \quad u''_1 = G_2 i_2 B_e + \Delta u_{10}$$

unde, G_2 este factorul de scurtcircuitare determinat de electrozii M_3 și M_4, iar Δu_{10} este diferența de potențial între M_1 și M_2 stabilită de cîmpul electrocinetic $\overrightarrow{E_e}$.

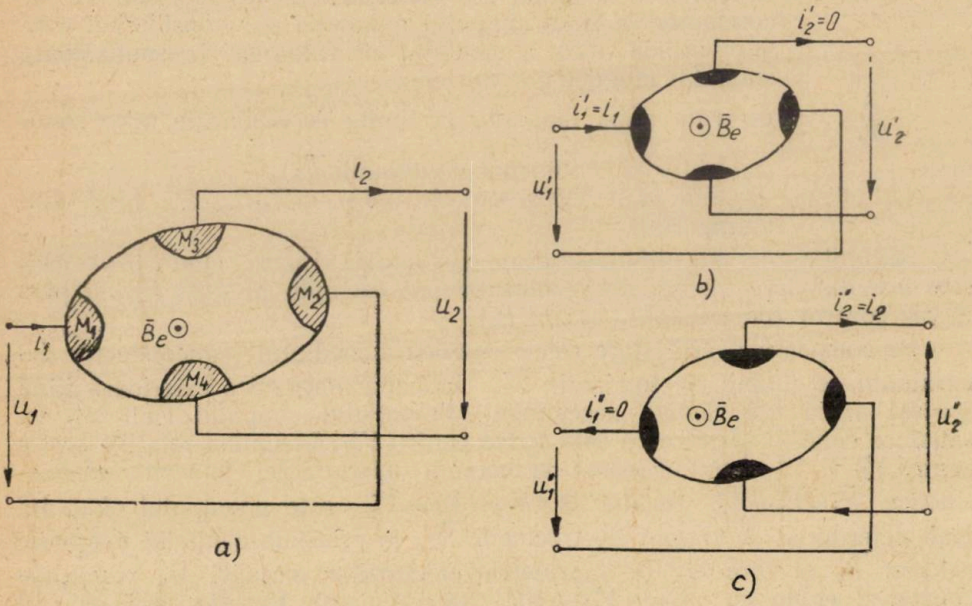


Fig. 2.

Cu sensurile pozitive menționate în schemele din figura 2, din teorema superpoziției urmează :

$$u_1=u_1'+u_1'' \quad u_2=u_2'-u_2''$$

sau :

$$\left.\begin{aligned} u_1&=i_1R_{11}+G_2i_2B_e+\Delta u_{10}\\ u_2&=G_1i_1B_e-i_2R_{22}+\Delta u_{20}\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Ecuațiile (2) demonstrează că traductorul Hall este un cuadripol nereciproc [7].

3. TEOREME DE RECIPROCITATE

Teoremele vor fi stabilite pentru cîmpurile Hall din mediile semiconductoare ce sînt cuprinse în întregime între electrozii de comandă. De exemplu, mediul semiconductor a sondei din fig. 3 este cuprins în între-

gime de electrozii $M_1, M_2, \ldots M_3$ alimentați cu $i_1, i_2, \ldots i_n$, numiți curenți de comandă.

În relațiile ce urmează curentul de comandă i_v va fi contat pozitiv dacă sensul său este orientat spre semiconductor și negativ în caz contrar.

Considerăm două stări distincte a plăcii semiconductoare, la același cîmp magnetic exterior. Se va nota cu V potențialul corespunzător stării în care curenții de comandă sînt $i_1, i_2, \ldots i_n$ și cu V' cel stabilit de curenții $i'_1, i'_2, \ldots, i'_n$.

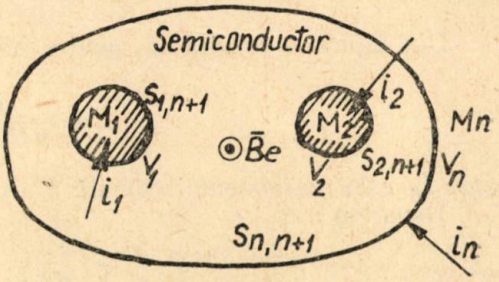


Fig. 3.

Cum cîmpurile $\bar{E} = -\nabla V$ și $\bar{E}' = -\nabla V'$ sînt laplaciene [1], [2], [3], teeorema lui Green aplicată funcțiilor V și V' conduce la :

$$\int_{S_{1,n+1}, S_{2,n+1}, \cdots S_{n,n+1}} d\bar{s}\,(V\nabla V' - V'\nabla V) = 0 \tag{3}$$

unde : $S_{1,n+1}, S_{2,n+1}, \cdots S_{n,n+1}$ sînt suprafețele electrozilor metalici, iar $d\bar{s}$ este vectorul element de suprafață orientat spre exteriorul mediului semiconductor.

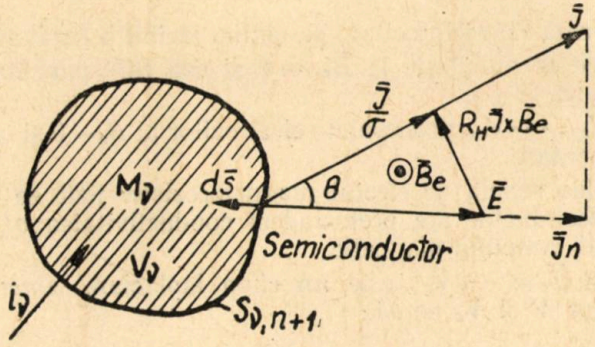


Fig. 4.

În figura 4 s-a desenat suprafața $S_{v,n+1}$ de separație între electrodul M_v și semiconductor. Suprafața fiind echipotențială, intensitatea de cîmp $\bar{E}$ este normală iar vectorul densitate de curent $\bar{J}$ formează cu $\bar{E}$ unghiul Hall θ.

În consecință, pe această suprafață, integrala din membrul stîng al egalității (3) este :

$$I_{v,n+1}=\int\limits_{S_{v,n+1}} d\bar{s}\,[V\nabla V'-V'\nabla V]=V_v\int\limits_{S_{v,n+1}} dsE'-V'_v\int\limits_{S_{v_1}n+1} dsE. \tag{4}$$

Din figura 4 rezultă că, pentru orice stare, se poate scrie :

$$E=\frac{J_n}{\sigma(B)\cos^2\theta}$$

unde J_n este componenta normală a vectorului densitate de curent.

Deoarece :

$$i_v=\int\limits_{S_{v,n+1}} d\bar{s}'\bar{J}=\int\limits_{S_{v,n+1}} dsJ_n$$

unde $d\bar{s}'=-d\bar{s}$ integrala din (4) se poate pune în forma :

$$I_{v,n+1}=\frac{1}{\sigma(B)\cos^2\theta}(V_vi'_v-V'_vi_v). \tag{5}$$

Din (3) și (5) rezultă imediat teorema reciprocității :

$$\sum_{v=1}^{n} V_vi'_v=\sum_{v=1}^{n} V'_vi_v. \tag{6}$$

O altă teoremă de reciprocitate se obține făcînd o legătură între starea electrocinetică ce se stabilește la $\bar{B}_e=0$ și cea corespunzătoare prezenței cîmpului magnetic.

Fie V_{c1}, V_{c2}, $\cdots V_{cn}$ potențialele electrozilor la $B_e=0$ și i_{c1}, i_{c2}, $\cdots i_{cn}$ curenții de alimentare.

Pentru a ține seama de efectul magnetorezistiv fizic se va presupune că mediul semiconductor are pretutindeni conductivitatea $\sigma(B)$ corespunzătoare prezenței cîmpului magnetic

Deoarece și $\bar{E}_c=-\nabla V_c$ este un cîmp laplacian, teorema lui Green aplicată funcțiilor V și V_c ne dă :

$$\int\limits_{S_{1,n+1},\,S_{2,n+1}\cdots S_{n,n+1}} d\bar{s}\,(V\nabla V_c-V_c\nabla V)=0. \tag{7}$$

Cu un raționament identic cu precedentul se arată că :

$$I_v^*=\int\limits_{\cdot\,Svn+1} d\bar{s}\,(V\nabla V_c-V_c\nabla V)$$

are forma :

$$I_\nu^* = V_\nu \frac{i_{c\nu}}{\sigma(B)} = V_{c\nu} \frac{i_\nu}{\sigma(B)\cos^2\theta}. \tag{8}$$

Din (7) și (8) rezultă a doua teoremă a reciprocității :

$$\sum_{\nu=1}^{n} V_\nu i_{c\nu} = \frac{1}{\cos^2\theta} \sum_{\nu=1}^{n} V_{c\nu} i_\nu . \tag{9}$$

4. ECUAȚIILE DE REZISTENȚĂ ALE LUI MAXWELL

Pentru a stabili ecuațiile lui Maxwell, se va determina expresia potențialului V într-un punct oarecare M a mediului semiconductor în funcție de potențialele $V_1, V_2, \ldots V_n$ ale electrozilor metalici.

În punctul M de potențial V, se va presupune că există un electrod punctiform neparcurs de curent $i = 0$, fig. 5, *a*. Prezența sa, în ipoteza menționată, nu va modifica sensibil cîmpul.

În figura 5, *b* s-a reprezentat același sistem fizic dar în starea în care electrodul punctual M este alimentat de curentul i' sub potențialul V' ; restul electrozilor fiind la potențiale nule : $V_1' = V_2' = \cdots V_n' = 0$ și în această stare ei sînt parcurși de curenții i_1', $i_2', \cdots i_n'$. În cele două stări cîmpul magnetic exterior a rămas neschimbat.

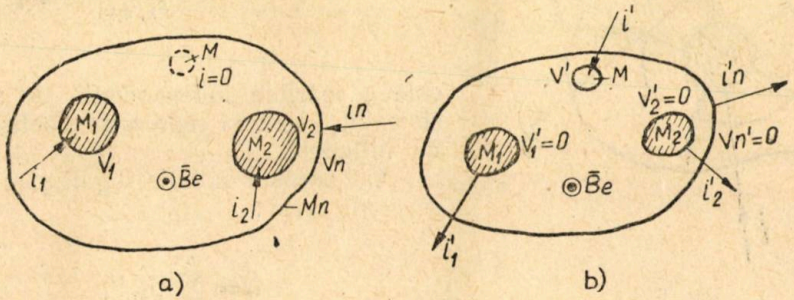


Fig. 5.

Aplicînd acestor stări teorema de reciprocitate (8) obținem :

$$Vi' - V_1 i_1' - V_2 i_2' \cdots - V_n i_n' = 0$$

sau :

$$V = \frac{\sum_{\nu=1}^{n} V_\nu i_\nu'}{i'} \tag{10}$$

în care $i' = \sum_{1}^{n} i_\nu'$ cum rezultă din prima teoremă a lui Kirchhoff.

Curentul corespunzător electrodului λ din fig. 6, are expresia :

$$i_\lambda = \int_{S_{\lambda,\, n+1}} ds J_n = \sigma(B)\cos^2\theta \int_{S_{\lambda,\, n+1}} ds E = -\sigma(B)\cos^2\theta \int_{S_{\lambda,\, n+1}} ds \frac{\partial V}{\partial n_\lambda}$$

unde $\frac{\partial V}{\partial n_\lambda}$ este derivata după normala la suprafața $S_{\lambda,\, n+1}$, orientată spre mediul semiconductor.

Ținînd seama de relația (10), egalitatea precedentă devine :

$$i_\lambda = -\sigma(B)\cos^2\theta \int_{S_{\lambda,\, n+1}} dS \frac{\partial}{\partial n_\lambda}\left(\frac{\sum_{\lambda=1}^{1} V_\nu i_\nu}{i'}\right)$$

sau :

$$i_\lambda = \sum_{\nu=1}^{n} V_\nu \left[-\sigma(B)\cos^2\theta \int_{S_{\lambda,\, n+1}} ds \frac{\partial}{\partial n_\lambda}\frac{i_\nu}{i'}\right]. \tag{11}$$

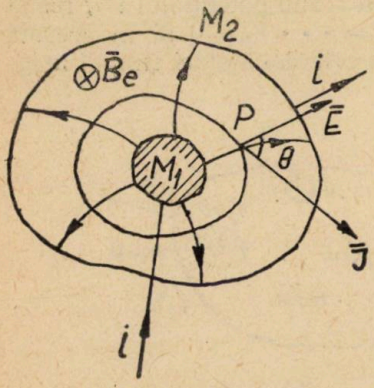


Fig. 6.

În egalitatea (11) mărimea :

$$G_{\lambda\nu} = -\sigma(B)\cos^2\theta \int_{S_{\lambda,\, n+1}} ds \frac{\partial}{\partial n_\lambda}\frac{i_\nu}{i'} \tag{12}$$

este o mărime independentă de starea sistemului fizic și reprezintă coeficientul de influență.

Cu această notație, egalitatea (11) se poate scrie :

$$i_\lambda = \sum_{\nu=1}^{n} G_{\lambda\nu} V_\nu \tag{13}$$

ceea ce reprezintă ecuațiile lui Maxwell forma I.

Relația (12) arată că coeficienții de influență satisfac egalitatea :

$$\sum_{\nu=1}^{n} G_{\lambda\nu} = 0 \tag{14}$$

deoarece :

$$\sum_{\nu=1}^{n} i'_\nu = i' .$$

Ecuațiile sistemului (12) nu sînt liniar independente fiindcă determinantul matricei coeficienților $G_{\lambda\nu}$ este nul, cum rezultă din (12).

Această observație este o consecință a faptului că cei n curenți de comandă satisfac prima teoremă a lui Kirchhoff:

$$\sum_{\lambda=1}^{n} i_\lambda = 0.$$

Deoarece un minor oarecare a determinantului matricei menționate este diferit de zero, urmează că n—1 potențiale sînt determinate în funcție de curenții $i_\lambda (\lambda = 1 \ldots n)$ și de potențialul arbitrar al unui electrod. Dacă considerăm, spre exemplu, $V_n = 0$, sistemul (13) rezolvat în raport cu potențialele V_λ conduce la:

$$V_\lambda = \sum_{\nu=1}^{n-1} R_{\lambda\nu} i_\nu \qquad (15)$$

în care coeficienții $R_{\lambda\nu}$ sînt funcții univoce de $G_{\lambda\nu}$. De asemenea, deoarece V_n este arbitrar poate fi pus ca o funcție liniară de curenții i_λ $(\lambda = 1 \ldots n)$:

$$V_n = \sum_{\nu=1}^{n} i_\nu R'_{n\lambda}$$

unde $R'_{n\lambda}$ sînt mărimi arbitrare.

Sistemul (13) rezolvat în raport cu potențialele V_λ $(\lambda = 1, 2 \ldots n-1)$ conduce la:

$$V_\lambda = \sum_{\nu=1}^{n-1} R'_{\nu\lambda} i_\nu$$

în care coeficienții $R'_{\nu\lambda}$ depind de mărimile $G_{\nu\lambda}$ și de constantele arbitrare $k_{n\lambda}$.

Sistemul descris de ecuațiile (14) sînt ecuațiile lui Maxwell forma II.

Ecuațiile lui Maxwell forma III se obțin înlocuind în egalitatea (13) pe $G_{\nu\lambda}$ scos din (14).

$$i_\lambda = \sum_{\nu=}^{n} g_{\lambda\nu} (V_\lambda - V_\nu) \qquad (16)$$

unde: $g_{\lambda\nu} = -G_{\lambda\nu}$.

Cu ajutorul teoremei de reciprocitate (8) se poate arăta simplu că sînt valabile relațiile de simetrie: $G_{\lambda\nu} = G_{\nu\lambda}$ și $R_{\lambda\nu} = R_{\nu\lambda}$.

Pentru a determina relația de legătură între $G_{\nu\lambda}$ și $G_{c\nu\lambda}$ ce intervine în prima egalitate din (1) se folosește teorema reciprocității (9). Starea electrocinetică ce intervine în (9) corespunde lui $B_e = 0$ dar materialul semiconductor este presupus că are conductivitatea $\sigma(B)$ corespunzătoare efectului magnetorezistiv fizic. Deci în prima ecuație din (1) se va înlocui $G_{\nu\lambda 0}$ cu $G_{\nu\lambda c}$ dat de:

$$G_{\nu\lambda c} = G_{\nu\lambda 0} \frac{\sigma B}{\sigma (0)}. \qquad (17)$$

Cu aceste precizări din (1), (9) și (17) se poate scrie:

$$\sum_{\nu=1}^{n}\sum_{\lambda=1}^{n}\frac{\sigma(B)}{\sigma(0)}G_{\nu\lambda 0}V_\nu V_{c\lambda}=\sum_{\nu=1}^{n}\sum_{\lambda=1}^{n}\frac{G_{\nu\lambda}}{\cos^2\theta}V_\nu V_{c\lambda}$$

de unde rezultă direct:

$$G_{\nu\lambda}=\frac{\sigma(B)}{\sigma(0)}\cos^2\theta\cdot G_{\nu\lambda 0} \tag{18}$$

relație dedusă și în [3].

Analog se poate arăta că:

$$R_{\nu\lambda}=\frac{\sigma(0)}{\sigma(B)}R_{c\nu\lambda 0}\cdot\frac{1}{\cos^2\theta}=\frac{\sigma(0)}{\sigma(B)}R_{c\nu\lambda 0}(1+\mathrm{tg}^2\theta)$$

ceea ce reprezintă o generalizare a teoremei lui Corbino.

5. APLICAȚII

În literatură se subliniază că variația relativă a rezistenței este maximală pentru sonda în formă de disc.

Expresia analitică a acestei variații se numește teorema lui Corbino. Sînt cunoscute demonstrații directe care generalizează această teoremă și pentru forme oarecari dacă cei doi electrozi cuprind între ei mediul semiconductor [3], [6].

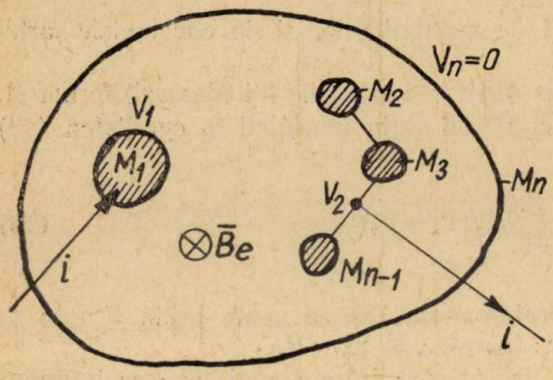


Fig. 7.

Această proprietate rezultă mai simplu din ecuațiile lui Maxwell forma III. Astfel pentru sonda din fig. 6 se poate scrie:

$$g_{12}=\frac{i}{V_1-V_2}=\frac{\sigma(B)}{\sigma\ 0}g_{120}\cos^2\theta$$

adică:

$$R_{12}=R_{120}\frac{\sigma(0)}{\sigma(B)}[1+\mathrm{tg}^2\theta] \tag{19}$$

Dar, se poate arăta că și rezistența de serviciu a configurației reprezentate în fig. 7 se bucură de aceeași proprietate, ceea ce conferă un domeniu mai larg de aplicație pentru teorema lui Corbino.

În adevăr, a doua formă a ecuațiilor lui Maxwell ne conduce la:

$$i=(V_1-V_2)(g_{12}+g_{13}+\ldots g_{1,n-1})$$

adică, rezistența de serviciu are expresia :

$$R = \frac{V_1 - V_2}{i} = \frac{1}{g_{12} + g_{13} + \cdots g_{1,\,n-1}}$$

sau ținînd seamă de (16) avem :

$$R = \frac{\sigma(0)}{\sigma(B)} R_0 (1 + \mathrm{tg}^2\,\theta)$$

în care :

$$R = \frac{1}{g_{120} + g_{130} + \cdots g_{1,\,n-1,0}}$$

reprezintă rezistența de serviciu în absența cîmpului magnetic.

6. VERIFICARI EXPERIMENTALE

Experiențele efectuate în lucrare au avut ca scop să verifice dacă teorema lui Corbino își păstrează valabilitatea la o formă oarecare a sondei. S-a folosit un material semiconductor de In Sb cu următoarele caracteristici :

$$R_H = 4{,}2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3\,C^{-1}}$$

și

$$\sigma(0) = 1{,}22 \cdot 10^{4}\ \mathrm{S \cdot m^{-1}}$$

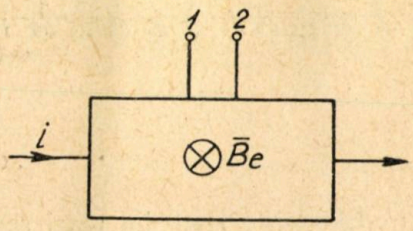


Fig. 8.

Utilizînd o sondă dreptunghiulară cu electrozi punctiformi la care nu se manifestă efectul magnetorezistiv geometric, fig. 8, s-a determinat curba de variație a raportului $\frac{\sigma(0)}{\sigma\ B)}$ în funcție de inducția magnetică. Cu o punte dublă s-a măsurat rezistența R_{120} respectiv R_{12} între electrozii *1* și *2* din fig. 8, în lipsa, respectiv prezența inducției magnetice. La B dat se obține :

$$\frac{\sigma(0)}{\sigma(B)} = \frac{R_{12}}{R_{120}}.$$

Rezultatele măsurătorilor sînt date în diagrama din fig. 9.

Pe aceeași diagramă s-a desenat și $\mathrm{tg}\theta = -R_H \sigma(B) B$ ca funcție de B.

Avînd o sondă de formă diferită de un disc, ca cea reprezentată calitativ în fig. 10, s-a măsurat raportul $\frac{R_{12}}{R_{120}}$ la diferite inducții magnetice ex-

terioiare. Rezultatele obţinute sînt date în fig. 10. Cercurile corespund punctelor calculate cu ajutorul relaţiei (19). Se consideră o bună concordanţă între datele teoretice şi cele experimentale.

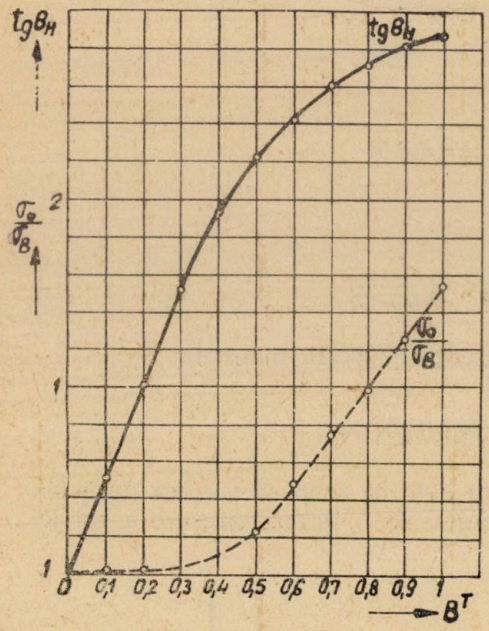


Fig. 9.

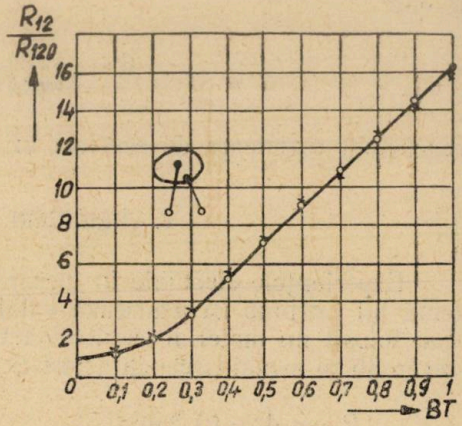


Fig. 10.

CONCLUZII

Cîmpurile Hall din plăci semiconductoare plasate transversal în cîmpuri magnetice omogene şi invariabile satisfac teorema superpoziţiei. Ea este utilă în demonstrarea unor proprietăţi ale traductoarelor Hall.

Dacă mediul semiconductor este cuprins în întregime între electrozi, cîmpul Hall satisface şi teoreme de reciprocitate. Cu ajutorul lor s-au putut stabili, indenpendent de alimentarea electrozilor, ecuaţiile lui Maxwell şi s-a generalizat teorema lui Corbino.

BIBLIOGRAFIE

1. H. J. Lippmann şi F. Kuhrt, Die geometrieinfluss auf den transversalen magnetische Widerstands — effekt bei rechteckformigen Halbleiterplatten; Z. f. Naturforsch, juin 1958, t. 13 a, p. 462—474.
2. R. F. Wick, Solution of the field problem on the germanium gyrator; J. Appl. Phys., juin 1954, t. 28, p. 741—756.
3. J. Heusler, Die Untersuchung von Potentialproblemen bei tensorieller Leitfähigkeit der Halbleiter und Plasmen im transversalen Magnetfeld; Teză de doctorat.

4. J. Heusler, Der Widerstandt und das Feld eines rechteckigen Hall-Plättchens; Z.f. Naturforsch, 1962, t. 17 a, p. 506.
5. Dieter L. Denzel, Zum Widerstandsverhalten eines einfach Zusammenhängenden Gebietes mit zwei Elektroden im transversalen Magnetfeld; ETZ, 24 juin 1966, t. 87, p. 483—484.
6. I. De Sabata, Cîmpul electric din transductoarele Hall în regim cvasistaționar; Teză de doctorat 1966 Timișoara.
7. Kuhrt F. și Hartel W., Der Hallgenerator als Vierpol; Arch. Electrotechn. vol. 43, nr. 1, 1957, p. 1.
8. I. De Sabata, V. Lăpușan, Considerații asupra tensiunii traductoarelor Hall și a rezistenței electrice a traductoarelor magnetorezistive; Electrotehnica, nr. 8, 1968, p. 315—320.

ТЕОРЕМА СУПЕРПОЗИЦИИ И ВЗАИМНОСТИ В ПОЛЯХ ХОЛЛА, В ЗОНДАХ ПОПЕРЕЧНО РАСПОЛОЖЕННЫХ В ОДНОРОДНЫХ И НЕИЗМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

(РЕЗЮМЕ)

В работе доказывается теорема суперпозиции для полей Холла в зондах поперечно расположенных в однородных магнитных полях. Здесь показывается что удовлетворяются и теоремы взаимодействия, если полупроводниковая среда находится между электродами.

При их помощи устанавливаются Максвелевские уравнения сопротивления и обобщается теорема Корбино.

LA THÉORÈME DE LA SUPERPOSITION ET DE LA RÉCIPROCITÉ DES CHAMPS HALL DANS LES SONDES PLACÉES TRANSVERSALEMENT DANS DES CHAMPS MAGNÉTIQUES HOMOGÈNES ET INVARIABLES

(RÉSUMÉ)

Dans le présent article on démontre la valabilité de théorème de superposition pour les champs de Hall dans des sondes placées transversalement dans des champs magnétiques homogènes. On montre aussi que sont satisfaites deux théorèmes de réciprocité si le milieu semiconducteur est complétement contenu entre les éléctrodes. Avec leurs aide on établient les équations de résistance de Maxwell et on généralise la théorème de Corbino.

UNELE CONTRIBUȚII PRIVIND REGIMUL TRANZITORIU LA CIRCUITELE ELECTRICE CU INDUCTIVITATE NELINIARĂ, ALIMENTATE LA TENSIUNE NESINUSOIDALĂ

DE

SILVIA DOBRE

1. INTRODUCERE

Studiul regimului tranzitoriu în circuite neliniare formează obiectul multor lucrări dintre care cele mai reprezentative sînt [1]—[14].

În [15] s-a studiat regimul tranzitoriu în cazul general al unui circuit cu inductivitate neliniară, circuitul avînd o rezistență și un ciclu isterezis care nu pot fi neglijate.

Prezenta lucrare arată că metoda [15] se aplică și circuitelor cu inductivitate neliniară puse sub tensiune nesinusoidală, problemă care nu este tratată în literatura de specialitate.

Ne referim la cazurile frecvente, adică în curba tensiunii nesinusoidale predomină armonica fundamentală, armonicile superioare avînd amplitudini pentru care, luate separat, circuitul rămîne nesaturat.

Se presupun cunoscute :

— caracteristica magnetică a circuitului $\Psi=f(i)$ (fluxul magnetic în funcție de curentul care se stabilește în circuitul considerat);

— tensiunea de alimentare nesinusoidală $u_b=f(t)$;

— curba de variație a curentului permanent care se stabilește în circuit prin aplicarea tensiunii nesinusoidale $i=f(t)$;

— curba de variație a curentului permanent care se stabilește în circuit, dacă se aplică circuitului armonica fundamentală din tensiunea de alimentare : $i'=f(t)$.

2. PREZENTAREA METODEI

Pentru studiul regimului tranzitoriu considerăm cazul cel mai defavorabil, adică în momentul conectării curentul permanent are valoarea maximă.

Dacă la un circuit cu inductivitate neliniară (fig. 1) se aplică tensiunea :

$$u_b = \sum_{\nu=1,3\cdots}^{\infty} u_\nu = \sum_{\nu=1,3\cdots}^{\infty} u_{m\nu} \sin(\nu\omega t + \alpha_{u\nu}) \tag{1}$$

se stabileşte curentul permanent :

$$i = \sum_{\nu=1,3\cdots}^{\infty} i_\nu = \sum_{\nu=1,3\cdots}^{\infty} i_{m\nu} \sin(\nu\omega t - \varphi_\nu + \alpha_{i\nu}) \tag{2}$$

unde :

$\frac{\varphi_1}{\omega}$ reprezintă intervalul de timp a proximei treceri prin zero a curentului faţă de momentul conectării, executată cînd $i = i_{max}$ (se citeşte din curba de variaţie în timp a curentului permanent).

$$\varphi_3 = 3\varphi_1 + \pi$$

$$\varphi_5 = 5\varphi_1$$

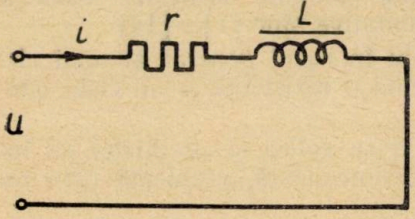


Fig. 1. Schema electrică a unui circuit cu inductivitate neliniară.

Admitem acum că punem circuitul sub o tensiune sinusoidală cu aceeaşi frecvenţă şi amplitudine ca a armonicei fundamentale din curba tensiunii de alimentare nesinusoidale, cu o fază care se va determina :

$$u_1 = u_{m_1} \sin(\omega t - \psi_{u1}) \tag{3}$$

În acest caz, în circuit se va stabili curentul nesinusoidal :

$$i' = \sum_{\nu=1,3\cdots}^{\infty} i'_\nu = \sum_{\nu=1,3\cdots}^{\infty} i'_{m\nu} \sin(\nu\omega t - \varphi_\nu + \alpha'_{i\nu}) \tag{4}$$

Conform metodei [15] determinăm un circuit liniar echivalent (r, L_1), însă în care se stabileşte curentul i' dat de relaţia (4) prin aplicarea unei tensiuni fictive nesinusoidale.

Se consideră că tensiunea sinusoidală $u_1 = u_{m1} \sin(\omega t - \psi_{u1})$ determină curentul permanent $i'_1 = i_{m_1} \sin(\omega t - \varphi_1 + \alpha'_{i_1})$.

Admitem că există egalitate între armonicile fundamentale ale curenţilor permanenţi i şi i'.

Deci : $i_1 = i'_1$, respectiv $i_{m_1} = i'_{m_1}$ şi $\alpha_{i_1} = \alpha'_{i_1}$.

În conformitate cu [15] determinăm tensiunea fictivă nesinusoidală u', care aplicată circuitului liniar r, L_1 — determină în circuit curentul i' dat de relația (4)

$$u' = u_1 + u_3' + u_5' + \cdots = u_1 + \sum_{\nu=3,5\cdots}^{\infty} u_\nu' =$$

$$= u_{m_1} \sin(\omega t - \psi_{u1}) + \sum_{\nu=3,5\cdots}^{\infty} u'_{m\nu} \sin(\nu\omega t - \psi'_{u\nu}). \tag{5}$$

Ținînd seama de (3) tensiunea reală nesinusoidală (1) care se aplică circuitului neliniar se scrie în forma :

$$u_b = u_1 + u_3 + u_5 + \cdots =$$

$$= u_m \sin(\omega t - \psi_{u_1}) + u_{m3} \sin(3\omega t - \alpha_{u_1} + \alpha_{u3} - \psi_{u_1}) +$$

$$+ u_{m5} \sin(5\omega t - \alpha_{u_1} + \alpha_{u5} - \psi_{u_1}) + \cdots \tag{6}$$

Armonicile din (6) — u_3 și u_5 vor determina în circuitul liniar echivalent (r, L_1) curenții :

$$i_3'' = i_{m3}'' \sin(3\omega t + \alpha_{i3})$$

$$i_5'' = i_{m5} \sin(5\omega t + \alpha_{i5}'').$$

Pentru a obține în circuitul liniar curentul din circuitul neliniar trebuie să avem o tensiune de forma :

$$u = u_1 + u_3 + u_3' + u_5 + u_5' + \cdots = u_{m_1} \sin(\omega t - \psi_{u_1}) +$$

$$+ u_{m_3} \sin(3\omega t - \alpha_{u_1} + \alpha_{u_3} - \psi_{u_1}) + u'_{m_3} \sin(3\omega t - \psi'_{u_3}) + \tag{7}$$

$$+ u_{m_5} \sin(5\omega t - \alpha_{u_1} + \alpha_{u_5} - \psi_{u_1}) + u'_{m_5} \sin(5\omega t - \psi'_{u_5}) + \cdots$$

Pentru această tensiune curentul (2) se poate pune sub forma :

$$i = i_1 + i_3'' + i_3 + i_5'' + i_5' + \cdots$$

$$i = i_{m_1} \sin(\omega t - \varphi_1 + \alpha_{i_1}) + i''_{m_3} \sin(3\omega t + \alpha''_{i_3}) + \tag{8}$$

$$+ i'_{m3} \sin(3\omega t - \varphi_3 + \alpha'_{i_3}) + i''_{m_5} \sin(5\omega t + \alpha''_{i_5}) +$$

$$+ i'_{m_5} \sin(5\omega t - \varphi_5 + \alpha'_{i_5}) + \cdots$$

În consecință :

$$i_3 = i_3' + i_3''; \quad i_5 = i_5' + i_5''.$$

Relația (7) și (8) permit determinarea regimului tranzitoriu conform metodei [15].

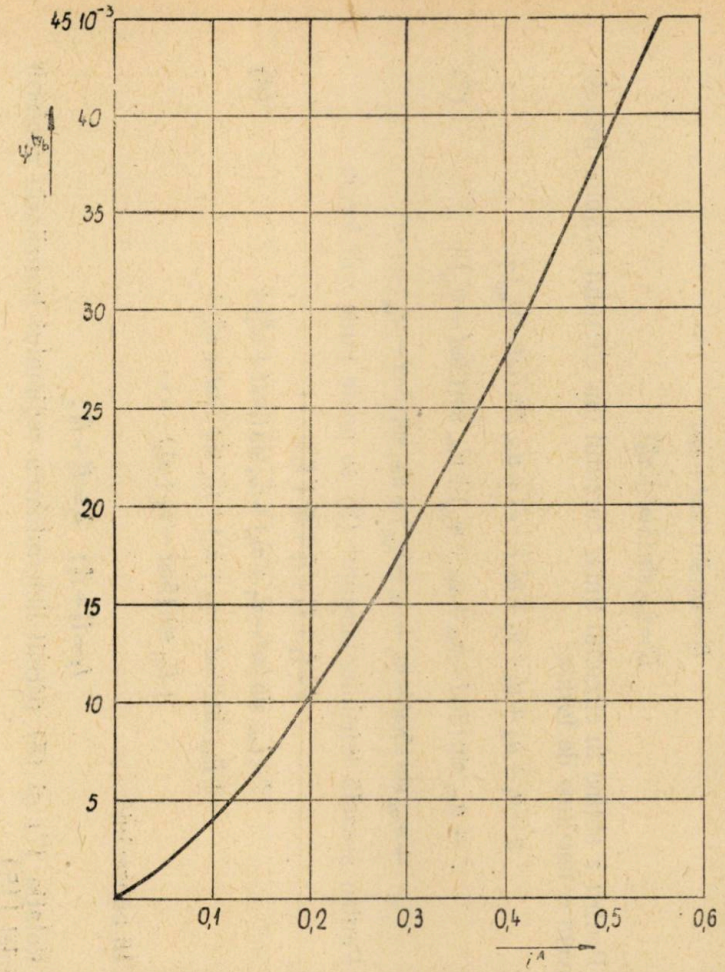


Fig. 2. Caracteristica magnetică a circuitului considerat în exemplul de calcul.

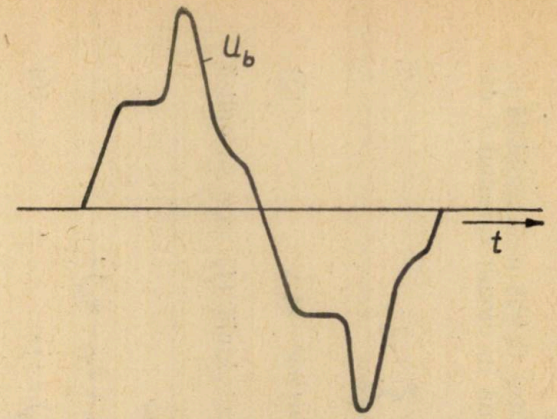


Fig. 3. Variația în timp a tensiunii nesinusoidale cu care se alimentează circuitul neliniar.

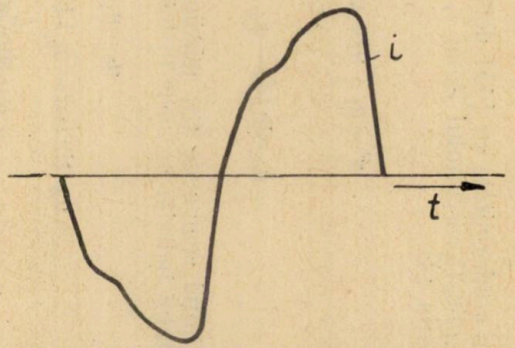


Fig. 4. Variația în timp a curentului permanent care se stabilește în circuitul considerat — alimentat cu tensiune nesinusoidală.

3. REZULTATE EXPERIMENTALE

S-a considerat un circuit a cărui caracteristică magnetică ridicată în curent continuu este redată în figura 2.

Circuitul neliniar s-a ales astfel încît la conectare să nu se modifice tensiunea de alimentare nesinusoidală obținută în laborator.

Rezistența totală a circuitului este : $r=7\Omega$. Circuitul a fost alimentat cu o tensiune nesinusoidală reprezentată în figura 3. Curentul nesinusoidal stabilit în circuit este redat în figura 4.

Printr-o analiză armonică grafică, s-au determinat :

$$u_{m_1}=13{,}85\ \text{V} \qquad \alpha_{u_1}=0$$

$$u_{m3}=1{,}7\ \text{V} \qquad \alpha_{u3}=-79{,}5°$$

$$u_{m5}=2{,}49\ \text{V} \qquad \alpha_{u5}=-90°$$

Din curba de variație a curentului permanent (fig. 4) rezultă : $\varphi_1=30°$. Deci : $\varphi_3=270°$; $\varphi_5=150°$.

Valoarea maximă a curentului permanent este : $i_m=209$ mA.

Circuitul fiind alimentat la o tensiune sinusoidală avînd amplitudinea : $u_{m1}=13{,}85$ V, a rezultat un curent i' — redat în figura 5

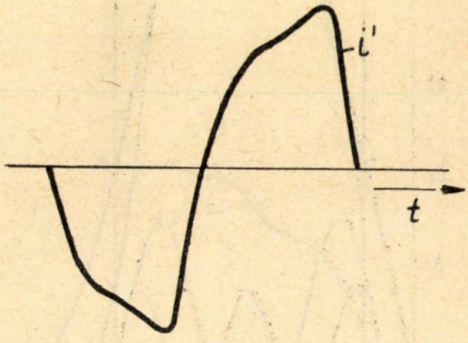


Fig. 5. Variația în timp a curentului permanent — care se stabilește în circuitul considerat — alimentat cu armonica fundamentală a tensiunii nesinusoidale.

S-a efectuat analiza armonică a curentului i' și a rezultat :

$$i_{m_1}=i'_{m_1}=210{,}5\ \text{mA} \qquad \alpha'_{i_1}=-9°$$

$$i'_{m3}=46{,}2\ \text{mA} \qquad \alpha'_{i_3}=15°$$

$$i'_m=13{,}35\ \text{mA} \qquad \alpha'_{i_5}=53°$$

Conform [15] s-a calculat : $L_1=0{,}208$ H.

Constanta de timp fiind : $\frac{L_1}{r}=0{,}0297$ sec. rezultă că în timpul procesului tranzitoriu curentul total prezintă un singur șoc de curent peste curentul maxim din regim permanent.

Se obțin următoarele rezultate :

$$\psi_{u_1} = -45°; \quad \psi'_{u_3} = 167°; \quad \psi'_{u_5} = 8{,}5°; \quad u'_{m_1} = u_{m_1} = 13{,}85 \text{ V};$$

$$u'_{m3} = 9{,}12 \text{ V}; \quad u'_{m5} = 4{,}36 \text{ V}; \quad i''_{m3} = 8{,}67 \text{ mA}; \quad i''_{m5} = 7{,}62 \text{ mA};$$

$$\alpha''_{i3} = -122{,}5°; \quad \alpha''_{i5} = -133{,}5°$$

Se realizează construcția grafică din figura 6.

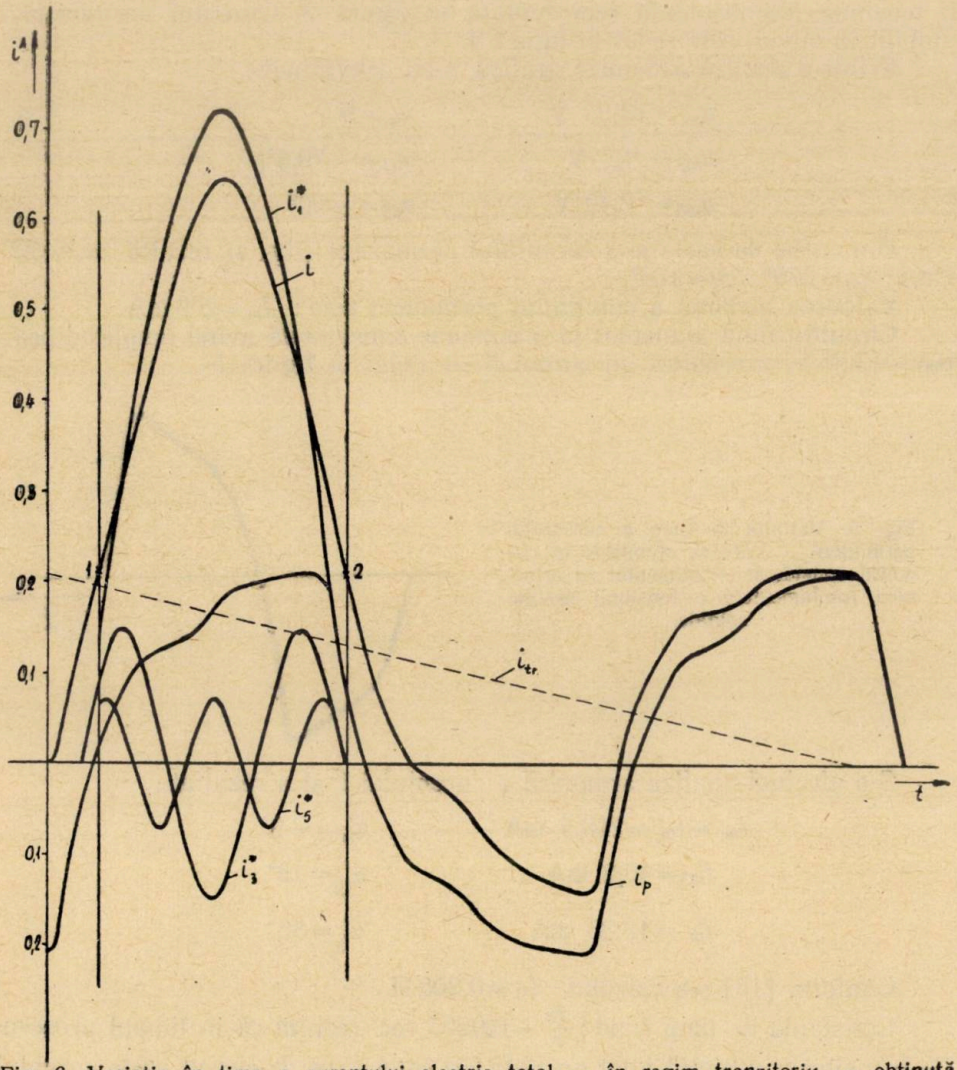


Fig. 6. Variația în timp a curentului electric total — în regim tranzitoriu — obținută prin calcul.

Se poate aprecia că între punctele 1—2 din figura 6, fluxul crește pînă la $1{,}7\Psi_m^*$.

În conformitate cu [15] rezultă : $L_1^* = 0{,}0571$ H.

$\frac{L_1^*}{r}$ fiind mai mică decît o jumătate de perioadă se neglijează componenta aperiodică în intervalul 1—2.

S-au calculat :

$$i_{m_1}^* = 0{,}718 \text{ A}; \quad i_{m_3}^* = 0{,}149 \text{ A}; \quad i_{m_5}^* = 0{,}0725 \text{ A}.$$

$$\alpha^* = 23{,}5° ; \quad \beta^* = 60{,}5° ; \quad \gamma^* = 107°.$$

S-a obținut astfel curba de variație a curentului total în timp. Se observă că în timpul procesului tranzitoriu curentul are un singur vîrf de 0,645 A.

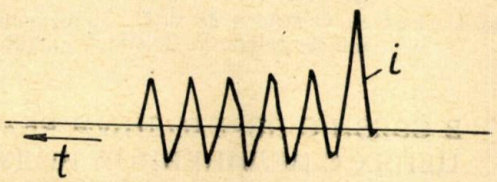


Fig. 7. Oscilograma curentului în timpul procesului tranzitoriu.

Cel mai mare șoc de curent în timpul procesului tranzitoriu obținut experimental după un număr foarte mare de conectări este de 0,580 A (fig. 7).

4. CONCLUZII

Prin metoda prezentată se determină curentul în regimul tranzitoriu în circuite electrice cu inductivitate neliniară, alimentate cu tensiune nesinusoidală.

Rezultatul obținut pe baza de calcul corespunde cu determinările experimentale ceea ce confirmă valabilitatea metodei.

BIBLIOGRAFIE

1. Andronescu Plautius, *Curs de electricitate și electrotehnică*. Partea II. Ed. Inst. Politehnic Timișoara, 1953, pag. 202—206 și pag. 184—190.
2. Antoniu I. S., *Chestiuni speciale de electrotehnică*, Ed. Acad. R.P.R., 1956.
3. Rüdenberg R., *Fenomene tranzitorii în sistemele electro-energetice* (trad. din limba engleză), Ed. Tehnică, București, 1959.
4. Neiman L. R., Kalantarov P. L., *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. II, E.E.S., București 1955, 434—450.

5. Bogoliubov V. E., Graficeskii metod rasceta perehodnîh proţesov v ţepi so staliu s ucetom gisterezisa. Elektricestvo (1950), 9.
6. Besonov L. A., *Perehodnîe proţesî v nelineinîh elektriceskih ţepiah so staliu.* Gosenergoizdat, Moskva-Leningrad 1951.
7. Philippow E., *Nichtlineare Elektrotechnik.* Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig. 1963.
8. Kaninghem V., *Vedenie v teoriu nelineinîh sistem* (perevod c angliiskovo). Moskva-Leningrad, Gosenergoizdat, 1962.
9. Besonov L. A., Grafoanaliticeskii metod rasceta perehodnîh proţesov v elektriceskih ţepiah s nelineinimi elementami. Elektricestvo, (1951), 5.
10. Voskresenskii A. A. Rascet tokov pri perehodnîh proţesah v elektriceskih ţepiah so staliu. Elektricestvo (1954), 1, 61—68.
11. Corlăţeanu V. şi Saviuc V., Regimurile tranzitorii la conectarea şi deconectarea transformatoarelor monofazate. Electrotehnica, 9 (1961), 1, 7—25.
12. Stănciulescu F., Beitrag zur Theorie und Berechnung elektrischer Stromkreise mit nichtlinearen Elementen. Archiv für Elektrotechnik 47 (1963), 5, 291—301.
13. Stănciulescu F., Lösung der Grundgleichung nichtlinearer Stromkreise durch Analogrechenverfahren. Archiv für Elektrotechnik, 50 (1965), 1 24—33.
14. Besonov L. A., Dostijenia v oblasti isledovania nelineinîh elektriceskih ţepei. Elektricestvo, (1963) 3, 20—28.
15. Dobre S., O metodă de studiu al regimului tranzitoriu în circuite electrice cu inductivitate neliniară. Buletinul ştiinţific şi tehnic al I.P.T., 1967, 473—485.

В СВЯЗИ С ПЕРЕХОДНЫМ РЕЖИМОМ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С НЕЛИНЕЙНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ, ПИТАЕМЫХ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ НАПРЯЖЕНИИ

(РЕЗЮМЕ)

Представленный метод определяет переходный режим в электрических цепях с нелинейной индуктивностью, питаемых при несинусоидальном напряжении.

Учитывается, что в кривой несинусоидального напряжения преобладает основная гормоническая, высшие гормонические имея амплитуды несоответствующие насыщеной части магнитной характеристики цепи.

Предполагаются известными :

— магнитная характеристика цепи,
— питающее несинусоидальное напряжение,
— кривая изменения непрерывного тока проходящего через цепь при приложении несинусоидального напряжения,
— кривая изменения непрерывного тока проходящего через цепь, при приложении основной гормонической питающего напряжения.

Метод представляет особый интерес тем, что экспериментальные определения требуют большого числа испытаний для того, чтобы уловить самый неблагоприятный момент включения.

CONTRIBUTIONS CONCERNANT LE RÉGIME TRANSITOIRE DANS LES CIRCUITS ÉLECTRIQUES À INDUCTANCE NON-LINÉAIRES, ALIMENTÉS À TENSION NON-SINUSOÏDALE

(RÉSUMÉ)

La méthode présentée détermine le régime transitoire dans les circuits électriques à inductance non-linéaire, alimentés à tension non-sinusoïdale.

On considère que dans la courbe de la tension non-sinusoïdale prédomine l'harmonique fondamentale, les harmoniques supérieures ayant des amplitudes qui ne correspondent pas à la portion saturée de la caractéristique magnétique du circuit.

On suppose comme étant connues :

— la caractéristique magnétique du circuit ;

— la tension d'alimentation non-sinusoïdale ;

— la courbe de variation du courant permanent qui s'établit dans le circuit par application de la tension non-sinusoïdale, si l'on applique au circuit l'harmonique fondamentale de la tension d'alimentation.

La méthode présente de l'importance puisque les déterminations expérimentales nécessitent un très grand nombre d'essais pour surprendre le moment le plus défavorable de la mise en circuit.

ASUPRA CARACTERISTICILOR MECANICE ALE MOTORULUI SERIE ALIMENTAT DE LA UN REDRESOR MONOFAZAT CU TIRISTOARE

DE

E. MICU

1. INTRODUCERE

Caracteristicile mecanice ale motorului serie comandat cu tiristoare nu sînt date în literatură. În [1] aceste caracteristici sînt calculate numai pentru motorul cu excitaţie separată. Lucrarea îşi propune să stabilească domeniul de comandă în care curentul rămîne neîntrerupt şi să calculeze caracteristicile mecanice statice în acest domeniu de comandă.

2. SCHEMA ECHIVALENTĂ A MOTORULUI DE CURENT ONDULAT ŞI CARACTERISTICA EXTERIOARĂ A REDRESORULUI

Schema motorului de curent ondulat e dată în figura 1, în care înfăşurarea de excitaţie serie este şuntată cu o rezistenţă, ceea ce face ca fluxul să fie practic constant, deci şi t.e.m. indusă. Schema echivalentă e dată în figura 2.

Se fac următoarele ipoteze simplificatoare :

1. Tiristoarele se consideră ideale, adică căderile de tensiune în sens direct şi curenţii inverşi sînt egali cu zero.

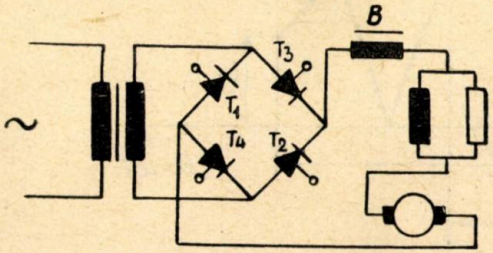


Fig. 1. Schema alimentării motorului de curent ondulat.

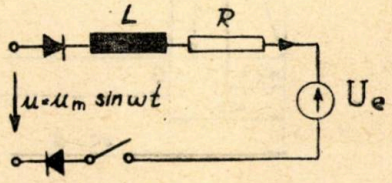


Fig. 2. Schema echivalentă a redresorului.

2. Rezistența și reactanța de dispersie a transformatorului se neglijează, deci comutația redresorului se face instantaneu.

3. În intervalul de timp de o perioadă, turația se consideră constantă.

4. Mașina e nesaturată. Această ipoteză este satisfăcută de unele motoare de tracțiune nesaturate, executate ca să aibă caracteristici mecanice căzătoare pentru a se renunța la slăbirea cîmpului.

5. Puntea este comandată în întregime, iar tiristoarele înseriate se deblochează simultan.

Se introduc următoarele mărimi relative, folosind notațiile din figura 2 :

$$\varepsilon = \frac{U_e}{u_m}; \tag{1}$$

$$j = \frac{iR}{u_m} = \frac{i}{I_b}; \quad \tau = \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}. \tag{2}$$

Tiristoarele pot fi comandate numai în intervalul de timp în care valoarea momentană a tensiunii alternative este mai mare decît t.e.m. (fig. 3). Valorile α_{c1} și α_{c2} ale unghiului de comandă se determină din condiția :

$$u_m \sin\alpha_c - U_e \geqslant 0 \quad \text{sau} \quad \alpha_c \geqslant \arcsin\varepsilon \tag{3}$$

deci

$$\alpha_{c1} < \frac{\pi}{2}; \quad \alpha_{c2} > \frac{\pi}{2}. \tag{4}$$

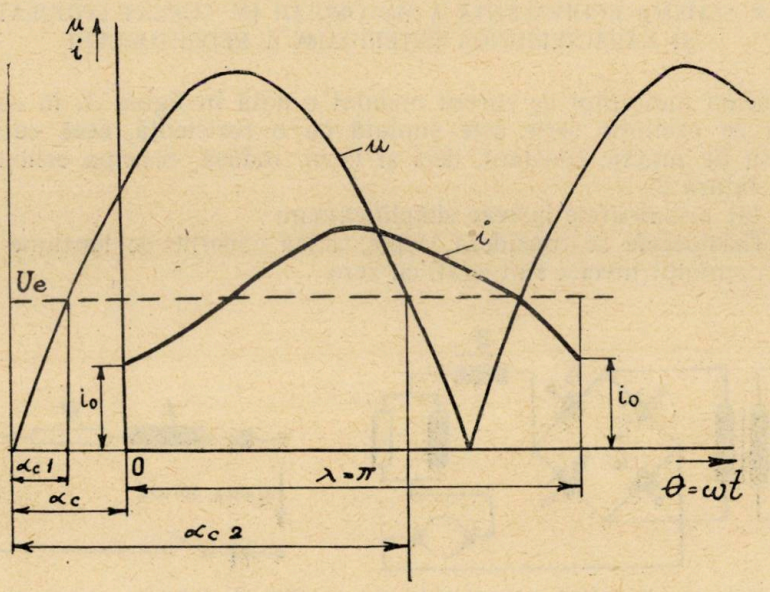


Fig. 3. Diagramele tensiunilor și curentului.

Durata conducției corespunde unghiului de conducție λ și, în regimul de curent neîntrerupt, avem $\lambda=\pi$.

Ecuația diferențială a curentului $u_m \sin(\theta+\alpha_c)=U_e+iR+\omega L\frac{di}{d\theta}$ în care originea coordonatei unghiulare $\theta=\omega t$ se consideră din momentul deblocării tiristoarelor, se scrie în unități relative sub forma :

$$\sin(\theta+\alpha_c)=\varepsilon+j+\frac{dj}{d\theta} \tag{5}$$

și are soluția :

$$j=\cos\varphi\sin(\theta+\alpha_c-\varphi)-\varepsilon+[\varepsilon+j_0-\cos\varphi\sin(\alpha_c-\varphi)]\exp\left(-\frac{\theta}{\operatorname{tg}\varphi}\right) \tag{6}$$

valabilă numai pentru $j>0$ și $j=j_0$ la $\theta=0$.

În regim staționar, valorile curentului la începutul și sfîrșitul conducției fiecărui tiristor sînt egale, adică, pentru $\theta=\pi$:

$$j_0=\cos\varphi\sin(\pi+\alpha_c-\varphi)-\varepsilon+[\varepsilon+j_0-\cos\varphi\sin(\alpha_c-\varphi)]\exp\left(-\frac{\pi}{g\varphi}\right) \tag{7}$$

de unde :

$$j_0=\cos\varphi\sin(\alpha_c-\varphi)\frac{\exp\left(-\frac{\pi}{\operatorname{tg}\varphi}\right)+1}{\exp\left(-\frac{\pi}{\operatorname{tg}\varphi}\right)-1}-\varepsilon \tag{8}$$

iar din (6) avem :

$$j=\cos\varphi\sin(\theta+\alpha_c-\varphi)-\varepsilon+\frac{2\cos\varphi\sin\alpha_c-\varphi)}{\exp\left(-\frac{\pi}{\operatorname{tg}\varphi}\right)-1}\exp\left(-\frac{\theta}{\operatorname{tg}\varphi}\right). \tag{9}$$

Limita domeniului de curent neîntrerupt se află punînd $j_0=0$, adică :

$$[\varepsilon+\cos\varphi\sin(\alpha_c-\varphi)]\exp\left(\frac{\pi}{\operatorname{tg}\varphi}\right)=\varepsilon-\cos\varphi\sin(\alpha_c-\varphi). \tag{10}$$

Rezolvarea ecuației transcendente $\alpha_c=f(\varepsilon,\varphi)$ poate fi făcută pe cale grafică, explicitînd pe ε :

$$\varepsilon=\cos\varepsilon\sin(\alpha_c-\varphi)\frac{1+\exp\left(\frac{\pi}{\operatorname{tg}\varphi}\right)}{1-\exp\left(\frac{\pi}{\operatorname{tg}\varphi}\right)}. \tag{11}$$

Valoarea medie a curentului neîntrerupt, pe o semiperioadă, este, în unități relative:

$$j_{med} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} j d\theta \tag{12}$$

care, ținînd cont de (9), devine:

$$j_{med} = \frac{2}{\pi} \cos \alpha_c - \varepsilon. \tag{13}$$

Ecuația (13) arată cum trebuie să se modifice ε pentru a avea prin motor un anumit curent j_{med}, la diferite unghiuri de comandă. Caracteristicile calculate cu (13) sînt date în diagrama din fig. 4 și corespund regimului de curenți neîntrerupți.

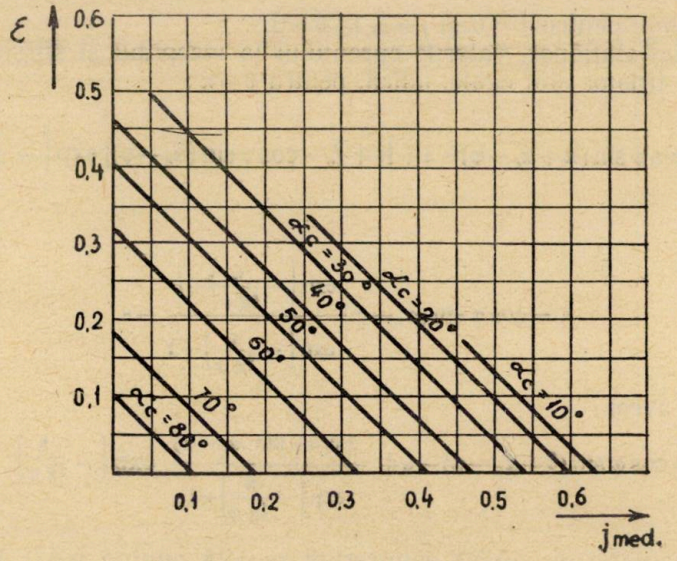


Fig. 4. Caracteristicile $\varepsilon = f(j_{med})$.

Caracteristica exterioară a redresorului se obține adunînd la t.e.m. căderea de tensiunea în indus. Această cădere de tensiune medie, exprimată în unități relative, este egală cu j_{med}, conform (2). Deci tensiunea medie la bornele redresorului este constantă:

$$\varepsilon = \frac{2}{\pi} \cos \alpha_c \quad \text{sau} \quad U_e = \frac{2}{\pi} u_m \cos \alpha_c \tag{14}$$

ceea ce e evident, pentru că s-a neglijat fenomenul de comutație, considerînd impedanța pe partea de curent alternativ egală cu zero.

3. CARACTERISTICA MECANICĂ STATICĂ

Regimul staționar al motorului corespunde echilibrului dintre cuplul rezistent static și cuplul dezvoltat de motor. La o valoare dată a unghiului de comandă α_c, dacă sarcina crește, turația trebuie să scadă, pentru ca micșorîndu-se t.e.m. a indusului, să se mărească curentul prin indus și să fie echilibrată creșterea cuplului rezistent. Această scădere a turației este mult mai pronunțată decît la motorul cu excitație separată, pentru că t.e.m. are tendința de creștere cu creșterea sarcinii. Pe de altă parte, scăderea turației este mult mai accentuată decît la alimentarea de la o tensiune continuă, datorită înclinației mari a caracteristicii $\varepsilon = f(j_{med})$, (fig. 4) ceea ce constituie o trăsătură comună acționărilor cu redresoare [1].

Din relațiile cunoscute

$$U_e = C_e \Phi n; \quad M = C_M \Phi I_{med} \tag{15}$$

luînd ca mărimi de bază

$$n_b = \frac{U_m}{C_e \Phi_b}; \quad M_b = G_m \Phi_b I_p \tag{16}$$

unde $\Phi_b = KI_b$ este fluxul corespunzător curentului de bază, turația, cuplul și fluxul în unități relative vor fi :

$$\nu = \frac{n}{n_b}; \quad \mu = \frac{M}{M_b}; \quad \psi = \frac{\Phi}{\Phi_b}. \tag{17}$$

Din (15) avem :

$$\varepsilon = \psi \nu; \quad \mu = j_{med} \psi. \tag{18}$$

Motorul fiind nesaturat, avem :

$$\psi = j_{med}. \tag{19}$$

Relațiile (18) devin :

$$\nu = \frac{\varepsilon}{j_{med}}; \quad \mu = j_{med}^2 \tag{20}$$

care reprezintă caracteristica mecanică a motorului în unități relative, pentru domeniul curenților neîntrerupți, în regim nesaturat. Cu ajutorul lor și cu ajutorul caracteristicilor $\varepsilon = f(j_{med})$, (fig. 4) se pot trasa caracteristicile mecanice pentru diferite unghiuri de comandă (fig. 5).

În domeniul de curenți întrerupți, la o creștere a cuplului de sarcină, pentru a obține o aceeași creștere a valorii medii a cuplului motor ca și în domeniul de curenți neîntrerupți, este necesară o creștere considerabilă a amplitudinii impulsurilor de curent. Pentru aceasta, t.e.m. și deci turația trebuie să scadă considerabil mai mult decît în regim de curent neîntrerupt. Panta caracteristicii este cu atît mai mare cu cît este mai mare unghiul de comandă (fig. 5).

Dacă motorul se saturează, fluxul poate fi considerat constant, caracteristica mecanică va fi dată de relațiile :

$$\nu = \varepsilon \quad \mu = j_{med} \tag{21}$$

adică de dreptele din fig. 4, similare caracteristicilor motorului cu excitație separată tratat în [1]. Deci saturația mașinii linearizează caracteristicile în zona curenților mari.

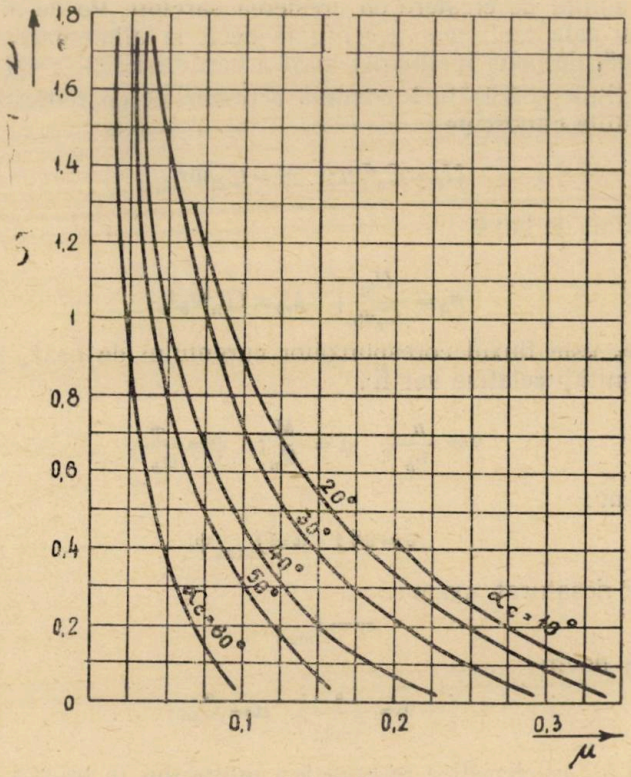


Fig. 5. Caracteristicile mecanice.

4. COEFICIENTUL DE UTILIZARE A CUPLULUI MOTORULUI

Factorul de formă are valoarea maximă pentru unghiul de comandă la care amplitudinea curentului este maximă. În [1] este calculat factorul de formă pentru domeniul de curenți întrerupți, cu aproximarea impulsurilor de curent cu sinusoide. La limita domeniului de curenți întrerupți acest factor de formă are valoarea aproximativă $K_f \cong 1{,}11$. Pentru curenți neîntrerupți, acest factor este mai mic, avînd valoarea 1 în cazul cînd curentul

este perfect netezit. Deci și din punctul de vedere al utilizării cuplului motorului, regimul de curenți neîntrerupți este indicat. La limita curenților neîntrerupți, coeficientul de utilizare a cuplului are valoarea aproximativă :

$$\sigma = \frac{1}{K_f} \cong \frac{1}{1{,}11} \cong 0{,}9. \tag{22}$$

5. COEFICIENTUL PULSAȚIILOR CURENTULUI

Coeficientul pulsațiilor curentului, definit ca în [3] se scrie :

$$C = \frac{j_m - j_0}{2j_{med}}. \tag{23}$$

Unghiul θ_m la care curentul are valoarea maximă, măsurat din momentul deblocării tiristorului, se determină din (9) și avem :

$$\sin(\theta_m + \alpha_c - \varphi) - \frac{2\sin(\varphi_c - \varphi)}{\operatorname{tg}\varphi \exp\left(-\frac{\pi}{\operatorname{tg}\varphi}\right) - 1} \exp\left(-\frac{\theta_m}{\operatorname{tg}\varphi}\right) = 0 \tag{24}$$

care se rezolvă grafic. Valorile unghiului θ_m sînt date în figura 6 în funcție de unghiul de comandă α_c și diferiți parametrii de sarcină tg φ. Valoarea maximă a curentului se obține cu ajutorul relației (9) în care se pune

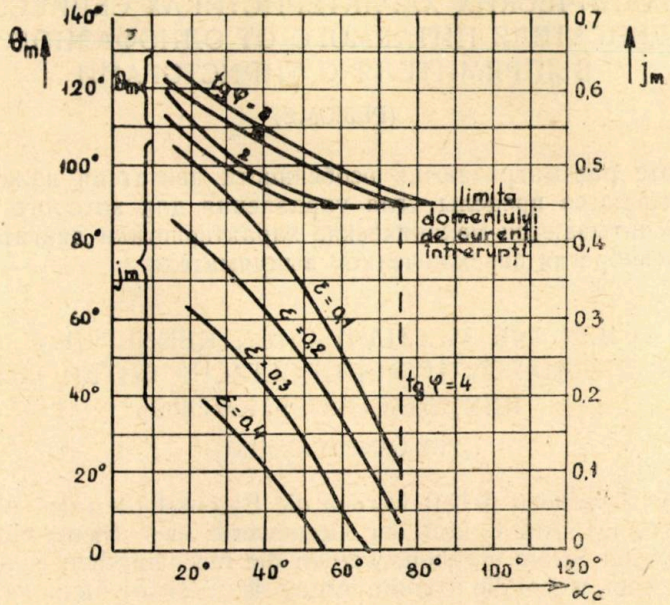


Fig. 6. Diagramele amplitudinii curentului.

$\theta=\theta_m$. În figura 6 sînt trasate cîteva curbe $j_m=f(\alpha_c)$ pentru tg $\varphi=4$ și diferite valori ale lui ε. Cunoscînd valorile lui j_0 (8); j_{med} (13) și j_m (9) se poate calcula coeficientul pulsațiilor curentului pentru regimul de curent neîntrerupt cu relația (23).

6. CONCLUZII

Alimentarea motorului serie de la un redresor monofazat comandat atrage după sine mărirea înclinației caracteristicilor mecanice statice și micșorarea cuplului de durată al motorului, față de cuplul nominal de la alimentarea în curent continuu. Dacă comanda tiristoarelor se face în regim de curent neîntrerupt, prin folosirea unei bobine de netezire corespunzătoare și prin limitarea unghiului de comandă, coeficientul de utilizare a cuplului este considerabil mai bun decît în regimul de curent întrerupt, care trebuie evitat.

BIBLIOGRAFIE

1. Bulgakov A. A., *Dispozitive electronice de comandă automată*, E. T., 1962.
2. Dunaisky R. M., The Effect of Rectifier Power Supply on Large D.C Motors, AIEE Transaction, Power Apparatus and Systems, June 1960.
3. Micu Emil, Considerații privind motorul de tracțiune alimentat de la redresor. Revista Căilor Ferate, Nr. 3, 1968.

О МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ СЕРИЕСНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПИТАЕМОГО ОТ ОДНОФАЗНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ТИРИСТОРАМИ

(РЕЗЮМЕ)

В работе рассматриваются особенности двигателя валнообразного тока. Указываются пределы угла управления для которого ток непрерывен и расчитываются механические характеристики двигателя в этом режиме, пренебрегая переключением выпрямителя.

ÜBER DIE MECHANISCHEN KENNLINIEN DES ÜBER EINPHASENTHYRISTORGLEICHRICHTER GESPEISTEN REIHENSCHLUSSMOTORS

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit werden die Eigenschaften des Wellenstrommotors aufgezeigt. Auf Grund der Grenzwerte des Steuerwinkels einen noch lückenlosen Strom ergeben, werden die mechanischen Kennlinien des Motors berechnet, wobei die Kommutierung des Gleichrichters vernachlässigt wird.

COMPARAREA SUMATOARELOR BINARE DE TIP PARALEL*

DE

A. SOCENEANȚU

Pentru a se putea compara schemele logice ale sumatoarelor binare, care sînt foarte diferite din punct de vedere a circuitelor folosite, e necesar ca sumatoarele să fie considerate ca fiind construite toate cu același tip de circuit. În comparația făcută și care se prezintă în continuare s-a luat de bază circuitul logic SI—SAU realizat cu diode și rezistențe. Aceasta permite a se scoate în evidență viteza dată de logica schemei. De asemenea în cele ce urmează se va considera ca unitate de timp τ, timpul necesar trecerii unui impuls printr-un ansamblu format dintr-un circuit SI urmat de unul SAU, sau invers un circuit SAU urmat de unul SI. S-a făcut abstracție de faptul că timpul de răspuns al unui asemenea circuit depinde de numărul de intrări și ieșiri.

Viteza de realizare a operațiilor aritmetice este limitată în principiu, de timpul de propagare a transferului. Astfel este pe deplin justificată ideia de a clasifica schemele în funcție de modul de realizare a propagării transferului.

Primul tip luat în considerare, și cel mai simplu, d.p.d.v. al modului în care se face transferul este sumatorul la care transferul se face din rang în rang, suma fiecărui rang fiind corectă numai din momentul sosirii transferului din rangul anterior [1].

Al doilea tip este sumatorul descris de Gilchrist și colaboratorii [2] care are 2 căi de propagare a transferului $T_t=0$ și respectiv $T_t=1$. Un circuit SI, în acest caz indică terminarea operației de adunare, care poate dura mai mult sau mai puțin în funcție de lungimea celui mai lung transfer.

Al treilea tip nu se deosebește d.p.d.v. constructiv de sumatorul propus de Gilchrist, ci d.p.d.v. al folosirii. În acest caz sumatorul asincron se folosește în locul unuia sincron, și în [3], Hendrickson arată cum trebuie calculată frecvența impulsului de tact a sumatorului sincron, în funcție de lungimea cuvintelor de adunat.

---

* Lucrarea a fost prezentată la sesiunea de comunicări a cadrelor didactice din Institutul politehnic Timișoara. Mai 1967.

Al patrulea tip este un sumator ce poate fi considerat asincron, el e construit la fel cu sumatorul la care transferul se face aproape din rang în rang, cu singura deosebire că din 5 în 5 ranguri există un circuit de sesizare a propagării transferului în rangurile respective.

Tipurile 5, 6 și 7 sînt sumatoare la care transferul se realizează folosind în diferite moduri circuitele de transfer simultan descrise de Weinberg A. și Smith [4]. Astfel al cincilea tip de sumator este împărțit în grupe de cîte K ranguri, transferul realizîndu-se simultan în cazul grupelor datorită circuitelor mai sus amintite, iar între grupe propagîndu-se în serie.

Al șaselea tip realizează transferul serie în cadrul grupelor de 5 ranguri, și folosește circuite de transfer simultan între aceste grupe. Al șaptelea folosește atît circuitele de transfer simultan în cadrul grupelor de 5 ranguri cît și între ranguri [5], [6].

Al optălea tip [7] este un sumator la care în fiecare rang se produce suma și transferul atît pentru cazul cînd în rangul respectiv soseşte transfer egal cu zero din rangul anterior cît și pentru cazul cînd acesta este egal cu 1. Restul circuitelor folosite fiind împărțite pe etaje, neavînd alt scop decît alegerea sumei și transferul corect, în funcție de transferul sosit din rangurile mai mici.

Al nouălea tip a fost propus de J. Sklansky [8] și este o combinație între cel construit cu circuite de propagare și producere simultană a transferului și sumatorului cu alegere condiționată a rezultatului, prezentat mai sus (tipul opt). Sumatorul e împărțit în grupe de cîte K ranguri, și apare ca și cînd ar fi un sumator cu alegere condiționată a rezultatului dar care lucrează în sistemul de numerație avînd baza 2^K.

Tipul al zecelea este cel propus de O. J. Bedrije [9]. În acest caz întregul sumator este împărțit pe grupe de cîte K ranguri. Fiecare rang al unei grupe, produce suma pentru cazul cînd la intrarea în grupă avem transfer egal cu 1 sau egal cu 0, sumele corecte alegîndu-se în funcție de valoarea transferului. Fiecare grupă produce la ieșirea sa un transfer ${}^1T_K$ cînd la intrarea în grupă există transfer și ${}^0T_K$ pentru cazul cînd la intrarea în grupă nu există transfer. Acest tip de sumator este echivalent cu un sumator cu circuite de transfer simultan, dar care lucrează în sistemul de numerație avînd baza K.

Un alt sumator luat în considerare, al 11-lea este cel propus de T. Killburn [10]. Aceeași idee a fost expusă și de Bukreev [11]. Schema se bazează pe observația că în funcție de repartiția conținutului biților celor două numere de adunat, întregul șir de biți se împarte în două grupe: grupa I în care se propagă transfer 0 și grupa II în care se propagă transferul 1. Particularitatea acestei scheme constă în aceea că în fiecare rang există trei porți P_1, P_2 și P_3 care participă la producerea și propagarea transferului și care sînt acționate în mod exclusiv de biții rangului respec-

tiv încă din primul moment, aşa că linia de transfer permite propagarea rapidă a acestuia.*)

Un alt tip de sumator, al 12-lea, este cel propus de B. Metze şi J. Robertson [12] şi se caracterizează prin aceea că transferul nu se propagă, ci este înmagazinat fie total, fie numai termenul P (de propagare) iar termenul G (de generare) este asimilat direct în următorul rang. Acest tip de sumator nu a căpătat o răspîndire largă, deoarece necesită algoritme speciale pentru operaţiile aritmetice, şi o capacitate sporită a memoriei, dacă rezultatele sînt înregistrate în mod redundant.

Pentru a putea face în mod concret o comparaţie între sumatoarele amintite mai sus ţinînd cont de ipotezele simplificatoare introduse s-au conceput schemele pentru fiecare tip de sumator, lungimea cuvîntului fiind de 48 biţi. Rezultatele comparative se prezintă în tabelul 1. Se vede că cele mai puţine piese le necesită primul tip, dar are un timp de realizare a sumei maxim. Toate celelalte sumatoare folosesc echipament suplimentar pentru mărirea vitezei de adunare.

Luînd ca şi criteriu de comparare raportul

$$K_i = \frac{(aD_i + bR_i)\,T_i}{(aD_i + bR_1)\,T_1} = \frac{(qD_i + R_i)\,T_i}{(qD_1 + R_1)\,T_1}$$

unde prin:

— D şi R s-a notat numărul de diode şi rezistenţe,

— T timpul necesar pentru adunarea celor 48 de biţi,

— i (indicele indică tipul sumatorului),

— a şi b costul unei diode punctiforme respectiv a unei rezistenţe de 0,5 W, iar $q = \frac{a}{b} = 4{,}5$.

Se vede din tabel că cel mai avantajos tip de sumator din p.d.v. al logicii este cel propus de prof. Kilburn deoarece numărul pieselor folosite e minim, de asemenea şi timpul necesar unei adunări.

Lucrarea îşi propune să dea un răspuns şi la o altă problemă. Pentru a mări viteza de însumare se folosesc diferite circuite suplimentare faţă de primul sumator prezentat, circuite care facilitează propagarea mai rapidă a transferului. Dar mărirea numărului de piese folosite, cu siguranţă duce la o posibilitate mărită a apariţiei defectelor deci a timpului în care calculatorul nu lucrează, şi teoretic se poate ajunge la situaţia în care avantajul cîştigat în ceea ce priveşte mărirea vitezei sumatorului să fie anihilat datorită timpilor de reparaţie.

Fenomenul de defectare (cădere) a unei piese se consideră suficient pentru ca ansamblul să fie scos din funcţiune. Dar acest fenomen este rar în comparaţie cu numărul mare de piese folosite; din acest p.d.v. este pe

*) Porţile P_1, P_2 şi P_3 îndeplinesc funcţia logică SI, fiind realizate cu tranzistoare saturate. Pentru a putea face o comparaţie, la calculul elementelor necesare pentru fiecare schemă s-a considerat că aceste porţi sînt realizate cu diode.

Tabelul 1

Nr. crt.	t [τ]	D	R	Total piese n_i	K_i	P_{cTi} $\lambda=0{,}2^0/_{00}$ pentru 1 000 h $p=0{,}2^0/_{00}$ o;	t_m [h]	τ'/τ pentru $T_{rep}=20$ h	$\Delta\tau^0/_0$	$(\Delta\tau_i-\Delta\tau_1)^0/_0$
1	48	768	384	1 152	1	0,212	9700	1,00206	0,206	0
2	7,6	1 104	529	1 633	0,25	0,316	6100	1,00355	0,355	0,149
3	8,95	1 104	529	1 633	0,266	0,316	6100	1,00355	0,355	0,149
4	9,95	800	395	1 195	0,216	0,221	9260	1,00216	0,216	0,010
5	12	1 105	582	1 692	0,36	0,328	5780	1,00364	0,364	0,158
6	14	1 018	450	1 458	0,393	0,278	7100	1,00282	0,282	0,076
7	9	1 250	486	1 736	0,299	0,339	5560	1,00370	0,370	0,164
8	7	2 060	1 035	3 095	0,39	0,703	1890	1,0105	1,050	0,844
9	5	1 991	708	2 699	0,262	0,585	2620	1,00763	0,763	0,557
10	7	1 737	776	2 513	0,326	0,534	3020	1,00625	0,625	0,419
11	3	864	432	1 296	0,07	0,242	8330	1,0024	0,24	0,036

deplin justificată alegerea legii Poisson de repartiție a probabilității căderilor, lege caracteristică fenomenelor rare.

$$P(x)=\frac{(np)^x}{x!}e^{-\lambda T}$$

unde prin n se notează numărul de piese luat în considerare (diode plus rezistențe).

$p^0/_0$ este probabilitatea defectării unei piese,

x — numărul de piese defectate simultan,

$\lambda^0/_0$ — frecvența de defectare a unei piese,

T — timpul luat în considerare la determinarea lui λ.

Însumînd probabilitatea de cădere pentru toate situațiile de defect posibil ($x = 1 \ldots \infty$) se obține probabilitatea ca schema să cadă în timpul T.

$$P_{cT}=(e^{np}-1)e^{-\lambda T}. \tag{2}$$

Probabilitatea ca schema să funcționeze pînă la timpul T este

$$P_{fT}=1-P_{cr}=(e^{np}-1)e^{-\lambda T}. \tag{3}$$

Admițînd ca lege de variație a probabilității de funcționare în funcția de timp, legea exponențială

$$P_f(t)=e^{-\lambda T} \tag{4}$$

rezultă că probabilitatea de a funcționa fără cădere poate fi exprimată și în funcție de timpul mediu t_m pînă la prima defecțiune

$$P_{fT}=e^{-\frac{T}{t_m}} \tag{5}$$

Relațiile (3) și (5) permit să se obțină expresia timpului mediu de funcționare

$$t_m=-\frac{T}{\ln[1-(e^{np}-1)e^{-\lambda T}]}. \tag{6}$$

Cu o perioadă egală cu t_m, schema se va defecta, urmînd să fie reparată, într-un timp notat cu T_{rep}. Rezultă că viteza echivalentă a sumatorului pe perioada ($t_m T + _{rep}$) va scădea, sau altfel spus situația se prezintă ca și cînd dispozitivul aritmetic ar funcționa continuu dar cu o unitate de timp mărită.

$$\tau=\left[1+\frac{T_{rep}}{t_m}\right]\tau. \tag{7}$$

Folosind relațiile (3), (6) și (7) s-a calculat pentru fiecare tip de sumator probabilitatea de a funcționa fără căderi în timpul $T(P_{fT})$, timpul mediu de funcționare precum și raportul în care crește unitatea de timp. Pentru calculele făcute, s-a considerat $T_{rep} = 20$ ore, $\lambda = 0{,}2‰$ pentru $T = 1\,000$ h și $p = 0{,}2‰$. Rezultatele sînt prezentate în tabelul 1.

Ca și o concluzie, se observă că rezultă o creștere a unității de timp foarte mică, sub un procent, deci e justificată tendința de a construi dispozitive aritmetice cu logică ce permite un transfer rapid, chiar dacă acesta duce la un număr de piese mărit.

Comparînd și din acest p.d.v. sumatoarele, rezultă că timpul cel mai favorabil e cel de la poziția 4, urmat de cel propus de T. Killburn.

S-au făcut aceleași calcule și pentru un sumator cu 24 ranguri și s-a constatat că și în acest caz sumatorul de la poziția 11 propus de T. Killburn este cel mai avantajos.

În concluzie luînd în considerare cele prezentate mai sus, precum și criteriul de comparare reprezentat prin coeficientul K_t rezultă că cel mai bun tip de sumator din p.d.v. al vitezei și a costului este cel propus de T. Killburn.

BIBLIOGRAFIE

1. Richards R. K., Arithmetic operations in Digital Computers. D. Van Nostiand Company. Inc. Toronto, Neć York, London, 1955.
2. Gilchrit, Pomerne B., Wong J. H., Fast Carry logic for Digital Computers. Transaction of the Institute of Radio Engineers 1955. EC-4, p. 133.
3. Herbert Hendricwson, Fast High — Accuracy Binary Parallel Addition IRE Transaction on El. Comp. Dec. 1960. p. 465.
4. Weinberg and Smith J. L., A one microsecond adder using, using 1 Mc/sec circuits. Transaction of the Institute of Radio Engineers 1956, EC-5, pg. 65.
5. Mac Sorley, High Speed Arithmetic in Binary computers. Proceedings of the IRE, 1961, pg. 67.
6. Lehman M. and Burla N., Skip tehniques for bigh Speed carry propagation in Binary Arithmetic units. IRE Trans. on El. Computers vol. EC-10, pg. 691—698, Dec. 1961.
7. Ivan Flores, The logic of Computer Arithmetic. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, N.L.W.L. Everitt, Editor. 1963.
8. Sklansky I., Ultimate Speed Addeis. IEEE Transaction on El. Compututers. EC-12 Aprilie 1963, Nr. 2. pg. 142.
9. Bedrije O. I., Carry-select Adder. IRE Trans. on El. Erup. EC-11 Iunie 1962. Nr. 3, pg. 340—346.
10. Kilburn T., Edwards B. G., Aspinal D., A parallel Aritmetic Unit Using a saturated Transistor Fast carry circuit. Proceedings of the IEE. part. B, Nr. 36 Nov. 1960, vol. 107, pg. 573.
11. * * * Primenenie vîcislitelinoi tehniki dlia automatozatii proizvodstva. Pod. redacției. V.V. Solodovnikov. Masghiz. 1961. Moscova. O postroienik bistrodestvîniscih upravliainșcih vicislitelinîh mașin. J. N. Bukreev.
12. Metze G., Robertson J. E., Elimination of carry propagation in digital computers. Information Proceesing UNESCO Paris, 1959, 15—20. VI.
13. Mangiurea O., Rancu M., *Siguranța în funționare a produselor electrotehnice analizată prin metode Statistico-matematice.* Editura Tehnică București, 1965.

СРАВНЕНИЕ СУММИРУЮЩИХ БИНАРНЫХ УСТРОЙСТВ ПАРАЛЕЛЬНОГО ТИПА

(РЕЗЮМЕ)

В работе сравниваются главные типы логических схем бинарных параллельных суммирующих устройств с целью установить какое из них самое быстродействующеее. Кроме того излагаются предложения в связи с тем, что для увеличения скорости передачи используются дополнительные цепи ; с другой стороны благодаря увеличению объема оборудования возрастает и возможность появления дефектов, что увеличивает время остановки вычислительной машины для ремонта и появляется возможность потери осуществленной выгоды в скорости.

VERGLEICH ZWISCHEN PARALLELEN BINAREN ADDIERSCHALTUNGEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der vorliegenden Arbeit werden die wichtigsten parallelen binären logischen Addierschaltungen verglichen und die schnellsten davon hervorgehoben. Dabei wird angedeutet, dass mittels zusätzlichen Kreisen — die die Komplizierung der Einrichtungen und die Erhöhung der Ausfall-Wahrscheinlichkeit verursachen —, eine höhere Arbeitsgeschwindigkeit erreichbar sei ; damit besteht aber die Möglichkeit, dass der Gewinn an Geschwindigkeit durch die längere Wartungszeit des Computers verloren geht.

STUDIU EXPERIMENTAL ASUPRA CIMPULUI MAGNETIC IN AER DIN CIRCUITELE MAGNETICE NEOMOGENE CU INTREFIERURI MARI

DE

I. SUCIU

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1948

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Studiul calitativ și cantitativ al cîmpului magnetic neuniform, localizat în circuitele magnetice neomogene, prezintă un mare interes practic pentru găsirea mijloacelor eficace de micșorare a pierderilor suplimentare, care iau naștere în masele metalice din aceste zone, străbătute de fluxurile magnetice variabile în timp.

Plecînd de la faptul cunoscut a strînsei dependențe dintre distribuția pierderilor suplimentare în masele metalice active și neactive și configurația cîmpului magnetic în aceste zone, în lucrare se studiază experimental spectrul cîmpului magnetic în aer, din circuitele magnetice neramificate, cu secțiunea dreptunghiulară și întrefieruri mari, în scopul obținerii unor construcții mai raționale din punct de vedere tehnico-economic, cu randament mai ridicat cu gabarit mai redus și solicitări termice în limitele admisibile.

In lucrare se are în vedere numai neuniformitatea cîmpului magnetic din aer, din zona întrefierului de lucru, care exercită o puternică influență asupra pierderilor suplimentare, produse în înfășurarea de excitație a circuitului magnetic neomogen considerat și în carcasa metalică protectoare. Neuniformitatea cîmpului și pierderile suplimentare în masa de fier a pieselor polare sînt probleme extrem de complexe, și pot constitui obiectul altor lucrări.

Concluziile obținute au valabilitate generală pentru diversele cazuri constructive în care există neuniformități de cîmp magnetic asemănătoare cu cazul luat în studiu.

2. CIMPUL MAGNETIC IN ZONA INTREFIERULUI

Încercările experimentale s-au efectuat în principal pe o bobină reactoare, de tipul RTS-500, utilizată la sudura prin arc electric și de asemenea pe un model electromagnetic construit special în acest scop.

Bobina reactoare are înfășurarea de excitație compusă din 16 spire de cupru, de secțiune dreptunghiulară, așezată în jurul întrefierului de lucru (fig. 1).

Studiul cîmpului magnetic în aer în jurul pieselor polare și în întrefier s-a efectuat prin măsurarea inducției magnetice al unui cîmp variabil în

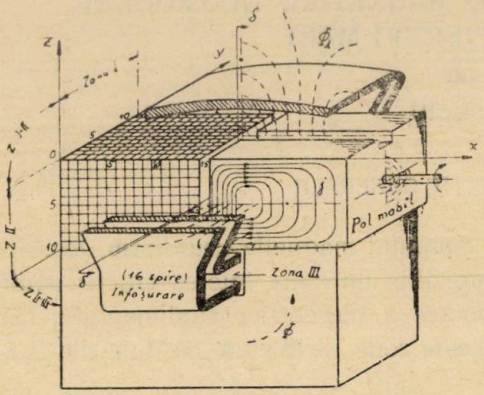


Fig. 1. Bobina reactoare, de tipul RTS-500 și indicarea zonelor de explorare a cîmpului magnetic în aer.

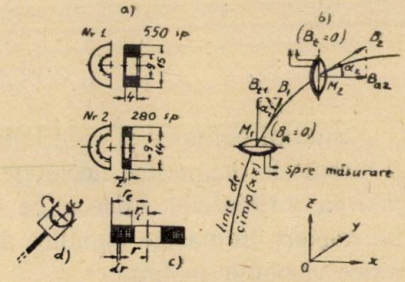


Fig. 2. Sondele utilizate pentru măsurarea cîmpului magnetic: *a* — caracteristicile constructive ale celor două sonde; *b* — poziționarea sondelor pentru măsurarea componentei axiale B_a și transversale B_t a inducției magnetice; *c* — explicativă pentru determinarea ariei medii S_k; *d* — ac magnetic montat pe un suport cardanic.

timp, excitat de înfășurarea reactoare, alimentată de la un transformator monofazat de sudură, tip STE-34.

Pentru măsurarea acestei inducții magnetice în aer s-au folosit două sonde sub formă de bobine plate, iar traseele liniilor de cîmp s-au explorat cu un ac magnetic miniaturizat (fig. 2).

Măsurarea cîmpului cu sondele s-a efectuat într-un spațiu tridimensional. Pentru înlesnirea operațiilor de măsurare, avînd în vedere neuniformitatea cîmpului, spațiul din vecinătatea întrefierului ce urmează a fi explorat s-a împărțit în cinci zone (fig. 1). În zonele I, II și III liniile de cîmp se pot considera plan-paralele, iar în zonele I—II și II—III liniile de cîmp se află în plane, sub diferite unghiuri care converg la muchia comună a pieselor polare, paralelă cu axa *x*, așa cum se dovedește experimental. Toate aceste zone sînt parcurse de înfășurarea de excitație (fig. 1), curenții prin spirele acesteia aflîndu-se aproximativ în plane transversale pe axa *x*.

Rezultă din construcția înfășurării că numai în zona I înfășurarea bobinei reactoare are un singur strat, de formă bombată, în restul zonelor fiind în două straturi (fig. 1). Această înfășurare de formă complicată este montată în zona întrefierului cu scopul de a obține un mai mare interval de reglare a curentului de sudare. O asemenea poziționare a înfășurării nu este rațională, cînd se urmărește un randament mai ridicat, din cauza pierderilor suplimentare sporite care apar în spirele înfășurării și în piesele polare.

În fig. 3 se analizează o problemă legată de geometria cîmpurilor magnetice prezentîndu-se principial diferitele trasee urmate de liniile de cîmp, funcție de arhitectura complexă a bobinei reactoare.

Astfel distingem fluxul fascicular principal Φ_0 care parcurge întreg miezul de fier și interfierul. În fier liniile acestui cîmp au un caracter longitudinal (laminar), iar în întrefier liniile suferă o puternică bombare, care se accentuiază pe măsură ce crește întrefierul. Liniile de cîmp, care ocolesc traseul circuitului magnetic al miezului și se închid mai ales prin aer, înlănțuind integral sau parțial spirele înfășurării, au caracter azimutal și determină fluxurile fasciculare de dispersie Φ_{d1} și Φ_{d2}, funcție de localizarea lor spațială (traversarea zonei întrefierului (1) și localizarea numai în jurul marginilor înfășurării (2)). Variind întrefierul de la valoarea minimă ($\delta \approx 0$) pînă la valorile cele mai mari, înlănțuirea cîmpului de dispersie cu înfășurarea se modifică continuu.

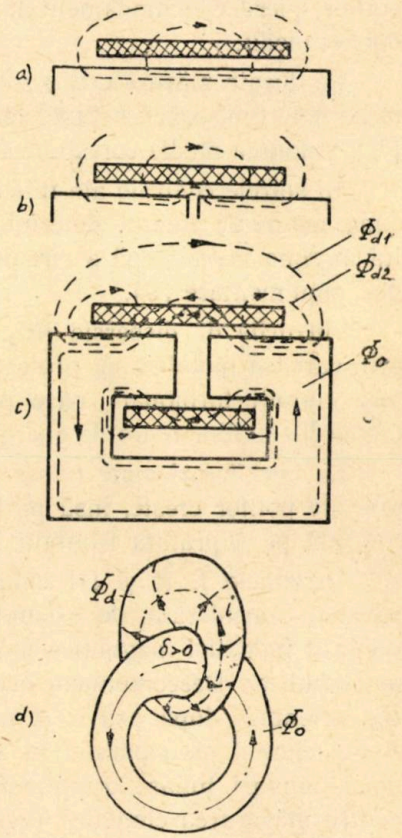


Fig. 3. Principalele trasee urmate de liniile cîmpului magnetic funcție de valoarea întrefierului:

a — fluxul de dispersie la întrefienul; *b* — fluxul de dispersie la $\delta < 4$ [mm]; *c* — dispunerea aproximativă a fluxurilor la întrefieruri mari $\delta > 4$ [mm]; *d* — ilustrarea caracterului longitudinal al fluxului fascicular principal și cel azimutal al fluxului de dispersie.

3. METODA EXPERIMENTALĂ PENTRU DETERMINAREA CÎMPULUI MAGNETIC ÎN ZONA ÎNTREFIERULUI

Bobina reactoare, fiind un aparat de curent alternativ, prin mărirea întrefierului crește curentul în circuitul de sudare. Concomitent cu sporirea acestui curent se intensifică fluxul de dispersie care se înlănțuie prin aer cu spirele înfășurării bobinei reactoare. Trebuie avut în

vedere că la aceeaşi tensiune aplicată la bornele bobinei reactoare fluxul magnetic $\Phi_\Sigma=(\Phi_0+\Phi_d)$ rămîne practic constant.

Cîmpul suplimentar, care ia naştere datorită creşterii curentului de sudare, se închide prin aer pe traseele fluxurilor de dispersie Φ_{d1} şi Φ_{d2} (fig. 3).

La valori mari ale întrefierului se micşorează gradul de saturaţie a polilor, adică inducţia în polii bobinei reactoare scade comparativ cu inducţia în miez în punctele îndepărtate de întrefier [6]. În consecinţă, în masa polilor, pierderile fundamentale se micşorează proporţional cu patratul inducţiei medii.

Pe durata măsurătorilor s-a menţinut pe cît posibil $\Phi_\Sigma=$ const., aplicînd la bornele înfăşurării bobinei reactoare tensiunea efectivă constantă $U_r=50$ [V], valoarea medie corespunzătoare regimului normal de funcţionare.

În spirele centrale ale înfăşurării bobinei reactoare, care se află într-un cîmp magnetic intens, determinat la întrefieruri mari de dispersia fluxului în zona neomogenă a circuitului magnetic, iau naştere importante pierderi suplimentare [9].

Fluxurile de dispersie Φ_{d2} traversînd spirele marginale, închizîndu-se prin carcasa metalică de protecţie a bobinei reactoare, induc în masa acestora curenţi turbionari, care prin căldura produsă sporesc de asemenea pierderile suplimentare de energie.

La întrefieruri mari (circa peste 4 [mm]) fluxul prin suprafeţele laterale ale polilor creşte, însă partea principală a fluxului rămîne totuşi concentrată pe suprafaţa frontală a polilor care determină întrefierul.

În zonele I, II şi III cîmpul variabil în timp este aproximativ plan paralel. Considerăm, de exemplu, în zona I în aer, un punct M, în care vectorul inducţiei magnetice maxime este tangent la linia de cîmp, situată în planul xz. Descompunem acest vector în două componente : una axială B_a, orientată după axa x şi una transversală B_t, orientată după axa z. Astfel cîmpul plan paralel al acestui spaţiu, matematic s-a descompus în două cîmpuri liniare ortogonale. Dacă introducem în acest spaţiu sonda pentru măsurarea cîmpului (vezi fig. 2, *b*), astfel ca axa înfăşurării sondei să coincidă cu axa z, atunci sonda măsoară numai valoarea medie de spaţiu a componentei transversale a inducţiei maxime, iar cînd axa sondei este orientată după axa x, sonda măsoară numai valoarea medie de spaţiu a componentei axiale. După cum s-a arătat cîmpul în punctul de observaţie, fiind neuniform şi sonda avînd dimensiuni relativ mari, se măsoară valorile medii (de spaţiu) ale componentelor inducţiei maxime cu ajutorul

cărora putem calcula valoarea rezultantă medie de spațiu a inducției maxime în punctul considerat:

$$B_{\Sigma\,(med)}=\sqrt{B_a^2+B_t^2}. \tag{1}$$

Un auxiliar prețios pentru stabilirea experimentală a traiectoriei în aer a liniilor de cîmp îl constituie acul magnetic (de 4 [mm] lungime) montat pe un suport cardanic executat din materiale nemagnetice (fig. 2, *d*). Deși cîmpul este alternativ acul se oprește stabil într-o anumită poziție,

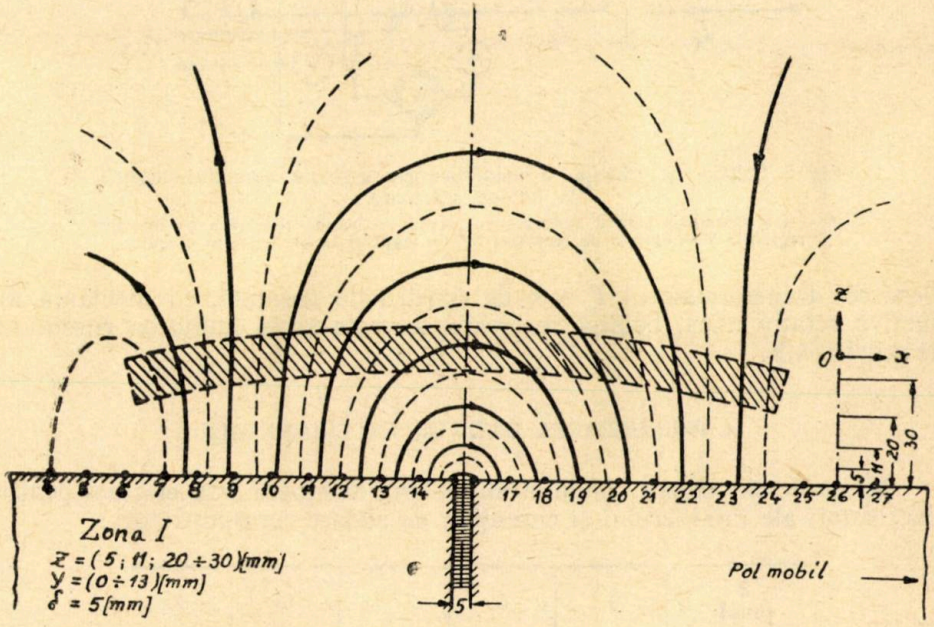


Fig. 4. Imaginea liniilor de cîmp în aer, la δ=5 [mm], în zona I, determinată experimental cu acul magnetic.

tangentă la linia de cîmp și numai în cazuri foarte rare în anumite puncte nodale acul se rotește. În fig. 4 se reprezintă spectrul liniilor de cîmp din planul meridian *xz* al zonei I, la $\delta = 5$ [mm], determinat cu acul magnetic.

Prin conectarea sondelor la un oscilograf se poate aprecia valoarea și evoluția în timp a mărimii măsurate în punctul de observație.

Schema de principiu a instalației experimentale pentru studiul cîmpului magnetic la bobina reactoare este prezentată în fig. 5. În această

schemă bateria de reostate S joacă rolul de sarcină (arcul electric), iar bobina reactoare R serveşte pentru sporirea artificială a reactanţei inductive a circuitului şi de asemenea pentru reglarea curentului de sudură.

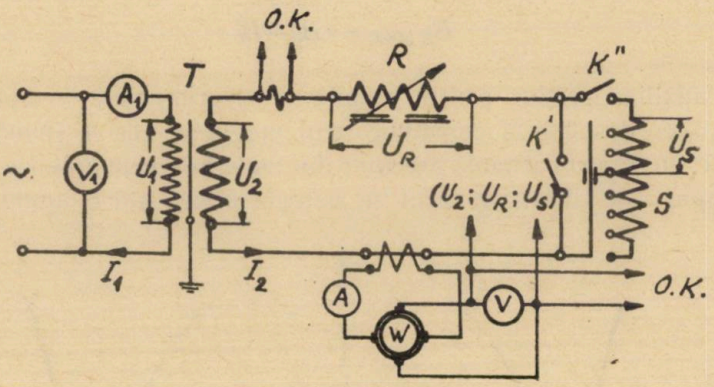


Fig. 5. Schema de principiu a instalaţiei pentru studiul cîmpului magnetic la bobina reactoare:

T — transformator pentru sudură prin arc; *R* — bobina reactoare cu întrefier reglabil; *S* — baterie de reostate; *OK* — legături la oscilograful catodic.

Deoarece transformatorul *T* este de construcţie normală, cu reactanţă inductivă relativ mică, bobina reactoare serveşte şi la limitarea curentului de scurtcircuit.

4. PRELUCRAREA DATELOR EXPERIMENTALE

Măsurătorile asupra cîmpului din bobina reactoare s-au efectuat pentru cinci valori ale întrefierului şi curenţilor de sudare corespunzători:

δ [mm]	0	5	3	18	30
I_2 [A]	45	225	336	500	700

Toate rezultatele măsurătorilor, efectuate în planele meridiane ale zonelor I, II şi III, în numeroasele puncte spaţiale, decalate cu distanţa de 1 [cm], au fost catalogate în tabele, care cuprind date privitor la tensiunea pe bobina reactoare, curentul de sudare, tg α (vezi fig. 2 *b*) şi constanta sondei. Aceste tabele pentru economie de spaţiu nu au putut fi incluse în lucrare.

Astfel a fost explorat cîmpul din întreg spaţiul dintre poli în întrefier, spaţiul dintre spire şi dintre straturile înfăşurării şi în general spaţiul limitrof pieselor polare.

În fig. 6 și 7 se ilustrează epurele inducțiilor magnetice maxime, transversale B_t și axiale B_a, determinate în zona I cu sonde plate (a căror axă a coincis cu axa z), în plane paralele cu suprafața polară, la nivelurile $z = 5$; 11 și în intervalul 20÷30 [mm], pentru $\delta = 5$ [mm], $U_r = 50$ [V] și $I_2 = 225$ [A].

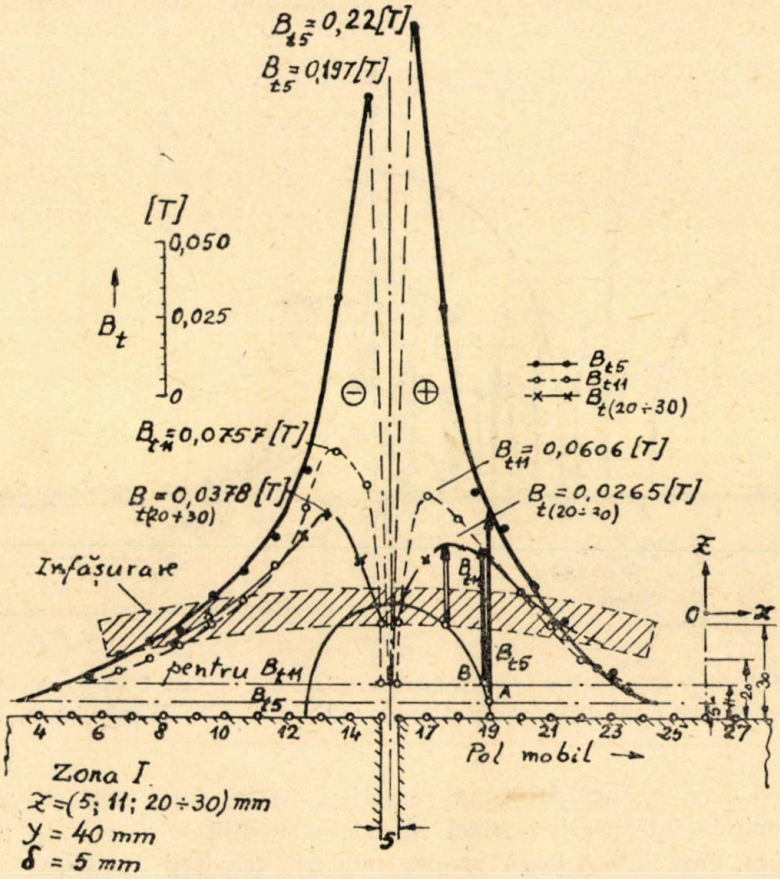


Fig. 6. Epurele inducțiilor magnetice maxime transversale B_t, în zona I, pentru $\delta = 5$ [mm], trasate pentru diferite niveluri. (Epurele din stînga întrefierului au vectorii componentei transversale a inducției orientați spre pol).

Urmărind fig. 6, pentru $\delta \approx 5$ [mm] în zona I se constată că cea mai mare valoare a inducției transvrsale maxime în aer se află pe suprafața laterală a polului, în porțiunea de evazare a cîmpului ($z \approx 0$), în punctele $x = 14{,}5$ și $x = 16{,}5$, iar în planul yz situat în mijlocul întrefierului, inducția transversală devine nulă. După atingerea valorii spațiale maxime

inducția B_t se micșorează treptat (aproape după o curbă exponențială), devenind practic nulă în punctele $x = 2$ și $x = 25{,}5$. Inducția transversală are aceeași alură și în restul zonelor.

Prezintă un mare interes distribuția inducției atît în planele ocupate de spirele înfășurării cît și într-o anumită pătură la suprafața pieselor polare, deoarece în aceste mase active se dezvoltă o mare pierdere de ener-

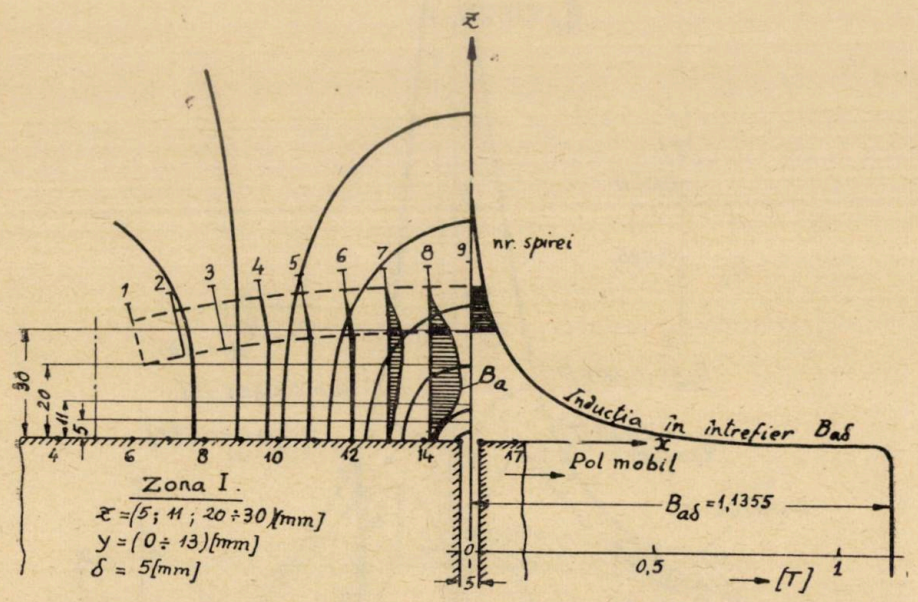


Fig. 7. Epurele inducțiilor magnetice maxime axiale B_a, în zona I, pentru δ=5[mm] în diferite plane transversale și epura inducției (axiale) în întrefier $B_{a\delta}$.

gie, care duce la încălziri locale excesive. Astfel după cum se vede din fig. 6 spirele înfășurării bobinei reactoare se află într-un cîmp puternic neuniform, care influențează asupra refulării densității de curent în secțiunea spirei, acest efect fiind mai intens în zonele cu inducția cea mai mare. Cunoașterea acestor zone permite o proiectare mai judicioasă a bobinei reactoare. Cînd se vizează atingerea unui randament mai ridicat acesta se obține numai în cazul creșterii gabaritului înfășurării.

Prin modificarea întrefierului în limitele normale de lucru a curentului de sudare, caracterul distribuției spațiale a inducției magnetice și spectrul cîmpului magnetic global rămîn practic aceleași, modificîndu-se numai valoarea inducției în zona de dispersare a cîmpului și evident tra-

seele liniilor fluxurilor de dispersie funcție de localizarea lor, înafara ferestrei miezului sau în interiorul ei.

Trebuie menționat că în întrefier avem localizat numai un cîmp axial și numai la întrefieruri mai mari, ($\delta > 10$ [mm]) prin curbarea liniilor de cîmp, avem și o componentă de cîmp transversală în vecinătatea polilor.

Între inducția magnetică în întrefier B_a și valoarea întrefierului δ există o strînsă legătură, ilustrată în fig. 8. Se constată așa cum era de așteptat că $B_{a\delta} = f(\delta)$ și impedanța bobinei reactoare $Z = f(\delta)$, scad pe măsură ce crește întrefierul, iar curentul crește progresiv.

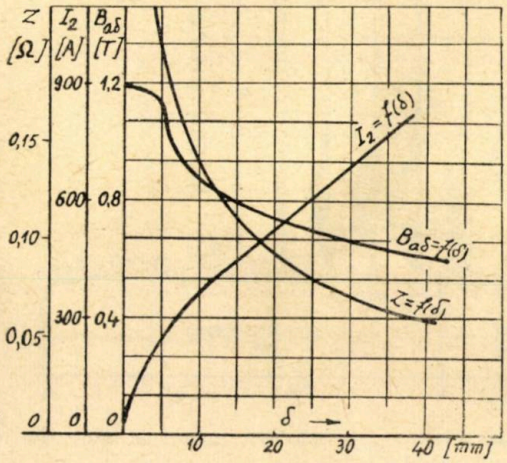


Fig. 8. Variația cu întrefierul a impedanței bobinei reactoare, inducției maxime axiale în întrefier și curentului de sudare.

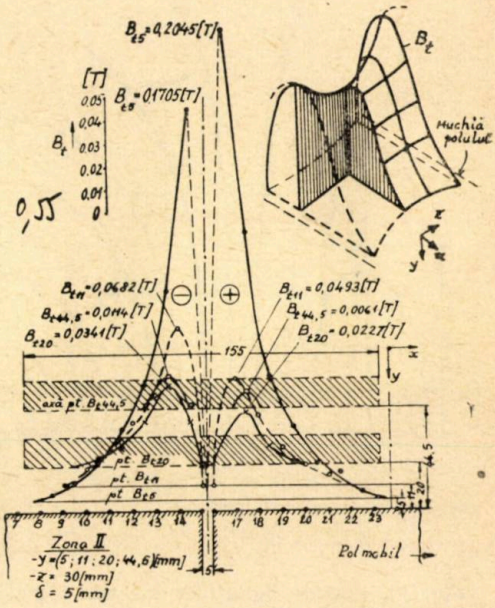


Fig. 9. Epurele inducțiilor magnetice maxime transversale B_t, în zona II, pentru $\delta = 5$ [mm]. În figura din dreapta se reprezintă caracterul paraboloidic hiperbolic al epurei spațiale a lui B_t, în zona II, la diferite cote y.

Examinînd fig. 7 și 10 se constată că componenta axială a inducției la suprafața laterală a polilor este practic nulă și atinge valoarea cea mai mare la distanța $z = 15$ [mm] de la suprafața polului și scade treptat, fiind neînsemnată la cca $z = 50$ [mm]. În planul yz în întrefier inducția axială are cu totul altă alură, maximum fiind în zona acoperită de talpa polilor. În cazul cînd $\delta \approx 5$ [mm] (fig. 7) în întrefier avem $B_{a\delta} \approx 1{,}1355$ [T],

iar la distanța $z=80$ [mm] de la suprafața laterală a podului cîmpul este extrem de slab. Această alură a cîmpului în întrefier are loc și în celelalte zone.

O construcție mai rațională a bobinei reactoare va trebui să țină seama că spirele din zona întrefierului sînt expuse mai ales la această componentă axială a inducției în aer.

Prezența unei carcase metalice, care îmbracă bobina reactoare influențează în mică măsură spectrul liniilor de cîmp în zona de dispersie.

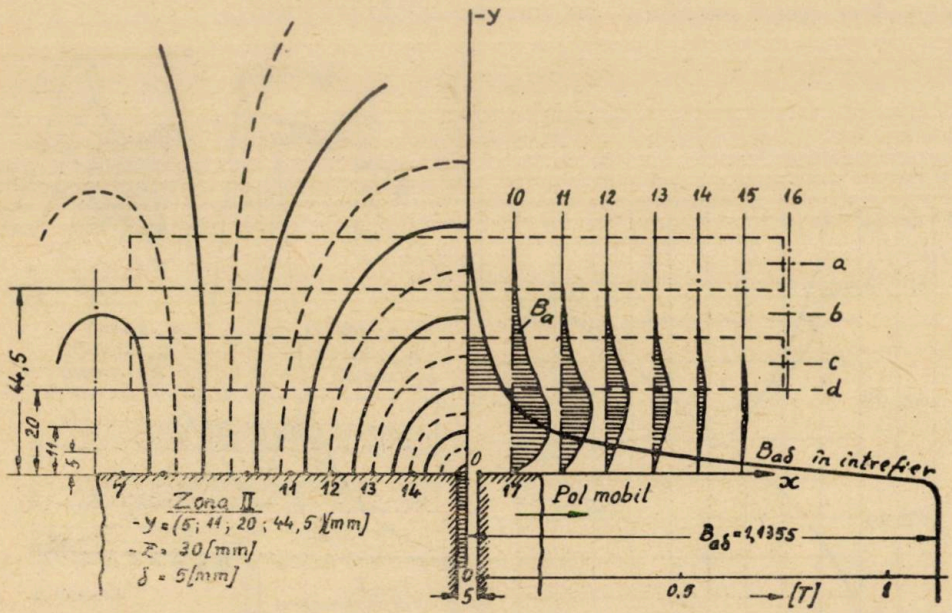


Fig. 10. Epurele inducțiilor magentice maxime axiale B_a și spectrul liniilor de cîmp, în zona II, pentru $\delta=5$ [mm].

In fig. 9 și 10 se ilustrează epurele inducțiilor B_t și B_a în zona II, prin care trec spirele înfășurării, așezate în două straturi.

Caracterul paraboloidic-hiperbolic al epurei spațiale a lui B_t în zona II este determinat de reacția curenților turbionari induși de fluxul de evazare în tolele marginale ale piesei polare (fig. 1 și 9).

Variația componentei B_t, în zona I, funcție de întrefier ($\delta\approx 8\div 30$ [mm]), la tensiunea constantă este reprezentată în fig. 11 și 12, demonstrîndu-se creșterea atît a inducției transversale, cît și a ariei suprafeței de evazare a fluxului pe flancurile polului pe măsură ce se accentuează dispersarea prin creșterea întrefierului. In fig. 11 se remarcă buna asemănare a alurilor epurelor componentei transversale.

Componenta B_t după axa y variază relativ puțin funcție de aspectul suprafeței laterale a polilor. Astfel în zona I efectul de ecranare a curenților turbionari este neglijabil, iar în zona II această influență este apreciabilă.

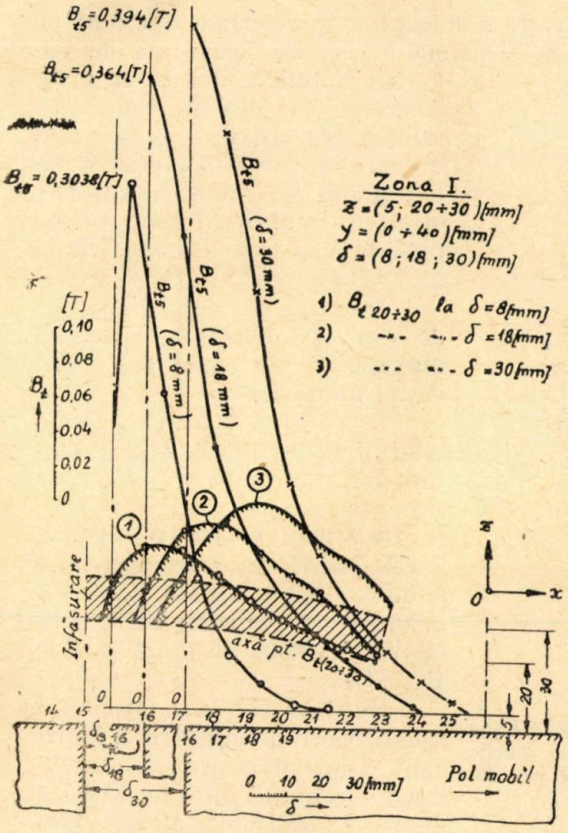


Fig. 11. Epura componentei transversale B_t, în zona I, funcție de întrefier.

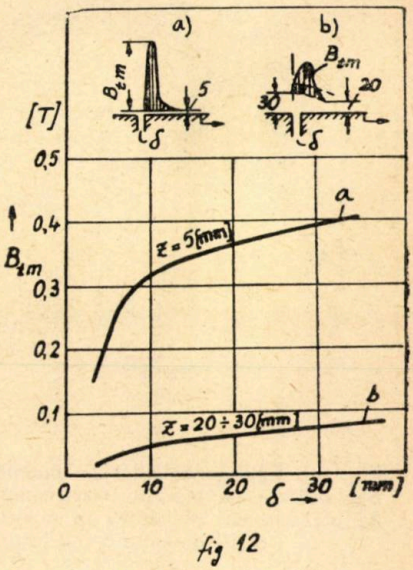


fig 12

Fig. 12. Variația valorii maxime a inducției, luată pe epura componentei transversale B_t, funcție de întrefier:

a — pentru $z = 5$ [mm] și *b* — pentru $z = 20 + 30$ [mm].

5. EPURELE SOLICITĂRILOR MAGNETICE ALE MIEZULUI UNUI CIRCUIT MAGNETIC NEOMOGEN, FĂRĂ RAMIFICAȚII

Pentru studiul solicitărilor magnetice ale miezului unui circuit magnetic se folosește modelul compus dintr-o înfășurare de excitație cu $N = 350$ spire, alimentată la tensiunea $U = 380$ [V] și un miez de fier, cu secțiunea

dreptunghiulară (7×7 cm^2), în circuitul căruia sînt prevăzute două întrefieruri variabile independente.

Pe o jumătate din circuit s-au fixat sonde identice (bobine cu înfășurarea concentrată, a 15 spire fiecare), poziționate în punctele *A*, *B*, *C* și *D* (fig. 13).

Solicitarea magnetică (Φ sau *B*) a miezului, în diferitele secțiuni pe circuit este puternic influențată de dispersia magnetică provocată de valoarea întrefierurilor și de poziționarea acestora în raport cu înfășurarea. În fig. 13 se arată această influență în raport cu situația din (*a*), cînd miezul este omogen, întrefierul fiind anulat pînă la valoarea minimă tehnologică.

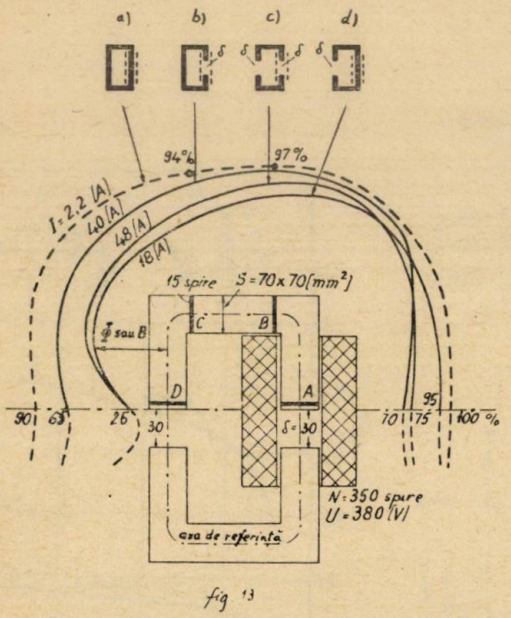


Fig. 13. Epurele solicitărilor magnetice (Φ sau *B*), ridicate pe modelul electromagnetic funcție de poziționarea înfășurării în raport cu întrefierurile de lucru $\delta=30$ [mm].

În cazul (*a*) bobina cu miez de fier are evident impedanța maximă, iar în cazul (*c*) impedanța minimă.

În cazul (*d*) prin existența unui întrefier mare, situat înafara înfășurării, se obține o sporire a curentului de la 2,2 [A], la $\delta\approx0$ pînă la 18 [A] pentru $\delta=30$ [mm], iar porțiunea miezului care nu este ecranată de înfășurare este cel mai puțin solicitată magnetic în zona polilor (25%).

În cazul (*b*) cînd întrefierul este acoperit de înfășurare, impedanța scade mult, provocînd creșterea curentului pînă la 40 [A], pentru $\delta=30$ [mm], miezul fiind cel mai puțin solicitat magnetic în zona polilor (70%). În cazul (*c*), cu cele două întrefieruri de 30 [mm] fiecare, curentul crește pînă la 48 [A], dar nu în așa măsură cum a crescut în cazul (*d*), comparativ cu (*a*). Solicitarea magnetică a miezului în cazul (*c*) este apropiată cazului (*d*), cu deosebirea că polii ecranați de înfășurare sînt mai descărcați magnetic pînă la 75%, comparativ cu 95%, conform cazului (*d*).

Descărcarea magnetică a pieselor polare, în proporția corespunzătoare construcțiilor analizate mai sus, este însoțită de accentuarea dispersiei magnetice care duce la creșterea pierderilor suplimentare datorită curenților turbionari induși în tolele marginale ale polilor și în spirele înfășurării de către fluxurile fasciculare de evazare.

În cazul mecanismelor electromagnetice, utilizate la relee sau la diversele tipuri de electromagneți de tracțiune, existența acestor curenți turbio-

nari influențează puternic asupra caracteristicilor de funcționare și asupra randamentului.

Epurele fluxurilor (sau inducțiilor medii prin secțiunile uniforme ale miezului), trasate în fig. 13, se pot generaliza, prezentînd o importanță practică pentru construcția mai rațională a electromagneților și bobinelor reactoare. Astfel concluziile de la cazul (*c*) din fig. 13 pot fi extinse de asemenea și la electromagneții trifazați.

Execuția miezurilor din tablă laminată la rece sau dublu texturată va duce evident la construcții cu gabarit mai redus, dar vor crește valorile componentelor transversale și axiale ale inducției în aer în zonele de neuniformitate ducînd iminent la sporirea pierderilor suplimentare, respectiv la creșterea solicitărilor termice ale aparatelor în aceste zone.

În concluzie rezultatele acestui studiu experimental pot oferi date folositoare constructorilor de aparate electrice în vederea dobîndirii unor construcții mai raționale, din punct de vedere tehnico-economic, cu performanțe de exploatare superioară.

BIBLIOGRAFIE

1. Bertgold F., Magnetfeldstreung an den Rädern von Luftspalten, ETZ, 1951, H. 4.
2. Bul B. K., (Буль Б. К.), Opredelenie pogreșnostei i predelov primenimosti formul ydelnîh magnitnîh provodimostei, Elektricestvo, 4/1960.
3. Bul B. K. (Буль Б. К.), Isledovanie polia vblizi vozdușnovo zazora i rasciot magnitnoi provodimosti, Vestnik elektropromîșlenosti, 9/1959.
4. Bul B. K., (Буль Б. К.), K rasciotu magnitnîh provodimostei polia vblizi vazduș-novo zazora, Elektricestvo, 7/1952.
5. Neiman L. R., (Нейман Л. Р.), Rukovodstvo k laboratorii elektromagnitnovo polia, G.E.I., 1950.
6. Paton B. E., Lebedev V. K., (Патон Б. Е., Лебедев В. К.), Elementi rasciotov țepei i apparatov peremenovo toka dlia dugovoi svarki, A. N. U.S.S.R. 1953.
7. Rusin Iu. S., (Русин Ю. С.), O rasciote magnitnoi provodimosti i vozdușnovo zazora dvuhpoliusnovo magnita, Vestnik elektropromîșlenosti 10/1959.
8. Suciu I., (Сучу Я.), Transformator dlia dugovoi svarki s ulucișenîmi ekspluata-ționîmi harakteristikami Disertația, Leningrad, 1954.
9. Suciu I., Determinarea coeficientului de pierderi la unele înfășurări de forme complicate, Craiova, Studii și realizări electrotehnice, 1957.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВОЗДУХЕ ИЗ МАГНИТНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ КОНТУРОВ С БОЛЬШИМ ЗАЗОРОМ

(РЕЗЮМЕ)

В работе приводится экспериментальное исследование связи по отношению к спектру магнитного поля в зонах неоднородности последнего, для случая неразветвленных и неоднородных магнитных контуров с

большими зазорами, на основе которого можно получить конструкции электрических аппаратов с повышенными функциональными параметрами.

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG DES MAGNETISCHEN FELDES IM UMGEBENDEN RAUM DES POLES VON MAGNETISCHEN KREISEN MIT GROSSEM LUFTSPALT

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Arbeit wird eine experimentelle Untersuchung des magnetischen Feldes im umgebenden Luftraum eines nichthomogenen, nichtverzweigten Magnetkreises mit grossem Luftspalt durchgeführt. Auf Grund dieser Untersuchungen können Magnetkreise von elektrischen Apparaten mit höheren Eigenschaften gebaut werden.

CONTRIBUȚII LA TEORIA REGIMULUI DE PORNIRE AL SERVOMOTORULUI FEROREZONANT *

DE

D. TEODORESCU

Regimul de pornire al servomotorului ferorezonant, element multifuncțional care îndeplinește în sistemele automate funcțiile de convertor c.c. — c.a., amplificator și element de execuție, a constituit obiectul lucrării [1]. Prezenta lucrare își propune să extindă analiza regimului de pornire studiind modul în care se calculează mărimile de bază ale motorului, luînd în considerare diferitele tipuri de semnale de comandă care intervin în funcționarea motorului în cadrul sistemului automat. De asemenea în lucrarea de față, spre deosebire de lucrarea [1], se va uza de rezultatele metodei analitice a interfierului echivalent de comandă [2], și astfel concluziile vor fi extinse și asupra servomotorului ferorezonant cu amplificare în două trepte.

Studiul regimului de pornire pleacă de la ecuația diferențială

$$\sigma_K \frac{\partial^2 I_c}{\partial y \partial t} + \rho_c \frac{\partial I_c}{\partial y} - (2\sigma_K + \gamma) \frac{\partial I_k}{\partial t} - 2\rho_K I_K = 1 \frac{\partial B}{\partial t} \qquad (1)$$

în care :

ρ_c, ρ_K sînt rezistențele specifice echivalente ale barei (c) și a inelului rotoric (K),

σ_c, σ_K — reactanțele de dispersie specifice echivalente ale barei (c) și inelului rotoric (K),

γ — permeanța specifică a intrefierului,

I_c — curentul în barele rotorului.

I_K — curentul în inelul rotoric,

B — inducția rezultantă în întrefier

Ecuația (1) fiind scrisă pentru un rotor tubular, echivalent cu rotorul real, s-a uzat de coeficienții σ_c, σ_K, ρ_c, ρ_K care definesc această echivalență, așa cum reiese din [3], [2] etc.

---

* Rezultate comunicate la sesiunea cadrelor didactice din I.P.T. la 12 mai 1968.

Prin soluționarea ecuației (1) ținînd cont de condițiile de limită se obțin expresiile curenților , inducțiilor, solenațiilor și expresia cuplului de pornire [1]. Calculul acestor mărimi cu expresiile stabilite trebuie să fie însă iterativ, pornind de la o valoare maximă a inducției alternative B_m din coloanele polilor de comandă (v. fig. 1). Ținînd cont de faptul că :

$$B_m = \left| \frac{\underline{\lambda}_1 \underline{\theta}_1}{2 a_c \cdot l} \right| \tag{2}$$

în care $\underline{\theta}_1$ este solenația polară, l este lungimea ideală a mașinii iar $\underline{\lambda}_1$ este permeanța polară, expresia (2) devine :

$$B_m = \left| \frac{\underline{U} W \underline{\lambda}_1}{2\sqrt{2}\, a_c l \left(\underline{z} + \frac{1}{2j\omega C} \right) + j\omega W^2 \underline{\lambda}_1} \right| \tag{3}$$

în care C sînt capacitățile circuitelor ferorezonante, iar U este tensiunea la bornele circuitelor ferorezonante.

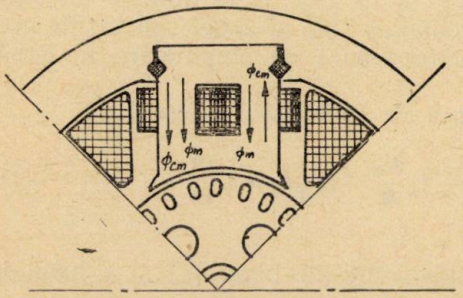


Fig. 1.

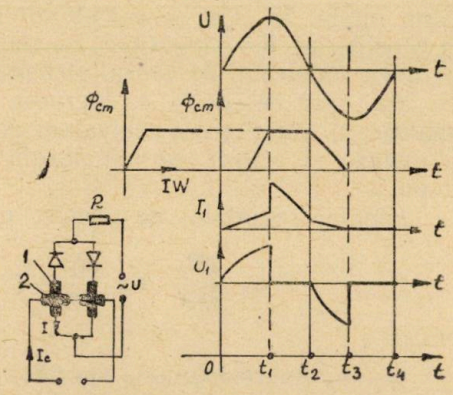


Fig. 2.

Insă fluxul polar Φ_m va fi dependent și de intrefierul echivalent de comandă δ_{ee}, care la rîndul lui depinde de semnalul de comandă. La luarea în considerare a acestei ultime dependențe trebuie să țină cont și de forma fluxului de comandă Φ_{cm}, care se modifică funcție de condițiile în care funcționează servomotorul în sistemul automat. Dar la servomotorul ferorezonant cu două trepte de amplificare considerat mai sus polii statorici funcționează ca amplificatori magnetici cu autosaturație. Deci forma fluxului Φ_{cm} se modifică după cum reiese din fig. 2, funcție de semnalul de comandă [4]. De aceea în calcul va trebui să se folosească acea expresie a întrefierului echivalent de comandă care corespunde regimului de func-

ționare considerat. În acest sens deosebim următoarele regimuri de funcționare.

a) Regimul de funcționare cu semnale de comandă slabe. Acest regim corespunde situației în care parametrul reglat are o valoare apropiată de cea impusă deci sistemul se află în apropierea regimului staționar.

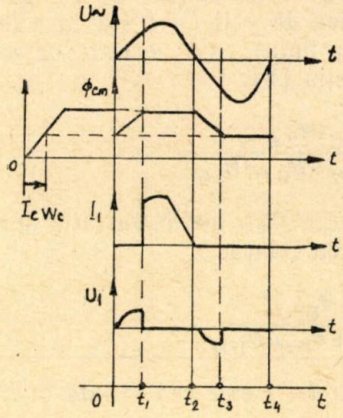


Fig. 3.

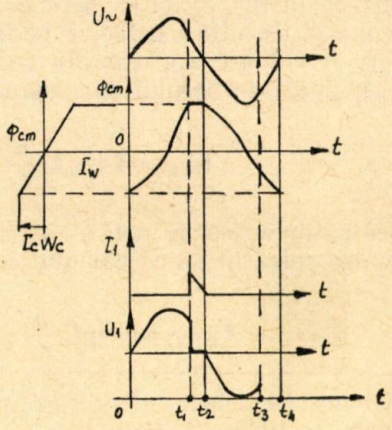


Fig. 4.

Presupunem că servomotorul este oprit și la bobina sa de comandă se aplică brusc un semnal de intensitate scăzută. Comportarea polilor amplificatori va fi în acest caz foarte apropiată de cea reprezentată în fig. 2. Fluxul de comandă Φ_{cm} are atunci o variație unidirecțională pentru care s-a stabilit expresia întrefierului echivalent efectiv de comandă [2]

$$\delta_{ee(p)} = \delta + \mu_0 l_c \frac{a}{a_c} \frac{H_{I\,ef} \cdot H_{II\,ef}}{B_{I\,ef} \cdot H_{II\,ef} + B_{II\,ef} \cdot H_{I\,ef}} \tag{4}$$

în care δ este întrefierul real iar l_c este lungimea coloanei.

În acest caz schema de iterare pentru toți polii servomotorului (*1—1, 2—2*) va fi cea din fig. 5. Odată determinată valoarea lui B_m (respectiv

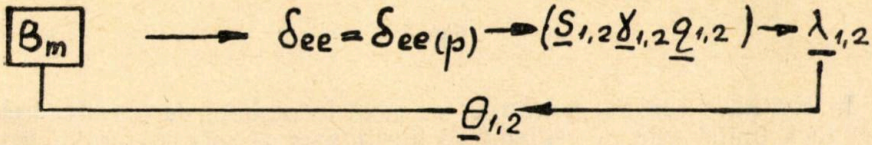


Fig. 5.

a fluxului Φ_m care se stabilește în coloanele polilor), cu valorile obținute pentru $\underline{\theta}_{1,2}$ și $\underline{q}_{1,2}$ se calculează cuplul de pornire corespunzător semnalului considerat, cu relația stabilită în [1].

b) Regimul de funcționare cu semnale de comandă puternice. Acest regim corespunde situației în care parametrul reglat are o valoare foarte depărtată de cea prescrisă. Și în acest caz presupunem că semnalul se aplică în momentul $t = 0$ cînd rotorul este în repaus. Situația este diferită față de cazul precedent deoarece la o pereche de poli de exemplu *1—1* solenația de comandă se va însuma cu componența continuă a solenației de sarcină ca în fig. 3, iar la perechea de poli *2—2* solenațiile se vor scădea ca în fig. 4. Rezultă așadar că pentru perechea de poli *1—1* (la care fluxul Φ_{cm} are o valoare aproximativ constantă în timp) este necesar ca să se facă calculul întrefierului de comandă cu relația [2].

$$\delta_{ee\,(0)} = \delta + \mu_0 l_c \frac{a}{a_c} \frac{H_{1\,ef} \cdot H_{II\,ef}}{B_{1\,ef} \cdot H_{II\,ef} + B_{II\,ef} \cdot H_{1\,ef}} \tag{5}$$

iar pentru perechea de poli *2—2* (la care fluxul Φ_{cm} are o variație aproximativ armonică în timp) calculul se va face cu relația

$$\delta_{ce\,(IV)} = \delta + \mu l_c \frac{a}{a_c} \frac{H_{II\,ef} \cdot H_{III\,ef}}{B_{1\,ef} \cdot H_{III\,ef} + B_{II\,ef} \cdot H_{II\,ef}} . \tag{6}$$

Ca urmare schema de iterare pentru polii *1—1* este cea redată în fig. 6 iar pentru polii *2—2* calculul

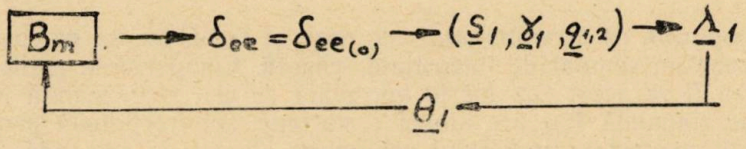


Fig. 6.

se va face după schema din fig. 7.

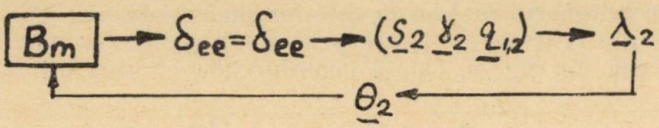


Fig. 7.

În concluzie calculul mărimilor de bază în regimul de pornire, trebuie să se facă ținînd cont de regimul de funcționare al servomotorului ferorezonant în cadrul sistemului automat, folosind schemele de iterare redate mai sus. Întrucît servomotorul funcționează în cadrul sistemului automat atît în regimul cu semnale slabe cît și în regimul cu semnale puternice, calculul va trebui să cuprindă ambele cazuri, dimensionarea făcîndu-se după soluția acoperitoare.

BIBLIOGRAFIE

1. Teororescu D., Le régime de démarrage du servomoteur ferroresonant. Rev. Gen. Electr. nr. 4 — 1968, pag. 409—413.
2. Teodorescu D., *Servomotorul amplificator și aplicațiile lui în automatizări.* Ed. Acad. R.S.R. 1968, pag. 43—66.
3. Fransua Al., Teodorescu D., *Servomotoare electrice în sistemele automate.* Ed. Tehnică 1967.
4. Gabler M., Gashovet I., Tomanek E., *Magnitîe usiliteli.* Izd. Sov Redio 1961.

К ВОПРОСУ РЕЖИМА ЗАПУСКА ФЕРРОРЕЗОНАНТНОГО СЕРВОДВИГАТЕЛЯ

(РЕЗЮМЕ)

В работе изучается метод при помощи которого возможно определение основных величин при режиме запуска феррорезонантного серводвигателя, имея в виду характеристики командных сигналов, тоесть работу серводвигателя автоматической системы, имея в виду и вторую ступень усилителя.

CONTRIBUTIONS A L'ETUDE DU RÉGIME DE DÉMARRAGE DU SERVOMOTEUR FERRORESONNANT

(RÉSUMÉ)

Dans le travail on etudie les principales paramétres du servomoteur ferroresonnant dans le regime de démarrage, en tenant compte des carracteristiques du signal de commande et par consequence du fonctionnement du servomoteur dans l'ensamble du systeme asservis. De meme ou tient compte danes l'etude du deuxieme etage d'amplification du servomoteur ferroresonnant.

CONTRIBUȚII LA TEORIA SISTEMELOR AUTOMATE NELINIARE DISCONTINUE *

DE

D. TEODORESCU, T. WÄCHTER

Numărul mare de sisteme automate care conțin elemente neliniare de tip releu, și care realizează o reglare discontinuă, justifică eforturile teoreticienilor de a elabora metode de analiză și sinteză cît mai exacte pentru aceste sisteme [1]. Se poate însă observa aici o neconcordanță : în timp ce

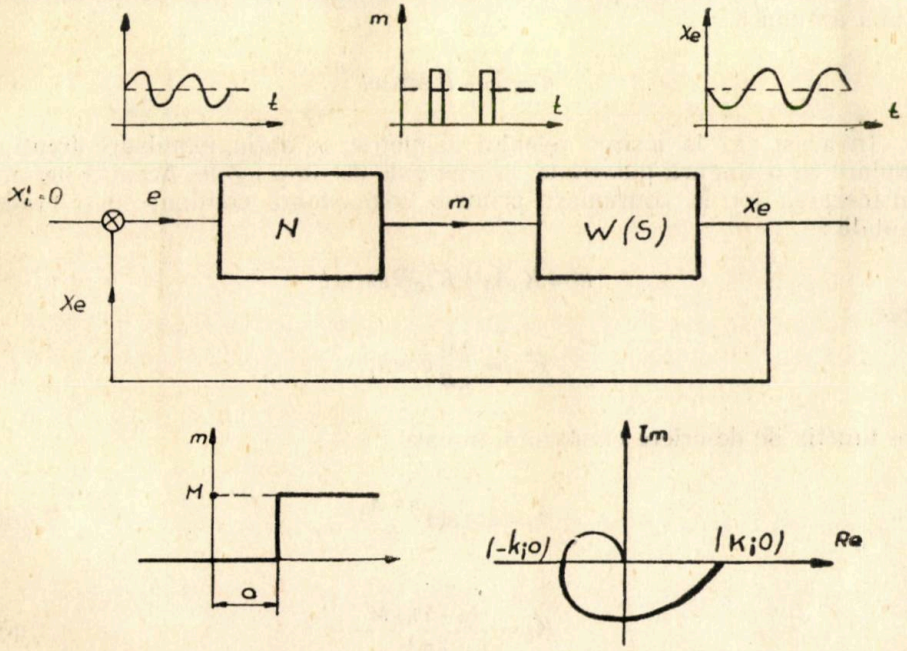


Fig. 1.

* Rezultate comunicate la sesiunea „Calculatoare electronice și automatică" de la I.P.T. la 31 mai 1968.

metodele de calcul propuse, ca metoda funcției de descriere, locul lui Hamel sau al lui Tipkin se referă la elemente de tip releu simetrice, majoritatea aplicațiilor practice conțin relee asimetrice bipoziționale — pentru care metodele de calcul sînt foarte puțin tratate în literatură.

Lucrarea de față își propune să abordeze teoria acestor sisteme printr-o metodă nouă, care să permită studiul oscilațiilor libere ale unui sistem automat ca cel din fig. 1 format dintr-un element neliniar de tip releu nesimetric cu zonă de insensibilitate și un element liniar cu funcție de transfer $W(S)$.

Datorită prezenței elementului neliniar asimetric, în orice punct al sistemului va exista o componentă continuă a mărimilor, ceea ce imprimă caracterul particular al cazului studiat. Metoda funcției de descriere, des citată și recomandată în literatura de specialitate [1], [2], [3], nu se aplică direct sistemului analizat tocmai datorită componentei continui. În cele ce urmează se indică condițiile în care această metodă trebuie adaptată studiului oscilației libere. Se recurge la funcția de descriere, bazată pe neglijarea armonicilor superioare din sistem, din considerentul că ea asigură deobicei o precizie suficientă în calcule. Această precizie crește cînd sistemul conține un filtraj eficient „trece-jos" ceea ce are loc în multe sisteme automate, în special datorită elementelor finale.

Mărimea de intrare e se scrie ca sumă dintre o componență continuă și una armonică :

$$e = A_0 + B \sin \omega t \tag{1}$$

În acest caz la ieșirea releului asimetric se obțin impulsuri dreptunghiulare cu o singură polaritate, la intervale de timp egale. Aceasta permite considerarea lor în continuare printr-o componentă continuă și o fundamentală :

$$m = K_0 A_0 + K_{eq} B \sin \omega t \tag{2}$$

unde

$$K_{eq} = \frac{2M}{\pi B} \cos \theta_1 \tag{3}$$

este funcția de descriere cunoscută, în care

$$\theta_1 = \arcsin \frac{a - A_0}{B} \tag{4}$$

iar

$$K_0 = \frac{(\pi - 2\theta_1) M}{2\pi A_0} \tag{5}$$

este amplificarea echivalentă în curent continuu calculată pentru elementul neliniar considerat.

Dacă funcția de transfer a părții liniare este de forma :

$$W(S)=\frac{K}{(1+T_1S)(1+T_2S)(1+T_3S)} \tag{6}$$

se obține mărimea de ieșire a sistemului :

$$x_e=(K_0A_0)+(K_{eq}B)\,A(\omega)\,\sin[\omega t+\varphi(\omega)] \tag{7}$$

Trebuie remarcat că în timp ce componenta continuă a mărimii de ieșire trebuie s-o regăsim la intrare cu semnul ei, componenta armonică trebuie introdusă cu semn schimbat adică cu un defazaj de 180°. Această constatare cere posibilitatea scrierii a două condiții de autooscilație care trebuie să fie satisfăcute simultan.

$$\begin{cases} KK_0=1 & (8') \\ K_{eq}A(\omega)\sin[\omega t+\varphi(\omega)]=-\sin\omega t & (8'') \end{cases}$$

Se observă că relația (8") este aceea valabilă în mod obișnuit pentru sisteme simetrice. Din ea se deduce $\varphi(\omega)=(2n+1)\pi$ ceea ce indică punctul $(-k, 0)$ de pe caracteristica fază-frecvență din fig. 1, de unde se deduce frecvența auto-oscilației ω_0. Se notează în cele ce urmează :

$$A(\omega_0)=k$$

$$u=\left|\frac{A_0-a}{a}\right| \tag{9}$$

și

$$x=\frac{B}{a}\cdot$$

Condițiile (8'), (8") se scriu restrîns :

$$\begin{cases} KK_0=1 & (10') \\ \dfrac{1}{K_{eq}}=k & (10'') \end{cases}$$

iar cu notațiile (9) și în urma calculelor se obțin sub forma

$$\begin{cases} x=\dfrac{u}{\cos\dfrac{\pi A_0}{KM}} & (11') \\ \dfrac{\pi a}{2M}\,\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-u^2}}=k. & (11'') \end{cases}$$

Relațiile obținute permit rezolvarea grafică a problemei în modul următor :

Soluțiile impuse de relația (11") sînt intersecțiile curbei $1/K_{eq}$ cu o orizontală de ordonată k. Rezultă două intersecții dar dintre acestea inter-

resează numai cea mare întrucît e singura pentru care rezultă o oscilație stabilită după criteriul Loeb. Acest considerent permite înlocuirea familiei de curbe $1/K_{eq} = f(x)$ cu parametrul u, prin asimptota comună :

$$1/K_{eq} = \frac{\pi a}{2M} x. \tag{12}$$

Soluția x_0 va fi abscisa acestei asimptote corespunzătoare ordonatei k.

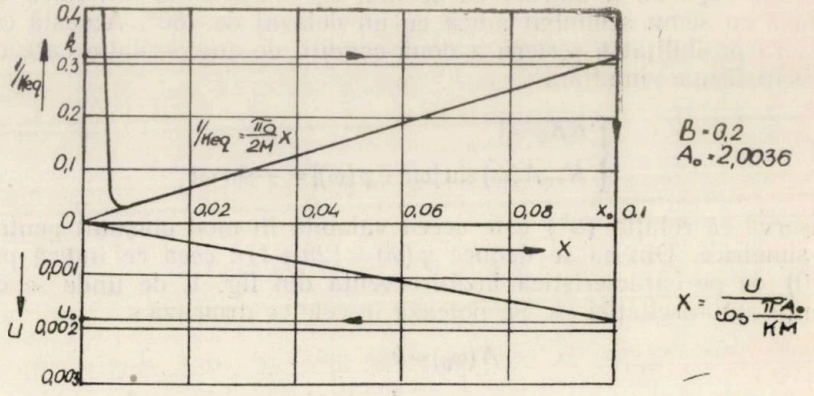


Fig. 2.

Dacă se reprezintă pe aceeași diagramă curba dată de relația (11′) se găsește cu ușurință u_0 corespunzător lui x_0.

Prin notațiile indicate (9) obținem componenta continuă A_0 respectiv amplitudinea B căutate.

Metoda prezentată s-a aplicat la un exemplu concret în care releul are datele :

$$M = 1 \quad a = 2$$

iar elementul liniar are funcția de transfer :

$$W(S) = \frac{3{,}96}{(1+2s)(1+5s)(1+10s)}.$$

S-au obținut mărimile ce caracterizează oscilația liberă a sistemului :

$$\omega_0 = 0{,}412, \quad A_0 = 2{,}0043, \quad B = 0{,}2.$$

În fig. 2 curbele sînt date pentru acest exemplu concret.

Verificarea acestor rezultate s-a făcut folosind metoda grafică de obținere a răspunsului în timp al unui sistem automat folosind funcția indicială, metodă destul de laborioasă și puțin precisă.

Funcția indicială a rezultat pentru elementul liniar considerat

$$A(t)=3{,}95-0{,}66\,e^{-\frac{t}{2}}+6{,}6\,e^{-\frac{t}{5}}-9{,}9\,e^{-\frac{t}{10}}.$$

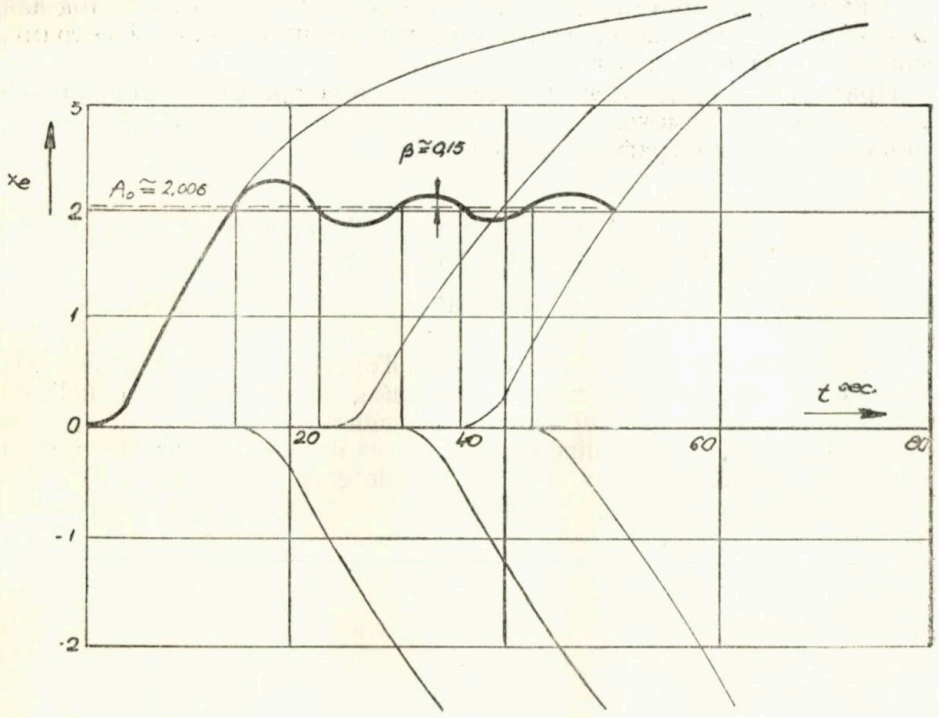


Fig. 3.

Prin construcția grafică din fig. 3, efectuată după metoda cunoscută [4], se obține răspunsul sistemului în timp din care avem mărimile $A_0 \cong$ $\cong 2{,}006$ și $B \cong 0{,}15$, ceea ce indică o concordanță satisfăcătoare între metoda propusă și metoda grafică cunoscută.

BIBLIOGRAFIE

1. J. E. Gibson, *Sisteme automate neliniare*. Ed. Tehnică — București 1967.
2. J. C. Savant, *Calculul sistemelor automate*. Ed. Tehnică — București 1967.
3. Tipkin J., *Teoria releinih sistem avtomaticeskovo regulirovania*. Gostehizdat, Moscova 1955.
4. J. C. Gille, P. Decaulne, M. Pelegrin, *Methodes modernes d'etude des systemes asservis*. Dunod-Paris 1960.

К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЕРЫВИСТЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(РЕЗЮМЕ)

В настоящей работе предлагается новый вычислительный метод для нелинейных автоматических систем с асимметричными нелинейностоями, основываясь на методе описывающей функции.

Применяется предложенный метод к системе третьего порядка определяя параметры самоколебания и сопоставляются результаты с полученными известным графическим способом.

CONTRIBUTIONS À LA THÉORIE DES SYSTÈMES AUTOMATES NON-LINÉAIRES DISCONTINUÉS

(RÉSUMÉ)

L'étude concerne une nouvelle méthode d'analyse des systèmes asservis non-linéaires, avec non-linéarités asymétriques, en partant de la méthode des fonctions descriptives. On applique la méthode proposée à un système de troisième ordre, on détermine les paramètres des oscillations libres et on compare les résultats obtenus avec la méthode graphique connue.

UNELE ASPECTE TEORETICE ŞI EXPERIMENTALE ASUPRA COEFICIENŢILOR DE NEUNIFORMITATE LA VEHICULE CU TRACŢIUNE ELECTRICĂ

DE

V. VĂZDĂUŢEANU, I. TURCU

1. CONSIDERAŢII CU PRIVIRE LA INFLUENŢA COEFICIENŢILOR DE NEUNIFORMITATE ASUPRA FUNCŢIONĂRII VEHICULELOR

1.1. Finețea reglajului are importanță deosebită atît în utilizarea greutății aderente a vehiculelor cît și în limitarea mișcărilor oscilatorii ale acestora. La comanda în trepte a motoarelor de tracțiune variațiile relative ale curentului, ale forței de tracțiune și ale accelerației sînt exprimate prin coeficienții de neuniformitate, k_i, k_F și k_a definiți în felul următor:

$$k_i = \frac{i_{max} - i_{min}}{2i_{med}} \tag{1}$$

$$k_F = \frac{F_{max} - F_{min}}{2F_{med}} \tag{2}$$

$$k_a = \frac{\left|\frac{dv}{dt}\right|_{max} - \left|\frac{dv}{dt}\right|_{min}}{2\left|\frac{dv}{dt}\right|_{med}} . \tag{3}$$

Se poate demonstra că $k_a > k_F > k_i$.

Pentru considerațiile care urmează este necesar să se introducă noțiunea de valoare efectivă a forței de tracțiune F_e. Aceasta se definește a fi aceea care, dacă rămîne constantă în intervalul de timp Δt în care viteza variază de la v_1 la v_2, creiază o accelerație medie constantă, $a_{med} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$ asupra masei m aflată în mișcare. Forța F_e se poate determina cu relația:

$$F_e - F_{R\,med} = ma_{med} \tag{4}$$

în care $F_{R\,med}$ este forța rezistentă medie între v_1 și v_2 (fig. 1)

Forța F_e este evident mai mică decît F_{max}.

Raportul acestor două forțe definește coeficientul de corijare a neuniformității forței de tracțiune.

$$\eta_e = \frac{F_e}{F_{max}}. \tag{5}$$

Cu acest coeficient trebuie înmulțit coeficientul de aderență pentru a obține sarcina demarabilă. Pentru a putea indica care sînt parametrii

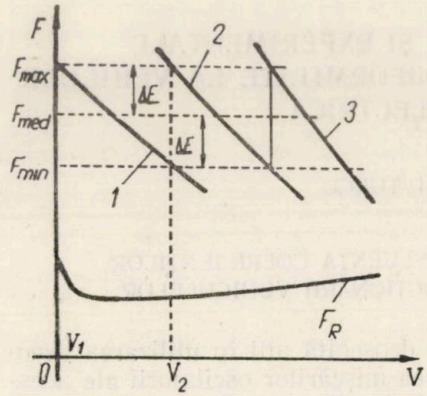


Fig. 1. Definirea limitelor de variație ale forței de tracțiune în funcție de viteză.

de care depinde η_e se presupune că între F_{max} și F_{min} forța variază liniar și deci

$$F = F_{max} - k_1 v \tag{6}$$

unde k_1 este panta caracteristicii liniarizate *1* din figura 1.

Integrînd ecuația mișcării:

$$m\frac{dv}{dt} = F - F_R = F_{max} - k_1 v - F_R \tag{7}$$

între limitele de timp în care viteza variază de la v_1 la v_2, se obține:

$$\Delta t = \frac{m}{k_1} \ln \frac{F_{max} - F_R}{F_{min} - F_R} \tag{8}$$

Rezultă:

$$v_2 - v_1 = \frac{\Delta F}{k_1} \tag{9}$$

și

$$a_{med} = \frac{\Delta F}{k_1 \Delta t} = \frac{\Delta F}{m \ln \dfrac{F_{max} - F_R}{F_{min} - F_R}} = \frac{\Delta F}{m \ln \dfrac{F_{max} - F_R}{F_{max} - 2\Delta F - F_R}}. \tag{10}$$

Pe baza relațiilor (4) și (10) se poate determina valoarea efectivă a forței de tracțiune și apoi η_e.

Ținînd seama că $k_F = \frac{\Delta F}{2F_{med}}$ (fig. 1), rezultă :

$$\eta_e = \frac{\Delta F}{\left(F_{max} + \frac{\Delta F}{2}\right) \ln \frac{F_{max} - F_R}{F_{max} - \Delta F - F_R}} + \frac{F_R}{F_{max}} = \frac{2k_F}{(1+k_F) \ln \frac{1 - \frac{F_R}{F_{max}}}{\frac{1-k_F}{1+k_F} - \frac{F_R}{F_{max}}}} + \frac{F_R}{F_{max}} \tag{11}$$

În figura 2 sînt indicate curbele de variație ale lui η_e în funcție de k_F, pentru diferite valori ale coeficientului :

$$\gamma = \frac{Q_a - Q_r}{Q_a}$$

în care Q_a este greutatea aderentă, iar Q_r greutatea remorcată. Curba trasată cu linie întreruptă limitează zona de variație a coeficientului η_e și se obține dacă $F_R = F_{min}$; sub această curbă $a_{med} = 0$. Din curbele reprezentate se constată că, de exemplu, pentru $k_F = 0{,}15$ și $\gamma = 1$ nu se utili-

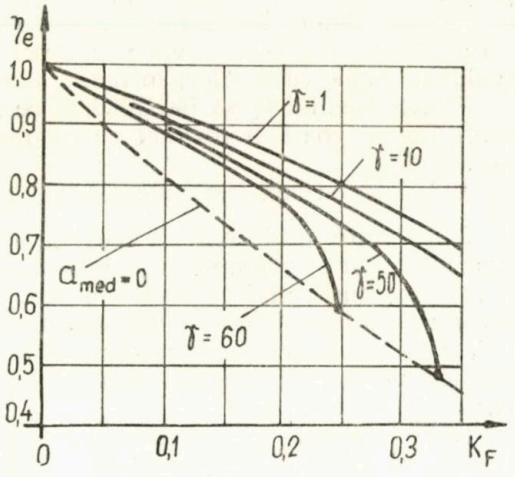


Fig. 2. Variația coeficientului η_e în funcție de k_F

zează 12—15% din greutatea aderentă, iar pentru $k_F = 0{,}25$ și $\gamma = 60$, accelerarea este imposibilă.

În valoarea absolută, mărimea F_e variază între $F_e \cong F_{min}$ (cînd $F_{min} = F_R$) și $F_e = F_{med}$ (cînd $F_{min} \gg F_R$).

Din cele arătate rezultă că un reglaj fin adică k_F mic are ca urmare mărirea capacității de demaraj. Rezultă de asemenea că cu cît panta caracteristicilor de tracțiune $F = f(v)$ este mai mare cu atît mai ușor vor fi înlăturate tendințele de patinare ale perechilor de roți, dar cu atît mai multe trepte vor fi necesare pentru reglarea mersului.

1.2. În literatura de specialitate sînt puține date referitoare la valorile limită ale coeficienților de neuniformitate, deduse din condițiile unei comportări corespunzătoare a vehiculelor în exploatare.

În cele ce urmează se încearcă să se obțină pe cale teoretică și experimentală date concrete, cantitative asupra acestor coeficienți de neuniformitate.

2. CALCULE ȘI ÎNCERCĂRI EXPERIMENTALE CU PRIVIRE LA INFLUENȚA COEFICIENȚILOR DE NEUNIFORMITATE LA PORNIREA TRAMVAIELOR

2.1. În deducțiile care urmează în locul coeficientului de neuniformitate al forței de tracțiune k_F este utilizat coeficientul de neuniformitate k_I al curentului, cunoscînd că acesta din urmă este mai ușor de determinat pe cale experimentală.

La stabilirea coeficientului k_I trebuie să se țină seama de următoarele aspecte.

— Coeficientul k_I să fie suficient de mic pentru ca la un i_{max} determinat din condiții de comutație și de aderență să rezulte un i_{med} cît mai apropiat de i_{max}, în scopul obținerii unei accelerații medii cît mai mari.

— Coeficientul k_I să fie suficient de mic astfel încît coeficientul k_a ce rezultă, să conducă la valori ale derivatei a doua a vitezei, adică ale șocului transmis călătorilor, în limite admisibile.

— Coeficientul k_I să fie suficient de mare pentru ca numărul de trepte ce rezultă să poată fi realizat cu aparate de comandă de construcție cît mai simplă.

În cele ce urmează se analizează primele două aspecte.

2.2. Pentru utilizarea cît mai rațională a puterii motorului de tracțiune, e necesar ca valoarea curentului maxim de pornire să fie mai apropiată de valoarea curentului admisibil la comutație, care este în jur de $2\,i_n$. De asemenea pentru folosirea judicioasă a aderenței e necesar ca valoarea maximă a forței de tracțiune corespunzătoare curentului maxim să fie apropiată de valoarea forței de aderență. Aceste două condiții determină valoarea i_{max} a curentului.

Dacă în relația (1) se notează $i_{max} - i_{min} = \Delta i$, se obține:

$$k_I = \frac{\Delta i}{2 i_{med}}. \tag{12}$$

Considerînd că

$$i_{med} = \frac{i_{min} + i_{max}}{2} = i_{max} - \frac{\Delta i}{2} \tag{13}$$

se obține cu relațiile (12) și (13) :

$$i_{med} = \frac{i_{max}}{1+k_i} \cdot \qquad (14)$$

Dacă se admite, că valoarea accelerației medii care determină viteza vehiculului, este cea corespunzătoare curentului i_{med} — eroarea este cu atît mai mică cu cît k_i e mai mic — se vede din relația (14) că la i_{max} = ct accelerația crește cu micșorarea lui k_i.

Influența cantitativă a lui k_i se urmărește pe baza unui exemplu, folosindu-se un vagon de tramvai de 16,6 t echipat cu 2 motoare SST-38/550 de 38 kW.

Cu considerare la aderență și la comutație (coeficientul de aderență $f_a = 0{,}195$, curentul admisibil din punct de vedere al comutației $i_{ac} = 1{,}94\ i_n$) s-a stabilit valoarea curentului maxim la pornire $i_{max} = 155$ A. Se calculează cu relația (14) pentru diferiți k_i valoarea curentului mediu, respectiv valoarea accelerației corespunzătoare. Rezultatele sînt arătate în fig. 3. Se

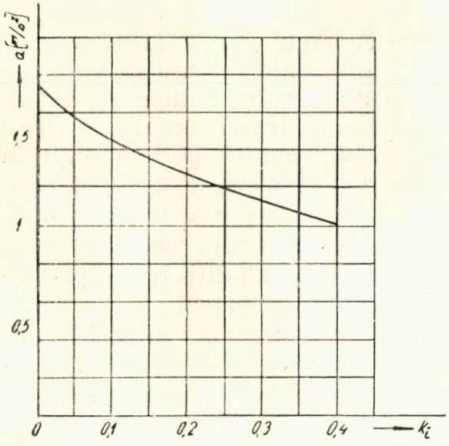


Fig. 3. Influența coeficientului k_i asupra accelerației în cazul unui vehicul motor, cu masa totală de 16,6 t echipat cu motoare SST-38/550.

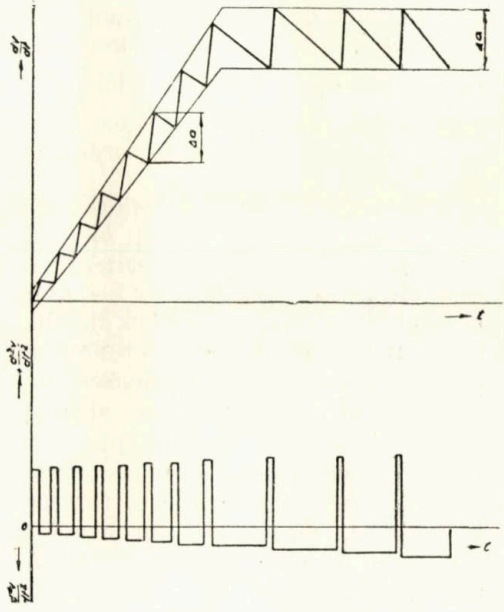


Fig. 4. Accelerația și derivata a doua a vitezei în perioada pornirii

vede influența mare a lui k_i; la $k_i = 0{,}1$ accelerația s-a micșorat, față de accelerația corespunzătoare lui $k_i = 0$, cu 14,7%, iar la $k_i = 0{,}4$, s-a micșorat cu 40,6% (vezi și fig. 2).

Din acest punct de vedere, se apreciază ca limită superioară a coeficientului de neuniformitate al curentului k_i, valoarea de 0,1.

2.3. În ceea ce privește determinarea valorii lui k_i din considerente de confort, hotărîtoare este valoarea derivatei de ordinul 2 a vitezei, cea mai mare ce poate interveni la pornire.

În cazul pornirii cu accelerație medie variabilă în prima perioadă a pornirii, se poate ușor demonstra că forma curbei accelerației $\frac{dv}{dt}$ și a șocului $\frac{d^2v}{dt^2}$ este conform fig. 4. Se obsearvă că la trecerea de pe o treaptă pe alta a controlerului, creșterea accelerației nu se face instantaneu, ci într-un timp finit Δt. De asemenea s-a considerat că variația accelerației în acest interval de timp este liniară și deci derivata a doua a vitezei este constantă :

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{\Delta a}{\Delta t}.$$

Se vede din fig. 4 că situația cea mai defavorabilă, din punct de vedere al șocului, apare pe ultima treaptă de mers în serie, deoarece, în acest caz curba de creștere a accelerației $\frac{dv}{dt} = f(t)$ are rigiditatea cea mai mare și deci derivata de ordinul doi a vitezei maximă.

Valoarea derivatei de ordinul doi a vitezei, prin calcul, este destul de anevoios de determinat.

De aceea, în scopul obținerii unor valori concrete se determină pe cale experimentală pentru diferiți k_i și diferite încărcări ale vagonului, valoarea derivatei de ordinul doi a vitezei, urmînd ca apoi în baza unor valori admisibile ale acestei derivate — stabilite tot pe cale experimentală — să se hotărască pentru un vagon mediu, valoarea k_i admisibilă, respectiv în cazul unor caracteristici normate și a unor valori medii a curenților de pornire uzuali, să se stabilească numărul minim de trepte al controlerului.

În cadrul experiențelor efectuate s-a modificat viteza de manevrare a controlerului de la o treaptă la alta, obținîndu-se diferiți k_i. Experiențele s-au efectuat cu un vagon de tramvai cu și fără remorcă.

Vagonul experimental a fost prevăzut cu un generator tahometric antrenat de la osia vagonului și un oscilograf la care s-a înregistrat tensiunea generatorului tahometric, adică viteza vagonului și curentul total al vehiculului.

Simultan cu înregistrarea mărimilor de mai sus, s-a urmărit — în lipsa unor metode obiective — în mod subiectiv, influența șocului corespunzător fiecărei trepte, asupra stabilității călătorului, avînd poziția în picioare și cu fața spre sensul de mers sau perpendicular pe sensul de mers.

Figura 5 reprezintă una din oscilogramele ridicate experimental, în cazul manevrării controlerului pe ultima lui treaptă, iar figura 6 una din oscilograme corespunzătoare manevrării controlerului pe una din primele trepte de mers în conectare serie.

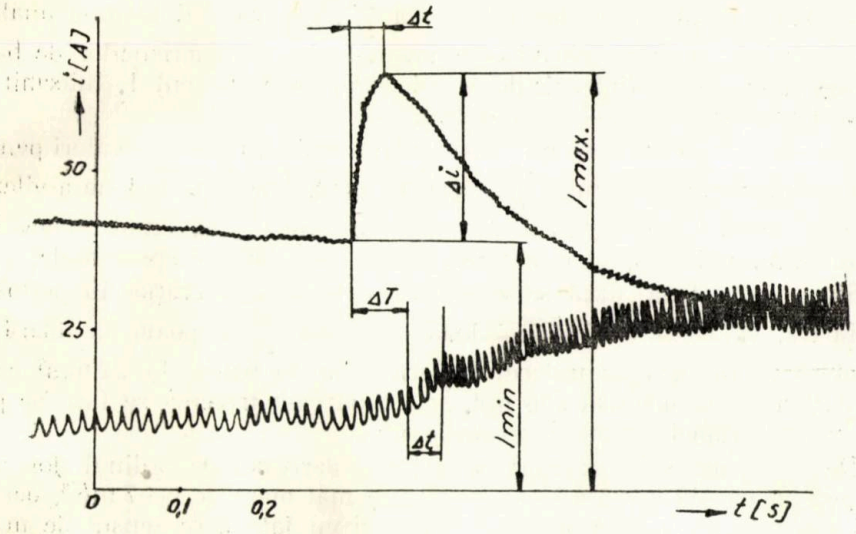


Fig. 5. Curentul și turația în momentul conectării pe ultimul plot al controlerului.

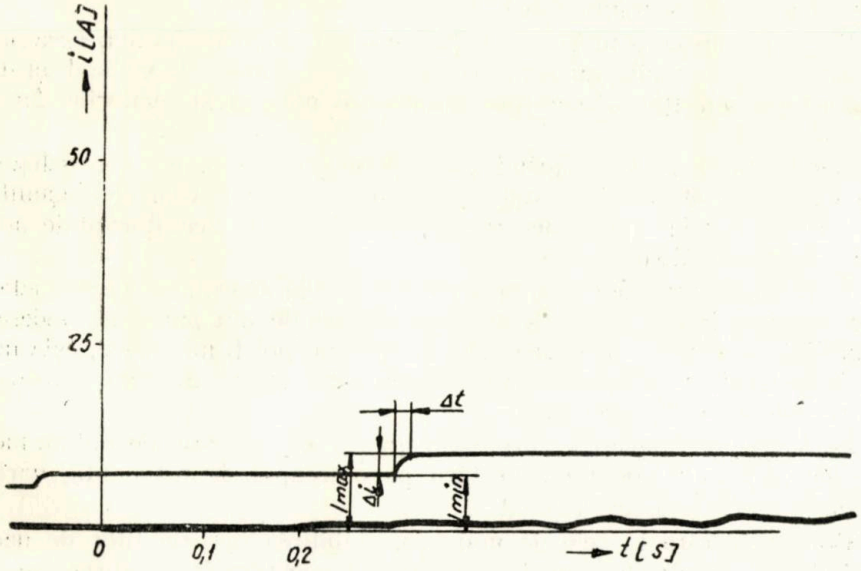


Fig. 6. Curentul în momentul conectării pe unul din primele ploturi ale controlerului.

Valoarea șocului transmis călătorilor $\frac{\Delta a}{\Delta t}$, s-a calculat în mod analitic în baza curbei $i = f(t)$ ridicată experimental și a caracteristicilor de bază ale vagonului. Rezultatul calculelor este cuprins în tabelul 1, întocmit în baza a 4 oscilograme mai semnificative.

Așa cum s-a amintit, scopul experienței a fost obținerea de valori pentru viteza de creștere a curentului $\frac{di}{dt}$, respectiv pentru derivata a doua a vitezei, ce pot să apară la un vagon de tramvai oarecare în momentul manevrării controlerului, astfel de valori nefiind date în literatura de specialitate.

S-a constatat că, dacă se consideră variația accelerației în perioada Δt, liniară, valoarea derivatei a doua a vitezei $\frac{\Delta a}{\Delta t}$ ce poate să apară în momentul manevrării controlerului, variază de la 6 m/s³ la 22 m/s³ după cum vagonul este încărcat sau gol, sau după cum trecerea se face pe primele sau pe ultimele trepte ale controlerului.

De asemenea s-a constatat că valorile derivatei de ordinul doi care depășesc ca durată 0,025 s și au o valoare mai mare de 6—7 m/s³, deranjează comoditatea călătorului în picioare și cu fața spre sensul de mers, mai mult sau mai puțin după cum depășirea duratei de 0,025 s este mai mare sau mai mică.

În situația călătorului în picioare și cu fața perpendicular pe sensul de mers, valorile derivatei de ordinul doi a vitezei, care deranjează comoditatea călătoriei, sînt de la 10—12 m/s³ în sus, limită ce poate fi și mai mare dacă durata șocului e mică.

Dacă se consideră timpul de 0,025 secunde, drept limita sub care organele de simț ale omului nu sesizează șocurile transmise de vehicul, și dacă se consideră variația accelerației liniară, se pot calcula valorile Δa admisibile

Concluziile care se desprind din experiențele efectuate — concluzii în baza cărora urmează să se stabilească, în cazul unui vehicul obișnuit de tramvai încărcat la capacitatea medie, coeficienții de neuniformitate admisibili — sînt următoarele :

— Valorile derivatei a doua a vitezei, atît la conectarea pe primele cît și pe ultimele trepte, depășesc valorile admisibile din punct de vedere al comodității călătoriei ; deoarece aceste valori nu pot fi micșorate, este necesar să fie limitate ca durată prin alegerea unei valori Δa corespunzătoare unei durate sub 0,025 secunde.

— Viteza de creștere a curentului unui motor obișnuit de putere medie (cca. 40 kW) în momentul conectării pe o treaptă de rezistență, variază de la cca. 800 A/s la cca. 1 200 A/s.

Cu considerare la cele de mai sus, stabilirea coeficienților de neuniformitate admisibile din punct de vedere al comodității călătoriei, se face în felul arătat în continuare.

Tabelul 1

Calculul derivatei a doua a vitezei și a coeficienților de neuniformitate în cazul conectării pe ultimul plot al controlerului

osciligrand / Mărimea			I	II	III	VI
i_{min}		mm	38,5	39	36,5	37
		A/vag	154	156	146	148
		A/mot	77	78	73	74
i_{max}		mm	64,5	63	56,5	61
		A/vag	258	252	226	244
		A/mot	129	126	113	122
Δt		mm	5,5	5	5	5
		s	0,0418	0,0378	0,0378	0,0378
$M_{min+mot}$		Nm	436	442	405	412
$M_{max+mot}$		Nm	854	825	716	785
m masa		kg	19700	19700	11700	11700
W forța rez		N	1312	1312	775	775
$(1+\alpha)\ m$		kg	21150	21150	12870	12870
$k=2\frac{\mu 2M\eta}{D}$				28,2		
$F_{min}=kM_{min}$		N	12320	12479	11480	11620
$F_{max}=kM_{max}$		N	24100	23200	20300	22180
a_{min}		m/s²	0,520	0,526	0,832	0,842
a_{max}		m/s²	1,075	1,035	1,51	1,666
Δa		m/s²	0,555	0,509	0,678	0,824
$\frac{\Delta a}{\Delta t}$		m/s²	13,25	13,45	17,9	21,8
Δa_{adm}		m/s²	0,331	0,334	0,446	0,545
k_a			0,348	0,326	0,29	0,33
k_i			0,25	0,235	0,214	0,244
$\frac{\Delta t}{\Delta t_{mot}}$		A/s	1240	1270	1055	1270

Se admite valoarea derivatei a doua a vitezei în momentul conectării pe una din treptele de mers din perioada a doua a pornirii egală cu 12 m/s^3, iar durata șocului se limitează la 0,02 secunde. Rezultă :

$$\Delta a_{adm} = 12 \cdot 0{,}02 = 0{,}24 \text{ m/s}^2 .$$

Dacă se consideră accelerația medie din perioada a doua a pornirii egală cu 1,4 m/s^2, rezultă valoarea coeficientului de neuniformitate al accelerației,

$$k_a = \frac{0{,}24}{2 \cdot 1{,}4} = 0{,}085$$

căreia îi corespunde — în baza raportului dintre k_a și k_l din tabelul 1 — un coeficient de neuniformitate al curentului

$$k_l = \frac{k_a}{1{,}4} = 0{,}06$$

unde 1,4 este raportul dintre k_a și k_l conform tabelului 1.

Rezultă din cele de mai sus că, în cazul unui vagon cu echipament obișnuit, valoarea coeficientului k_l pentru obținerea unei porniri cu șocuri în limite admisibile, este în jur de 0,06.

Desigur, așa cum a rezultat din cele de mai sus, această valoare depinde de o mulțime de factori și deci diferă de la un vehicul la altul. Se apreciază că aceste diferențe nu sînt importante și deci se poate considera valoarea de 0,06 a lui k_l drept o valoare medie.

În cazul unui vagon mediu de tramvai la $k_l = 0{,}06$ și în situația pornirii cu accelerația variabilă, rezultă un număr de 30—40 de trepte de pornire, în funcție de rigiditatea caracteristicii motoarelor de acționare.

BIBLIOGRAFIE

1. Turcu I., Contribuții la pornirea cu accelerație variabilă a tramvaielor (disertație) Timișoara 1967.
2. Petrov B. P., i Stepanov A. D., *Elektriceskoe oborudovanie i avtomatizațiia elektriceskogo podvijnogo sostava*. G.E.I. Moskva-Leningrad, 1963.

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О КОЭФФИЦИЕНТАХ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ЭКИПАЖЕЙ С ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГОЙ

(РЕЗЮМЕ)

Рассматривается влияние коэффициентов неравномерности на работу экипажей.

Экспериментально определены допустимые значения толчка передаваемого поссажирам при трогании с места трамваев и в зависимости

от этого и от типа нормированных характеристик трамвайных двигателей, определяются значения коэффициентов неравномерности тока и ускорения и соответствующее число контактов контроллера.

EINIGE THEORETISCHE UND EXPERIMENTELLE ASPEKTE ÜBER DIE UNGLEICHFÖRMIGKEITSKOEFIZIENTEN BEI FAHRZEUGEN MIT ELEKTRISCHER ZUGFÖRDERUNG

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Arbeit behandelt den Einfluss der Ungleichförmigkeitskoeffizienten auf den Betrieb der Fahrzeuge.

Auf experimentellem Grund stellt man die zulässigen Werte des beim Anfahren auf die Fahrgäste übertragenen Stosses fest, und die Abhängigkeit dieser und der Thypen der normierten Charakteristiken der Strassenbahnmotoren bestimmt man die Werte der Ungleichförmigkeitskoeffizienten des Stromes und der Beschleunigung, wie auch die Anzahl der Kontrollerkontakte.

ASPECTE PRIVIND FISURAREA ELEMENTELOR INCOVOIATE DIN BETON PRECOMPRIMAT

DE

C. AVRAM, I. FILIMON, I. CADAR, I. PATCAŞ

Ca urmare a faptului că betonul precomprimat se aplică în construcţii pe o scară din ce în ce mai largă în toate domeniile de activitate, s-a ivit necesitatea de a studia diferite aspecte ale comportării elementelor în timpul procesului de exploatare şi a introducerii cu cît mai multă precizie în calcule a acestor aspecte.

Prin prisma noilor propuneri şi discuţii purtate în cadrul Comitetului European de Beton — CEB —, betonul precomprimat se împarte în trei clase :

— beton precomprimat total la care nu se admit eforturi unitare de întindere ;

— beton parţial precomprimat la care sub sarcini de exploatare se admit eforturi de întindere limitîndu-se deformaţia maximă a fibrei întinse ;

— beton armat precomprimat care funcţionează sub sarcini de exploatare cu zona întinsă fisurată, limitîndu-se mărimea deschiderii fisurilor.

Această ultimă categorie, care în conformitate cu normativul P-8/62 şi STAS 8000/67 corespunde categoriei III de fisurabilitate, se aplică cu suficiente avantaje economice în diferite domenii de activitate.

Problema apariţiei şi deschiderii fisurilor la aceste elemente nu este încă complet elucidată din punct de vedere teoretic şi foarte puţin verificată experimental.

Lucrarea de faţă îşi propune să studieze cîteva aspecte ale acestei probleme.

1. APARIŢIA FISURILOR

Pe baza studiilor teoretice şi experimentale efectuate anterior [1], [2] privind influenţa diferiţilor parametrii asupra plasticizării betonului întins, s-a ajuns la concluzia că elementele încovoiate de beton simplu se pot calcula la apariţia fisurilor cu formula :

$$M_f = 0{,}292 w_{fp} R_t b h^2 \qquad (1)$$

unde w_{fp} a fost denumit coeficient de plasticizare parțială a zonei întinse de beton, ale cărui valori au fost date în funcție de calitatea betonului și de înălțimea secțiunii transversale [3].

Dacă la un element de beton precomprimat s-ar produce plasticizarea ca și la un element de beton simplu, atunci calculul acestor elemente s-ar putea face conform normativului de calcul la stări limită [6] cu formula :

$$M_f = \bar{N}_0 (\bar{e}_0 + r_s) + W_f R_t , \tag{2}$$

în care W_f este modulul de rezistență la fisurare al secțiunii ideale considerat în ipoteza plasticizării totale a zonei întinse de beton.

Dacă se consideră că betonul întins se plasticizează numai în parte, atunci în locul lui W_f se poate utiliza valoarea W_{fp}, adică modulul de rezistență la fisurare considerînd plasticizarea parțială a zonei întinse de beton, dat de formula :

$$W_{fp} = w_{fp} W_f , \tag{3}$$

unde w_{fp} este coeficientul de plasticizare al zonei întinse de beton.

Ca urmare momentul de fisurare pentru o secțiune de beton precomprimat se poate scrie sub forma :

$$M_f = \bar{N}_0 (\bar{e}_0 + r_s) + W_{fp} R_t . \tag{4}$$

Prezența armăturii în elementele de beton precomprimat, fără a modifica însușirile plastice ale betonului, mărește stabilitatea structurii monolite a betonului, uniformizează eforturile în zona întinsă dînd impresia unei plasticizări mai pronunțate.

Formula (4) ar fi valabilă cu valori ale lui w_{fp} luate din [3], pentru elementele din beton precomprimat, dacă plasticizarea betonului precomprimat s-ar produce numai în aceeași măsură ca și plasticizarea betonului simplu. În caz contrar valorile lui w_{fp} vor trebui stabilite pe cale experimentală.

2. DISTANȚA DINTRE FISURI

La baza calculului distanței dintre fisuri pentru elementele de beton precomprimat, stau aceleași principii ca și în cazul elementelor de beton armat. Formulele de calcul pentru elementele de beton armat nu pot fi însă folosite în cazul elementelor de beton precomprimat, deoarece starea de eforturi în element și condițiile de aderență sînt diferite.

Datorită efortului de precomprimare introdus în element, starea de eforturi va fi asemănătoare cu aceea de la compresiune excentrică.

Formula dată de normativ [6] pentru distanța dintre fisuri în cazul elementelor de beton armat :

$$\lambda_f = \beta_f \frac{A_{bt}}{\mu} \tag{5}$$

nu poate fi aplicată, chiar dacă A_{bt} se calculează ținînd seama de influența forței de precomprimare, căci

$$\lambda_f = \frac{z_{b1}}{z_2} \cdot \frac{R_t}{\omega \tau_m} \tag{6}$$

este diferit de situația elementelor de beton armat.

Raportul dintre momentul încovoietor și forța axială dată de precomprimare se schimbă în cursul procesului de încărcare al grinzii:

$$e_0 = \frac{M}{N_0} = \text{variabil},$$

deoarece M este variabil, iar N_0 este constant.

Dacă A_{bt} poate fi apreciat în momentul apariției fisurilor, valorile z_{b1} și z_2 se calculează pentru excentricități diferite și deci raportul lor nu poate să se mai păstreze constant ca în cazul încovoierii. De asemenea se pare că raportul R_t/τ_m este diferit în cazul elementelor de beton precomprimat față de elementele de beton armat, deoarece condițiile de aderență se modifică odată cu diametrul armăturii.

În cazul elementelor de beton precomprimat realizate cu armătură postîntinsă nu mai sînt valabile nici chiar principiile teoretice care stau la baza calculului distanței dintre fisuri. În acest caz raportul R_t/τ_m nu se mai referă la aceleași caracteristici ale materialelor. R_t este rezistența la întindere a betonului din care se realizează secțiunea elementului, iar τ_m se referă la aderența dintre cablu și mortarul de injecție care protejează acest cablu.

Este normal ca distanța dintre fisuri să fie influențată pe de o parte de tipul de armătură și de modul de alcătuire al cablului, dar în cazul acestor elemente ea este influențată și mai mult de legătura care se realizează între mortar și teaca de fixare a cablului precum și de aderența dintre teacă și beton. Dacă teaca se execută din materiale care nu asigură o aderență cu betonul, atunci în cazul elementelor cu armătură postîntinsă cablul lucrează ca un simplu tirant, iar teoria privitoare la distanța dintre fisuri elaborată pentru elemente de beton armat nu mai are în acest caz nici un sens.

Dacă formulele stabilite pentru elementele de beton armat privitor la calculul distanțelor dintre fisuri pot fi folosite cu o oarecare rezervă pentru elementele cu armătură preîntinsă, aceste formule duc la rezultate cu totul eronate în cazul elementelor cu armătură postîntinsă [5].

Pentru elementele de beton precomprimat cu armătură preîntinsă s-ar putea aplica formula (5) la care coeficientul β_f să fie stabilit pe cale statistică prin prelucrarea rezultatelor experimentale. O primă verificare se face chiar în lucrarea de față. Pentru elementele cu armătură postîntinsă va trebui să se pornească de la alte principii pentru calculul distanței dintre fisuri.

3. MĂRIMEA DESCHIDERII FISURILOR

Mărimea deschiderii fisurilor la elementele de beton precomprimat este legată direct de distanța dintre fisuri și variază odată cu efortul unitar din armătura întinsă.

Dacă distanța dintre fisuri este corespunzător apreciată prin calcule atunci și mărimea deschiderii fisurilor calculată cu formula:

$$\alpha_f = \lambda_f \frac{\psi \Delta\sigma_a}{E_a} \tag{7}$$

va fi apropiată de realitate.

În formula (7) $\Delta\sigma_a$ este variația efortului în armătură de la efortul unitar de calcul pînă la efortul corespunzător etapei în care se calculează sau se măsoară mărimea deschiderii fisurii:

$$\Delta\sigma_a = \sigma_a - \bar{\sigma}_0$$

unde σ_a se calculează în secțiunea fisurată ținînd seama și de acțiunea forței de precomprimare.

De asemenea și în calculul coeficientului ψ, la aprecierea ariei zonei întinse A_{bt} se ținea seama de acțiunea forței de precomprimare.

Pentru verificarea acestei formule va fi necesară însă prelucrarea statistică a unui număr mare de rezultate experimentale.

4. INCERCARI EXPERIMENTALE

Pentru verificarea presupunerilor teoretice făcute privind apariția și deschiderea fisurilor la elementele încovoiate din beton precomprimat au fost încercate în primă etapă la sarcini statice un număr de 18 grinzi formînd 3 serii la care s-a variat procentul de armare și calitatea betonului.

Grinzile din seria A și B au avut secțiunea transversală de 15×30 cm și deschiderea de 3,00 m, iar grinzile din seria E au avut secțiunea transversală de 20×40 cm și deschiderea de 4,00 m. Încărcarea s-a făcut cu două forțe concentrate la distanța de 1,00 m de la reazim asigurînd o porțiune de moment încovoietor constant de 1,00 m pentru seriile A și B și 2,00 m pentru seria E.

S-a urmărit realizarea a două calități de beton B 500 și B 300 și anume cîte trei elemente în fiecare serie; seriile notate cu indicativul A_{1l}, B_{1l} și E_{5l} pentru calitatea de beton B 500 și seriile notate cu indicativul A_{2l}, B_{2l} și E_{3l} pentru calitatea de beton B 300.

Armarea grinzilor s-a făcut cu fascicole formate din cîte 3Ø3 mm diametru împletite. Caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale ale elementelor sînt date în figura 1.

Caracteristicile geometrice ale secțiunii ideale s-au considerat egale cu caracteristicile secțiunii de beton, fără a ține seama de influența produsă de armătură.

Caracteristicile mecanice ale oțelului folosite sînt redate în figura 2.

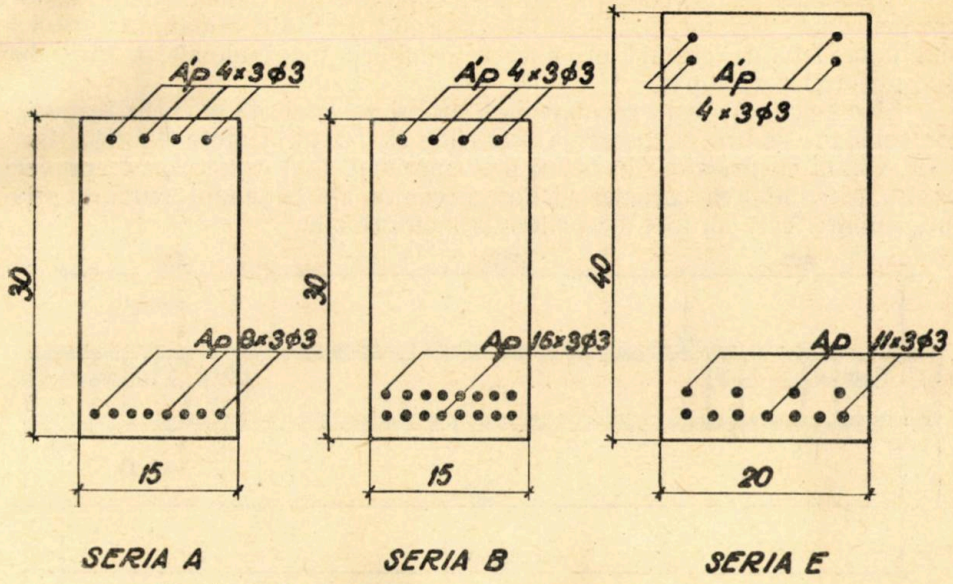


Fig. 1. Secțiunea transversală a elementelor experimentale.

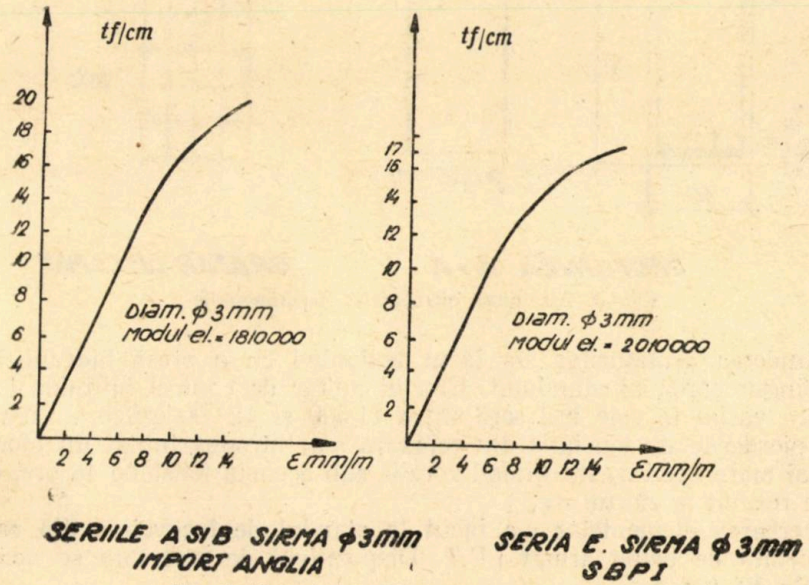


Fig. 2. Caracteristicile mecanice ale oțelului.

Elementele exeperimentale au fost executate pe standul pentru beton precomprimat existent în cadrul laboratorului de beton armat. În figura 3 sînt date detaliile privind dispunerea armăturii longitudinale, a etrierilor și a grătarelor de capăt.

Elementele au fost executate fără etrieri pe zona de moment încovoietor constant pentru ca prezența etrierilor să nu influențeze apariția fisurilor. Odată cu grinzile din beton precomprimat s-au confecționat epruvete pentru determinarea caracteristicilor mecanice ale betonului (cuburi, prisme, cilindri) care au fost încercate odată cu grinzile.

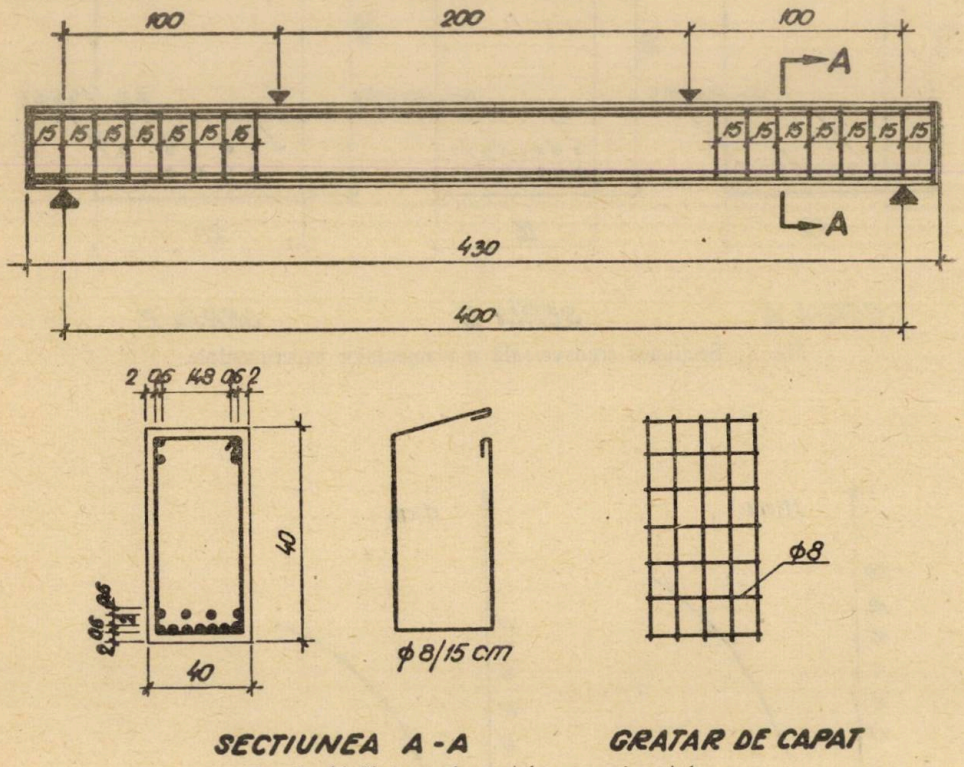


Fig. 3. Alcătuirea elementelor experimentale.

Întinderea armăturilor s-a făcut acționînd cu o presă hidraulică de la un singur capăt al standului. Efortul unitar de control introdus în armătură a variat la cele trei serii între 11 500 și 12 000 kgf/cm². Pentru a reduce pierderile de tensiune din relaxare s-a introdus inițial un efort cu 10% mai mare decît σ_k menținînd corzile sub această tensiune 48 ore, după care s-a revenit la efortul σ_k.

Încercarea elementelor s-a făcut la standul de încovoiere din cadrul laboratorului de beton armat I.P.T. Dispozitivul de încercare se vede în fotografia din fig. 4.

Încărcarea grinzilor s-a făcut în trepte, primele patru trepte au reprezentat cîte 15% din sarcina teoretică de fisurare, deci 60% din această sarcină, după care s-au aplicat trepte de cîte 5% din sarcina de fisurare pînă cînd au fost observate primele fisuri.

După apariția fisurilor s-a revenit la zero și apoi s-a continuat încărcarea pînă la rupere considerînd treptele de încărcare ca și în cazul fisu-

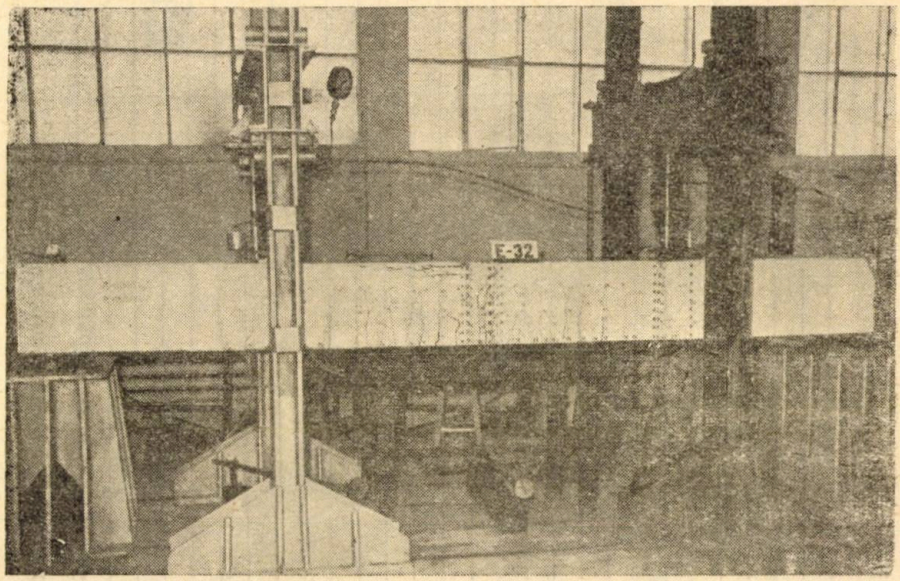


Fig. 4. Dispozitivul de încercare a grinzilor.

rării, raportate însă la sarcina teoretică de rupere.

În timpul încercării au fost măsurate săgețile elementului cu ajutorul fleximetrelor situate la mijlocul deschiderii și sub cele două forțe concentrate precum și tasarea reazemelor cu ajutorul microcomparatoarelor. În diagramele din figura 5 sînt redate curbele încărcări-săgeți pentru una din seriile încercate.

Pentru a controla starea de eforturi pe înălțimea secțiunii transversale a elementului au fost măsurate deformațiile betonului pe înălțimea secțiunii la mijlocul deschiderii și sub cele două forțe concentrate. Aceste măsurători s-au făcut cu ajutorul timbrelor tensometrice rezistive și cu ajutorul deformetrelor mecanice. În diagramele din figura 6 sînt redate deformațiile fibrelor de beton de la diferite nivele ale înălțimii secțiunii transversale, pînă în momentul apariției fisurilor.

Observarea apariției fisurilor și măsurarea mărimii deschiderii fisurilor s-a făcut cu ajutorul unei lupe micrometrice.

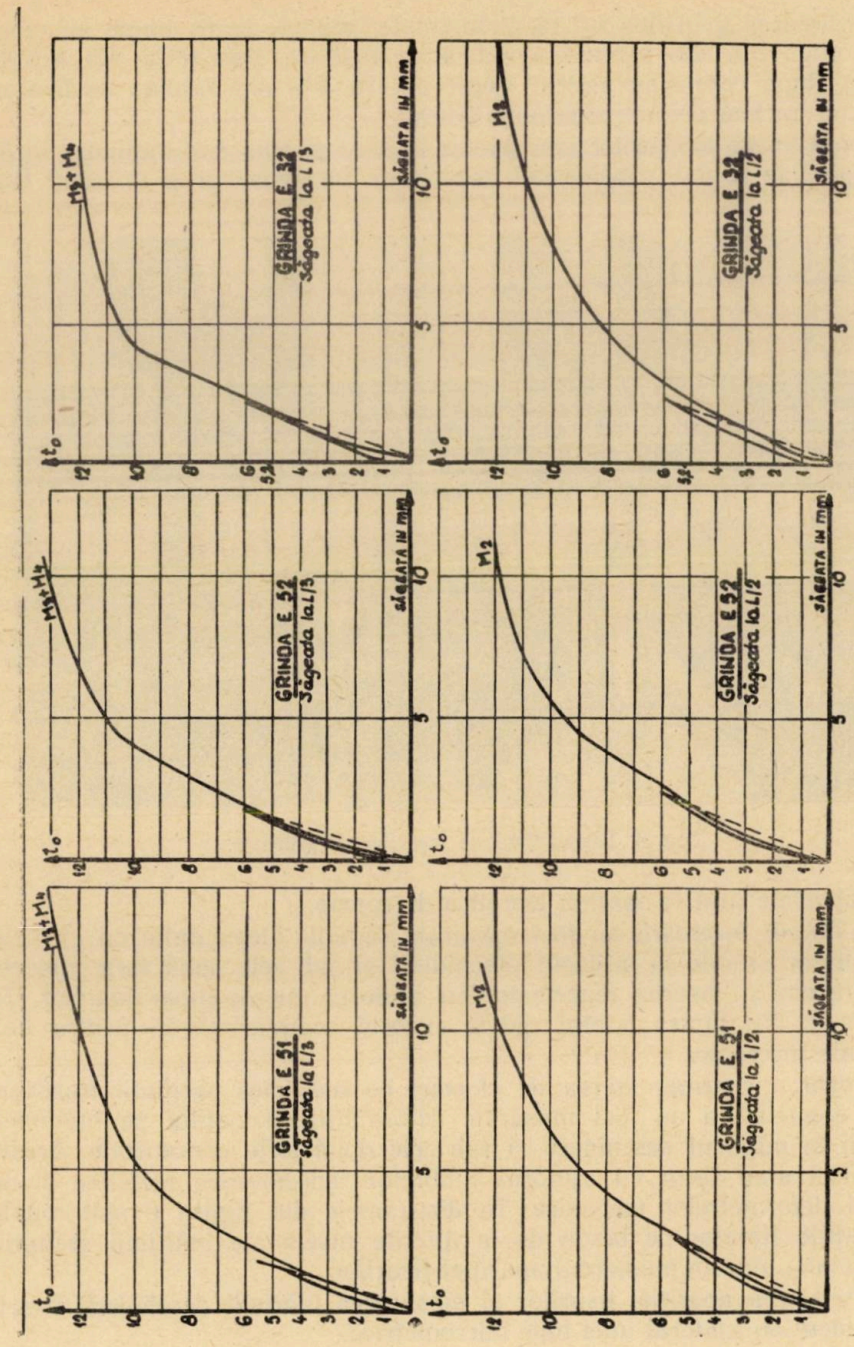


Fig. 5. Diagramă încărcări-săgeți pentru grinzile *E*.

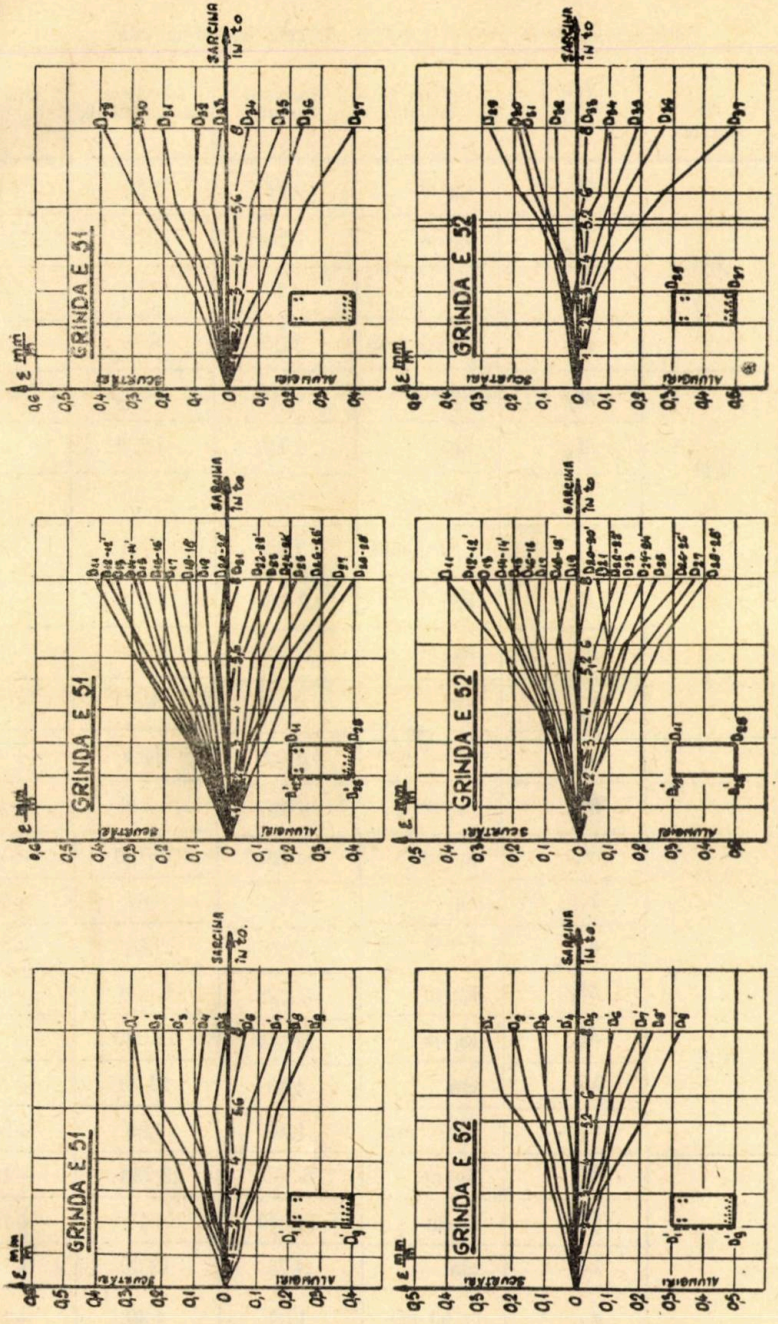


Fig. 6. Deformațiile betonului pe înălțimea secțiunii.

Tabelul 1

Compararea rezultatelor teoretice cu cele experimentale

Seria	$\frac{M_f}{M_r}$ teoretic	Valori comparabile	Unitate de măsură	Rezultate teoretice	Rezultate experimentale	Diferența %
A_{1i}	0,41	M_f	kg·m	2 990	2 435	−18,5
		M_r	kg·m	7 250	7 300	+0,7
		λ_f	cm	4,17	7,68	+84
		α_f	1/100 mm	1,30	6,75	+420
A_{2i}	0,41	M_f	kg·m	2 910	2 535	−12,9
		M_r	kg·m	6 900	7 250	+5,1
		λ_f	cm	3,80	7,80	+105
		α_f	1/100 mm	1,30	7,60	+480
B_{1i}	0,33	M_f	kg·m	3 730	3 800	+1,9
		M_r	kg·m	11 700	9 920	−15,2
		λ_f	cm	2,30	8,24	+260
		α_f	1/100 mm	1,00	4,85	+385
B_{2i}	0,33	M_f	kg·m	3 690	4 130	+11,9
		M_r	kg·m	11 300	10 750	−4,90
		λ_f	cm	2,30	8,64	+270
		α_f	1/100 mm	1,00	3,65	+265
E_{5i}	0,47	M_f	kg·m	6 330	6 000	−5,2
		M_r	kg·m	13 540	14 000	+3,4
		λ_f	cm	4,50	12,90	+187
		α_f	1/100 mm	1,60	4,95	+209
E_{3i}	0,47	M_f	kg·m	6 560	5 733	−12,6
		M_r	kg·m	14 040	15 500	+10,4
		λ_f	cm	4,75	13,00	+174
		α_f	1/100 mm	1,60	4,30	+170

Distanța dintre fisuri s-a măsurat pe ambele fețe ale elementului la încărcarea corespunzătoare momentului de exploatare, marcîndu-se apoi toate fisurile care au apărut pînă în momentul ruperii. Mărimea deschiderii fisurilor s-a urmărit de la apariția lor pînă în momentul ruperii. În tabelul 1 sînt date rezultatele experimentale în comparație cu valorile teoretice calculate pentru momentul de fisurare, momentul de rupere, distanța dintre fisuri și mărimea deschiderii fisurilor. Valorile teoretice și experimentale ale distanței dintre fisuri și mărimea deschiderii fisurilor se referă la încărcarea corespunzătoare momentului de exploatare.

Pentru calculul teoretic al distanței dintre fisuri și a mărimii deschiderii fisurilor s-au luat ca bază indicațiile date de normativul P-8/62 și STAS 8000/67. Pentru calculul distanței dintre fisuri s-a considerat perimetrul armăturii luînd suprafața efectivă de contact dintre armătură și beton. Pentru β_f s-au considerat valorile indicate pentru oțelul TOR, considerînd că împletitura de $3\phi 3$ mm se apropie ca formă de oțelul TOR.

5. CONCLUZII

Din analiza rezultatelor experimentale date în tabelul 1 în comparație cu valorile teoretice se poate constata că presupunerile privitor la plasticizarea parțială a betonului din zona întinsă s-au confirmat numai pentru seria de grinzi *B* la care procentul de armare μ_p este mai mare iar distribuția armăturii mai uniformă pe suprafața zonei întinse. Se poate trage concluzia că prezența armăturii favorizează plasticizarea betonului întins. Evidențierea aportului adus de plasticizarea zonei întinse este greu de precizat la elementele de beton precomprimat la care starea de eforturi este influențată de tensiunea din armătură.

În cazul în care pierderile de tensiune nu pot fi calculate exact sau eventual măsurate exact, efectul plasticizării este greu de pus în evidență, acesta fiind mic față de efectul tensiunii inițiale din armături. Pentru urmărirea stării de eforturi în elementele din beton precomprimat, momentul de apariție al fisurilor poate fi cu suficientă exactitate calculat cu ajutorul formulei (4).

În ceea ce privește distanța dintre fisuri și mărimea deschiderii fisurilor se poate constata că diferența dintre valorile teoretice calculate conform normativelor P-8/62 și STAS 8000/67 și valorile măsurate experimental este izbitoare. Se poate trage concluzia că teoria indicată din aceste normative pentru calculul distanței dintre fisuri și a mărimii deschiderii fisurilor nu este aplicabilă la elementele din beton precomprimat din această categorie. Este necesar să se stabilească pe bază de prelucrări statistice a rezultatelor experimentale, valori ale coeficientului β_f care să ducă la rezultate teoretice apropiate de rezultatele experimentale. Asemenea lucrări sînt programate a se efectua în viitor în cadrul laboratorului de beton armat I.P.T.

BIBLIOGRAFIE

1. Avram C., Filimon I., Influența dimensiunilor probei și a calității betonului asupra plasticizării parțiale a zonei întinse de beton la elementele încovoiate din beton simplu. Buletinul științific și tehnic al Institutului Politehnic Timișoara Tom 7(22) fasc. 2, 1962.
2. Avram C., Filimon I., Seleș L., Crișan R., Elemente de beton simplu supuse la torsiune — Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții nr. 5—6, 1966.
3. Avram C., Filimon I., Marinov R., Aspecte privind plasticizarea parțială a elementelor încovoiate din beton și microbeton. Studii și cercetări de mecanică aplicată, fasc. 6, Tom 20, 1965.
4. Avram C., Filimon I., Marinov R., Încercări privind plasticizarea parțială a elementelor încovoiate de beton. Studii și cercetări de mecanică aplicată Tom 26, 1967.
5. Filimon I., Quelques aspects concernant le calcul à la fisuration des éléments fléchis en béton precontraint. Revue „C" — Grand Belgique 1964.
6. * * *, Normativ condiționat pentru calculul la stări limită P.S — 62 — Editura Tehnică București.
7. * * *, STAS 8000/67.

О РАСТРЕСКИВАНИИ ИЗОГНУТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОГО БЕТОНА

(РЕЗЮМЕ)

В работе рассматривается появление и раскрытие трещин у изгибаемых предварительно напряженных железобетонных элементов с предварительно натянутой арматурой. Пди трещинообразовании выявляются влияние частичной пластичности растяженного бетона на момент трещинообразования, а что касается величины раскрытия трещины, указывается что нормативные данные приводят к значениям сравнимым с опытными.

ASPECTS CONCERNANT LA FISSURATION DES ÉLÉMENTS FLÉCHIS EN BÉTON PRÉCONTRAINT

(RÉSUMÉ)

Le mémoire présente le problème de la formation et de l'ouverture des fissures dans les éléments fléchis en béton precontraint à armatures de précontrainte prétendues. En ce qui concerne la formation des fissures, on met en évidence l'influence de la plastification partielle du béton tendu sur la valeur du moment fléchissant ; pour la grandeur de l'ouverture des fissures, on montre que les indications des règlements officiels ne donnent pas des valeurs comparables aux valeurs expérimentales.

COSIDERAŢII ASUPRA MĂSURĂRII CONŢINUTULUI DE AER IN APĂ

DE

P. BOERIU, M. BARGLAZAN

Dezvoltarea discuţiilor în legătură cu conţinutul de aer în apă a decurs ca o consecinţă directă a cercetării unui fenomen foarte important: cavitaţia. S-a constatat în urma cercetărilor teoretice şi experimentale că conţinutul total al gazului în apă afectează multe dintre proprietăţile sale fizice ca densitatea, compresibilitatea, tensiunea superficială, conductivitatea electrică, indicele de refracţie şi ceea ce ne interesează în primul rînd, susceptibilitatea la fenomene de cavitaţie, adică presiunea critică. Extinderea acestei probleme asupra canalelor rapide, şi fundamentarea observaţiei că în cazul curgerii mixte aer apă coeficientul de rugozitate nu mai este constant ca în: „Hidraulica clasică" ci tinde către o constantă în măsura concentraţiei de aer, a grăbit rezolvarea problemei de măsurare a conţinutului de aer în apă şi a exprimării cantitative a acestuia.

Lucrarea de faţă propune un aparat de măsurare a conţinutului de gaz, care este o variantă îmbunătăţită a aparatului lui Kanellopoulos şi al celui prezentat la comunicările „Conferinţei de maşini hidraulice" din Timişoara 1964, de prof. I. Anton şi ing. M. Bărglăzan, prin modificarea faţă de ambele aparate a sistemului de pulverizare a apei în vederea separării gazului din apă.

Aparatul este cel prezentat în fig. 1. Este compus din două ramuri de sticlă. Ramura numerotată *A* are rolul de tub barometric. Realizarea ei fără robinet îngreunează amorsarea aparatului faţă de variantele celelalte dar elimină de la început una din sursele de erori ale aparatului: pierderile care apar datorită robinetului din capul ramurei. Ramura a doua *B* este partea principală a aparatului. Ea are două ramuri în capăt, prima servind pentru intrare iar a doua pentru ieşire. Robinetul *1* este un robinet care poate face legătura pe rînd între oricare dintre două ramuri ale teului din cap. Robinetul *2* de asemenea poate face legătura pe rînd între cele trei direcţii care pleacă din buşonul robinetului. Ambele ramuri sînt prinse cu un teu şi comunică cu un rezervor de mercur care poate ocupa poziţii diverse pe verticală. Funcţionarea aparatului este următoarea: proba de

apă care pentru acest aparat este de 10 cm³ este agitată prin pulverizarea repetată în vacuumul care se realizează deasupra camerei de pulverizare utilizînd mercurul din rezervor. După mai multe pulverizări gazul eliberat este constrîns să ocupe un volum determinat, marcat pe aparat a cm³. Presiunea gazului este citită prin intermediul ramurei barometrice. Gazul este scos din aparat şi se citeşte noua indicaţie a ramurei barometrice. Numărul de pulverizări care trebuiesc făcute este acel număr, după care mai multe pulverizări nu arată o creştere distinctă a presiunii parţiale a gazului eliberat. Trebuie menţionat faptul că dacă după acest număr de pulverizări presiunea parţială nu mai creşte, nu înseamnă că proba este complet degazată. Este limita gradului de degazare corespunzătoare presiunii pe care gazele eliberate o exercită în spaţiul de deasupra apei. Se poate calcula această limită prin aplicarea legii lui Henry. Dacă însă supunem proba de apă la al doilea set de pulverizări rezultate arată că, cantitatea de gaze rămase este mult mai mare decît cea calculată după legea lui Henry.

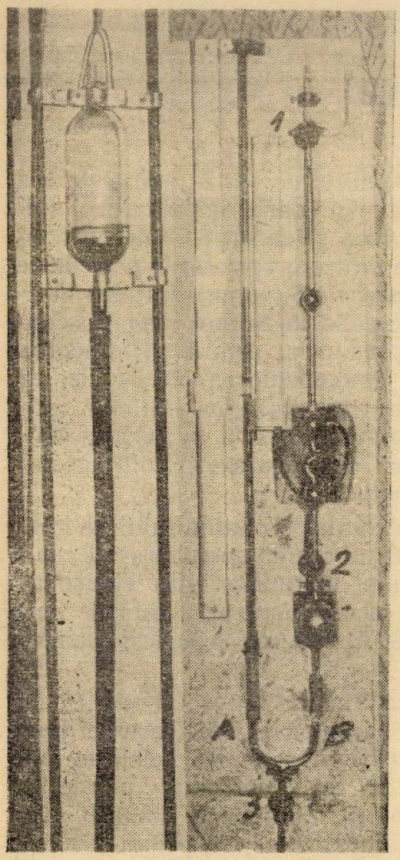


Fig. 1.

Dacă facem următoarele notaţii:

h — înălţimea gradaţiei a de deasupra nivelului zero,

p_a — presiunea în spaţiul gazului barometrului corespunzător lui x,

$x_{A,B}$ — înălţimea coloanei de mercur în cele două ramuri corespunzător aceluiaşi zero,

p_b — presiunea parţială a pierderilor în camera de pulverizare la marginea reducerii la a cm³ volum de gaz,

p_v — presiunea vaporilor,

γ — greutatea specifică a apei,

γ_{Hg} — greutatea specifică a mercurului,

— folosim indicii *1* şi *2* pentru cazurile înainte şi după eliberarea gazului comprimat în volumul a.

Relaţiile care se pot obţine sînt:

$$p+p_{b_1}+p_v+(h-x_{B_1})\frac{\gamma}{\gamma_{Hg}}=p_{a_1}+(x_{A_1}-x_{B_1}) \qquad (1)$$

și

$$p_{b_2}+p_v+(h-x_{B_2})\frac{\gamma}{\gamma_{Hg}}=p_{a_2}+(x_{A_2}-x_{B_2}). \tag{2}$$

Scăzînd cele două relații obținem :

$$p=(p_{a_1}-p_{a_2})+(p_{b_2}-p_{b_1})+x_{A_1}-x_{B_1}-x_{A_2}+x_{B_2}-(h-x_{B_1})\frac{\gamma}{\gamma_{Hg}}+(h-x_{B_2})\frac{\gamma}{\gamma_{\mu g}}$$

$$p=(x_{A_1}-x_{A_2})+(p_{a_1}-p_a+p_{b_2}-p_{b_1})+(x_{B_2}-x_{B_1})\frac{\gamma_{Hg}-\gamma}{\gamma_{Hg}} \tag{3}$$

În această expresie toți termenii sînt exprimați în mm coloană de mercur.

p — valoarea presiunii gazului eliberat și comprimat în a cm^3 volum.

Dacă notăm prin Σz presiunea corespunzătoare cantității de gaz, încă rămasă în soluție după pulverizare, expresia presiunii în mm de mercur este :

$$p^*=p_0+(p_{a_1}-p_{a_2}+(p_{b_2}-p_{b_1})+\frac{x_{B_2}-x_{B_1}}{\gamma_{Hg}}(\gamma_{Hg}-\gamma)+(\Sigma z) \tag{4}$$

unde am notat

$$p_0=x_{A_1}-x_{A_2}$$

Pentru a da indicații asupra preciziei aparatului trebuie analizat fiecare termen a formulei 4.

a) $(p_{a_1}-p_{a_2})$.

Dacă în tubul A sînt pierderi mici atunci aerul antrenat ascultă de legea gazelor perfecte.

$$p_0[(x_0-x)\mu_0]=CT=C_1=\text{const}$$

x_0 — valoarea arbitrară maximă a lui x,
U_0 — suprafața secțiunii transversale a tubului manometric,
C — este proporțională cu cantitatea aerului antrenat,
T — temperatura absolută a experienței,
CT — $=\text{const}=C_1$.

Deoarece x_1 este totdeauna mai ridicat decît x_2 rezultă :

$$p_{a_1}>p_{a_2}$$

$$p_{a_1}=\frac{C_1}{k-\mu_0 x_{A_1}}; \quad p_{a_2}=\frac{C_1}{k-\mu_0 x_{A_2}}; \quad k=x_0\mu_0$$

$$p_{a_1}-p_{a_2}=C_1\mu_0\frac{x_{A_1}-x_{A_2}}{(k-\mu_0 x_{A_1})(k-\mu_0 x_{A_2})}$$

$$\frac{p_{a_1}-p_{a_2}}{x_{A_1}-x_{A_2}}=\frac{p_{a_1}-p_{a_2}}{p_0}=\frac{C_1\mu_0}{(k-\mu_0 x_{A_1})(k-\mu_0 x_{A_2})} \tag{5}$$

Din cauza că x_{A_2} este aproape constant rezultă că $\frac{p_{a_1}-p_{a_2}}{p_0}$ creşte cînd x_{A_1} creşte. Rezultă deci că eroarea obţinută prin neglijarea termenului $(p_{a_1}-p_{a_2})$ creşte pentru conţinuturi mai mari de aer.

b) $(p_{b_2}-p_{b_1})$.

Acest termen nu se poate calcula. Revenind asupra semnificaţiei notaţiilor p_{b_2} şi p_{b_1} şi anume că p_{b_1} este presiunea pierderilor şi p_{b_2} este aceeaşi plus o cantitate foarte mică de gaze care ies din probă în timpul citirii a celei de a doua indicaţii, observăm că diferenţa scrisă mai sus este totdeauna pozitivă.

c) $\frac{x_{B_2}-x_{B_1}}{\gamma_{Hg}}(\gamma_{Hg}-\gamma)$

Cînd eliminăm cantitatea de gaz eliberat din aparat, cu scopul asigurării unei complete eliberări a gazului din aparat, se admite o mică pierdere de apă care nu se poate calcula. Rezultă deci că $x_{B_2} > x_{B_1}$ şi mai departe că termenul c este totdeauna pozitiv.

$$\left.\begin{array}{l}\gamma_{Hg}=13{,}6\ \text{g/cm}^3\\ \gamma=1\ \text{g/cm}^3\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x_{B_2}-x_{B_1}}{\gamma_{Hg}}(\gamma_{Hg}-\gamma)\cong 0{,}927\,(x_{B_2}-x_{B_1}). \qquad (6)$$

Se observă că eroarea introdusă prin neglijarea termenului C creşte pentru probele cu conţinutul slab de gaz.

d) Σz.

Acest termen include cantitatea de gaze cu care proba de apă este saturată în condiţiile de la sfîrşitul primului set de pulverizări şi cantitatea de gaze redizolvate în timpul comprimării gazelor eliberate, pentru citirea primei indicaţii la manometru.

Pentru evaluarea acestui termen se consideră apa saturată cu aer în condiţiile atmosferice şi la temperatura de 20 °C.

Componenţa aerului atmosferic:

O_2 — 20,9512% din volumul aerului
N_2 — 79,0073% din volumul aerului
CO_2 — 0,0415% din volumul aerului.

Coeficientul de absorbţie pentru condiţiile scrise mai sus

$$K=\frac{17{\cdot}032{\cdot}400\,\rho}{M\alpha}+p_A$$

unde:

ρ — densitatea aerului;
M — greutatea moleculară a lichidului;
p_A — parţială a gazului în mmcol. mercur;
α — coeficientul de adsorbţie a lui Bunsen.

Pentru apă $\rho=1\ \text{g/cm}^3$
$M=18$.

Substituind aceste valori obținem pentru α următoarele valori

O_2 — 0,0310
N_2 — 0,0160
CO_2 — 0,8820.

Proporțiile amestecului de gaz în apă saturată cu aer atmosferic la 20 °C pot fi date prin aplicarea legii lui Dalton-Henry. Rezultă:

$$\mu_{O_2} = 33{,}28\% \qquad \mu_1 = \frac{\alpha_1 p_1}{\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3}$$

$$\mu_{N_2} = 64{,}85\% \qquad \mu_2 = \frac{\alpha_2 p_2}{\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3}$$

$$\mu_{CO_2} = 1{,}87\% \qquad \mu_3 = \frac{\alpha_3 p_3}{\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3}$$

Dacă cantitatea totală de aer care este dizolvată în 10 cm³ proba de apă a fost eliberată și comprimată în 1 cm³ volum presiunea lui ar fi în jur de 170 mm Hg. Presiunile parțiale ale gazelor componente ar fi

$$170 \cdot \frac{33{,}28}{100} = 56{,}576 \text{ mm Hg}$$

$$170 \cdot \frac{64{,}85}{100} = 110{,}245 \text{ mm Hg}$$

$$170 \cdot \frac{1{,}87}{100} = 3{,}179 \text{ mm Hg.}$$

Se poate spune că, cantitatea de gaze care rămîne în proba de apă după primul set de pulverizări, este saturată cu diferitele gaze sub presiune parțială, în momentul cînd setul de pulverizări este complet. Volumul spațiului de gaz în acel moment este în jur de 21 cm³. Acest volum se determină în felul următor: se introduce proba în camera de sub camera de pulverizare și se pornește pulverizarea. În momentul cînd mercurul apare la capătul celor două brațe de pulverizare, însemnăm nivelul suprafeței libere a apei. Volumul care se găsește în acest moment deasupra nivelului liber al apei este ocupat de către aerul degajat.

Acum, cantitatea de gaze rămase în probă după primul set de pulverizări se poate calcula astfel:

BIOXIDUL DE CARBON CO_2

În condițiile date presiunea CO_2 comprimat în $a = 1$ cm³ volum inițial dizolvat în proba de apă este 3,179 mm Hg. Pentru 21 cm³ volum presiunea CO_2 va fi $\frac{3{,}179}{21}$.

În timpul procesului de pulverizare o parte a acestei cantități se eliberează. Dacă z'_{CO_2} este cantitatea de CO_2 care rămîne în soluție, exprimînd în mm Hg pentru 21 cm³ volum, presiunea a CO_2 eliberat va fi

$$p'_{CO_2} = \frac{3,179}{21} - z'_{CO} .$$

Cunoaștem că sub $760 \times \frac{0,0415}{100} = 0,32$ presiune parțială a CO_2, proba de apă a dizolvat o cantitate de CO_2 care în 21 cm³ volum dă $\frac{3,179}{21}$ mm Hg. Prin aplicarea legii lui Henry

$$z'_{CO_2} = \frac{3,179}{21}\left(\frac{\frac{3,179}{21} - z'_{CO_2}}{0,32}\right).$$

Redus la 1 cm³ volum $\Rightarrow z'_{CO_2} = 0,0485$ mm Hg și presiunea parțială a CO_2 eliberat pentru 1 cm³ volum va fi de

$$z_{CO_2} = 21\, z'_{CO_2} = 1,02 \text{ mm Hg}$$

$$p_{CO_2} = 3,179 - 1,02 = 2,159 \text{ mm Hg.}$$

OXIGEN

Folosind un procedeu similar, cantitatea de O_2 care rămîne în soluție exprimînd în mm Hg pentru 1 cm³ volum vom obține :

$$z_{O_2} = 0,98 \text{ mm Hg}$$

și presiunea parțială a O_2 eliberat pentru 1 cm³ volum va fi

$$z'_{O_2} = \frac{56,576}{21}\left(\frac{\frac{56,576}{21} - z'_{O_2}}{159}\right) = 0,0466 \text{ mm Hg}$$

$$z_{O_2} = 21 \times 0,0466 = 0,97 \text{ mm Hg}$$

$$p_{O_2} = 56,576 - 0,98 = 55,596 \text{ mm Hg.}$$

AZOT

Similar

$$z'_{N_2} = \frac{110,245}{21}\left(\frac{\frac{110,245}{21} - \bar{z}'_{N_2}}{600}\right) = 0,046 \text{ mm Hg}$$

$$z_{N_2} = 21 \times 0,046 = 0,966 \text{ mm Hg}$$

$$p_{N_2} = 110,245 - 0,966 = 109,279 \text{ mm Hg.}$$

Dacă cantitatea totală de gaze care în acord cu legea lui Henry, rămîne în soluție exprimată în mm Hg în 1 cm³ volum, va fi

$$z_g = z_{CO_2} + z_{O_2} + z_{N_2} = 1{,}02 + 0{,}98 + 0{,}066 = 2{,}966 \text{ mm Hg}$$

și cantitatea totală de gaze eliberate este

$$p_g = p_{CO_2} + p_{N_2} + p_{O_2} = 2{,}159 + 55{,}596 + 102{,}279 = 167{,}034 \text{ mm Hg}$$

exprimat în procente din p_g este

$$z_g = 1{,}17\%\, p_g .$$

Din considerentele teoretice de mai sus cantitatea de gaze care rămîn în soluție după primul set de pulverizări, este de 1,17% din cantitatea totală de gaze eliberate.

Din determinările practice făcute se observă ca gazul rămas în soluție este într-o proporție mult mai mare și anume în proporție de aproximativ 14%. În acest procent cel mai mare aport îl aduce al doilea set de pulverizări. Al treilea set de pulverizări față de al doilea reprezintă în medie 2,65%. Iar al doilea set de pulverizări față de primul reprezintă în medie 10,6%.

În considerarea acestui termen trebuie făcută în prealabil o analiză a preciziei de care avem nevoie și a timpului de lucru afectat, raportat bineînțeles la numărul de măsurători.

Al doilea set de pulverizări.

Folosind aceleași notații cu deosebirea că se notează cu 3 și 4, citirile vom avea :

$$\Delta p_2' = (x_{A_3} - x_{A_4}) + \frac{x_{B_4} - x_{B_3}}{\gamma_{Hg}} (\gamma_{Hg} - \gamma)$$

$\Delta p_2'$ — presiunea parțială a gazelor eliberate.

S-a neglijat termenul $(p_{a_4} - p_{a_3})$ ca fiind foarte mic. Gazele exprimate prin $\Delta p_2'$ sînt eliberate de un volum de apă mai mic decît 10 cm³. Valoarea corectă pentru 10 cm³ este

$$\Delta p_2 = \Delta p_2' \frac{10}{V_2} .$$

Al treilea set de pulverizări.

Cu aceleași observații ca mai sus, obținem

$$\Delta p_3' = \frac{(x_{A_5} - x_{A_6})}{1} + \frac{x_{B_6} - x_{B_5}}{\gamma_{Hg}} (\gamma_{Hg} - \gamma)$$

$$\Delta p_3 = \Delta p_3' \cdot \frac{10}{V_3} .$$

În urma acestor analize valoarea corectă a presiunii gazelor eliberate este

$$p^{\star}=p_0+(p_{a_1}-p_{a_2})+0{,}927\,(x_{B_2}-x_{B_1})+(\Delta p_2+\Delta p_3)$$

Cunoscînd temperatura experienței și volumul a, (în analize am considerat $a=1$ cm^3) în care am comprimat gazele, aplicînd legea gazelor perfecte putem scrie

$$\frac{p^{\star}a}{273+t}=\frac{260\cdot V^{\star}}{273} \qquad V^{\star}=\frac{273\cdot p^{\star}a}{(273+t)\,760}\ \frac{\text{cm}^3\text{ gaz}}{10\text{ cm}^3\text{ apă}}$$

Deci $a=1$ cm^3

$$\Rightarrow V^{\star}=p^{\star}\frac{35{,}92}{273+t^{\star}}\ \frac{\text{cm}^3\text{ gaz}}{\text{litru de apă}}$$

Analiza erorilor.

Vom avea trei categorii de erori :

I. Erori care se datoresc neglijării unor termeni în scopul folosirii unei formule simplificate sau neglijarea unor termeni ce nu se pot calcula. Pentru simplificarea calculelor se propune formula :

$$p=p_0+0{,}927\,(x_{B_2}-x_{B_1}).$$

Am neglijat din formula inițială următorii termeni :

a) $p_{b_2}-p_{b_1}$ care nu se poate calcula, dar care are valori foarte mici și prin măsurile constructive se caută micșorarea acestui termen.

b) $p_{a_1}-p_{a_2}$ prin analiza făcută anterior am arătat că acești termeni la conținuturi mici de aer în apă se poate neglija. Pentru aparatul deschis s-a încercat trasarea curbei $p_a=f(x)$ dar variațiile lui p_a sînt mai mici decît eroarea de citire la aparat.

c) $\Delta p_2+\Delta p_3$ neglijarea acestui termen ne dă o eroare care depinde de numărul de treceri prin camera de pulverizare. La o trecere de 6—7 ori prin camera de pulverizare eroarea este aproximativ 14%, însă la un număr de 10 treceri eroarea ajunge în jur de 4,5%. Curba $\Delta p=f(u)$ ne arată de asemenea o aplatizare evidentă după 10 treceri prin camera de pulverizare.

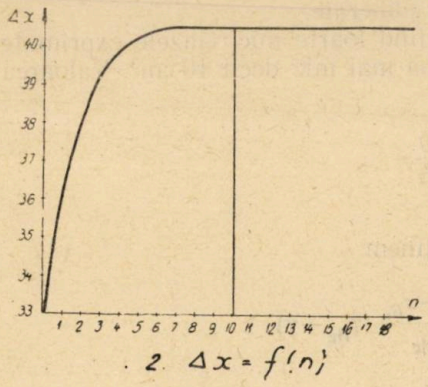


Fig. 2.

II. Erori sistematice datorită etalonării aparatului și citirii indicațiilor de la aparat.

O eroare sistematică poate apărea la determinarea și notarea volumelor de 1 cm^3, 2 cm^3, 10 cm^3 care se folosesc în determinări. Pentru micșorarea acestei erori s-au făcut mai multe etalonări și s-a luat media aritmetică.

Alte erori apar din neexactitatea gradării scărilor care însoțesc cele două coloane ale aparatului și datorită citirii indicațiilor la el. Precizia citirilor este în jur de ±0,5 mm.

III. A treia categorie cuprinde erorile produse prin

— murdărirea aparatului cu vapori de mercur,

— redizolvarea în probă a gazelor comprimate, în volumul de deasupra apei în timpul citirii indicației de la manometru.

CONCLUZII

Folosirea formulei

$$p = 1{,}06\, p_0 + 0{,}927\,(x_{B_2} - x_{B_1})$$

este în cele mai dese cazuri acoperitoare pentru precizia de care avem nevoie.

Aparatul se folosește la conținuturi de gaz nu prea mari și poate măsura în deosebi conținuturi de aer curente din conducte și conținutul curenților aerați în canale deschise, dar care nu au un conținut bogat de aer deci o viteză de sub 7—8 m/s (Niciporovici). Timpul de coborîre al probei de apă sub camera de pulverizare este de 18″ iar cel al unei pulverizări de 10″. Timpul total afectat unei măsurători este de 1′45″ (fără a se considera timpul necesar introducerii probei în aparat), mai mic decît alte aparate de construcție similară. Acest timp s-a calculat în ipoteza efectuării unui singur set de pulverizări.

Dacă vrem să reducem timpul de măsurare afectat unei probe se poate folosi formula

$$p = 1{,}14p + 0{,}927\,(x_{B_2} - x_{B_1})$$

unde coeficientul 1,14 ține cont de cantitatea de gaze rămase în probă după primul set de pulverizări și care este determinat în baza mediei măsurătorilor făcute. Utilizarea acestei formule se poate face după un număr de 7—8 pulverizări.

Defectul mare al aparatului constă în manevrele multiple care trebuiesc făcute, rezultatele fiind afectate de viteza de lucru a experimentatorului și în faptul că nu poate înregistra continuu variația conținutului de gaz.

BIBLIOGRAFIE

1. Pierre Corrnault, Contribution a l'etude de l'influence des teneurs en gaz de l'eau sur la cavitation dans les turbomachines hydrauliques. Dec. 1962.
2. Kanellopoulos E. V., New Method for measuring the gas content of Water. M.E.R.L. Fl. Rep. 69, april, 1958.
3. Kanellopoulos E. V., Methods of Sampling Water for Measuring the Gas Content M.E.R.L. Fl. 78 March, 1959.
4. Eisenberg, A Critical rewiew of recent progress in cavitation reserch. Cavitation in Hydrodinamics — London, 1956.
5. Leon Levin, Quelques reflexions sur la mécanique de l'ecoulement des melanges d'eau et d'air. La Houille Blanche. R. 50 vol. 22, pag. 555.
6. Anton I., Barglazan M., Aparat pentru măsurarea continutului de gaz în apă. Comunicările Conferinței de Mașini Hidraulice vol. I., sept. 1964, Timișoara.

ОБ ИЗМЕРЕНИИ СОДЕРЖАНИЯ ВОЗДУХА В ВОДЕ

(РЕЗЮМЕ)

В работе рассматривается улучшенный вариант прибора для измерения содержания газа в воде. Подробно изучается принцип работы, анализируются ошибки появляющиеся при использовании прибора и даются указания относительно области его применения.

CONSIDERATIONS SUR LE MESUREMENT DE TENEUR DE L'AIR DANS L'EAU

(RÉSUMÉ)

On présente une methode améliorée d-un appareil de mesure du contenu de l'air dans l'eau et aussi une description générale de la construction de cet appareil.

Egalement on présenté le principe, et l'étude d'erreurs qui interviennent pendent les mesurements.

INFLUENȚA FORȚELOR TĂIETOARE ASUPRA STĂRII DE SOLICITARE A ELEMENTELOR DE BETON ARMAT INCOVOIATE

DE

C. BOB

Acțiunea simultană a eforturilor unitare normale și tangențiale crează în elementele de beton armat o stare de solicitare complexă. Valorile caracteristice ale eforturilor și deformațiilor în stadiul limită al elementelor de beton armat sînt influențate de o serie de parametri astfel încît determinarea lor reală este foarte dificilă.

Este cunoscut faptul că în cazul cînd eforturile unitare tangențiale devin signifiante, ruperea se produce în secțiuni înclinate datorită efortului unitar principal de întindere σ_1. Acest mod de rupere, funcție de multiplii parametrii care intervin, a fost și continuă să fie pe larg studiat atît teoretic cît și experimental de cercetători din foarte multe țări. Pe baza a numeroase studii experimentale R. Walther a stabilit relații de calcul în cazul ruperii în secțiuni înclinate datorită acțiunii simultane a eforturilor normale și tangențiale, care pot fi considerate satisfăcătoare la calculul capacității portante a elementelor de beton armat [1], [2]. Relații de calcul privind influența forțelor tăietoare asupra valorii limită a momentului încovoietor au fost stabilite și în lucrarea [3].

În această lucrare se propune ca pe baza studiilor și cercetărilor experimentale să se determine valorile caracteristice ale stării de solicitare în cazul în care ruperea datorită acțiunii simultane a eforturilor unitare normale și tangențiale se produce în secțiuni perpendiculare pe axa elementului. Ruperea prin fisuri normale caracteristică acțiunii eforturilor unitare normale, poate avea loc și în cazul în care există eforturi unitare tangențiale care nu depășesc anumite valori sau dacă depășesc aceste limite există armătură transversală pentru a le prelua. Existența eforturilor unitare tangențiale are o influență, care nu poate fi neglijată, asupra unor caracteristici ale stării de solicitare ca : poziția axei neutre, valoarea eforturilor unitare și deformațiilor specifice ale betonului din zona comprimată.

La calculul în domeniul plastic al structurilor din beton armat, valoarea admisibilă a rotirilor articulațiilor plastice este influiențată sensibil de existența eforturilor unitare tangențiale în zona comprimată. Aceste

eforturi datorate forțelor tăietoare reduc capacitatea de rotire a articulațiilor plastice din beton armat ceea ce atestă imperios luarea lor în considerare, lucru care nu a fost făcut pînă în prezent.

Pentru a rezolva influența eforturilor unitare tangențiale asupra stării de solicitare se consideră următoarele ipoteze: *ruperea are loc prin strivirea betonului comprimat la extremitatea unei fisuri normale; ecuațiile de echilibru se scriu considerînd că armătura întinsă a atins curgerea și nu participă la preluarea eforturilor din tăiere; eforturile unitare din zona*

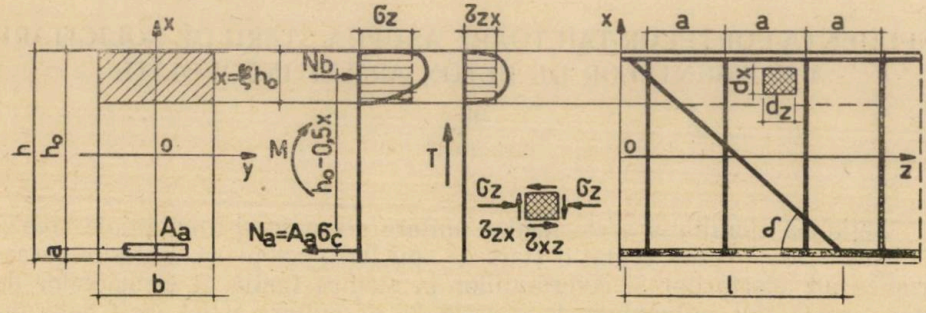


Fig. 1.

comprimată sînt considerate pentru simplificare uniforme; solicitarea din tăiere este preluată de betonul zonei comprimate și de armătura transversală dacă există; se studiază numai cazul „efectului de grindă" fără a lua în considerare influența eforturilor normale cuprinse în planul încărcării și care constituie „efectul de șaibă" [1], [2], [4].

Considerînd un element diferențial din zona comprimată (fig. 1) se constată că el este supus la o stare de eforturi plană. În concordanță cu ipotezele făcute valorile eforturilor unitare vor fi:

$$\sigma_z = -\frac{M}{bx(h_0-0{,}5x)} = -\frac{M}{\alpha b h_0 x} \cong -\frac{M}{0{,}9bh_0x} \tag{1}$$

$$\tau_{zx}=\tau_{xz}=-\frac{T}{bx}(1-\eta). \tag{2}$$

Eforturile unitare σ_z și $\tau_{zx}=\tau_{xz}$ sînt scrise pentru un stadiu intermediar cînd momentul încovoietor este mai mare decît cel de plastificare și mai mic decît cel maxim. În cazul limită cînd momentul încovoietor atinge valoarea maximă, efortul unitar normal uniform repartizat pe înălțimea secțiunii transversale se notează *Ri* pentru cazul încovoierii pure și σ_T pentru cazul cînd există și eforturi unitare tangențiale datorate forței tăietoare. De altfel aproximativa din relația (1) $\alpha=0{,}9$ este mai aproape de realitate pentru acest stadiu.

În expresia (2) η reprezintă participarea armăturii transversale, din secțiunea cu fisură studiată, la preluarea eforturilor unitare tangențiale.

În cazul cînd o zonă a elementului este armată cu etrieri și cu bare ridicate (fig. 1) valoarea lui η se poate scrie:

$$\eta = \frac{1}{T}\left(A_{etr}\sigma_c \frac{d_{etr}}{a} + A_l \sigma_c \sin\delta\right) \tag{3}$$

unde:

A_{ert}, A_l este aria secțiunii transversale a tuturor ramurilor etrierilor respectiv a tuturor barelor ridicate dintr-o secțiune transversală,

d_{etr} — diametrul etrierilor (în cazul în care sînt mai mulți etrieri este diametrul mediu).

Cel de al doilea termen din paranteza relației (3) este valabil numai pe lungimea orizontală a barelor înclinate, adică:

$$l = (h_0 - a')\ \text{ctg}\ \delta.$$

Pentru studiul influienței forței tăietoare asupra stării de solicitare din zona comprimată a elementului de beton armat se va aplica unul dintre criteriile de rupere stabilite în teoria betonului armat. Se apelează la criteriul dedus pe baza generalizării teoriei lui Mohr de către Filonenko — Borodici și de către F. Stassi D'Alia care ajunge la aceeași expresie [5], [6].

Exprimat în primii doi invarianți ai stării de eforturi triaxiale, acest criteriu se poate scrie:

$$I_1^2 - 3I_2 + (R_{pr} - R_t) I_1 = R_{pr} R_t . \tag{4}$$

Dacă invarianții stării de eforturi se înlocuiesc cu eforturile unitare principale (σ_1, σ_2, σ_3) rezultă:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) + (R_{pr} - R_t)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = R_{pr} R_t \tag{5}$$

unde:

R_{pr} este rezistența prismatică a betonului,

R_t — rezistența la întindere a betonului.

Pentru cazul stării de eforturi plane, dacă se înlocuiesc conform relațiilor cunoscute eforturile unitare principale (σ_1, σ_2) cu eforturile unitare din secțiunea transversală la un stadiu curent de solicitare (σ_z, τ_{zx}) și dacă se ține seama de semnele lor se va obține:

$$\sigma_z^2 + 3\tau_{zx}^2 - (R_{pr} - R_t)\sigma_z = R_t R_{pr} \tag{6}$$

făcîndu-se împărțirea cu σ_z^2 rezultă:

$$\frac{R_{pr} - R_t}{\sigma_z} + \frac{R_t R_{pr}}{\sigma_z^2} = 1 + 3\left(\frac{\tau_{zx}}{\sigma_z}\right)^2 \tag{7}$$

ţinînd seama de (1) şi (2) relaţia (7) devine :

$$\frac{R_{pr}}{\sigma_z}\left(1-\frac{R_t}{R_{pr}}+\frac{R_t}{\sigma_z}\right)=1+3\alpha^2\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2=1+2{,}43\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2. \qquad (8)$$

Dacă se notează :

$$\psi=\frac{\sigma_z}{R_{pr}} \qquad (9)$$

din relaţia (8) se obţine :

$$\psi=\frac{\sigma_z}{R_{pr}}=\frac{1+\left(\frac{R_t}{\sigma_z}-\frac{R_t}{R_{pr}}\right)}{1+2{,}43\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}=\frac{1+\frac{R_t}{R_{pr}}\left(\frac{1}{\psi}-1\right)}{1+2{,}43\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}. \qquad (10)$$

Termenul al doilea de la numărător poate fi neglijat întrucît pentru cazul cel mai defavorabil influenţa lui nu depăşeşte 2%. Va rezulta deci :

$$\psi=\frac{1}{1+2{,}43\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}. \qquad (11)$$

Se observă din relaţiile (10) şi (11) că efortul unitar normal σ_z în cazul unei stări de solicitări plane va scădea faţă de efortul corespunzător unei solicitări axiale R_{pr}.

Dacă se are în vedere faptul că în cazul zonei comprimate din încovoiere efortul uniform repartizat corespunzător stadiului limită al încovoierii pure este Ri, atunci în cazul acţiunii simultane a momentului încovoietor şi a forţei tăietoare efortul uniform repartizat σ_T corespunzător stadiului limită va fi mai mic în acelaşi raport ψ.

$$\sigma_T=\psi Ri. \qquad (12)$$

În (fig. 2) s-a reprezentat variaţia lui ψ în funcţie de raportul $\frac{Th_0}{M}$ pentru diferitele valori ale lui η. Limita superioară a lui $\frac{Th_0}{M}$ s-a considerat 0,4 conform experienţelor citate în [1], [2], [4], la valori mai mari ale acestui efort, intervenind „efectul de şaibă". Este de observat că în lucrările citate se considera această valoare minimă pentru valoarea $\frac{M}{Th}=2{,}5$. Diferenţa între h şi h_0 nu este însă mare.

Valoarea deformaţiei specifice a fibrei celei mai comprimate se va modifica şi ea în cazul existenţei eforturilor unitare tangenţiale provenite

din acțiunea forței tăietoare. Această modificare este funcție de valoarea coeficientului ψ, iar determinarea ei poate fi făcută numai în cazul cunoașterii diagramelor σ—ε pentru acest mod de solicitare și pentru diferite valori ale lui ψ.

Cum nu există asemenea determinări se va încadra acest caz al solicitării cu eforturi normale și tangențiale între două cazuri de solicitare apropiate și pentru care există încercări experimentale.

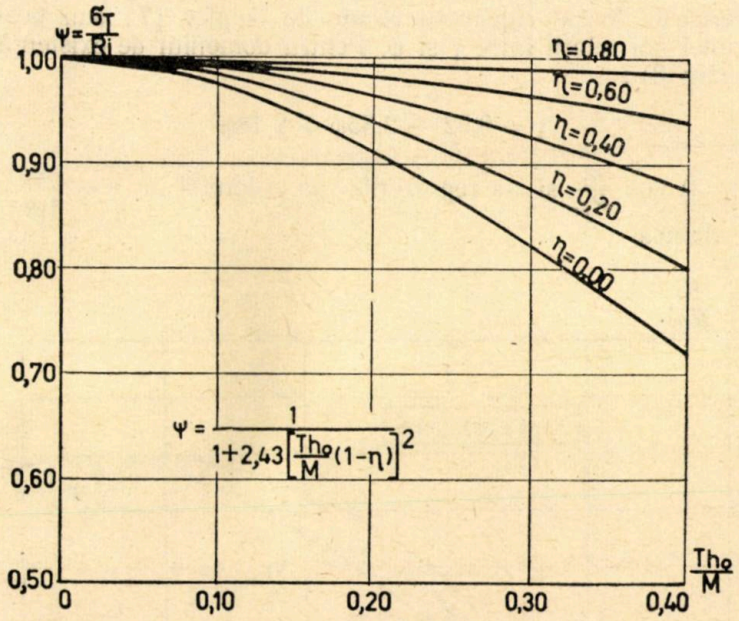


Fig. 2.

Se consideră în primul rînd cazul solicitării la compresiune monoaxială pentru care există cele mai multe determinări experimentale. La această solicitare expresia diagramei σ—ε se presupune parabolică de forma :

$$\sigma = \frac{2R_{pr}}{\varepsilon_R}\varepsilon - \frac{R_{pr}}{\varepsilon_R^2}\varepsilon^2 \tag{13}$$

ε_R— deformația specifică corespunzătoare lui R_{pr}.

Dacă valoarea efortului unitar va fi ψR_{pr} atunci deformația specifică va deveni $\gamma\varepsilon_R$. Din relația (13) se obține simplu :

$$\gamma = 1 - \sqrt{1-\psi} \tag{14}$$

Înlocuind pe ψ cu (11) se va obține :

$$\gamma = 1 - \frac{1{,}56\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}{1+2{,}43\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2} \tag{15}$$

În al doilea rînd se presupune cazul solicitării la compresiune și întindere. Încercările foarte riguroase făcute de Kupfer [7] dau posibilitatea stabilirii unei noi relații între γ și ψ. Pentru domeniul de existență a lui ψ s-a găsit (fig. 3) :

$$\gamma = 0{,}92 - 2{,}35\psi + 2{,}43\psi^2 \tag{16}$$

În (fig. 3) $\psi = \frac{\sigma_1}{R_{pr}}$ și s-a reprezentat pe ordonată iar $\gamma = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1R}}$ și poate fi citit în abscisă.

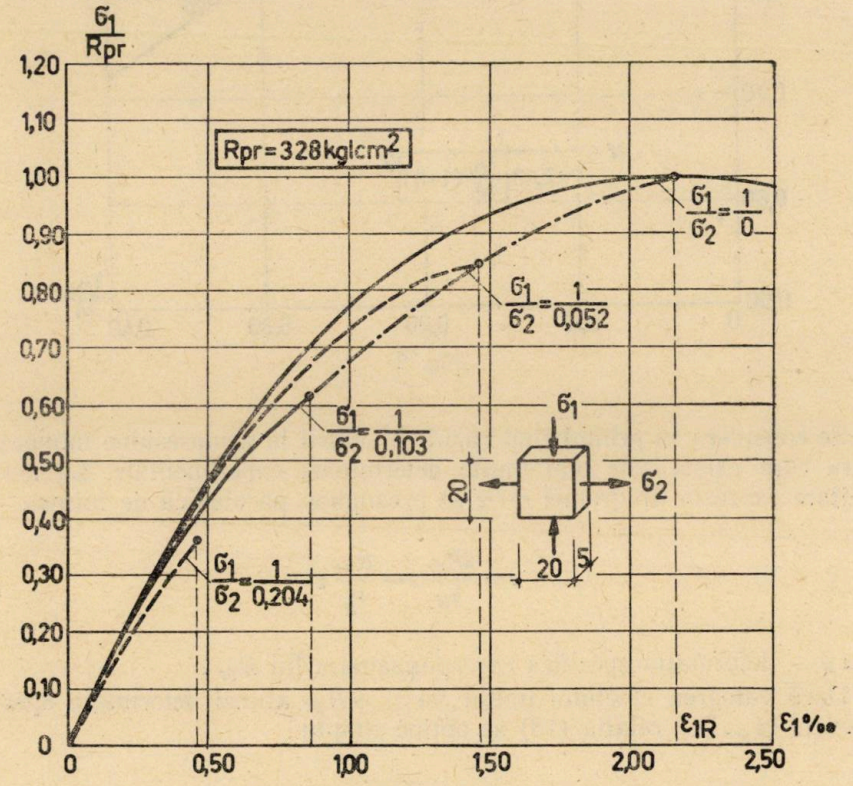


Fig. 3.

Ținînd seama de (11) relația (16) devine :

$$\gamma = \frac{1 - 1{,}24\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2 + 5{,}44\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^4}{1 + 4{,}86\left[\frac{Th_0}{M}\,1-\eta)\right]^2 + 5{,}90\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^4}. \tag{17}$$

Pentru cazul cel mai defavorabil termenii la puterea a patra dau valori cu 4% mai mari pentru γ. Dacă se neglijează acești termeni valorile lui γ se apropie de cele calculate cu (14) și (15).

$$\gamma = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon} = \frac{1 - 1{,}24\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}{1 + 4{,}86\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}. \tag{18}$$

Pentru valoarea lui γ se va păstra expresia (18) în care ε este scurtarea specifică corespunzătoare încovoierii pure iar ε_T în cazul cînd există și forță tăietoare.

Determinarea poziției axei neutre și a momentului încovoietor în cazul cînd există și eforturi unitare tangențiale se face simplu din ecuația de proiecții și cea de momente înlocuind valorile lui Ri cu $\sigma_T = \psi Ri$. Va rezulta :

$$bx_T\sigma_T = \sigma_c Aa; \quad x_T = \frac{\sigma_c Aa}{b\sigma_T}; \tag{19 a, b}$$

$$\xi_T = \frac{X_T}{h_0} = \frac{\sigma_c Aa}{bh_0\psi Ri} = \mu\frac{\sigma_c}{\psi Ri} = \xi\frac{1}{\psi}; \tag{20}$$

$$\frac{\xi_T}{\xi} = 1 + 2{,}43\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2 \tag{21}$$

Pentru momentul încovoietor se va obține :

$$M_T = bh_0^2\sigma_T\xi_T(1 - 0{,}5\xi_T) = bh_0^2 Ri\xi\left(1 - 0{,}5\frac{\xi}{\psi}\right); \tag{22}$$

$$m_T = \frac{M_T}{bh_0^2 Ri} = \xi\left(1 - 0{,}5\frac{\xi}{\psi}\right); \tag{23}$$

$$\frac{m_T}{m} = \frac{1 - 0{,}5\xi\left\{1 + 2{,}43\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2\right\}}{1 - 0{,}5\xi}. \tag{24}$$

Rotirea specifică în cazul unui element supus la încovoiere se poate calcula prin referire la deformațiile zonei comprimate:

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\xi h_0}. \tag{25}$$

În cazul cînd acționează și forța tăietoare se poate scrie:

$$\omega_T = \frac{\varepsilon_T}{\xi_T h_0} = \frac{M}{\xi h_0} \cdot \frac{1 - 1{,}24\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}{1 + 7{,}29\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2 + 11{,}8\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^4}. \tag{26}$$

Sau dacă se consideră rotirea specifică la încovoiere pură ω_M se obține:

$$\frac{\omega_T}{\omega_M} = \frac{1 - 1{,}24\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2}{1 + 7{,}29\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^2 + 11{,}8\left[\frac{Th_0}{M}(1-\eta)\right]^4}. \tag{27}$$

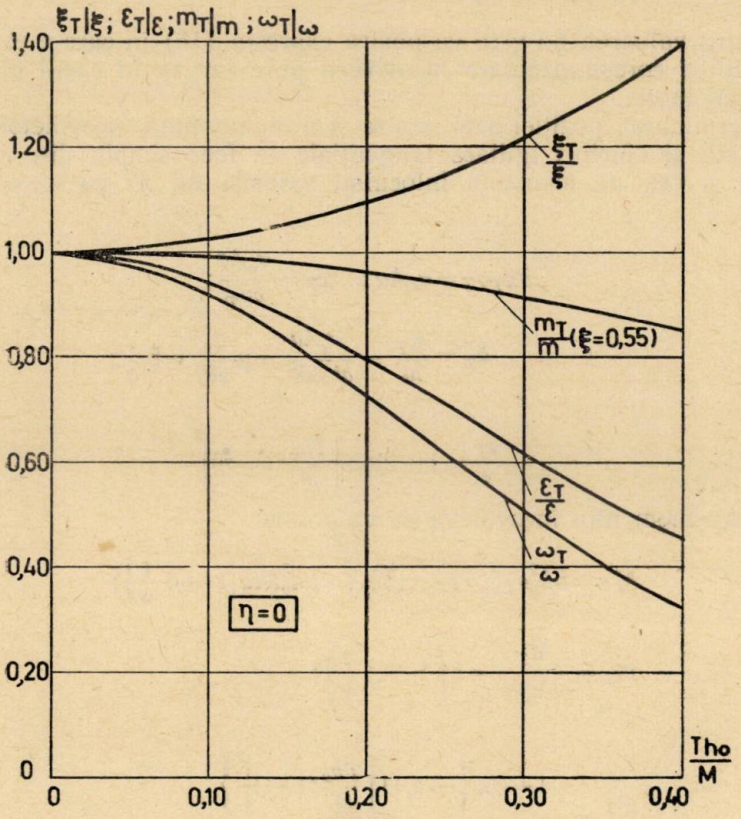


Fig. 4.

În fig. 4 s-au reprezentat valorile relative ale scurtării specifice, poziției axei neutre, momentului încovoietor și rotirii specifice (relațiile (18), (21), (24) și (27)) în funcție de valoarea raportului $\frac{Th_0}{M}$ pentru cazul $\eta=0$. Se poate constata că în ceea ce privește momentul încovoietor influența forței tăietoare nu este mare chiar în cazul limită al armării ($\xi = 0{,}55$). De altfel în această situație, cînd armătura curge odată cu zdrobirea betonului comprimat, ipoteza făcută privind neparticiparea armăturii întinse la preluarea eforturilor tangențiale nu mai este valabilă pentru stadiile dinaintea momentului limită. În cazul cînd procentele de armare sînt mai mici decît cele limită ($\xi < 0{,}55$) influența forțelor tăietoare este și mai mică.

În ceea ce privește poziția axei neutre se observă că zona comprimată crește pe măsură ce influiența forței tăietoare devine mai pregnantă.

Influiența forței tăietoare asupra deformațiilor zonei comprimate și în consecință asupra capacității de rotire a articulațiilor plastice din beton armat este foarte mare (fig. 4). Această influiență care duce la scăderea capacității de rotire a elementelor nu poate fi neglijată și în viitor va trebui să se țină seama de acțiunea ei în calculul plastic al structurilor.

BIBLIOGRAFIE

1. Walther R., Le calcul de la résistance à l'effort tranchant des poutres en béton armé ou en béton precontraint. C.E.B. Bulletin D'Information Nr. 12.
Leonhardt F., und Walther R., Schubversuche an einfeldigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, Berlin 1962.
3. Giangreco E., Influence de l'effort tranchant dans le calcul à la rupture. Amici et Alumni. Hommage a Ferdinand Campus, 1964.
4. Kani G. N. J., Basic facts concerning shear failure. Journal of the American Concrete Institute. June 1966.
5. Berg O. I., Fiziceschie osnovî teorii procinosti betona i jelezobetona. Moskva, Gosstroizdat, 1961.
6. Stassi D'Alia F., Interdépendance des caractéristiques des résistance des matériaux. Bulletin RILEM Nr. 21 Décembre 1963.
7. Kupfer H., Das Verhalten des Betons unter 2-achsiger Beanspruchung. Kolloquium Beton, vom 17 bis 19 Iuni 1968 in Dresden.

ВЛИЯНИЕ РАЗРЕЗАЮЩИХ УСИЛИЙ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИЗОГНУТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

(РЕЗЮМЕ)

В работе устанавливается влияние единичных касательных усилий возникающих в связи с разрезающим усилием на некоторые характеристики состояния нагрузки, как: положение нейтральной оси, значение единичных нормальных усилий, специфические деформации бетона сжа-

той зоны, в случае разрыва по трещинам нормально расположенным к оси элемента.

По установленным соотношениям видно что наличие разрезающего усилия приводит к уменьшению деформаций сжатой зоны, а так же к уменьшению вращательной способности пластических железобетонных шарниров.

INFLUENCE OF SHEAR ON THE STRESSES IN REINFORCED CONCRETE BEAMS

(ABSTRACT)

The paper deals with a theoretical analysis of the influence of shear stresses (due to shear forces) on some characteristics, such as: depth of the neutral axis, values of the longitudinal stresses, compressive strains of the concrete, provided that failure occurs by cracking perpendicular to the axis of the element. It follows from the relations derived in the paper that the presence of the shear force leads to a considerable decrease of the compressive strains and consequently to a reduction in the capacity of rotation of a reinforced concrete plastic hinge.

ASUPRA ECUAȚIEI ENERGIEI DE TURBULENȚĂ DINTR-UN CURENT CURB *

DE

D. IONESCU

NOTAȚII ȘI SIMBOLURI

r, φ, z — coordonatele în sistemul cilindric;
v_r, v_φ, v_z — vitezele momentane în direcțiile r, φ, z;
$\overline{v}_r, \overline{v}_\varphi, \overline{v}_z$ — vitezele medii (în timp) în direcțiile r, φ, z;
v'_r, v'_φ, v'_z — vitezele pulsatorii în direcțiile r, φ, z;
L_r, L_φ, L_z — scările lungimii în direcțiile r, φ, z;
l — scara vitezelor pulsatorii;
U_r, U_φ, U_z — scările vitezelor medii în direcțiile r, φ, z;
ρ — masa specifică;
ν — vîscozitatea cinematică;
λ — microscara lui TAYLOR;
$\overline{q^2}=\overline{v_r'^2}+\overline{v_\varphi'^2}+\overline{v_z'^2}$
R_{ij} — coeficientul tensorului de corelație a vitezelor;
R_λ — numărul Reynolds.

INTRODUCERE

Încă din primele studii întreprinse asupra curentului turbulent, procesele de transport au format deja un subiect central. Printre teoriile care au apărut, cele bazate pe conceptul „lungimii de amestec" (introduse de Prandtl [1] și Taylor [2]) au fost cele mai fructuoase. Acestea nu numai că descriu concret mecanismele care stau la baza transportului turbulent, dar au putut fi folosite și în relații semiempirice necesare practicii.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea cadrelor didactice din I.P.T. 10—12 mai 1968.

Studiile ulterioare au arătat, că aspectul fizic al turbulenței bazat pe conceptul lungimii de amestec nu este corect în toate amănuntele sale, că nu se pot studia toate tipurile de curenți pe baza acelorași ipoteze asupra frecării turbulente. Mai mult, chiar în cazul aceluiași curent, turbulența se manifestă diferit în apropierea peretelui și la o distanță mai mare de perete.

Pentru a înlătura aceste neajunsuri, cercetările s-au îndreptat către analiza energiei cinetice de turbulență în ansamblul ei [3], [4], [5], [6], [7], [8] cu scopul de a da pentru diferite feluri de turbulență o ecuație generală care să reprezinte bilanțul energetic al mișcărilor pulsatorii. Studiile întreprinse în această direcție s-au făcut în special asupra curenților plani cu mișcarea principală într-o singură direcție.

Lucrarea de față generalizează ecuația energiei turbulente, tratînd bilanțul energetic al turbulenței în stratul limită al unui fluid care se deplasează pe o suprafață cilindrică cu o componență de vîrtej. Se va arăta că în ecuația energiei totale apar termeni suplimentari generați atît de componența tangențială a vitezei cît și de curbura suprafeței pe care se deplasează fluidul.

ECUAȚIA BILANȚULUI ENERGETIC AL TURBULENȚEI

Este un fapt bine cunoscut că mișcarea turbulentă este de natură disipativă. Din cauza disipației energiei de turbulență este necesar un surplus continuu de energie care să mențină turbulența. În același timp, datorită mișcării de turbulență au loc defuziunea particulelor de fluid împreună cu energia lor cinetică. Poate exista o stare de turbulență staționară, numai dacă există un echilibru între energia furnizată de mișcarea turbulentă și difuziunea plus disipația energiei de turbulență.

Deoarece comportarea dinamică a unui curent poate fi descrisă cu ajutorul ecuațiilor mișcării, vom considera cunoscutele ecuații diferențiale Navier—Stockes ale unui fluid incompresibil, în cazul simetriei axiale și al absenței forțelor de masă :

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2}\right) \tag{1 a}$$

$$v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{v_r v_\varphi}{r} = \nu\left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r^2}\right) \tag{1 b}$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) \tag{1 c}$$

în care am considerat $\delta^2 v/\delta z^2 = 0$, deoarece în stratul limită variațiile vitezei în direcție radială sînt mai mari decît în direcția axială.

În aceleași condiții ca mai sus, să scriem ecuațiile diferențiale ale mișcării medii în timp:

$$\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}-\frac{\overline{v}_\varphi^2}{r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu\left(\frac{\partial^2\overline{v}_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}-\frac{\overline{v}_r}{r^2}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial r}\overline{(v_r'^2)}-\frac{\partial}{\partial z}\overline{(v_r'v_z')}-\frac{\overline{v_r'^2}}{r}+\frac{\overline{v_\varphi'^2}}{r} \tag{2 a}$$

$$\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_\varphi}{\partial r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{v}_\varphi}{\partial z}+\frac{\overline{v}_r\overline{v}_\varphi}{r}=\nu\left(\frac{\partial^2\overline{v}_\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\overline{v}_\varphi}{\partial r}-\frac{\overline{v}_\varphi}{r^2}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial r}\overline{(v_r'v_\varphi')}-\frac{\partial}{\partial z}\overline{(v_\varphi'v_z')}-2\frac{\overline{v_r'v_\varphi'}}{r} \tag{2 b}$$

$$\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial z}+\nu\left(\frac{\partial^2\overline{v}_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right)-$$

$$-\frac{\partial}{\partial r}\overline{(v_r'v_z')}-\frac{\partial}{\partial z}\overline{(v_z'^2)}-\frac{\overline{v_r'v_z'}}{r} \tag{2 c}$$

la care adăugăm ecuația continuității pentru valori medii în timp:

$$\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\frac{\overline{v}_r}{r}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial z}=0. \tag{3}$$

În cele ce urmează vom folosi următoarele identități.

$$v_r^2\frac{\partial v_r}{\partial r}+v_rv_z\frac{\partial v_r}{\partial z}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial r}(v_r^2v_r)+\frac{\partial}{\partial z}(v_r^2v_z)+\frac{v_r^2v_r}{r}\right] \tag{4 a}$$

$$v_rv_\varphi\frac{\partial v_\varphi}{\partial r}+2v_\varphi v_z\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial r}(v_rv_\varphi^2)+\frac{\partial}{\partial z}(v_zv_\varphi^2)+\frac{v_rv_\varphi^2}{r}\right] \tag{4 b}$$

$$v_rv_z\frac{\partial v_z}{\partial r}+v_z^2\frac{\partial v_z}{\partial z}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial r}(v_rv_z^2)+\frac{\partial}{\partial z}(v_zv_z^2)+\frac{v_rv_z^2}{r}\right] \tag{4 c}$$

$$v_i\frac{\partial^2v_i}{\partial r^2}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2v_i^2}{\partial r^2}+\left(\frac{\partial v_i}{\partial r}\right)^2\qquad(i=r,\ \varphi,\ z) \tag{5}$$

$$\frac{v_i}{r}\frac{\partial v_i}{\partial r}=\frac{1}{2}\frac{1}{r}\frac{\partial v_i^2}{\partial r} \tag{6}$$

$$v_r\frac{\partial p}{\partial r}+v_z\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial r}(pv_r)+\frac{\partial}{\partial z}(pv_z)+\frac{pv_r}{r}, \tag{7}$$

Admiţînd că mişcarea turbulentă este omogenă avem :

$$\overline{v_i v_j} = \overline{v}_i \overline{v}_j + \overline{v'_i v'_j} \tag{8 a}$$

$$\overline{v_i^2 v_j} = \overline{v}_i^2 \overline{v}_j^2 + 2\overline{v}_i \overline{v'_i v'_j} + \overline{v}_j \overline{v_i'^2} + \overline{v'_{i2} v'_j} \tag{8 b}$$

şi în consecinţă mai putem scrie :

$$\overline{\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right)^2} = \left(\frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j}\right)^2 + \overline{\left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j}\right)\left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j}\right)} \tag{9}$$

$$\overline{v_r \frac{\partial p}{\partial r}} + \overline{v_z \frac{\partial p}{\partial z}} = \overline{v}_r \frac{\partial \overline{p}}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r}\overline{(p' v'_r)} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{(p' v'_z)} + \frac{\overline{p' v'_r}}{r} \tag{10}$$

Să considerăm ecuaţia (1 a) înmulţită cu v_r. Pe baza identităţilor (4) — (6), aceasta devine :

$$\frac{\partial (v_r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{\partial (v_r^2 v_z)}{\partial z} + \frac{v_r^2 v_r}{r} - 2\frac{v_r v_\varphi^2}{r} = -\frac{2}{\rho} v_r \frac{\partial p}{\partial r} +$$

$$+ \nu\left[\frac{\partial^2 v_r^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r^2}{\partial r} - 2\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)^2 - 2\frac{v_r^2}{r^2}\right].$$

Luînd valorile medii şi ţinînd seamă de identităţile (8) şi (9) obţinem :

$$\frac{\partial \overline{v_r^3}}{\partial r} + 2\frac{\partial}{\partial r}(\overline{v}_r \overline{v_r'^2}) + \frac{\partial}{\partial r}(\overline{v}_r \overline{v_r'^2}) + \frac{\partial}{\partial r}(\overline{v_r'^3}) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}(\overline{v}_r^2 \overline{v}_z) + 2\frac{\partial}{\partial z}(\overline{v}_r \overline{v'_r v'_z}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{v}_z \overline{v_r'^2}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{v_r'^2 v'_z}) +$$

$$+ \frac{\overline{v}_r^3}{r} + 2\frac{\overline{v}_r \overline{v_r'^2}}{r} + \frac{\overline{v}_r \overline{v_r'^2}}{r} + \frac{\overline{v_r'^3}}{r} -$$

$$- 2\frac{\overline{v}_r \overline{v}_\varphi^2}{r} - 4\frac{\overline{v}_\varphi \overline{v'_r v'_\varphi}}{r} - 2\frac{\overline{v}_r \overline{v_\varphi'^2}}{r} - 2\frac{\overline{v'_r v_\varphi'^2}}{r} = -\frac{2}{\rho}\overline{v_r \frac{\partial p}{\partial r}} +$$

$$+ \nu\left[\frac{\partial^2 \overline{v}_r^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \overline{v}_r^2}{\partial r} - 2\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r}\right)^2 - 2\frac{\overline{v}_r^2}{r^2} + \frac{\partial^2 \overline{v_r'^2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \overline{v_r'^2}}{\partial r} - 2\overline{\left(\frac{\partial v'_r}{\partial r}\right)^2} - 2\frac{\overline{v_r'^2}}{r^2}\right].$$

Dezvoltînd derivatele şi luînd în considerare ecuaţia (2 a) înmulţită cu $2\overline{v}_r$ şi ecuaţia continuităţii (3), ultima ecuaţie devine :

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v_r'^2}}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v_r'^2}}{\partial z} + 2\overline{v_r'^2}\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + 2\overline{v'_r v'_z}\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} - 4\frac{\overline{v}_\varphi \overline{v'_r v'_\varphi}}{r} +$$

$$+\frac{\partial\overline{v_r'^3}}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial z}\overline{(v_r'^2v_z')}+\frac{\overline{v_r'^3}}{r}-2\frac{\overline{v_r'v_\varphi'^2}}{r}=\frac{2}{\rho}\bar{v}_r\frac{\partial\bar{p}}{\partial r}-\frac{2}{\rho}\overline{v_r\frac{\partial p}{\partial r}}+$$

$$+\nu\left[\frac{\partial^2\overline{v_r'^2}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\overline{v_r'^2}}{\partial r}-2\overline{\left(\frac{\partial v_r'}{\partial r}\right)^2}-2\frac{\overline{v_r'^2}}{r^2}\right]. \tag{11 a}$$

Procedînd în mod analog cu ecuațiile (1 b) și (1 c), rezultă:

$$\bar{v}_r\frac{\partial\overline{v_\varphi'^2}}{\partial r}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{v_\varphi'^2}}{\partial z}+2\overline{v_r'v_\varphi'}\frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial r}+2\overline{v_\varphi'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial z}+2\frac{\bar{v}_r\overline{v_\varphi'^2}}{r}+2\frac{\bar{v}_\varphi\overline{v_r'v_\varphi'}}{r}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial r}\overline{(v_r'v_\varphi'^2)}+\frac{\partial}{\partial z}\overline{(v_z'v_\varphi'^2)}+3\frac{\overline{v_r'v_\varphi'^2}}{r}=$$

$$=\nu\left[\frac{\partial^2\overline{v_\varphi'^2}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\overline{v_\varphi'^2}}{\partial r}-2\overline{\left(\frac{\partial v_\varphi'}{\partial r}\right)^2}-2\frac{\overline{v_\varphi'^2}}{r^2}\right]. \tag{11 b}$$

respectiv:

$$\bar{v}_r\frac{\partial\overline{v_z'^2}}{\partial r}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{v_z'^2}}{\partial z}+2\overline{v_r'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}+2\overline{v_z'^2}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial r}\overline{(v_r'v_z'^2)}+\frac{\partial}{\partial z}\overline{(v_z'^3)}+$$

$$+\frac{\overline{v_r'v_z'^2}}{r}=\frac{2}{\rho}\bar{v}_z\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}-\frac{2}{\rho}\overline{v_z\frac{\partial p}{\partial z}}+\nu\left[\frac{\partial}{\partial r^2}\overline{(v_z'^2)}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\overline{(v_z'^2)}-2\overline{\left(\frac{\partial v_z'}{\partial r^2}\right)^2}\right] \tag{11 c}$$

Energia totală de turbulență se obține adunînd ecuațiile (11):

$$\bar{v}_r\frac{\partial\overline{q^2}}{\partial r}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{q^2}}{\partial z}=-2\left(\overline{v_r'^2}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}+\overline{v_z'^2}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}+\overline{v_\varphi'^2}\frac{\bar{v}_r}{r}\right)-$$

$$-2\overline{v_r'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z}-2\overline{v_\varphi'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial z}-2\overline{v_r'v_z'}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}-2\overline{v_r'v_\varphi'}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}_\varphi)-$$

$$-2\frac{\partial}{\partial z}\overline{\left[v_z'\left(\frac{q^2}{2}+\frac{p'}{\rho}\right)\right]}-2\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\overline{\left[rv_r'\left[\frac{q^2}{2}+\frac{p'}{\rho}\right]\right]}+$$

$$+\nu\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{q^2}}{\partial r}\right)-2\nu\left(\frac{\overline{v_r'^2}}{r^2}+\frac{\overline{v_\varphi'^2}}{r^2}\right)-2\nu\sum_{K=r,\,\varphi,\,z}\overline{\left(\frac{\partial v_K'}{\partial r}\right)^2} \tag{12}$$

în care s-a ținut seamă de identitatea (10) și s-a făcut notația:

$$\overline{q^2}=\overline{v_r'^2}+\overline{v_\varphi'^2}+\overline{v_z'^2}$$

În continuare vom aprecia ordinul de mărime al termenilor din ecuația precedentă. Vom admite, în concordanță cu premizele prezentei lucrări că vitezele $\bar{v}_z$ și $\bar{v}_\varphi$ sînt de același ordin de mărime și că sînt mult mai mari decît viteza v_r.

Introducem scările de lungime L_r, L_φ şi L_z pentru cele trei direcţii. Deoarece regiunea de turbulenţă în direcţia axei r este restrînsă în comparaţie cu celelalte două, atunci scările de lungime sînt alese potrivit numai dacă :

$$\frac{L_r}{L_z} \ll 1; \quad \frac{L_r}{L_\varphi} \ll 1; \quad \frac{L_\varphi}{L_z} \sim 1. \tag{13}$$

Fie U_r, U_φ şi U_z scările de viteză. Pe baza ecuaţiei continuităţii, putem afirma că :

$$\frac{U_r}{L_r} \sim \frac{U_\varphi}{L_\varphi} \sim \frac{U_z}{L_z}$$

sau

$$\frac{U_r}{U_z} = \frac{L_r}{L_z}; \quad \frac{U_r}{U_\varphi} = \frac{L_r}{L_\varphi}; \quad \frac{U_\varphi}{U_z} \sim 1. \tag{14}$$

Deşi în apropiere de perete gradul de neizotropie al turbulenţei este destul de mare, intensităţile de turbulenţă în toate direcţiile sînt încă de acelaşi ordin de mărime şi prin urmare vom considera aceeaşi scară a vitezelor u pentru toate componentele v'_r, v'_φ şi v'_z. Mărimea eforturilor tangenţiale $\rho\overline{v'_i v'_j}$ pentru $i \neq j$ comparată cu $\rho\overline{v'^2_i}$ depinde de mărimea coeficienţilor de corelaţie R_{ij} pentru $i \neq j$. Prin urmare, putem considera :

$$\overline{v'^2_r} \sim \overline{v'^2_\varphi} \sim \overline{v'^2_z} \sim u^2$$

$$\overline{v'_i v'_j} \sim R_{ij} u^2 \quad (i \neq j). \tag{15}$$

Revenind la ecuaţia (11), vom scrie sub fiecare termen ordinul de mărime :

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial z} = -2\left(\overline{v'^2_r}\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v'^2_z}\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} + \overline{v'^2_\varphi}\frac{\overline{v}_r}{r}\right) -$$

$$1 \qquad 1 \qquad \frac{L_r}{U_r}\,(\qquad 0 \qquad)$$

$$-2\overline{v'_r v'_s}\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} - 2\overline{v'_\varphi v'_z}\frac{\partial \overline{v}_\varphi}{\partial z} - 2\overline{v'_r v'_z}\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} - 2\overline{v'_r v'_\varphi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\overline{v}_\varphi) -$$

$$R_{rz}\frac{L_r}{L_z} \qquad R_{\varphi z}\frac{L_\varphi}{L_z} \qquad R_{rz}\frac{L_z}{L_r} \qquad R_{r\varphi}\frac{L_\varphi}{L_r}$$

$$-2\frac{\partial}{\partial z}\left[\overline{v'_z\left(\frac{q^2}{2} + \frac{p'}{\rho}\right)}\right] - 2\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left[\overline{rv'_r\left(\frac{q^2}{2} + \frac{p'}{2}\right)}\right] +$$

$$\frac{u}{U_z} \qquad \frac{L_z}{L_r}\cdot\frac{u}{U_z}$$

$$+\nu\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{q^2}}{\partial r}\right)-2\nu\left(\frac{\overline{v_r'^2}}{r^2}+\frac{\overline{v_\varphi'^2}}{r^2}\right)-2\nu\sum\overline{\left(\frac{\partial v_K'}{\partial r}\right)^2} \qquad (16)$$

$$\frac{\nu}{L_rU_z}\cdot\frac{L_z}{l} \qquad \frac{\nu}{L_rU_z}\frac{L_z}{l} \qquad \frac{\nu}{L_rU_z}\frac{L_rL_z}{l^2}$$

în care lungimea l este o scară potrivită pentru variația spațială a vitezei pulsatorii. Ne putem aștepta ca această scară să fie mult mai mică decît scara de lungime L_r, cu excepția regiunilor foarte apropiate de perete; prin urmare, lucrul mecanic al eforturilor tangențiale de vîscozitate ale mișcării turbulente va fi mic în comparație cu termenul de disipație.

Dacă presupunem că coeficienții de corelație R_{ij} nu sînt mici și ținem seamă de (13), ecuația (16) ia forma:

$$\overline{v}_r\frac{\partial\overline{q^2}/2}{\partial r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{q^2}/2}{\partial z}=-\underbrace{\left[\overline{v_r'v_z'}\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right.}_{\text{I}}+\underbrace{\left.\overline{v_r'v_\varphi'}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\overline{v}_\varphi)\right]}_{\text{II}}-$$

$$-\underbrace{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\overline{v_r'\left(\frac{q^2}{2}+\frac{p'}{\rho}\right)}\right]}_{\text{III}}+\underbrace{\nu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{q^2}/2}{\partial r}-\frac{\overline{v_r'^2}+\overline{v_\varphi'^2}}{r}\right)\right]}_{\text{IV}}-\underbrace{\nu\sum_{K=r,\,\varphi,\,z}\overline{\left(\frac{\partial v_K'}{\partial r}\right)^2}}_{\text{V}} \qquad (17)$$

Această expresie reprezintă ecuația care guvernează energia cinetică medie de turbulență și reprezintă echilibrul care există într-un punct între procesele de producere, transport și disipație.

Semnificația termenilor din ecuația (17) este următoarea:

I. convecția energiei cinetice turbulente prin curentul mediu;

II. energia transferată de la mișcarea medie prin eforturi tangențiale de turbulență (termenul al doilea al acestei grupe reprezintă contribuția mișcării de vîrtej la producerea energiei de turbulență);

III. difuziunea convectivă prin turbulență a energiei turbulente totale;

IV. lucrul mecanic produs pe unitatea de masă și timp de eforturile tangențiale de vîscozitate;

V. disipația pe unitatea de masă prin mișcarea turbulentă.

Să scriem ecuația (17) sub forma:

$$\overline{v}_r\frac{\partial\overline{q^2}/2}{\partial r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{q^2}/2}{\partial z}=-\left[\overline{v_r'v_z'}\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}+\overline{v_r'v_\varphi'}\frac{\partial\overline{v}_\varphi}{\partial z}\right]-$$

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left[\overline{v_r'\left(\frac{q^2}{2}+\frac{p'}{\rho}\right)}\right]+\nu\frac{\partial^2\overline{q^2}/2}{\partial r^2}-\nu\sum\overline{\left(\frac{\partial v_K'}{\partial r}\right)^2}+$$

$$+\frac{1}{r}\left\{-\overline{v_r'v_\varphi'}\,\overline{v}_\varphi-\overline{v_r'\left(\frac{q^2}{2}+\frac{p'}{\rho}\right)}+\nu\left(\frac{\partial\overline{q^2}/2}{\partial r}-\frac{\overline{v_r'^2}+\overline{v_\varphi'^2}}{r}\right)\right\}. \qquad (17\,a)$$

Dacă în această ecuație facem $r=\infty$, ultimii trei termeni ai ecuației (17 a) se anulează și obținem cunoscuta ecuație a bilanțului energetic în cazul mișcării plane ; rezultă că acești termeni reprezintă influența curburii asupra turbulenței.

Vom examina în continuare bilanțul energetic al turbulenței în regiuni din apropierea peretelui referindu-ne la ecuația (16). În acest caz, coeficienții de corelație R_{ij} sînt de ordinul de mărime 1 și prin urmare, energia transferată de la mișcarea medie prin eforturi tangențiale este mare în comparație cu convecția energiei de turbulență prin mișcarea medie. De asemenea, în regiuni apropiate de perete scările de lungime L_r și l sînt de același ordin de mărime [9] și în consecință, efectul vîscozității este apreciabil.

Reținînd termenii de același ordin de mărime, bilanțul energetic al turbulenței în apropierea peretelui va avea expresia :

$$\overline{v'_r v'_z}\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r}+\overline{v'_r v'_\varphi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}_\varphi)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\overline{v'_r\left(\frac{q^2}{2}+\frac{p'}{\rho}\right)}\right]=$$

$$=\nu\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{q^2/2}}{\partial r}\right)-\frac{\overline{v'^2_r}+\overline{v'^2_\varphi}}{r}\right]-\nu\sum_{K=r,\,\varphi,\,z}\overline{\left(\frac{\partial v'_K}{\partial r}\right)^2}. \tag{18}$$

Mai departe de perete, raportul scărilor de lungime l/L_r devine mic și u^2/U_z^2 este de ordinul L_r/L_z. Atunci, difuziunea convectivă prin turbulență și lucru mecanic dat de eforturile tangențiale de viscozitate devin de asemenea mici în comparație cu ceilalți termeni. În acest caz, ecuația energiei se reduce la :

$$\overline{v'_r v'_z}\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r}+\overline{v'_r v'_\varphi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}_\varphi)+\nu\sum_{K=r,\,\varphi,\,z}\overline{\left(\frac{\partial v'_K}{\partial r}\right)^2}=0 \tag{19}$$

unde l/L_r trebuie să fie de ordinul $(L_r/L_z)^{1/2}$.

În regiuni de turbulență îndepărtate de perete, coeficienții de corelație R_{ij} devin mici și descresc cu distanța de la perete. În același timp, numărul Reynolds $U_z L_r/\nu$ poate deveni de un ordin de mărime superior raportului L_z/L_r. În aceste regiuni, nu mai este justificată neglijarea contribuției termenilor convectivi la bilanțul energiei turbulente. Prin urmare, trebuie să considerăm aci ecuația mai completă :

$$\bar{v}_r\frac{\partial\overline{q^2/2}}{\partial r}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{q^2/2}}{\partial z}=-\left[\overline{v'_r v'_z}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}+\overline{v'_r v'_\varphi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\bar{v}_\varphi)\right]-$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\overline{v'_r\left(\frac{q^2}{2}+\frac{p'}{\rho}\right)}\right]-\nu\sum_{K=r,\,\varphi,\,z}\overline{\left(\frac{\partial v'_K}{\partial r}\right)^2}. \tag{20}$$

În această ecuație, contribuția termenilor de producere a energiei prin eforturi tangențiale și de disipație se micșorează odată cu creșterea distanței de la perete și cu creșterea numărului Reynolds. În cazul extrem rămîne numai un echilibru între transportul energiei de turbulență prin mișcarea medie și prin mișcarea turbulentă.

Dacă turbulența este izotropă ($\overline{v_r'^2}=\overline{v_\varphi'^2}=\overline{v_z'^2}$), efectul vîscozității fiind numai disipativ, acesta poate fi scris în forma lui Taylor.

$$-10\frac{\overline{q^2}}{\lambda} \tag{21}$$

unde λ este „microscara" definită de Taylor [2] și este o lungime care caracterizează vîrtejurile de disipație în turbulența izotropă. Teoria lui Kolmogorov [10] a „izotropiei locale" arată că pentru numere Reynolds al turbulenței suficient de mari ($R_\lambda \equiv v_z'\lambda/\nu$), structura micilor vîrtejuri dintr-un curent poate fi izotropă. Deoarece disipația la numere Reynolds mari apare mai ales în micile vîrtejuri, se presupune că mărimea acesteia într-un curent cu frecare este destul de bine aproximat de relația (21). Pentru R_λ mic, adică în regiuni de turbulență din apropierea peretelui estimarea de mai sus nu este satisfăcătoare. De asemenea, nu poate fi aplicată, nici în regiunile exterioare de intermitență a stratului limită. Cîteva din aceste probleme au fost examinate de Klebanoff [11] și Uberoi [12].

CONCLUZII

Examinînd bilanțul energetic al turbulenței în stratul limită al unui fluid care se deplasează pe o suprafață curbă, se desprind următoarele concluzii :

a) O parte din energia turbulentă produsă de mișcarea medie prin eforturi tangențiale se datorește componentei vitezei tangențiale.

b) Deoarece mișcarea fluidului are loc pe o suprafață curbă apare o contribuție suplimentară de energie, care se menține chiar dacă mișcarea principală a curentului se face într-o singură direcție.

BIBLIOGRAFIE

1. Prandtl L., ZAMM, Berlin RDG, 1925, V. 5, fasc. 2, p. 136.
2. Taylor G. I., Proc. Roy. Soc. A, London, Anglia, 1932, fasc. 135, p. 685.
3. Townsend A. A., The structure of turbulent shear flow, Cambridge, Anglia, Cambridge University Press, 1956, p. 26.
4. Hinze J. O., Turbulence, New-York-Toronto-London, SUA-Canada-Anglia, Mc. Graw-Hill Book Company, Inc. 1959 pp. 62—69, 277—302, 376—384.
5. Szablewski W., ZAMM, Berlin RDG, 1958, V. 38 fasc. 1—2, pp. 77—80.
6. Heskestadt G., J. appl. mech, New-York, SUA, 1965, V. 32, nr. 4 pp. 721.
7. Heskestadt G., J. appl. mech. New-York, SUA, 1965, V. 32 nr. 4 pp. 735.
8. Corsin S., J. Aero. Sci. London Anglia, 1953 V. 20, p. 853.

9. Emmons H. V., Proced. Second. U.S. Congress. Appl. Mech. New-York USA 1954 p. 1.
10. Kolmogorov A. M., Compt. Rendu Academy of Science, Moscova URSS, 1941 V. 30, p. 301.
11. Klebanoff P. S., NACA Tehnical note 3178, SUA, 1954.
12. Uberoi M. S., J. Appl. Mech., New-York SUA, 1957, V. 28, p. 1165.

ОТНОСИТЕЛЬНО УРАВНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В КРИВОЛИНЕЙНОМ ПОТОКЕ

(РЕЗЮМЕ)

Работа представляет собой обощение уравнения энергетического баланса турбулентности в пограничном слое жидкости, которая перемещается по цилиндрической поверхности, имея одну вихревую составляющую. Исходя из уравнений Навье-Стокса и Рейнольдса для несжимаэмой жидкости, в случае аксиальной симетрии и отсутствия массовых сил, получается уравнение турбулентной энергии (17). Рассмотрение этого уравнения показывает, что часть энергии получаемой в результате касательных усилий турбулентности, обязана вихревой составляющей скорости, к которой прибавляются составляющие турбулентности, порождаемые кривизной поверхности.

ÜBER DIE GLEICHUNG DER TURBULENZENERGIE IN EINER GEKRUMMTEN STRÖMUNG

(ZUSAMMENFASSUNG)

In der Arbeit wird eine Verallgemeinerung der Gleichung unternommen welche die energetische Bilanz der Turbulenz in der Grenzschicht einer Flüssigkeitsströmung beschreibt, die mit einer Wirbelkomponente behaftet ist und längs eines Zylinders verläuft. Es wird von den Navier-Stookes' schen und Reynolds'schen Gleichungen ausgegangen und die Gleichung der turbulenten Energie (17) für eine inkompressible, axialsymetrische Strömung ohne Massenkräfte gewonnen. Eine nähere Prüfung dieser Gleichung zeigt dass ein Teil der durch turbulente Tangentialspannung erzeugten Energie von der Wirbelkomponente der Geschwindigkeit hervorgerufen, welcher sich die von der Oberflächenwölbung herrührenden Turbulenzkomponenten überlagern.

ASUPRA OVALIZĂRII CONDUCTELOR CIRCULARE SOLICITATE PE DOUĂ GENERATOARE OPUSE *

DE

D. MATEESCU, M. IVAN

1. INTRODUCERE

Cunoaşterea eforturilor şi a deformaţiilor care iau naştere în mantaua conductelor sub acţiunea sarcinilor la care sînt supuse, constituie o problemă fundamentală pentru dimensionarea economică a acestora. Acest lucru apare şi mai evident dacă se ţine seama de faptul că lungimea traseelor de conducte necesare în procesele de producţie ale industriilor este mare şi o dimensionare neeconomică ar conduce la cheltuieli suplimentare nejustificate.

În cele ce urmează se stabilesc relaţii de calcul pentru momentele de ovalizare şi deformaţiile corespunzătoare în cazul unor conducte cu secţiune circulară, solicitate la încovoiere pe două generatoare opuse.

Ovalizarea poate fi produsă de sarcinile exterioare sau poate proveni dintr-o deformaţie iniţială a conductei ca urmare a unor greşeli de execuţie, care modifică forma circulară a secţiunii conductei.

1.1. Convenţii de semne

Se consideră pozitive momentele încovoietoare care întind fibrele interioare ale conductei şi forţele axiale care produc întindere în mantaua conductei.

---

* Lucrare prezentată la Sesiunea de comunicări ştiinţifice a cadrelor didactice din I.P.T., 10—12 mai 1968.

2. EFORTURI ŞI DEFORMAŢII IN CONDUCTA CU SECŢIUNE CIRCULARA

Se ia în considerare o conductă cu secţiunea circulară încărcată cu două forţe concentrate pe două generatoare opuse fig. 1. Sistemul este static nedeterminat interior de trei ori.

Pentru ridicarea nedeterminării statice se secţionează conducta la chee şi se introduc eforturile necunoscute X_1, X_2, X_3 în secţiune.

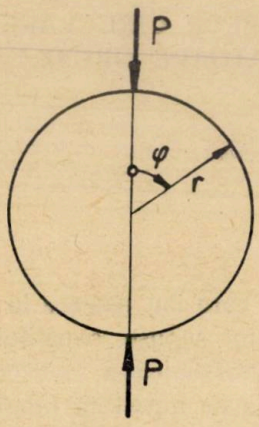


Fig. 1.

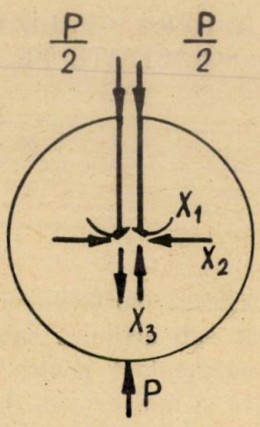


Fig. 2.

Ecuaţiile de condiţie din metoda eforturilor se simplifică mult dacă necunoscutele se transferă în centrul elastic.

Ecuaţia de condiţie pentru necunoscuta de rangul i are forma :

$$\Delta_i = \delta_{ii} X_i + \Delta_{ip} = 0 \tag{2.1}$$

în care :

δ_{ii} este deplasarea relativă a celor două feţe ale secţiunii efectuate prin conductă după direcţia necunoscutei X_i din încărcarea cu perechea de forţe $X_i = 1$;

Δ_{ip} — idem din încărcarea cu forţele exterioare P.

Coeficienţii necunoscutelor din sistemul de ecuaţii de condiţie (2.1) şi termenii liberi se calculează folosind formula Maxwell-Mohr.

$$\delta_{ii} = \int_0^s \frac{m_i^2 \mathrm{d}_s}{EI} + \int_0^s \frac{n_i^2 d_s}{EA} + \int_0^s \frac{k t_i^2}{GA} \tag{2.2}$$

$$\Delta_{ip} = \int_0^s \frac{m_i M^0 d_s}{EI} + \int_0^s \frac{n_i N^0 d_s}{EA} + \int_0^s \frac{k t_i T^0 d_s}{GA} \tag{2.3}$$

unde :

m_i, n_i, t_i sînt eforturile pe sistemul static determinat din încărcarea cu perechea de forțe $X_i = 1$;

M^0, N^0, T^0 — idem din încărcarea cu forțele P.

La calculul deplasărilor δ și Δ nu s-a ținut seama de influența curburii, care este mică și se poate neglija dacă raportul $\frac{r}{t} > 10$.

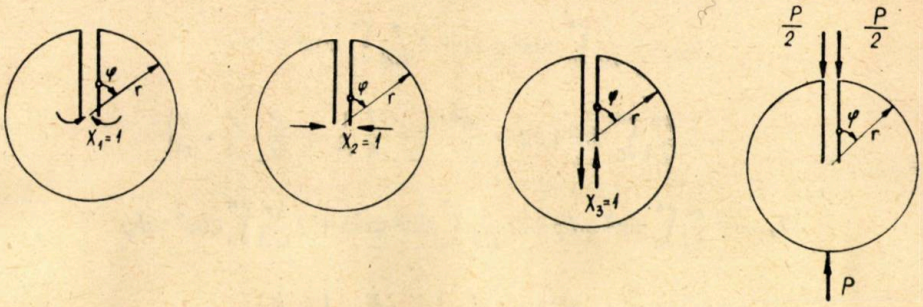


Fig. 3.

Expresiile eforturilor, pe sistemul de bază, din încărcările cu necunoscutele X_1, X_2, X_3 unitare și din forțele exterioare, cu notațiile din figura 3, sînt :

$$m_1 = 1$$
$$n_1 = 0 \qquad (2.4—2.6)$$
$$t_1 = 0$$

$$m_2 = r \cos \varphi$$
$$n_2 = \cos \varphi \qquad (2.7—2.9)$$
$$t_2 = -\sin \varphi$$

$$m_3 = r \sin \varphi$$
$$n_3 = \sin \varphi \qquad (2.10—2.12)$$
$$t_3 = \cos \varphi$$

$$M^\circ = -\frac{P}{2} r \sin \varphi$$
$$N^\circ = -\frac{P}{2} \sin \varphi \qquad (2.13—2.15)$$
$$T^\circ = -\frac{P}{2} \cos \varphi$$

Coeficienții necunoscutelor și termenii liberi din sistemul de ecuații (2.1) folosind relațiile (2.2), (2.3) și ținînd seama de (2.4, ..., 2.15) iau valorile :

$$\delta_{11}=4\frac{r}{EI}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi=2\frac{\pi r}{EI} \tag{2.16}$$

$$\delta_{22}=2\frac{r^3}{EI}\int_0^{\pi}\cos^2\varphi d\varphi+2\frac{r}{EA}\int_0^{\pi}\cos^2\varphi d\varphi+$$

$$+2\frac{kr}{GA}\int_0^{\pi}\sin^2\varphi d\varphi=\frac{\pi r^3}{EI}\left(1+\frac{I}{A}\frac{1}{r^2}+\frac{E}{G}\cdot\frac{I}{A}\cdot\frac{k}{r^2}\right) \tag{2.17}$$

$$\delta_{33}=2\frac{r^3}{EI}\int_0^{\pi}\sin^2\varphi d\varphi+2\frac{r}{EA}\int_0^{\pi}\sin^2\varphi d\varphi+2\frac{kr}{GA}\int_0^{\pi}\cos^2\varphi d\varphi$$

$$\delta_{33}=\frac{\pi r^3}{EI}\left(1+\frac{I}{A}\frac{1}{r^2}+\frac{E}{G}\cdot\frac{I}{A}\cdot\frac{k}{r^2}\right) \tag{2.18}$$

$$\Delta_{1P}=-\frac{Pr^2}{EI}\int_0^{\pi}\sin\varphi d\varphi=-2\frac{Pr^2}{EI} \tag{2.19}$$

$$\Delta_{2P}=\Delta_{3P}=0. \tag{2.20}$$

Necunoscutele static nedeterminate, dacă se ține seama de relațiile (2.16, ..., 2.20) au valorile :

$$X_1^I=-\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}=\frac{Pr}{\pi} \tag{2.21}$$

$$X_2^I=X_3^I=0 \tag{2.22}$$

Eforturile interioare în mantaua conductei se obțin aplicînd principiul suprapunerii efectelor și sînt :

$$M_\varphi^I=M_\varphi^0+m_1X_1^I=Pr\left(\frac{1}{\pi}-\frac{1}{2}\sin\varphi\right) \tag{2.23}$$

$$N_\varphi^I=N_\varphi^0=-\frac{P}{2}\sin\varphi \tag{2.24}$$

$$T_\varphi^I=T_\varphi^0=-\frac{P}{2}\cos\varphi. \tag{2.25}$$

2.2. Deformații

Conducta sub acțiunea forțelor P se deformează și secțiunea inițial circulară se ovalizează căpătînd forma din fig. 4.

Variația diametrului conductei într-o secțiune curentă se poate calcula cu relația :

$$2\Delta^I = \int \frac{m_\varphi^0 \cdot M_\varphi}{EI}\, ds + \int \frac{n_\varphi^0 N_\varphi}{EA}\, ds \tag{2.26}$$

în care M_φ și N_φ au expresiile date de relațiile (2.23) și (2.24) iar m_φ^0 și n_φ^0 reprezintă eforturile în secțiunea în care se calculează deformația conductei, din încărcarea cu două forțe unitare diametral opuse, aplicate în această secțiune.

În relația (2.26) se pot considera o serie de diagrame pe sistemul static determinat iar celălalte pe sistemul static nedeterminat real [1], [2].

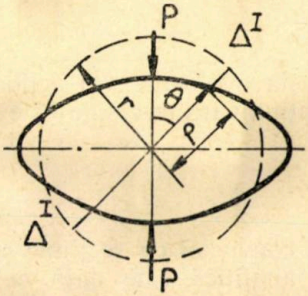


Fig. 4.

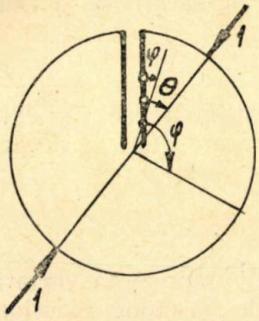


Fig. 5.

Expresiile eforturilor într-o secțiune curentă din forțele unitare sînt :

— pentru $0 < \varphi < \theta$

$$m_\varphi^0 = 0; \quad n_\varphi^0 = 0 \tag{2.27}$$

— pentru $\theta < \varphi < \pi + \theta$

$$m_\varphi = -r \sin(\varphi - \theta) \tag{2.28}$$

$$n_\varphi^0 = -\sin(\varphi - \theta) \tag{2.29}$$

Înlocuind în relația (2.26), expresiile eforturilor din (2.23), (2.24), (2.28) și (2.29), variația diametrului conductei este :

$$2\Delta^I = \int_\theta^\pi \frac{m_\varphi^0 M_\varphi}{EI}\, ds + \int_0^\theta \frac{m_\varphi^0 M_\varphi}{EI}\, ds + \int_\theta^\pi \frac{m_\varphi^0 N_\varphi}{EA}\, ds + \int_\theta^\theta \frac{n_\varphi N_\varphi}{EA}\, ds \tag{2.30}$$

Efectuînd integralele din relația (2.30) se obține valoarea :

$$2\Delta^{I} = \frac{Pr^3}{EI} \cdot \frac{2\pi \sin\theta + \pi(\pi - 2\theta)\cos\theta - 8}{4\pi} + \frac{Pr}{2EA}\left(\frac{\pi - 2\theta}{2}\cos\theta + \sin\theta\right). \quad (2.30\,a)$$

Cu ajutorul relației (2.30 a) se pot determina deformațiile de ordinul întîi — luînd în considerare influența momentelor încovoietoare și a forțelor axiale asupra deformațiilor — în orice secțiune a conductei.

Astfel deformația corespunzătoare diametrului vertical are valoarea :

$$2\Delta_v^{I} = \frac{Pr^3}{EI}\frac{\pi^2 - 8}{4\pi} + \frac{Pr}{2EA} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (2.31)$$

iar cea corespunzătoare diametrului orizontal :

$$2\Delta_H^{I} = \frac{Pr^3}{EI} \cdot \frac{\pi - 4}{2\pi} + \frac{Pr}{2EA}. \quad (2.32)$$

3. EFORTURI ȘI DEFORMAȚII ÎN CONDUCTA OVALIZATĂ

3.1. Eforturi

În continuare se pornește de la conducta ovalizată sub acțiunea forțelor exterioare (fig. 4) a cărei formă a secțiunii transversale este definită de raza de curbură :

$$\rho = r - \Delta^{I} \quad (3.1)$$

în care $2\Delta^{I}$ reprezintă variația diametrului conductei cu secțiune circulară produsă de sarcinile exterioare. Expresia analitică este dată de relația (2.30 a) din care se ia în considerare numai influența momentelor încovoietoare, care devine :

$$2\Delta^{I} = \frac{Pr^3}{EI} \cdot \frac{2\pi \sin\theta + \pi(\pi - 2\,c\quad\theta - 8}{4\pi}. \quad (3.2)$$

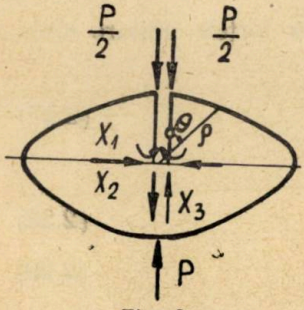


Fig. 6.

Pentru ridicarea nedeterminării statice se secționează conducta ovalizată la chee, și în secțiune se introduc eforturile pozitive. Din motive de simetrie a structurilor și încărcării și transferînd necunoscutele în centrul elastic, sistemul de ecuații se reduce la o singură ecuație cu o necunoscută.

$$\delta_{11}X_1^{II} + \Delta_{1P} = 0 \quad (3.3)$$

iar necunoscutele :

$$X_2^{II} = X_3^{II} = 0. \quad (3.4)$$

Într-o secțiune curentă a conductei ovalizate eforturile pe sistemul static determinat au expresiile :

$$m_1 = 1 \tag{3.5}$$

$$n_1 = t_1 = 0 \tag{3.6}$$

$$M_\theta^0 = -\frac{P}{2}\rho \sin\theta \tag{3.7}$$

$$N_\theta^0 = -\frac{P}{2}\sin\theta. \tag{3.8}$$

Rotirea relativă a celor două fețe ale secțiunii efectuate din încărcarea cu perechea de forțe $X_1 = 1$, este :

$$\delta_{11} = \int \frac{m_1^2}{EI} ds = 4\int^{\frac{\pi}{2}} \rho d\theta \tag{3.9}$$

iar rotirea relativă din încărcarea exterioară :

$$\Delta_{1P} = \int \frac{m_1 \cdot M^0}{EI} ds = -4\frac{P}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho^2 \sin\theta d\theta. \tag{3.10}$$

Dacă în relațiile (3.9) și (3.10) se introduce expresia lui ρ din relația (3.2) și se fac integralele respective, apoi se neglijează termenii care conțin pe Δ^2 și Δ^3 ca infiniți mici de ordin superior față de raza conductei, se obține :

$$\delta_{11} = 2\frac{\pi r}{EI} \tag{3.11}$$

$$\Delta_{1P} = -2\frac{Pr^2}{EI}\left(1 + 0{,}0475\frac{Pr^2}{EI}\right). \tag{3.12}$$

Necunoscuta static nedeterminată care ține seama și de influența deformațiilor produse de forțele exterioare, este :

$$X_1^{II} = -\frac{EI\Delta_{1P}}{EI\delta_{11}} = \frac{Pr}{\pi}\left(1 + 0{,}0475\frac{Pr^2}{EI}\right) \tag{3.13}$$

care poate fi scrisă sub forma :

$$X_1^{II} = X_1^I \cdot C \tag{3.14}$$

unde s-a făcut notația :

$$C = 1 + 0{,}0475\frac{Pr^2}{EI}. \tag{3.15}$$

Momentul încovoietor într-o secțiune curentă a conductei ovalizate are expresia :

$$M_\theta^{II} = M_\theta^0 + m_1 X_1^{II} = P\left(\frac{r}{\pi} C - \frac{1}{2} \rho \sin\theta\right). \tag{3.16}$$

Coeficientul de majorarea momentului încovoietor de ordinul întîi, în urma lăurii în considerare și a ovalizării conductei, s-a determinat numai pentru secțiunea $\theta = 0$ unde are valoarea maximă.

Momentul de ordinul doi în această secțiune are valoarea :

$$M_{\theta=0}^{II} = \frac{Pr}{\pi} C = \frac{Pr}{\pi}\left(1 + 0{,}0475 \frac{Pr^2}{EI}\right) \tag{3.17}$$

iar momentul încovoietor de ordinul întîi :

$$M_{\theta=0}^{I} = \frac{Pr}{\pi} \tag{3.18}$$

Coeficientul de majorare al momentului de ordinul întîi este :

$$\mu^0/_0 = \frac{M^{II} - M^I}{M^I} \cdot 100 = 4{,}75 \frac{Pr^2}{EI}. \tag{3.19}$$

În mod similar se pot determina coeficienții de majorare ai momentelor încovoietoare pentru oricare secțiune a conductei, utilizînd relațiile (2.23) și (3.19).

Graficul de variație al coeficientului în funcție de $\frac{Pr^2}{EI}$ este prezentat în figura 7.

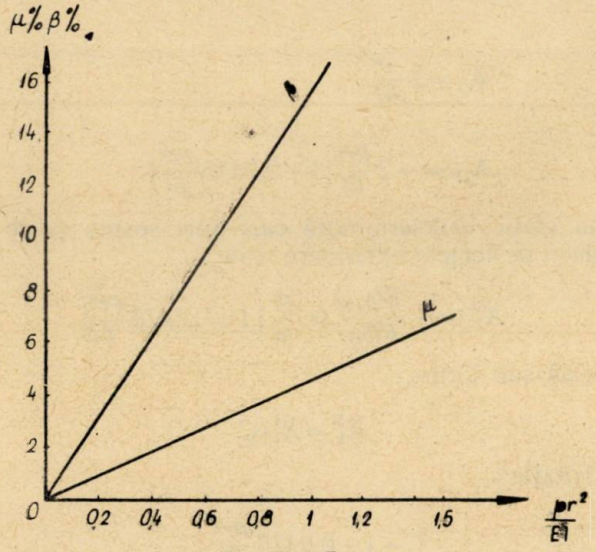


Fig. 7.

3.2. Deformații

În scopul determinării coeficientului de majorare a deformațiilor de ordinul întîi s-a calculat deformația de ordinul doi pentru diametrul vertical unde are valoarea maximă.

Deformația diametrului vertical cînd se ține seama și de ovalizarea secțiunii circulare are expresia :

$$EI\Delta_v^{II} = \int_0^{\pi} m^0 M_\theta^{II} ds = P\int_0^{\pi} \left(-\frac{1}{2}\rho \sin\varphi\right)\left(\frac{rC}{\pi} - \frac{1}{2}\rho \sin\varphi\right)\rho d\varphi. \qquad (3.20)$$

Înlocuind în relația (3.20) expresia lui ρ din (3.1) pentru $\theta=0$, efectuînd integralele și neglijînd termenii care conțin deformația de ordinul întîi la puterea doua și a treia se obține :

$$\Delta_v^{II} = \frac{Pr^3}{EI}\left(0{,}0744 + 0{,}0115\frac{Pr^2}{EI}\right). \qquad (3.21)$$

Coeficientul de majorarea deformațiilor de ordinul întîi (calculate numai cu luarea în considerare a momentelor încovoietoare) va fi :

$$\beta^0/_0 = \frac{\Delta_v^{II} - \Delta_v^{I}}{\Delta_v^{I}} \cdot 100 = 15{,}5\frac{Pr^2}{EI} \qquad (3.22)$$

unde :

$$\Delta_v^{I} = 0{,}0744\frac{Pr^2}{EI}. \qquad (3.23)$$

Graficul de variație al coeficientului în funcție de raportul $\frac{Pr^2}{EI}$ se prezintă în figura 7.

4. CONCLUZII

Din cele prezentate mai sus se constată că pentru conductele de dimensiuni obișnuite majorarea momentului încovoietor — în secțiunea de moment maxim — ca urmare a luării în considerare a ovalizării conductei este egală cu 1,5%, iar creșterea procentuală a deformației maxime este de 5%. Valorile acestea fiind mici în practică se pot neglija și dimensionarea se poate face la momentele încovoietoare de ordinul întîi. Pentru orice caz concret în funcție de dimensiunile conductei și ale sarcinilor exterioare cu ajutorul relațiilor (3.19) și (3.22) se pot determina creșterile procentuale ale momentelor încovoietoare și ale deformațiilor corespunzătoare.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Fleşeriu, M. Ivan, Asupra calculului deplasărilor punctuale pe sisteme static nedeterminate. Buletinul ştiinţific şi tehnic al Institutului Politehnic Timişoara. Tom 9(23) Fascicola 2 1964.
2. P. Mazilu, *Statica Construcţiilor* II. Editura tehnică, Bucureşti 1959.

ОВАЛИЗАЦИЯ КРУГЛЫХ ТРУБОПРОВОДОВ НАГРУЖАЕМЫХ ПО ДВУМ ПРОТИВОПОЛОЖНЫМ ОБРАЗУЮЩИМ

(РЕЗЮМЕ)

Устанавливаются расчетные выражения моментов овализации и соответствующей деформации для трубопроводов строго круглого сечения.

Определяются моменты изгиба второго порядка и соответствующие деформации, которые сравниваются с теоретическими значениями первого порядка.

Делаются выводы относительно влияния деформаций второго порядка на усилия.

SUR L'OVALISATION DES TUYAUX CIRCULAIRES SOLLICITÉS SUR DEUX GÉNÉRATRICES OPPOSÉES

(RÉSUMÉ)

On établit des relations de calcul pour les moments fléchissants et les déformations correspondantes en cas d'un tuyau parfaitement circulaire.

Puis, on détermine les moments fléchissants de deuxième ordre et les déformations correspondantes, qu'ils comparent avec les valeurs établies dans la théorie du premier ordre.

En fin, on tire des conclusions regardant l'influence des déformations de deuxième ordre sur les efforts.

INFLUENȚA ERORII DE PARALELISM A AXELOR ASUPRA REZISTENȚEI FLANCURILOR DINȚILOR ROȚILOR CILINDRICE DIN OȚEL LA SOLICITĂRI DE CONTACT

DE

FR. KOVACS, D. PERJU, GH. BOGOEVICI

1. INTRODUCERE

Ieșirea din uz a roților dințate din oțel din cauza deteriorării flancurilor dinților se face datorită fenomenului de pitting: apariția pe suprafața flancurilor a unor ciupituri a căror număr crește progresiv. Ca urmare, se reduce capacitatea portantă a flancurilor și în faza finală se micșorează secțiunea solicitată la încovoiere a dinților, producîndu-se distrugerea danturii prin deformare plastică și în final rupere.

Au fost întreprinse numeroase cercetări cu privire la influența diferiților factori asupra apariției și dezvoltării în timp a fenomenului de pitting. Astfel s-a urmărit influența materialului roților dințate, a calității lubrifiantului, datelor constructive ale danturii (modul, număr de dinți) a încărcării, vitezei periferice a roților, erorilor de dantu-rare: [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9].

In lucrarea [10] s-a studiat experimental influența erorilor de montaj, a roților dințate în angrenaj, asupra rezistenței la pitting a danturii roților dințate cilindrice

In cadrul lucrării citate nu se face însă o diferențiere privind modul cum acționează asupra fenomenului de pitting, eroarea de paralelism a axelor și bătaia frontală a danturii. Rezultatele obținute nu sînt interpretate și explicate din punct de vedere teoretic.

Lucrarea [12] stabilește o corelație între eroarea de paralelism a arborilor, repartiția încărcării reale a flancurilor și mărimea petei de contact, fără să cerceteze influența acestor factori asupra durabilității flancurilor.

In prezenta lucrare se expun rezultatele cercetărilor experimentale efectuate și interpretarea lor teoretică pentru stabilirea influenței erorii de paralelism a axelor unui angrenaj cu roți dințate cilindrice din oțel, asupra rezistenței flancurilor dinților, la pitting. Cercetările au fost efectuate folosindu-se principiul stabilit de autori și aplicat și la alte cercetări, de a realiza o roată dințată sau un angrenaj executat astfel încît toate dimensiunile sale să corespundă unei anumite clase de precizie, cu excepția uneia, care se prelucrează cu o eroare corespunzătoare unei clase de precizie mai mică. Pe această cale încercările de pitting pun în evidență influența acestei erori asupra fenomenului.

2. INSTALAȚIA DE INCERCARE

Experiențele au fost efectuate la standul de încercare SRD — IPT2, descris în lucrarea [1].

In vederea efectuării încercărilor, standul a fost completat cu un dispozitiv de concepție originală, care să permită realizarea unei erori dorite

de paralelism a axelor, la angrenajul de încercat, conform fig. 1, iar în figura 2 este reprezentat dispozitivul folosit pentru realizarea erorilor de paralelism prescrise.

În capacul reductorului de încercare *1* este prelucrat un ghidaj, care permite deplasarea verticală a glisierei *2* cu ajutorul şuruburilor cu pas fin *3*, care fiind strînse pînă la refuz, unul împotriva celuilalt, garantează totodată şi menţinerea glisierei în timpul funcţionării în poziţia montată. Glisiera *2* conţine rulmentul lagărului *A* cu deplasarea căruia se realizează

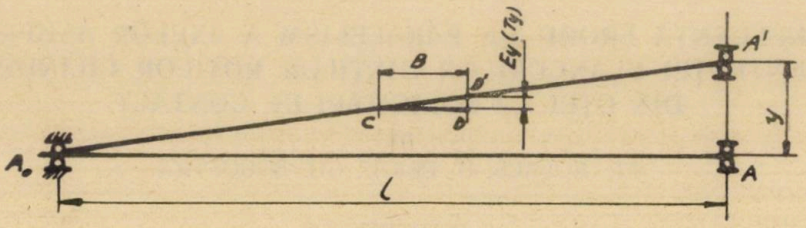


Fig. 1.

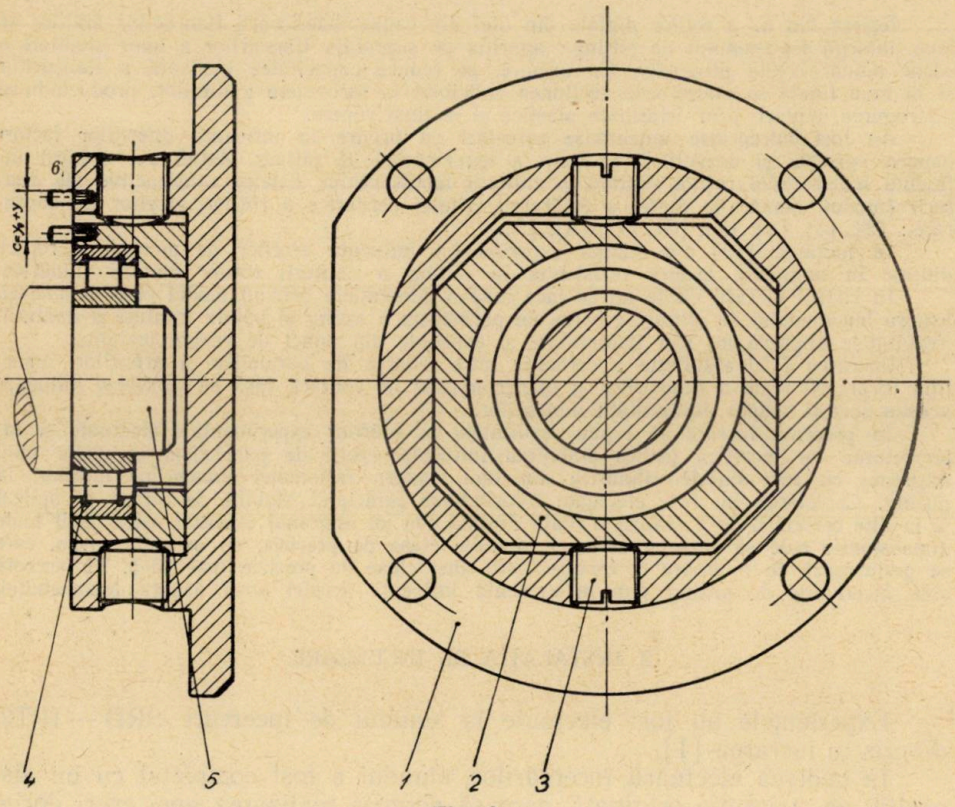


Fig. 2.

eroarea de paralelism dorită. Mărimea deplasării y realizate, se poate determina măsurînd cota c peste ştifturile filetate *6*.

$$y = c - y_0$$

unde:

$$y_0 = 14{,}4 \text{ mm}$$

este cota peste ştifturi în cazul în care axele arborilor sînt paralele.

3. DESCRIEREA INCERCARILOR EFECTUATE ŞI REZULTATELE ACESTORA

S-au încercat roţi dinţate epruvete avînd următorii parametri dimensionali: $z = 39$, $m = 3$ mm, $B = 10$ mm, $\xi = 0$, $\alpha_0 = 20°$, $f_0 = 1$, $\varpi_0 = 0{,}25$. Din punct de vedere al preciziei de execuţie toate epruvetele s-au încadrat în clasa 7-a, iar datele privind calitatea şi duritatea materialelor acestora sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Epruveta	E_2	E_6	E_8	E_{12}	E_1	E_3	E_7	E_9
Calitatea oţelului	OLC 45 — normalizat				OLC 45 — îmbunătăţit			
Duritatea HB.	168	165	162	167	185	188	190	182

Angrenajul format din cele două roţi epruvete are raportul de transmitere $i = 1$ şi gradul de acoperire $\varepsilon = 1{,}694$. Turaţia arborilor angrenajului încercat a fost $n = 1\,450$ rot/min corespunzînd unei viteze periferice a roţilor încercate de 8,87 m/s.

În timpul încercărilor, ungerea a fost asigurată prin barbotare, cu ulei 413. Temperatura uleiului s-a menţinut pe toată durata încercărilor între: 37°—46 °C.

S-au efectuat încercări pentru determinarea rezistenţei la pitting a flancurilor dinţilor roţilor dinţate epruvete în condiţiile de montare al angrenajului cu eroarea de paralelism nulă şi cu eroarea $Ey = 58$ μm corespunzînd la $y = 700$ μm (fig. 1), mai mare decît toleranţa în clasa 11 de precizie ($Ty = 42$ μm).

La fiecare $0{,}5 \cdot 10^6$ cicluri de solicitare s-a cercetat suprafaţa flancurilor dinţilor, numărîndu-se ciupiturile apărute pe flancuri şi încadrîndu-le în două categorii „mari" şi „mici" cu ajutorul unui şablon. La evaluarea rezultatelor, o ciupitură „mare" s-a echivalat cu 2 ciupituri „mici".

Pe baza observaţiilor efectuate în modul descris mai sus s-a reprezentat în diagrame variaţia numărului de ciupituri pe fiecare roată încercată în funcţie de numărul de cicluri de solicitare. În figurile 3 şi 4 sînt prezentate asemenea diagrame pentru două încercări. Aceste grafice caracterizează complet evoluţia fenomenului de pitting în timp, pentru două familii de flancuri în angrenare.

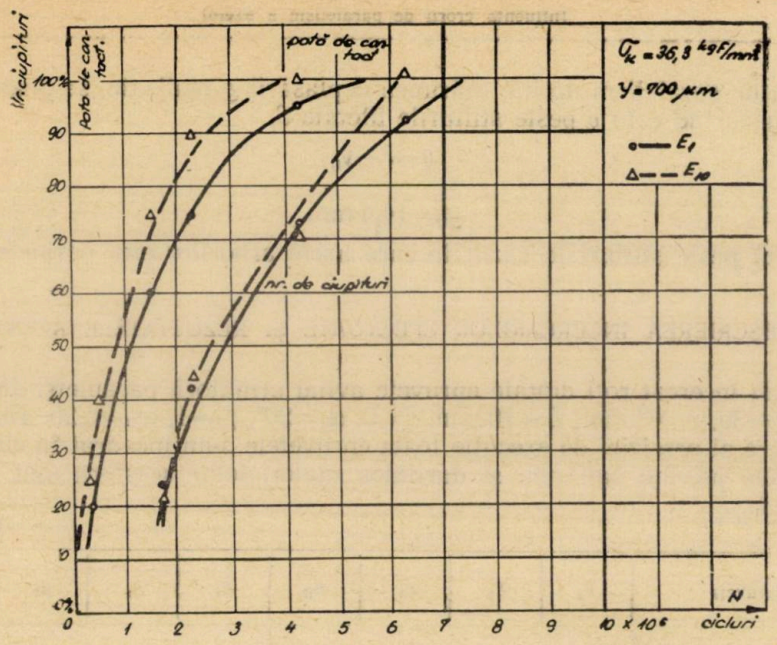

Nr. ciupituri
Poto de contact
100%
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0%
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10 x 10⁶
cicluri
N
poto de contact
nr. de ciupituri
σk = 36,3 kgf/mm²
y = 700 μm
E1
E10

Fig. 3.

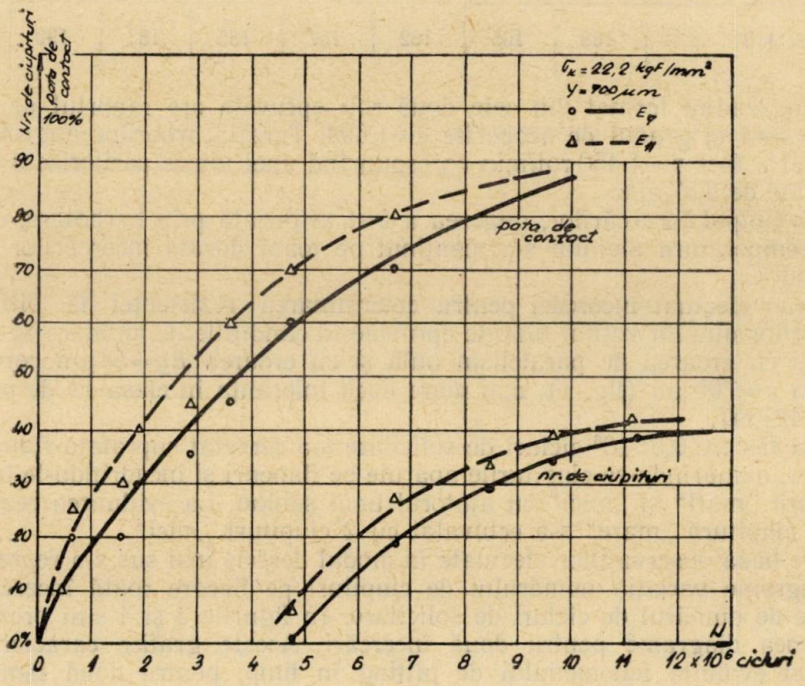

Nr. de ciupituri
poto de contact
100%
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0%
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12 x 10⁶ cicluri
N
σk = 22,2 kgf/mm²
y = 700 μm
E7
E11
poto de contact
nr. de ciupituri

Fig. 4.

Cu ajutorul graficelor ce indică variația numărului de ciupituri, s-a stabilit pentru fiecare experiență numărul de cicluri de solicitări la care pe flancurile dinților ambelor roți au apărut cîte 90 de ciupituri mici, repartizate în mod uniform pe toți dinții roților dințate. Acest moment s-a considerat ca fiind corespunzător apariției fenomenului de pitting progresiv. Numărul respectiv de cicluri de solicitare și presiunea pe flanc pe linia polilor (în ipoteza axelor paralele), corespunzătoare experienței efectuate, constituie coordonatele punctului figurativ al experienței într-o diagramă de oboseală tip Wöhler.

Cu ajutorul rezultatelor încercărilor au fost trasate diagramele Wöhler pentru rezistența la pitting a flancurilor dinților roților dințate din OLC 45 normalizat și OLC 45 îmbunătățit, în condițiile funcționării angrenajului cu eroare de paralelism $Ey=0$ și $Ey=58\,\mu m$. Diagramele Wöhler sînt reprezentate în figura 5.

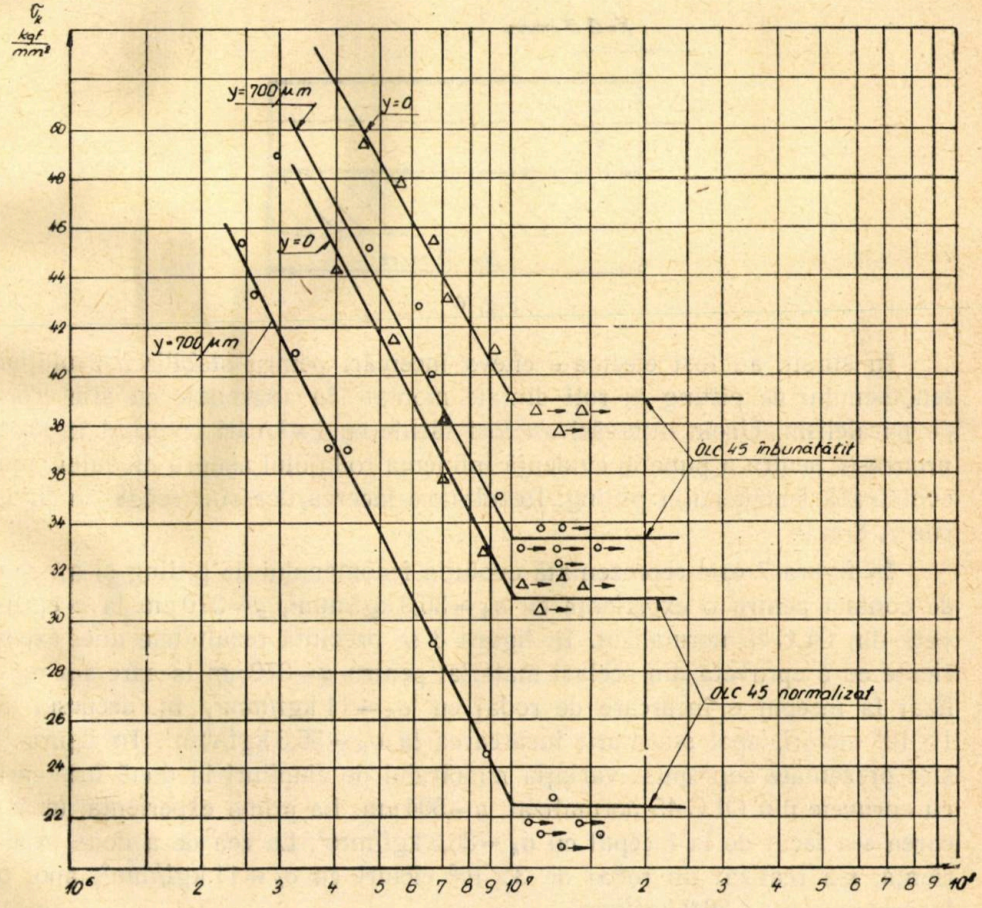


Fig. 5.

Pe dinții roților încercate, ciupiturile sînt amplasate într-o zonă apropiată de extremitatea flancului dintelui din partea unde axele arborilor sînt mai apropiate. În figura 6 este prezentat desenul unui flanc de dinte cu indicația zonei de apariție a ciupiturilor.

Paralel cu observațiile cu privire la evoluția numărului de ciupituri pe flancurile dinților la angrenajele cu $Ey = 58\,\mu m$, s-a urmărit și mărimea petei de contact. Aceasta a fost mică și unilaterală la începutul experienței, crescînd odată cu numărul ciclurilor de solicitare datorită efectului de rodaj. Stabilirea mărimii petei de contact s-a făcut prin măsurarea dimensiunilor acesteia la un număr de 6 flancuri echidistante pe fiecare roată. În figura 3 și 4 s-a reprezentat și variația mărimii procentuale a petei de contact raportată la toată suprafața flancului.

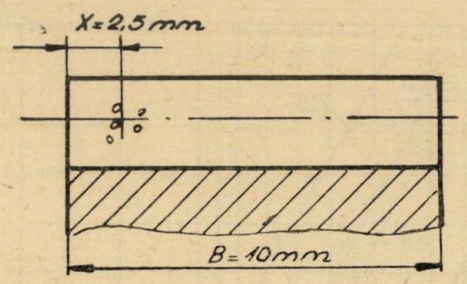


Fig. 6.

În sfîrșit, au fost efectuate cîteva încercări pentru stabilirea evoluției fenomenului de pitting la roți dințate montate în angrenaje cu alte erori de paralelism. Unele încercări au fost făcute cu încărcări crescînd în mod progresiv pentru a pune în evidență influența rodajului asupra modului cum evoluiează fenomenului pitting. Rezultatele încercărilor sînt redate în figurile 7, 8 și 9.

În figura 7 este reprezentată evoluția fenomenului de pitting și a petei de contact pentru o experiență cu $\sigma_k = 36{,}3\ kgf/mm^2$, $y = 370\,\mu m$ la o epruvetă din OLC 45 normalizat. În figura 8 se prezintă rezultatele unei experiențe cu o epruvetă din același material pentru $y = 370\,\mu m$ la care s-a realizat la început o încărcare de rodaj cu $\sigma_k = 11\ kgf/mm^2$, în decursul a 1×10^6 cicluri, apoi s-a mărit încărcarea la $\sigma_k = 36{,}3\ kgf/mm^2$. În figura 9 sînt prezentate suprapuse variația numărului de ciupituri la două încercări cu epruvete din OLC 45 normalizat, $y = 504\,\mu m$. La prima experiență, încărcarea s-a făcut de la început cu $\sigma_k = 36{,}3\ kgf/mm^2$. La cea de a doua experiență, s-a realizat un rodaj de 3×10^6 cicluri cu $\sigma_k = 11\ kgf/mm^2$, apoi o încărcare cu $\sigma_k = 36{,}3\ kgf/mm^2$.

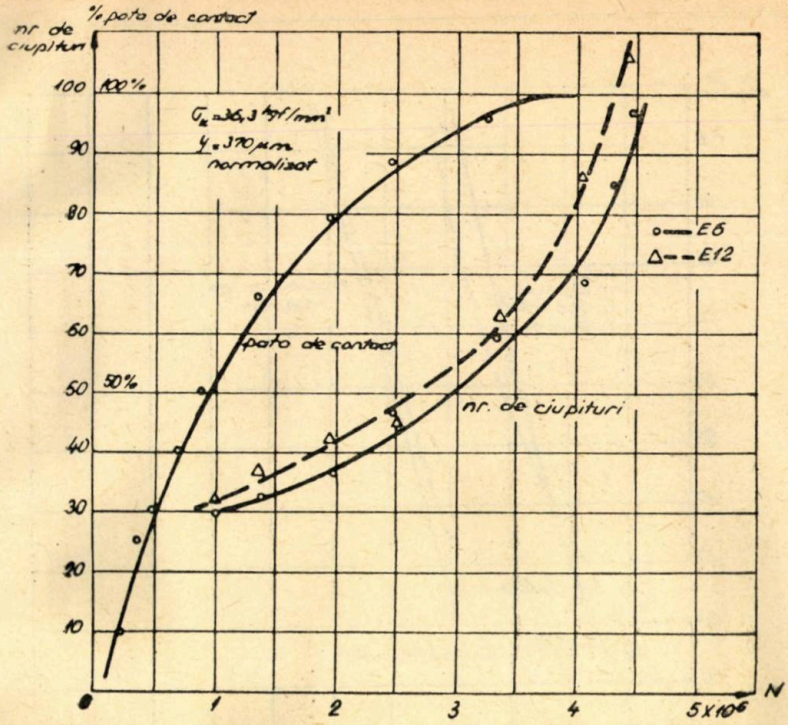

% pata de contact
nr. de ciupituri
100
100%
90
80
70
60
50
50%
40
30
20
10
0
1
2
3
4
5X10⁶
N
σr = 36,3 kgf/mm²
y = 370 µm
normalizat
E6
E12
pata de contact
nr. de ciupituri

Fig. 7.

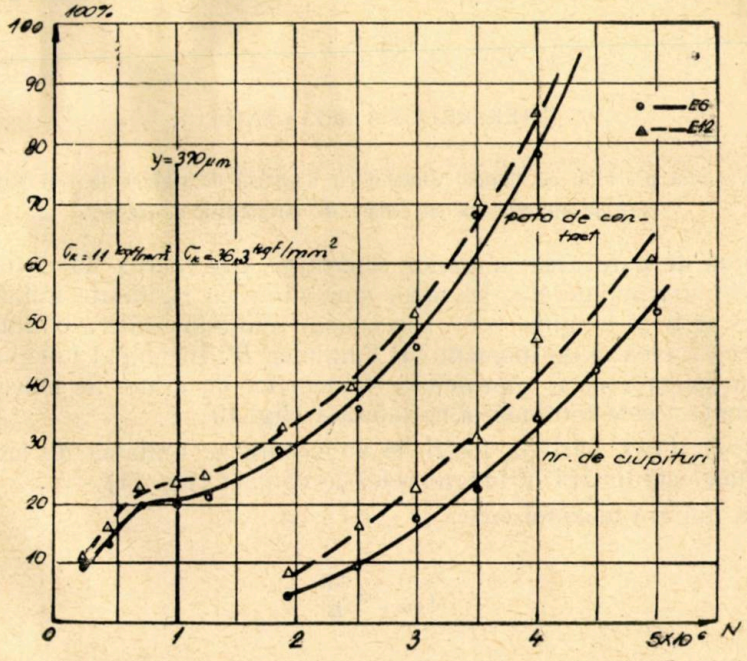

100%
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1
2
3
4
5X10⁶
N
E6
E12
y = 370 µm
σr = 11 kgf/mm²
σr = 36,3 kgf/mm²
pata de contact
nr. de ciupituri

Fig. 8.

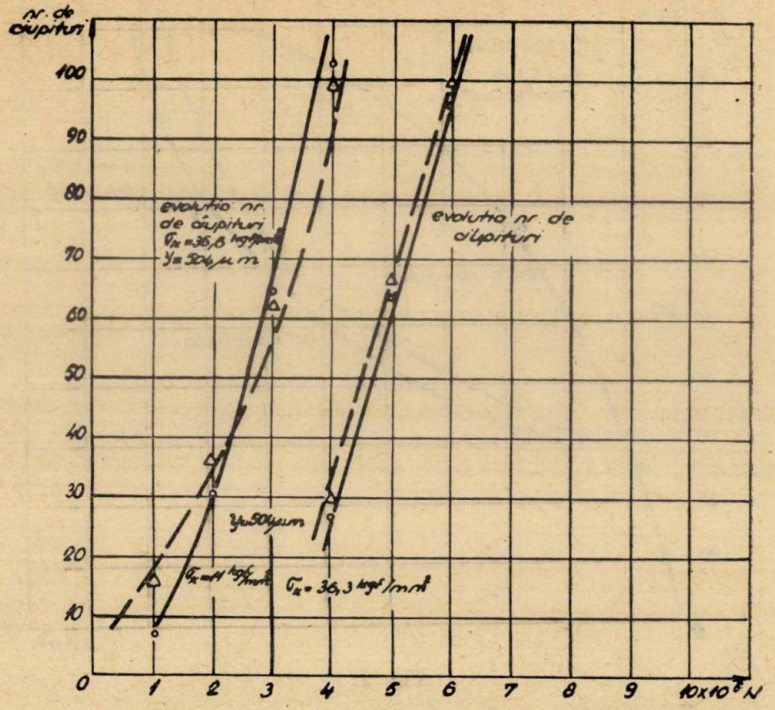


Fig. 9.

4. INTERPRETAREA REZULTATELOR

4.1. Variația presiunii pe flancul dintelui cu numărul de cicluri, la roți dințate care se angrenează cu eroare de paralelism a axelor

Eroarea de paralelism a axelor determină angrenarea flancurilor cu o pată de contact unilaterală. În cazul unui dinte cu rigiditate infinită, pata de contact ar fi de lungime zero. Din cauza rigidității finite a danturii, pata de contact va avea la un moment dat lungimea B'. În timpul funcționării B' crește din cauza rodării suprafețelor flancurilor de dinte. Se consideră că pata de contact este continuă și unilaterală (fig. 10).

Conform [12], variația forței de angrenare pe unitatea de lungime a liniei polilor este liniară în lungul petei de contact (fig. 11).

Forța unitară maximă este:

$$f_{max} = \frac{2F}{B'} \tag{4.1}$$

unde F este forța totală pe dinte. Forța pe unitatea de lungime într-un punct A de pe flancul dintelui, aflat la distanța x de marginea acestuia are mărimea :

$$f_x = f_{max}\frac{B'-x}{B'} = 2F\left(\frac{1}{B'} - \frac{x}{B'^2}\right). \tag{4.2}$$

Cînd :

$$B' = 2x \tag{4.3}$$

forța pe unitate de lungime în punctul A are valoarea maximă :

$$f_{x\,max} = \frac{2F}{2x}\frac{2x-x}{2x} = \frac{F}{2x}. \tag{4.4}$$

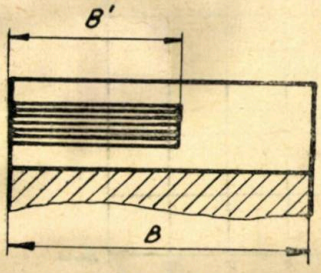


Fig. 10.

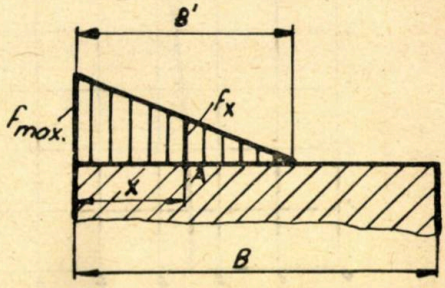


Fig. 11.

În figura 12 s-a reprezentat variația forței unitare într-un punct A pentru $x = 2{,}5$ mm, $B = 10$ mm în funcție de lungimea petei de contact pentru $F = 50$ kgf.

În cazul epruvetelor încercate $\rho \approx 10$ mm și $E = 21\,000$ kgf/mm², cu care solicitarea de contact în punctul A devine :

$$\sigma_{kx} = \sigma_k\sqrt{2B\left(\frac{1}{B'} - \frac{x}{B'^2}\right)}. \tag{4.5}$$

σ_k fiind solicitarea de contact pe linia polilor.

Valoarea maximă a solicitării de contact în punctul A este :

$$\sigma_{kx\,max} = 0{,}418\sqrt{f_{x\,max}\frac{E}{\rho}}.$$

Punînd $f_{x\,max} = \frac{F}{2x}$ se obține :

$$\sigma_{kx\,max} = \sigma_k\sqrt{\frac{B}{2x}}. \tag{4.6}$$

În figura 13, s-a reprezentat variația valorii maxime a solicitării de contact în funcție de poziția punctului considerat pe linia polilor, pentru $\sigma_k = 10$ kgf/mm².

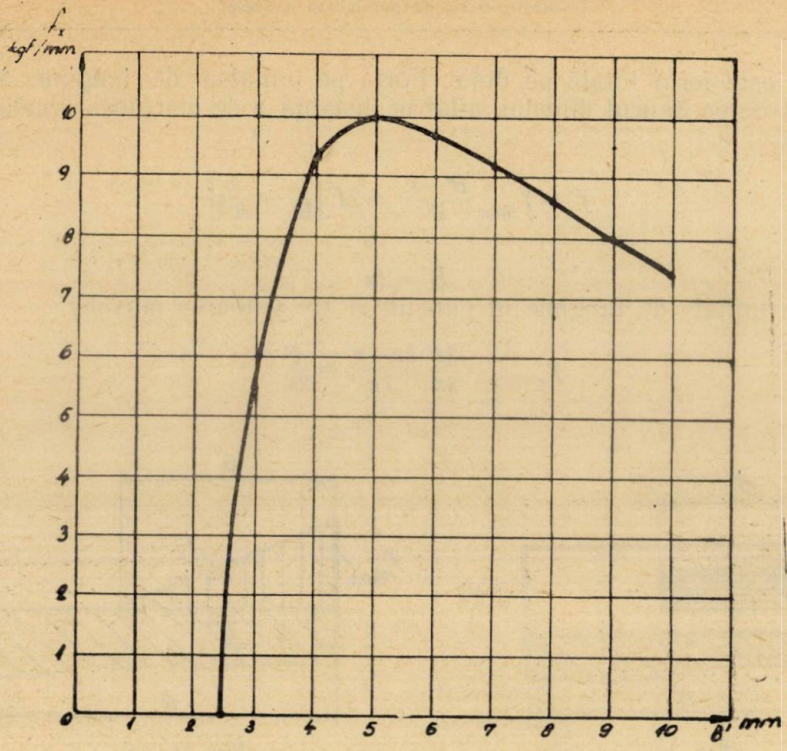

f_x
kgf/mm
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
8'
mm

Fig. 12.

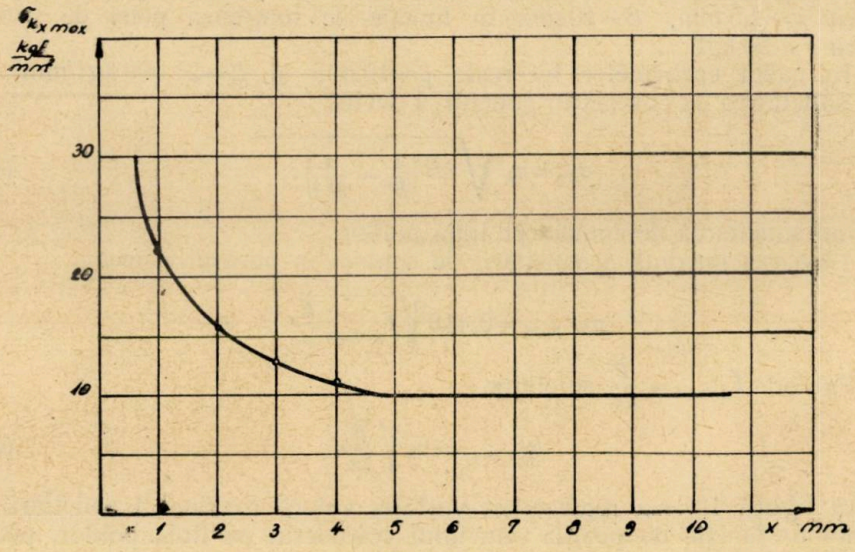
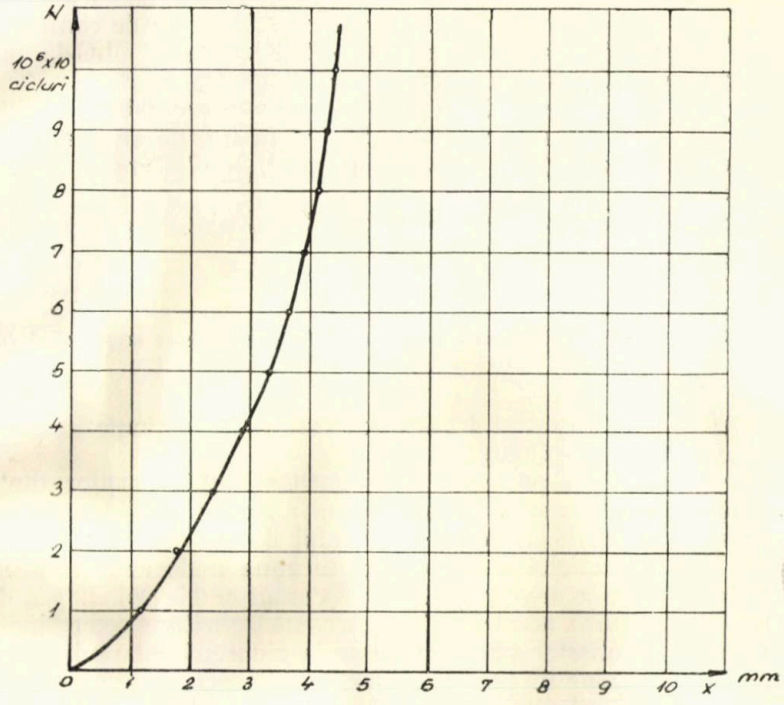

$\sigma_{kx\,max}$
kgf/mm²
30
20
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
x
mm

Fig. 13.



BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Fig. 14.

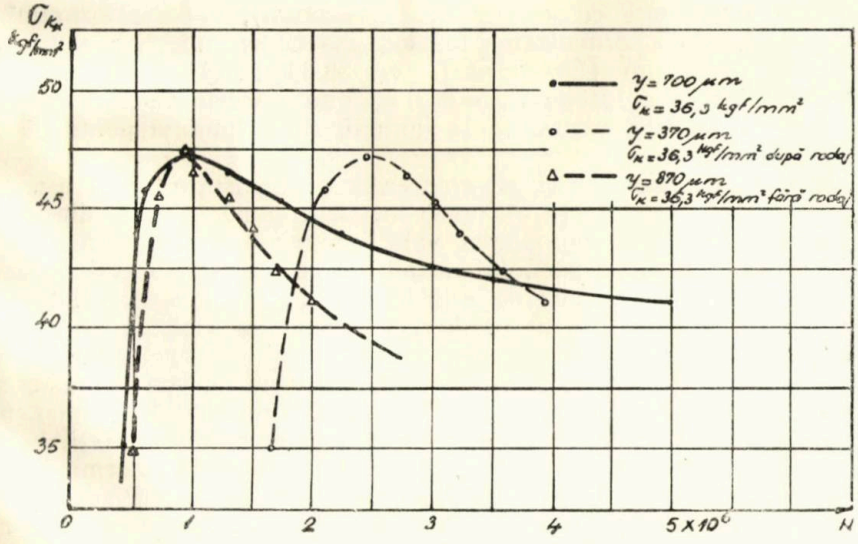


Fig. 15.

În diagrama din figura 14 s-a trasat în ordonată numărul de cicluri pentru care în diferite puncte ale liniei polilor solicitarea de contact devine maximă, la experiența cu $y=700\,\mu m$, $\sigma_k=22{,}2\,kgf/mm^2$, OLC 45 normalizat. Diagrama a fost obținută înlocuind în diagrama 4, $B'=2x$.

În sfîrșit în diagramele din figura 15 sînt reprezentate variațiile solicitărilor de contact în punctele $A(x=2{,}5\,mm)$ în funcție de numărul ciclurilor, pentru experiențele cu $\sigma_k=36{,}3\,kgf/mm^2$, $y=700\,\mu m$ și $y=370\,\mu m$, OLC 45 normalizat.

Diagramele din figura 15 au fost trasate cu ajutorul diagramelor din figurile 3, 4 și a relațiilor (4.2) și (4.5).

4.2. Evoluția fenomenului de pitting la roți dințate cilindrice, care se angrenează cu eroare de paralelism a axelor

Cele expuse în paragraful 4.1 explică rezultatele obținute în cadrul experiențelor descrise în capitolul 3.

Scăderea capacității portante a flancurilor dinților roților dințate la angrenaje funcționînd cu erori de paralelism a axelor, se datorește faptului că în amorsarea și desfășurarea fenomenului de pitting, sînt hotărîtoare: valoarea maximă a solicitării de contact în zona unde apar ciupiturile și durata de funcționare a angrenajului, în decursul căreia solicitarea de contact se menține în jurul acestei valori. Această solicitare determină amorsarea fisurilor care ulterior vor da naștere la ciupituri sub acțiunea „penei de ulei", chiar în cazul în care presiunea locală scade ulterior. La experiențele efectuate, ciupiturile au apărut în zona $x=1{,}5\ldots3\,mm$. Conform relației (4.6), valoarea maximă a solicitării de contact locale în această zonă pentru experiența cu $y=700\,\mu m$ ($Ey=58\,\mu m$), $\sigma_k=22{,}2\,kgf/mm^2$ la epruvete din OLC 45 normalizat a fost $\sigma_{kx\,max}=31\,kgf/mm^2$, iar pentru experiența cu $y=700\,\mu m$ ($Ey=58\,\mu m$), $\sigma_k=33{,}2\,kgf/mm^2$ la epruvete din OLC 45 îmbunătățit a fost $\sigma_{kx\,max}=46{,}6\,kgf/mm^2$. Aceste valori corespund solicitărilor de contact admisibile la durabilitate nelimitată pentru oțelurile respective.

Din figura 15 reiese că cu cît eroarea de paralelism a axelor este mai mare, cu atît mai mult timp presiunea locală în zona în care ulterior au apărut ciupituri este în apropierea valorii maxime. Acest lucru explică evoluția mai rapidă a fenomenului de pitting cu creșterea erorii de paralelism a axelor, ținînd seama de principiul cumulării deteriorărilor.

Faptul că ciupiturile s-au produs la o anumită distanță de capătul dintelui, se explică prin aceea că deși în această ultimă zonă, microfisurile se vor forma mai repede și în număr mai mare, ele nu vor da naștere la ciupituri, deoarece presiunea uleiului va fi aici mai mică în momentul angrenării, existînd posibilitatea expulsării unei anumite cantități de ulei pe la capătul dintelui. Ca urmare, „pana de ulei" care transforma fisurile în ciupituri va acționa cu eficiență mult mai mică în această zonă, ciupiturile apărînd acolo unde solicitarea maximă de contact este ceva mai mică, în schimb presiunea uleiului este mai mare.

Din analiza diagramelor din fig. 7, 8 și 9 reiese că rodajul efectuat nu are influență esențială asupra evoluției fenomenului de pitting.

Apariția mai tîrzie a pittingului se explică prin faptul, că prin rodaj, curba de variație a solicitărilor de contact în punctul A ($x=2{,}5$ mm) a fost și ea deplasată înspre valorile mai mari ale solicitării de contact (fig. 15).

5. CONCLUZII

În prezenta lucrare s-a pus în evidență influența importantă a erorii de paralelism a axelor angrenajului asupra rezistenței la pitting a flancurilor dinților, dovedindu-se spre exemplu, că depășirea toleranțelor clasei a 11-a de precizie aduce o scădere a rezistenței la pitting cu 30% la roți dințate din OLC 45 îmbunătățit. Fixîndu-se clasa de precizie a angrenajului, proiectantul trebuie să țină seama de micșorarea rezistenței la pitting a flancurilor dinților odată cu creșterea clasei. Astfel, spre exemplu, din diagrama 7 reiese, că pittingul progresiv apare după $4{,}5 \cdot 10^6$ cicluri la o solicitare de contact de 36,3 kgf/mm^2 pe linia polilor dacă paralelismul axelor este tolerat conform clasei 10 de precizie.

Din lucrare reiese că rezistența la pitting a angrenajelor funcționînd cu erori de paralelism ale axelor, depinde de progresarea în timp a petei de contact pe flancul dintelui, deci de condițiile în care se realizează rodajul. Aceste condiții sînt influențate de materialul roților dințate și de proprietățile lui de uzură. Ca urmare, nu este posibil să se stabilească o legătură univocă simplă între eroarea de paralelism a axelor angrenajelor cilindrice și rezistența la pitting a flancurilor.

Rodajul nu poate mări rezistența la pitting a flancurilor dinților roților dințate care funcționează cu erori de paralelism a axelor.

BIBLIOGRAFIE

1. Horovitz B., Kovacs Fr., Încercarea roților dințate cilindrice, Revista Construcția de mașini, nr. 5, 1966.
2. John B., Seabroock, Dudley D., Rezultatele unui program de 15 ani de încercări a roților dințate Tr. ASME seria B aug. 1964.
3. Kovacs Fr., Horovitz B., Müller A., Crudu M., Perju D., Micșa I., Încercări în vederea stabilirii influenței solicitării la încovoiere a dintelui asupra fenomenului de pitting la roți dințate cilindrice cu dinți drepți. Buletin I.P.T. Tom 10 (24) Fasc. 1, 1965.
4. Kovacs Fr., Perju D., Crudu M., Bogoevici Gh., Încercări privind stabilirea influenței erorii pasului de bază a danturii asupra rezistenței la pitting a flancurilor roților dințate cilindrice cu dinți drepți din oțel. Bul. I.P.T. Tom 13 (27) Fasc. 1, 1968.
5. Niemann G., Richter W., Rezultatele încercărilor de rezistență a flancurilor dinților I. Influența vitezei periferice. Konstruktion nr. 5, 1960.
6. Niemann G., Richter W., II. Influența modulului, unghiului de înclinare și a deplasării de profil. Konstruktion nr. 6, 1960.
7. Nieman G., Richter W., III. Creșterea durabilității flancurilor prin danturi speciale. Konstruktion nr. 6, 1960.

8. Niemann G., Richter W., IV. Influența ungerii. Konstruktion nr. 8, 1960.
9. Niemann G., Richter W., V. Influența materialului. Konstruktion nr. 9, 1960.
10. Niemann G., Richter W., VI. Influența petei de contact și a gradului de acoperire prin înaintarea flancurilor. Konstruktion nr. 10, 1960.
11. Niemann G., Winnter, Rezultatele încercărilor de rezistență a flancurilor dinților. Concluzii. Konstruktion nr. 10, 1960.
12. Niemann G., Reister, Portanța unilaterală la roți cilindrice cu dinți drepți. Konstruktion nr. 3, 1966.

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ В ПАРАЛЛЕЛИЗМЕ ОСЕЙ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ БОКОВЫХ СТОРОН ЗУБЬЕВ СТАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРИ КОНТАКТНЫХ НАГРУЗКАХ

(РЕЗЮМЕ)

В работе определяется влияние погрешности в параллелизме осей зубчатых зацеплений на сопротивление питтингу боковых поверхностей зубьев.

Показано, что в определенных условиях сопротивление питтингу зависит от развития во времени контактного пятна на боковой поверхности зуба.

На основании проведенных испытаний выявлено, что обкатка не приводит кувеличению сопротивления питтингу боковых поверхностей зубьев зубчатых колес, работающих с погрешностью параллелизме осей.

DER EINFLUSS DES UNPARALLELISMUS DER ACHSEN AUF DIE FLANKENFESTIGKEIT STÄHLERNER STIRNRÄDER

(ZUSAMMENFASSUNG)

Die Arbeit bezweckt den Unparallelismus der Getriebeachsen auf die Widerstandsfähigkeit bei Grübchenbildung der Zahnflanken hervorzuheben.

Es wird gezeigt, dass die Flankenfestigkeit bei Grübchenbildung, in diesen Bedingungen, von der Zeitentwicklung des Kontaktflecks auf den Zahnflanken abhängig ist.

Auf Grund der unternommenen Versuche ging hervor, dass das Einlaufen, nicht zur Verbesserung der Widerstandsfähigkeit bei Grübchenbildung der Zahnflanken bei Getrieben, die mit Unparallelismus der Achsen funktionieren, beiträgt.

STUDIUL PE MODEL ELECTRODINAMIC AL UNUI SISTEM DE FRÎNARE ŞI REGLARE AUTOMATĂ A TURAŢIEI TURBINELOR HIDRAULICE IN STAŢIUNILE EXPERIMENTALE *

DE

N. BUDIŞAN, T. HENTEA, I. BABUŢIA, N. BOGOEVICI

Pentru frînarea modelelor de turbine hidraulice, la Staţiunea MHT-500 a Laboratorului de Maşini hidraulice Timişoara a fost realizat un sistem de frînare electrică recuperativă cu maşini electrice rotative: generator de frînare c.c., motor c.c. de recuperare, generator asincron. Sistemul de frînare realizat a fost prezentat în lucrările [1], [2]. Schema principială este cea din fig. 1.

In lucrarea [1] au fost prezentate, de către unul din autori, contribuţii metodologice privind problemele determinării caracteristicilor statice şi dinamice ale sistemelor de frînare de tipul considerat. Caracteristicile, determinate după metodologia propusă, au permis calculul şi realizarea unui regulator automat de turaţie care, în prezent, deserveşte această staţiune.

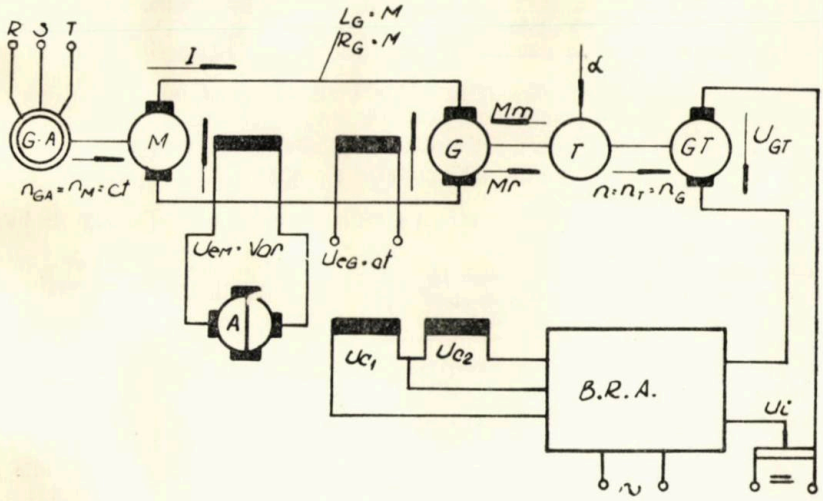


Fig. 1. Schema principială a sistemului de frînare şi reglare automată a turaţiei turbinelor hidraulice la staţiunea MHT-500.

* Lucrare comunicată la Sesiunea de comunicări ştiinţifice în domeniul calculatoarelor electronice şi automaticii, 31 mai — 1 iunie 1969, I. P. Timişoara.

Rezultatele experimentale obţinute la Staţiunea MHT-500 au pus în evidenţă existenţa, în regimurile considerate staţionare, a unor variaţii aleatoare ale turaţiei [2]. Pentru aprecierea acestor variaţii ale turaţiei au fost efectuate determinări experimentale statistice, adoptîndu-se pentru caracterizarea comportamentului sistemului, în fiecare regim staţionar, funcţia densităţii de probabilitate $w(n)$. Determinările statistice efectuate asupra sistemu-

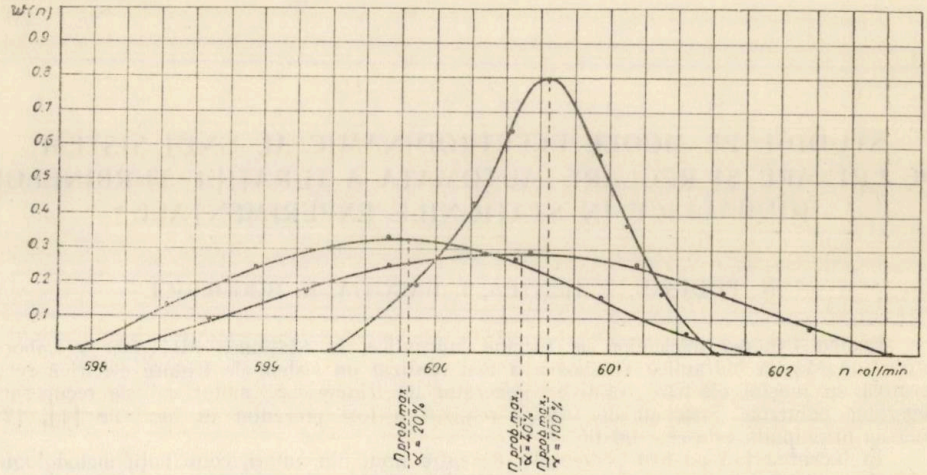


Fig. 2. Funcţiile densităţii de probabilitate a turaţiei corespunzătoare unor regimuri staţionare de funcţionare ale sistemului automat de reglare a turaţiei.

lui de frînare, funcţionînd cu şi fără regulatorul automat de turaţie, au permis calculul funcţiilor densităţii de probabilitate corespunzătoare unor regimuri staţionare de funcţionare. În fig. 2, sînt prezentate funcţiile $w(n)$ pentru cazul funcţionării sistemului cu regulatorul automat de turaţie.

Ca indici ai calităţii staţionare de funcţionare, au fost adaptaţi:

$n_{prob.max}$ este turaţia de probabilitate maximă,

w_{max} — valoarea maximă a densităţii de probabilitate, exprimînd gradul de concentrare a valorilor întîmplătoare ale turaţiei, în jurul turaţiei de probabilitate maximă,

Δ_{max} — dispersia maximă a valorilor întîmplătoare ale turaţiei faţă de turaţia de probabilitate maximă.

Pentru aprecierea calităţii statice a sistemului de reglare am propus [2] a utiliza, în mod convenţional, caracteristica $n_{prob.\,max}=f(\alpha)$ cu α fiind notat unghiul de deschidere a aparatului director al turbinei. Statismul caracteristicii, pentru regimul considerat în fig. 2, a rezultat $\delta=0{,}13\%$.

Dispersia turaţiilor în cazurile funcţionării fără şi cu regulatorul automat de turaţie, la deschideri ale aparatului director $\alpha=20—100\%$, a rezultat [2] $\Delta_{max}=\pm(1{,}31—0{,}43)\%$ şi respectiv $\Delta_{max}=\pm(0{,}37—0{,}18)\%$, ceea ce atestă influenţa pozitivă a sistemului automat de reglare. Aceste constatări duc la concluzia că, în scopul micşorării variaţiilor aleatoare ale turaţiei şi deci în scopul micşorării erorii de reglare a acesteia, printre alte măsuri (eliminarea surselor de perturbaţie sau reducerea intensităţii acestora), trebuie acţionat şi asupra sistemului de reglare automată a turaţiei însuşi, în direcţia îmbunătăţirii în continuare a calităţii lui.

Avînd în vedere necesitatea unor precizii mari de reglare (Normele C.E.I. de încercare a turbinelor în staţiuni impun $\Delta_{max}=\pm 0{,}25\%$), un colectiv de cercetare de la Academia R.S.R., Centrul de cercetări tehnice Timişoara, Secţia de cavitaţie şi de la Institutul Poli-

tehnic Timişoara, Catedra de calculatoare, electronică şi automatică şi Catedra de bazele electrotehnicii întreprinde studii pentru elaborarea unor sisteme de mare precizie de reglare a turaţiei modelelor turbinelor hidraulice în staţiunile experimentale.

Pentru cuprinderea influenţelor multiple asupra sistemului de frînare şi reglare a turaţiei, modelarea acestuia numai la calculatorul analogic CANT — I.P.T. nu a fost considerată suficientă, ceea ce a impus realizarea unui model în care să existe şi variaţii aleatoare, similare cu cele din sistemul real. În model variaţiile aleatoare ale turaţiei, datorite perturbaţiilor întîmplătoare, sînt, la funcţionarea fără regulatorul de turaţie, de $\Delta_{max}=\pm 4{,}5\%$ faţă de $\Delta_{max}=\pm 1{,}3\%$ în sistemul real. Din aceste considerente cît şi pentru a putea studia, în condiţii de funcţionare similare cu cele reale, unele dispozitive analogice

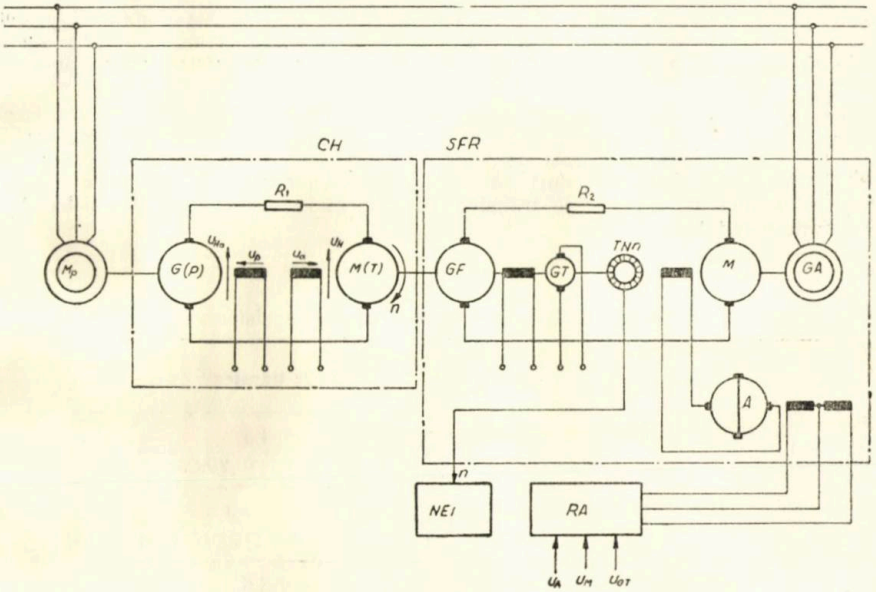


Fig. 3. Schema principială a instalaţiei de modelare electrodinamică a circuitului hidraulic al staţiunii pentru turbine şi a sistemului de frînare electrică recuperativă.

şi numerice de reglare automată a turaţiei, realizate de către colectivul de cercetare de la I.P.T., în Laboratorul de automatică a fost realizat un model electromecanic al sistemului în studiu.

Modelarea sistemului de frînare şi reglare a turaţiei turbinei este o modelare fizică, elementele modelului fiind de aceeaşi natură fizică cu cele ale sistemului real însă de puteri mai mici. Modelarea elementelor circuitului hidraulic este o modelare analogică, cu elemente electromecanice. Schema principială a instalaţiei de modelare a circuitului hidraulic al staţiunii pentru turbine şi a sistemului de frînare electrică recuperativă a acestora este reprezentat în fig. 3, în care s-au adoptat notaţiile :

M_P — motor asincron de antrenare a pompei P a circuitului hidraulic al staţiunii, modelat cu un motor asincron ; n_P — turaţia motorului M_P; $G(P)$ — generator c.c., model al pompei P ; U_β — tensiunea de excitaţie a generatorului $G(P)$ — modelează unghiul β de incidenţă al paletelor rotorului pompei P ; U_{H_0} — tensiunea generatorului $G(P)$ - modelează înălţimea de pompare H_0 ; $M(T)$ — motor c.c., modelul turbinei T ; U_H — tensiunea la periile motorului $M(T)$ — modelează căderea hidraulică H la turbina T ; U_α — tensiunea de excitaţie a motorului $M(T)$ — modelează deschiderea α a aparatului director

al turbinei T; n — turaţia motorului $M(T)$; CH — modelul circuitului hidraulic al staţiunii pentru turbine; SFR — modelul sistemului de frînare recuperativă; GF — generator de frînare; GT — generator tahometric (traductor analogic de turaţie); TNn — traductor numeric de turaţie (fotoelectric); M — motor c.c. al grupului de recuperare; GA — maşină asincronă, funcţionînd, la frînare, în regim de generator; A — amplidină; RA — regulator automat de turaţie; NEI — numărător electronic de impulsuri.

Caracteristicile statice ale obiectului modelat, calculate cu relaţiile de similitudine, şi ale modelului corespunzător, sînt reprezentate în fig. 4, 5 şi respectiv fig. 6, 7. Panta caracteristicilor statice ale modelului poate fi ajustată cu ajutorul rezistenţelor suplimentare R_1 şi R_2 (fig. 3).

Deşi prin introducerea unor elemente de ajustare dinamică, s-ar fi putut asigura modelului caracteristici dinamice identice sau apropiate de cele ale instalaţiei modelate, nu s-a considerat necesar a lua astfel de măsuri întrucît, în etapa actuală a studiilor, s-a urmărit obţinerea numai a unor rezultate calitative privind performanţele unor astfel de sisteme.

Pentru a stabili o structură optimă a sistemului de reglare a turaţiei n, s-au efectuat studii asupra mai multor variante de dispozitive de reglare automată: sisteme cu o singură buclă de reglare şi sisteme de reglare în cascadă cu două şi trei bucle, acordate dinamic, fiecare în diferite moduri. Acordarea diferitelor variante de regulatoare s-a făcut ţinînd seama de funcţiile de transfer ale elementelor componente ale sistemului de frînare, arătate în tabelul 1

Tabelul 1

Caracteristicile dinamice ale elementelor modelului sistemului de frînare

Elementul	Funcţia de transfer
Amplidina A	$Y_A(s) = \dfrac{4{,}3}{(0{,}02s+1)(0{,}20s+1)}$
Motor c.c. M	$Y_M(s) = \dfrac{1{,}3}{(0{,}02s+1)(0{,}073s+1)}$
Generator de frînare GF	$Y_{GF}(s) = \dfrac{3{,}6}{(0{,}1s+1)(1{,}67s+1)}$

In cele ce urmează sînt expuse numai rezultatele privind calitatea de reglare a variantei sistemului de reglare care s-a dovedit optim — sistem de reglare în cascadă cu 3 bucle, acordat după criteriul $\int \Delta e^2 dt = \min$, avînd structura arătată în fig. 8.

Au fost determinate statistic caracteristicile staţionare de funcţionare. Funcţiile densităţii de probabilitate, corespunzătoare unor regimuri staţionare de funcţionare, sînt date în figura 9.

Din analiza caracteristicilor de funcţionare în diferite regimuri staţionare rezultă următoarele concluzii:

1. dispersia maximă a turaţiei, la funcţionare în circuit deschis, este, la turaţia de 1 000 rot/min, de $\Delta_{max} = \pm(4{,}5)\%$, ceea ce este cu totul necorespunzător faţă de precizia de funcţionare impusă acestor sisteme;

2. dispersia turaţiei, la funcţionarea în gol a generatorului de frînare, este considerabil mai mare ($\Delta_{max} = \pm 0{,}5\%$ la $n = 1\,000$ rot/min, $U_a = 100\%$) faţă de funcţionarea în sarcină ($\Delta_{max} = \pm 0{,}2\%$ la $n = 1\,000$ rot/min, $U_a = 100\%$), ceea ce impune organizarea corespunzătoare a încercărilor de turbine (se vor evita regimurile în care dispersia depăşeşte valorile admise);

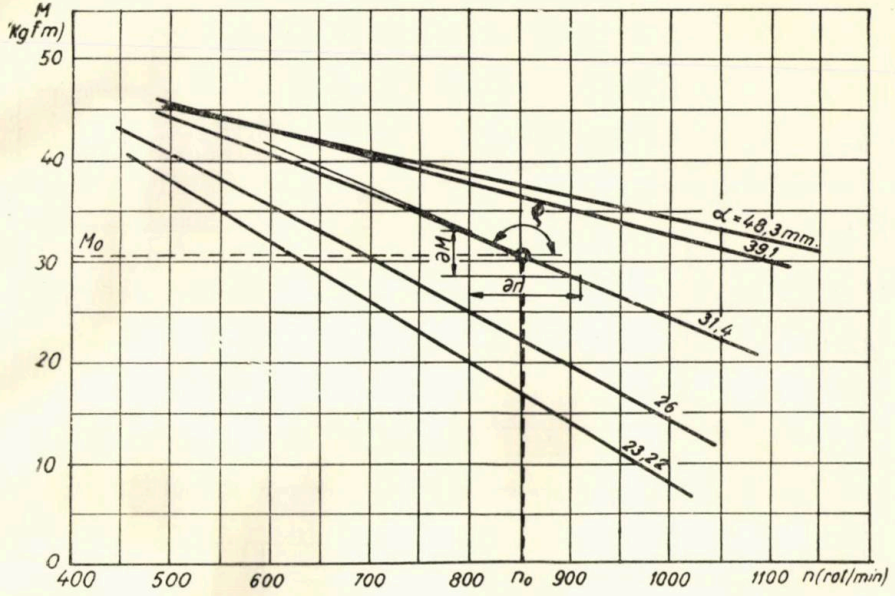


Fig. 4. Caracteristici mecanice ale unui model de turbină hidraulică.

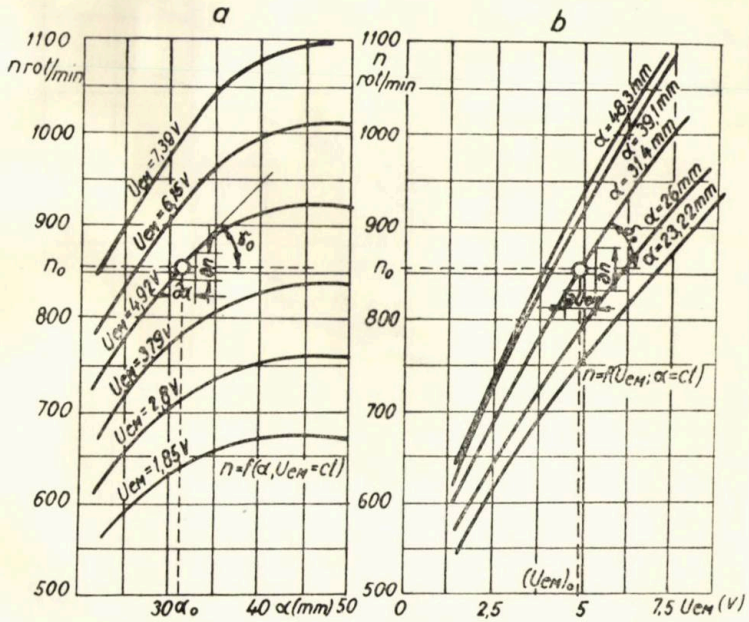


Fig. 5. Caracteristici statice ale unui model de turbină hidraulică.

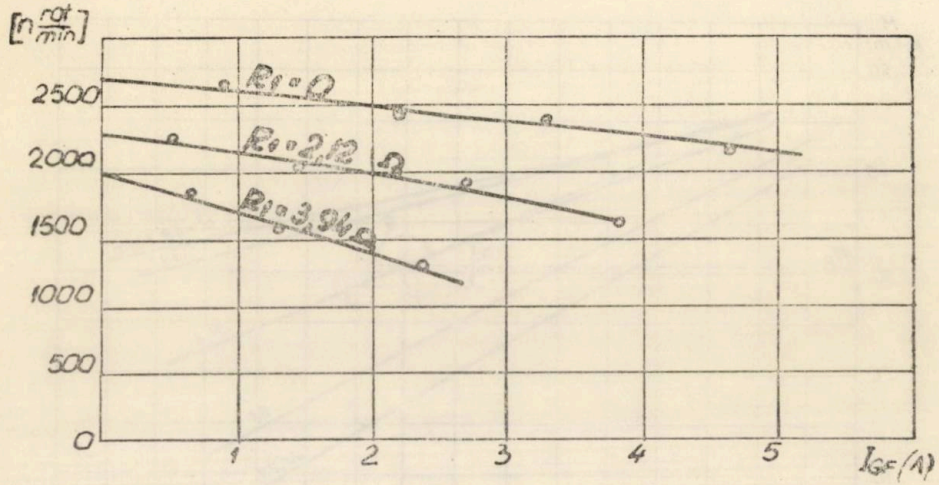


Fig. 6. Caracteristici mecanice ale modelului electrodinamic ale turbinei hidraulice.

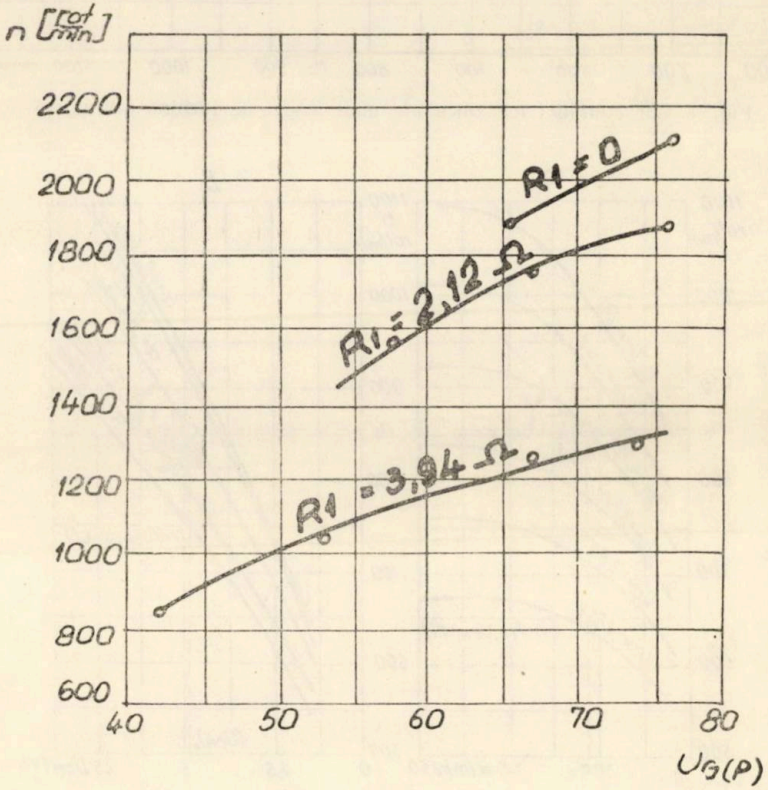


Fig. 7. Caracteristici statice ale modelului electrodinamic al turbinei hidraulice.

3. dispersia turaţiei, la funcţionarea cu regulatorul automat are valori mai mici la turaţii mai mari — aşa de exemplu la funcţionarea în regimul U_a =100%, n=2 000 rot/min., a rezultat şi $\Delta_{max}=\pm 0{,}1\%$, faţă de $\Delta_{max}=\pm 0{,}2\%$, la n=1 000 rot/min.;

4. statismul convenţional de reglare (fig. 9) la funcţionarea cu regulatorul automat, la o turaţie de n=1 000 rot/min., este δ=0,2%;

5. deriva turaţiei, la o valoare prescrisă de n=2 000 rot/min. (la funcţionarea în sarcină, la U_a=100%), după un interval de timp de 30 minute, este de 0,085%.

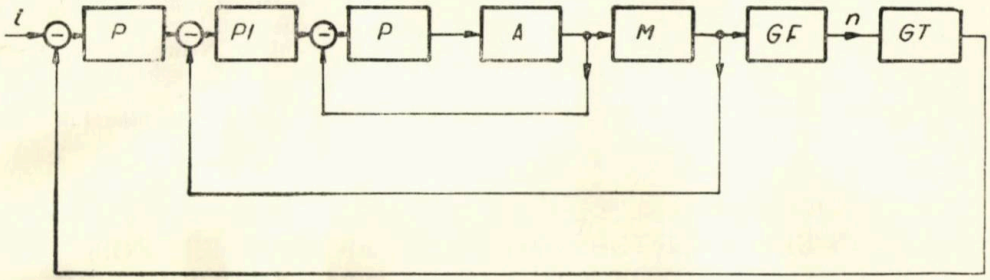


Fig. 8. Schema bloc a modelului sistemului automat de reglare a turaţiei turbinelor în staţiunea experimentală.

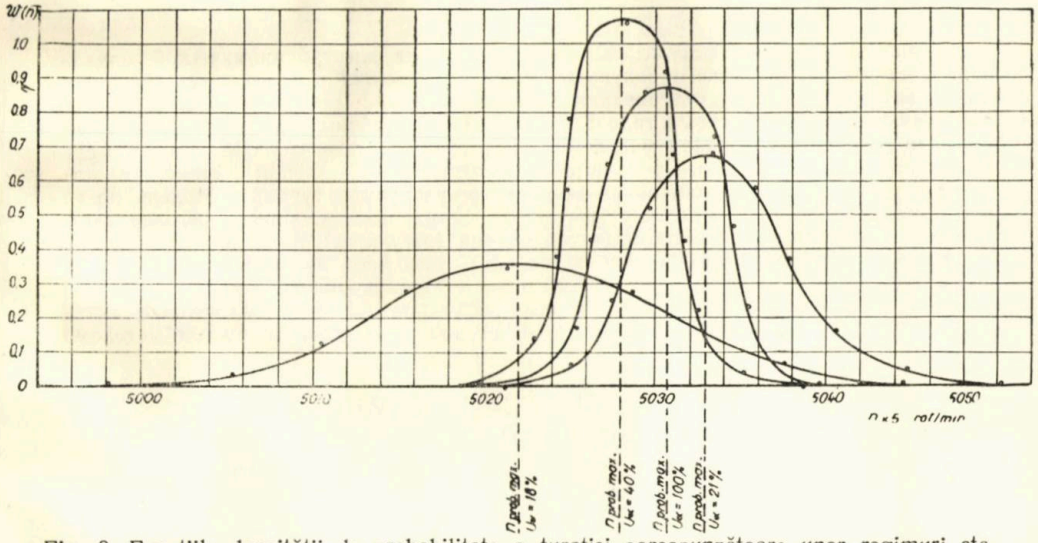


Fig. 9. Funcţiile densităţii de probabilitate a turaţiei corespunzătoare unor regimuri staţionare de funcţionare a modelului sistemului de reglare automată a turaţiei.

În vederea îmbunătăţirii în continuare a reglării — eliminarea derivelor — în Laboratorul de automatică de la I.P.T. se continuă studiile în direcţia realizării unor dispozitive numerice de măsurare şi comparare. Acestea, împreună cu elementele analogice ale regulatorului ale cărui performanţe au fost prezentate în prezenta lucrare, vor permite îmbunătăţirea în continuare a indicilor calitativi ai sistemelor de frînare şi reglare automată a turaţiei turbinelor hidraulice în staţiunile experimentale.

BIBLIOGRAFIE

1. Budişan N., Preda I., Suciu E., Staticeskie i dinamiceskie harakteristiki avtomaiceskih sistem elektriceskogo rekuperativnogo tormojenia ghidravliceskih turbin na stendah dlia energheticeskih i kavitaţionnih ispîtanii. Naucinaia Konferinţia „Hidro-Turbo 67". Marianske Lazne C.S.R., 1967.
2. Budişan N., Preda I., Suciu E., Calitatea statică şi dinamică a sistemului automat de reglare a turaţiei turbinelor la Staţiunea MHT-500 a Laboratorului de Maşini Hidraulice Timişoara. Sesiunea de comunicări ştiinţifice Academia R.S.R., Centrul de Cercetări Tehnice, Timişoara, iunie 1967.
3. Winternitz F. A. L., The model — turbine test facilities at the National Engineering Laboratory, East Kilbride. Symposium de Nice, 16—20 septembre 1960, Recherche sur les turbines hidrauliques.
4. Klein I. A new pump — turbine test stand. „Hydro-Turbo 67', Marianske Lazne C.S.R., 1967.

ИССЛЕДОВАНИЕ НА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ТОРМОЖЕНИЯ И АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТУРБИН НА ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ СТЕНДАХ

(РЕЗЮМЕ)

В работе изложены результаты исследования, на электродинамической модели, одной системы электрического рекуперативного торможения с электрическими машинами и автоматического регулирования скорости вращения гидравлических турбин на испытательных стендах (модель гидравлической сети и турбины включительного). Предложенная электродинамическая модель имеет то преимущество что в ней имеются случайные возмущения, подобные тем, которые существуют в реальной системе, что позволяет изучать случайные изменения скорости регулируемой турбины. Модель позволяет также изучать гибридные системы регулирования-модель объекта регулирования совместно с реальным устройством регулирования (регулятор).

Были проведены исследования нескольких устройств автоматического регулирования (системы с каскадным регулированием) с различными настройками. В работе изложены результаты относительно качества регулирования системы, которая оказалась найлучшей. Изложенные результаты были получены статистическими методами.

L'ÉTUDE SUR UN MODÈLE ÉLECTRODYNAMIQUE D'UN SYSTÈME DE FREINAGE ET DE REGLAGE AUTOMAT DE LA VITESSE DE ROTATION DES TURBINES DANS LES STATIONS EXPERIMENTALES

(RESUMÉ)

Dans l'article sont presentés les resultats de l'étude, sur un modèle électrodynamique, d'un système de freinage electrique recuperatif avec des machines electriques rotatives et de reglage automat de la vitesse de rotation des turbines dans les stations experimentales (inclusivement le modèle du circuit hydraulique et de la turbine). Le modèle electrodynamique proposé present l'avantage de pouvoir manifester des perturbations aleatoires.

Dans l'article sont exposés les resultats concernant la qualité du reglage du système qui a été rendu optime. Les resultats presentés ont été determinés statistiquement.

EGYETEM KÖNYVTÁRA 1848